

Simulador cosmológico

Esta es una forma llamativa de denominar a las aplicaciones informáticas que simulan el movimiento de un determinado número de partículas que ocupan una zona del espacio y están sometidas a la fuerza de la gravedad. Las partículas se atraen unas a otras con una fuerza cuyo valor viene dado por la ley de la gravitación universal de Newton:

$$F = G m_1 m_2 / r^2$$

También hay aplicaciones que tienen en cuenta la relatividad general y que consideran la materia oscura como un elemento más del sistema a simular, pero esto le viene demasiado grande a este trabajo que no irá más allá de la mecánica clásica.

El estudio que aquí se comenta está relacionado con la distribución de las galaxias en el espacio, que ya fue objeto de un trabajo anterior. Se trata de sondear si la fuerza de la gravedad ha podido jugar algún papel en la distribución espacial de las galaxias que hoy podemos observar. Aunque a primera vista parezca que así debe ser, la opinión más extendida considera que esta estructura quedó determinada en los primeros momentos del Big Bang y que la expansión del universo la ha perpetuado sin más que el correspondiente cambio de escala que se deriva de la expansión. Se sostiene que la estructura es el resultado de unas alteraciones de origen cuántico en la densidad del magma que al principio fue el universo. Esta falta de uniformidad en la densidad ha sido observada en la radiación de fondo del universo (en el rango de microondas) que es la “fotografía” más antigua que tenemos del universo.

El objetivo del estudio no podía ser el de cuestionar una teoría que está muy por encima de mis posibilidades, más bien era el de “ver para creer” y una excusa perfecta para volver a los tiempos de la universidad en los que empecé a programar: mi primer programa fue para simular el movimiento de 128 partículas encerradas en una caja.

Simular el movimiento de una partícula es muy sencillo. En el instante inicial la partícula se encuentra en una determinada posición, lleva una cierta velocidad y sobre ella actúa una fuerza que en función de su masa le provoca una aceleración. Para saber en dónde se encontrará pasado un cierto tiempo podemos aplicar las fórmulas del instituto:

$$\text{espacio} = \text{espacio}_{\text{inicial}} + \text{velocidad} \times \text{incremento tiempo}$$

$$\text{velocidad} = v_{\text{inicial}} + \text{aceleración} \times \text{incremento tiempo}$$

Es cierto que estas son las fórmulas del movimiento uniformemente acelerado, es decir aquel en que la aceleración permanece constante y que este no es nuestro caso ya que la fuerza que actúa sobre cada partícula va cambiando con el tiempo según cambia la distancia entre las partículas. Pero si el intervalo de tiempo es suficientemente pequeño se puede considerar que la fuerza es constante y aplicar las fórmulas anteriores, además, disponemos de varios algoritmos de los tiempos precibernéticos en los que había que agudizar el ingenio porque los cálculos se hacían con lápiz y papel. Las dos fórmulas anteriores, que se conocen como el método de Euler, se pueden mejorar de diversas

formas entre las que destaca, por su sencillez, la llamada del salto de la rana, que normalmente se encuentra como método de leapfrog que suena más científico. Las fórmulas son las mismas de Euler pero con valores medios considerados de una forma que es el origen a su nombre. Las velocidades se calculan a intervalos (saltos) de tiempo y las posiciones también a los mismos intervalos de tiempo pero desplazados medio intervalo de tiempo respecto a los saltos de las velocidades. Figura 1.

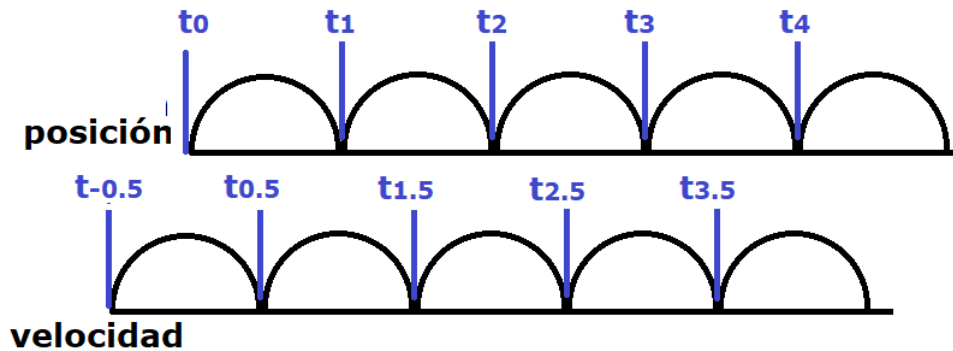


Figura1. Método del salto de la rana.

Hay métodos mucho más sofisticados pero el salto de la rana es muy utilizado y conduce a buenos resultados.

El esquema de la aplicación informática es el siguiente:

1. Lee o genera las posiciones y velocidades iniciales de las partículas.
2. Para cada partícula, calcula la aceleración aplicando la fórmula de Newton con las distancias entre la partícula y todas las demás.
3. Calcula las nuevas posiciones y velocidades aplicando la formulas del salto de rana.
4. Vuelve al punto 2.

La cosa no puede ser más sencilla, la dificultad proviene del paso 2, si tenemos 10.000 partículas hay que calcular $10.000 \times 9.999 / 2 = 49.995.000$ distancias, si queremos simular un periodo de 1 millón de años (un instante en la vida de las galaxias) y utilizamos incrementos de tiempo de un año tenemos que calcular 50 billones de distancias: 49.995.000.000.000. Para un ordenador personal es una tarea nada despreciable que exige utilizar todos los recursos que los ordenadores actuales nos ofrecen y que son básicamente tres:

1. Un lenguaje de programación eficiente como el C.
2. Utilizar la multitarea, es decir, dividir el trabajo en tareas independientes que se puedan ejecutar simultáneamente en los distintos procesadores del PC, el que voy a utilizar tiene 20 núcleos.
3. Usar la vectorización. Los procesadores actuales permiten ejecutar de forma simultánea 4, 8, 16 y hasta 32 operaciones. Esto es distinto a la multitarea, esta utiliza varios procesadores (núcleos) aquí es un cálculo simultáneo en cada procesador.

La forma de programar la multitarea es parecida al cambio de neumáticos de la fórmula 1. Si tenemos 10.000 partículas y 20 núcleos (procesadores) a cada uno de estos le asignaremos la tarea de calcular las aceleraciones de 500 partículas, pero hay que sincronizar el trabajo de los 20 núcleos porque hasta que no hayan terminado los 20 no se puede pasar a aplicar el salto de la rana. Cada vez que un núcleo termina su trabajo se pone en modo de espera, levanta la mano y mira si los demás han terminado, si no es así sigue esperando, si él ha sido el último en levantar la mano, pone el semáforo en verde y el salto de la rana puede empezar, cuando la rana termine sus cálculos libera a los núcleos para que empiecen a calcular un nuevo ciclo de aceleraciones.

La aplicación sobre el PC de los 20 núcleos y calculando en doble precisión, es capaz de procesar dos mil millones de distancias por segundo (2×10^9).

Un último detalle que hay que resaltar son las colisiones. La fuerza gravitatoria entre dos partículas es siempre atractiva lo que significa que tenderán a encontrarse y en su caso colisionar si sus velocidades relativas no lo impiden. Colisionar hace que la distancia entre ambas sea cero y la fuerza entre las mismas infinita, cosa que un ordenador no puede simular. Por tanto, la aplicación debe tener previsto que hacer cuando la distancia es inferior a una cierta cantidad que para la máquina sea cero. Aunque las galaxias se van a considerar como partículas puntuales en realidad son muy poco compactas, sólo hay que recordar que Alfa Centauri, la estrella más cercana al Sol está a 4,37 años luz (41,3 billones de km). El encuentro entre dos galaxias producirá la colisión entre estrellas pero la mayoría seguirá su camino pasando una galaxia a través de la otra. En cualquier caso, una colisión de este tipo produciría transformaciones energéticas, incluso de masa en energía y hasta la formación de agujeros negros, cosas muy alejadas de las posibilidades de la aplicación de simulación. Resumiendo, cuando dos partículas (galaxias) se encuentren a una distancia inferior a 50 años luz, acercándose la una a la otra, la aplicación intercambiará sus posiciones sin modificar las velocidades, con lo cual pasaran de acercarse a alejarse. Si las partículas tienen la misma masa, la energía total del sistema no cambia con este intercambio. El encuentro entre galaxias es muy poco probable salvo a densidades varios ordenes de magnitud superiores a los que observamos en nuestro entorno.

Antes de empezar a trabajar masivamente con galaxias había que contrastar la aplicación y que mejor que el sistema solar, del que se tiene toda la información y tan pequeño que la aplicación puede simular años en segundos.

La multitarea y la vectorización alcanza el máximo de eficiencia cuando trata con un número de partículas múltiplo de 4, por lo que nuestro sistema lo van a formar doce objetos: el Sol, los 8 planteas, Plutón, la Luna y Fobos (la luna mayor de Marte).

Las posiciones iniciales y las velocidades las obtenemos de la NASA, el "Jet Propulsion Laboratory" ofrece un servicio profesional, gratuito y de libre acceso a todo el mundo sobre "efemérides". A través de su web (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi>), pero mejor aún a través de email, nos ofrece una gran cantidad de información sobre cualquiera de los objetos del sistema solar en cualquier fecha. Si enviamos un email a la

dirección horizons@ssd.jpl.nasa.gov con la palabra job en el asunto y con el siguiente cuerpo del mensaje:

```
!$$SOF EMAIL_ADDR='alberto@interajedrez.com'
```

```
START_TIME = '2019-Jan-1 00:00:00'
```

```
STOP_TIME = '2019-Jan-1 00:00:01'
```

```
TABLE_TYPE = 'Vector'
```

```
REF_PLANE = 'Ecliptic'
```

```
CENTER = '@010'
```

```
COMMAND='010' '199' '299' '399' '499' '599' '699' '799' '899' '999' '301' '401' '402' '901'
```

```
!$$EOF
```

Recibiremos de forma inmediata 14 correos con la información de los 14 objetos (cuyos códigos '010' '100' etc, se especifican en el campo COMMAND) para el primer segundo del 1 de enero de 2019 (STOP_TIME = '2019-Jan-1 00:00:01'). La información, entre otras muchas cosas, incluye la posición y velocidad del objeto respecto del Sol. No olvidar cambiar la dirección de correo alberto@interajedrez.com por la que corresponda.

Por lo tanto, ya estamos en condiciones de simular el sistema solar y por ejemplo, ver si pasado un año la tierra vuelve a la posición que tenía al empezar. La figura 2 muestra la trayectoria de la Tierra durante un periodo de 10 años exactos.



Figura 2. Simulación de la trayectoria de la Tierra durante un período de 10 años, desde el 1 de enero de 2019. La órbita sufre deformaciones de un año a otro según la posición de los otros objetos del sistema solar.

Reconozco que me produjo cierta sorpresa y dudas sobre el funcionamiento de la aplicación. Todas las informaciones sobre la órbita terrestre hacen hincapié en el carácter elíptico de la misma, pero lo normal es que no se diga nada sobre la influencia que ejercen sobre ella el resto de los objetos del sistema solar, cuando resulta que la distorsión de esta influencia es mucho más apreciable que la diferencia elipse-círculo.

Para salir de dudas sobre la exactitud de la aplicación procedí a simular, exclusivamente, el binomio Tierra-Sol y la trayectoria se repite fielmente años tras año. Figura 3.

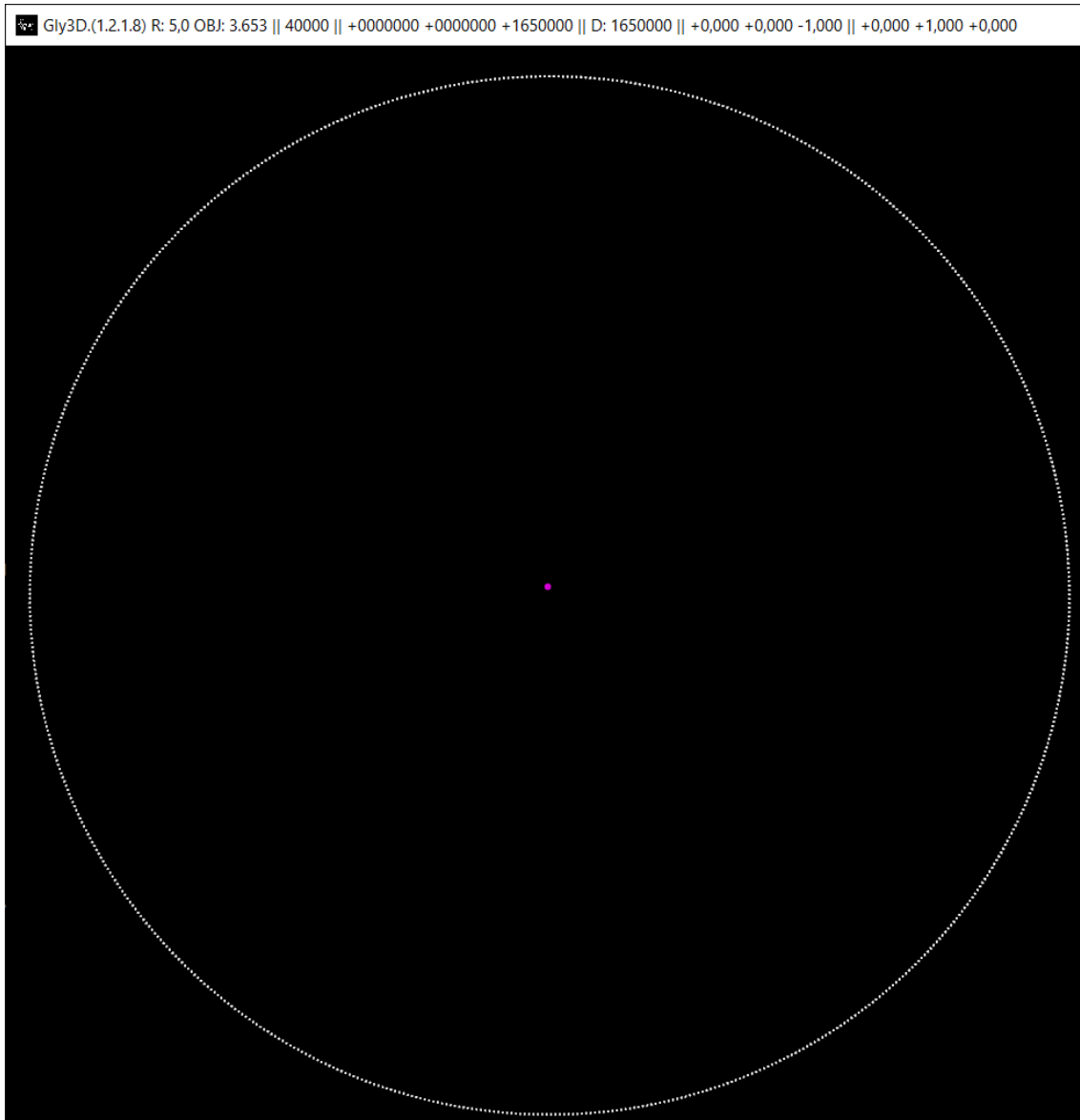


Figura 3. Simulación de la trayectoria de la Tierra durante un periodo de 10 años, si fuese el único objeto alrededor del Sol. Las 10 orbitas se superponen con total exactitud.

A continuación un par de imágenes obtenidas de la simulación (figuras 4 y 5).

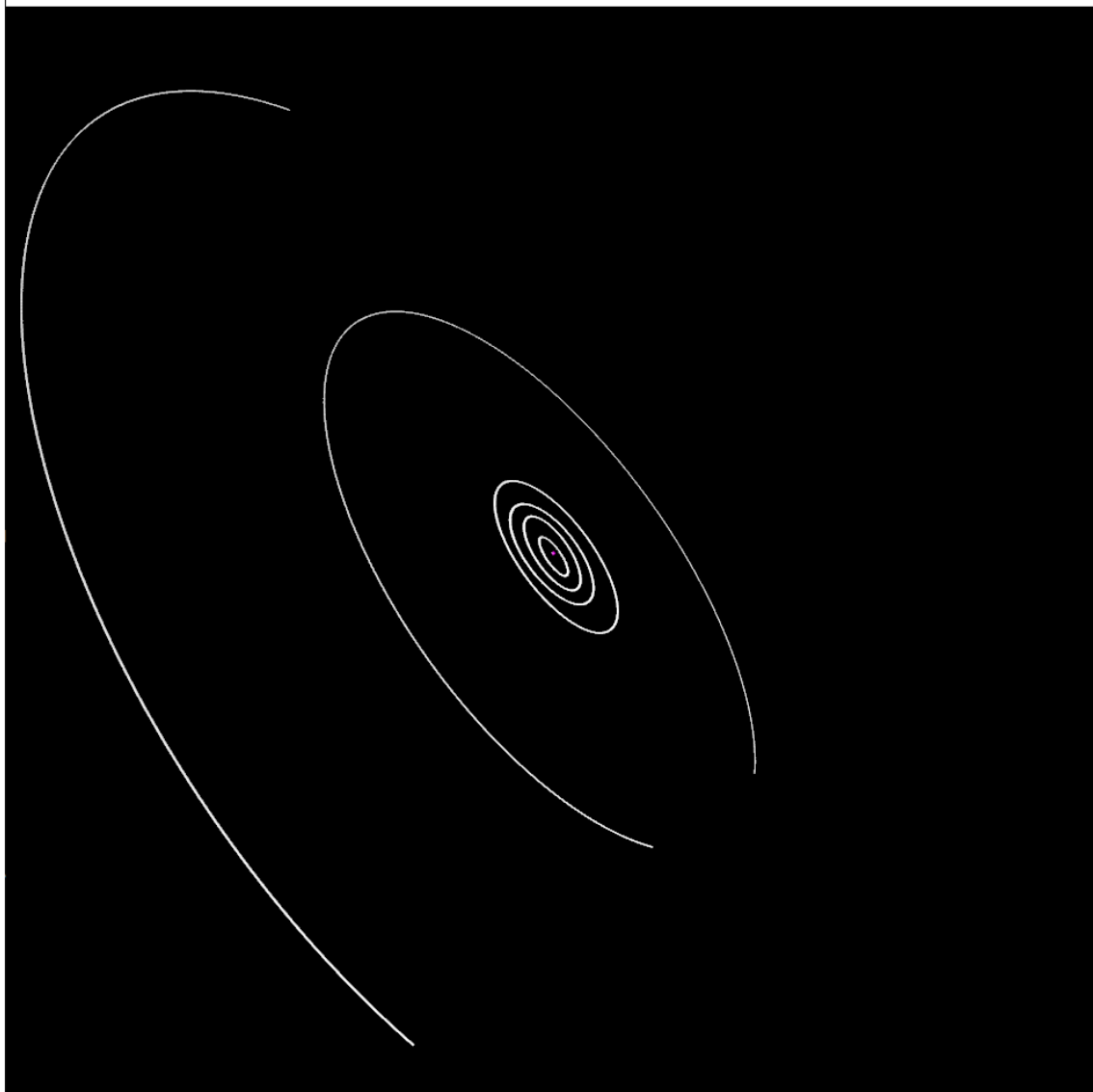


Figura 4. Una perspectiva hasta Saturno de las trayectorias en el periodo de 10 años.

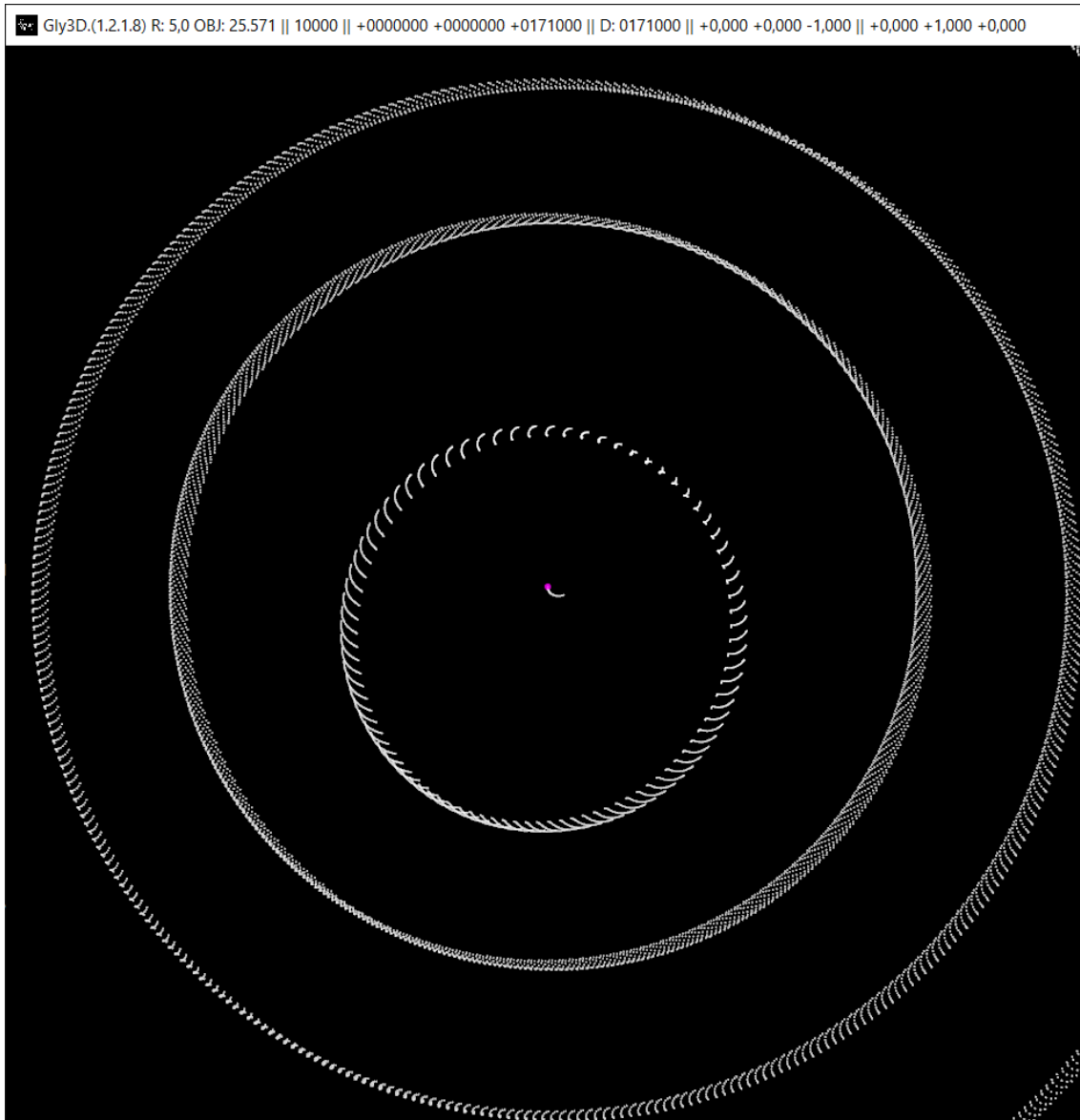


Figura 5. Como ya sabíamos el Sol también se mueve.

Una vez comprobada la aplicación es el momento de pasar a la simulación con galaxias. La primera dificultad son las condiciones iniciales: número de galaxias, masa, posición y velocidad de cada una de las galaxias.

Las dos primeras dudas se resuelven fácilmente. El número es el mayor posible sin tener que esperar meses a que terminen los cálculos, la masa la misma para todas e igual a la de la Vía Láctea.

Respecto a posiciones y velocidades la astronomía profesional utiliza complejos modelos que tratan de reproducir el escenario próximo al Big Bang. Se parte de disposiciones en retícula que se deforman conforme a determinadas probabilidades. Para el ejercicio de simulación que aquí se describe, todo esto queda demasiado lejos.

Sólo se van a simular dos situaciones iniciales de las posiciones.

1. Disposición inicial en retícula.

2. Disposición aleatoria dentro de una esfera.

En cuanto a las velocidades, el criterio será asignar a cada galaxia una velocidad cuyo módulo este de acuerdo con la ley de Hubble que establece que la velocidad que se observa, por motivo de la expansión del universo, es proporcional a la distancia al punto de observación y en la dirección del radio que une el centro de observación con la galaxia en sentido hacia fuera.

Trabajando a densidades de galaxias por unidad de volumen similares a los que hoy vemos en el universo, las galaxias se mueven según las velocidades asignadas de inicio sin prácticamente interactuar entre ellas, dado que las distancias entre galaxias son enormes y la fuerza gravitatoria despreciable en relación con la energía cinética de partida. A pesar de todo he realizado algunas simulaciones por aquello de ver para creer en las que por ejemplo, una disposición en retícula se expande homotéticamente en el tiempo. Figura 6.

Figura 6. A las densidades actuales, la simulación se limita a expandir la disposición inicial.

Esto concuerda plenamente con la idea de que la estructura se fijó en los primeros instantes del Universo y desde entonces se ha ido expandiendo. Pero en los primeros instantes e incluso bastante después, cuando realmente se supone que empiezan a formarse las galaxias, la densidad era mucho más alta que ahora y las interacciones gravitatorias más importantes.

Como ejemplo he simulado un micro universo formado por 21.960 galaxias dispuestas inicialmente al azar dentro de una esfera de 2,5 millones de años luz. A la densidad actual ($2,1 \cdot 10^{-22}$ galaxias / al^3) estas mismas galaxias ocuparían una esfera de radio 293 millones de años luz, es decir, cien veces más grande que la simulada.

Para las velocidades he utilizado la ley de Hubble pero multiplicando por 100 el valor de estas, aun así, la energía cinética de partida es 10 veces menor que la energía potencial pero suficiente para evitar un colapso inmediato de todas las galaxias, aunque para nuestro micro universo el colapso es inevitable a largo plazo porque las velocidades no alcanzan la velocidad de escape.

El comportamiento de la simulación, a nivel macro, es el esperado (figura 7): dado que las velocidades son hacia fuera de la esfera en la dirección de los radios, la muestra empieza a expandirse, lo que se puede medir calculando la distancia media de las galaxias al centro de la esfera, a la vez que disminuye la velocidad (la energía cinética): el universo se “enfria”. Una vez que se agota la velocidad, la muestra empieza a contraerse volviendo a incrementarse las velocidades, pero ahora hacia dentro de la esfera. Una de las cuestiones que analizan los modelos cosmológicos es si esto es lo que realmente le ocurrirá al universo o si se seguirá expandiendo indefinidamente. Nuestro ejemplo no puede aportar luz al respecto por su simplicidad casi trivial y porque su

comportamiento está plenamente determinado por las condiciones iniciales que se han impuesto de forma absolutamente artificial.

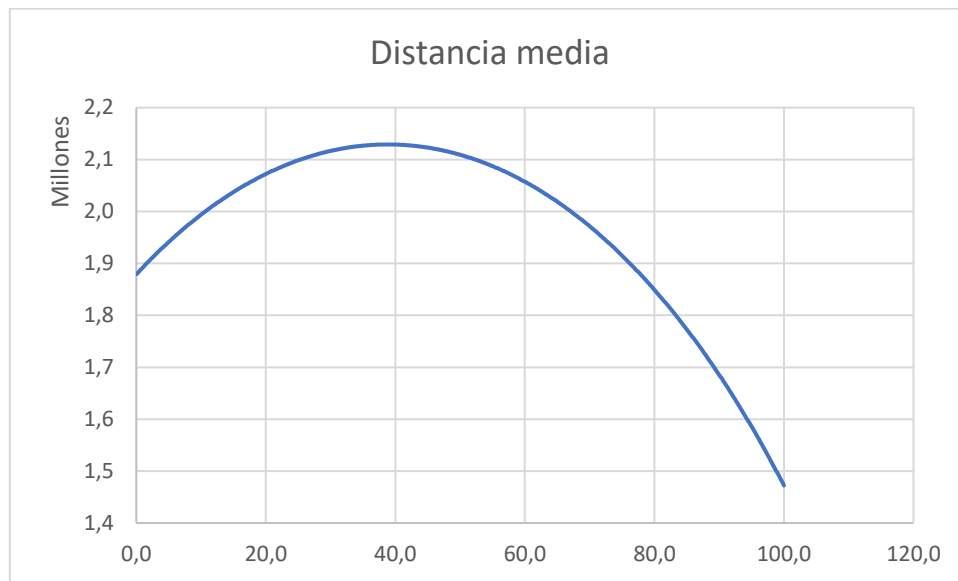


Figura 7. Distancia media de las galaxias al centro de la esfera en función del tiempo transcurrido.

Pero aún dentro de su simplicidad podemos mirar que es lo que ha ocurrido con la distribución de las galaxias con el paso del tiempo. Las figuras 8 y 9 corresponden a un corte ecuatorial (una loncha cortada a la altura del ecuador de la esfera) de 50 años luz de espesor, la figura 8 en el momento inicial de la simulación y la figura 9 después de 80 millones de años, que es cuando la distancia media de las galaxias vuelve a ser la misma que al principio de la simulación.

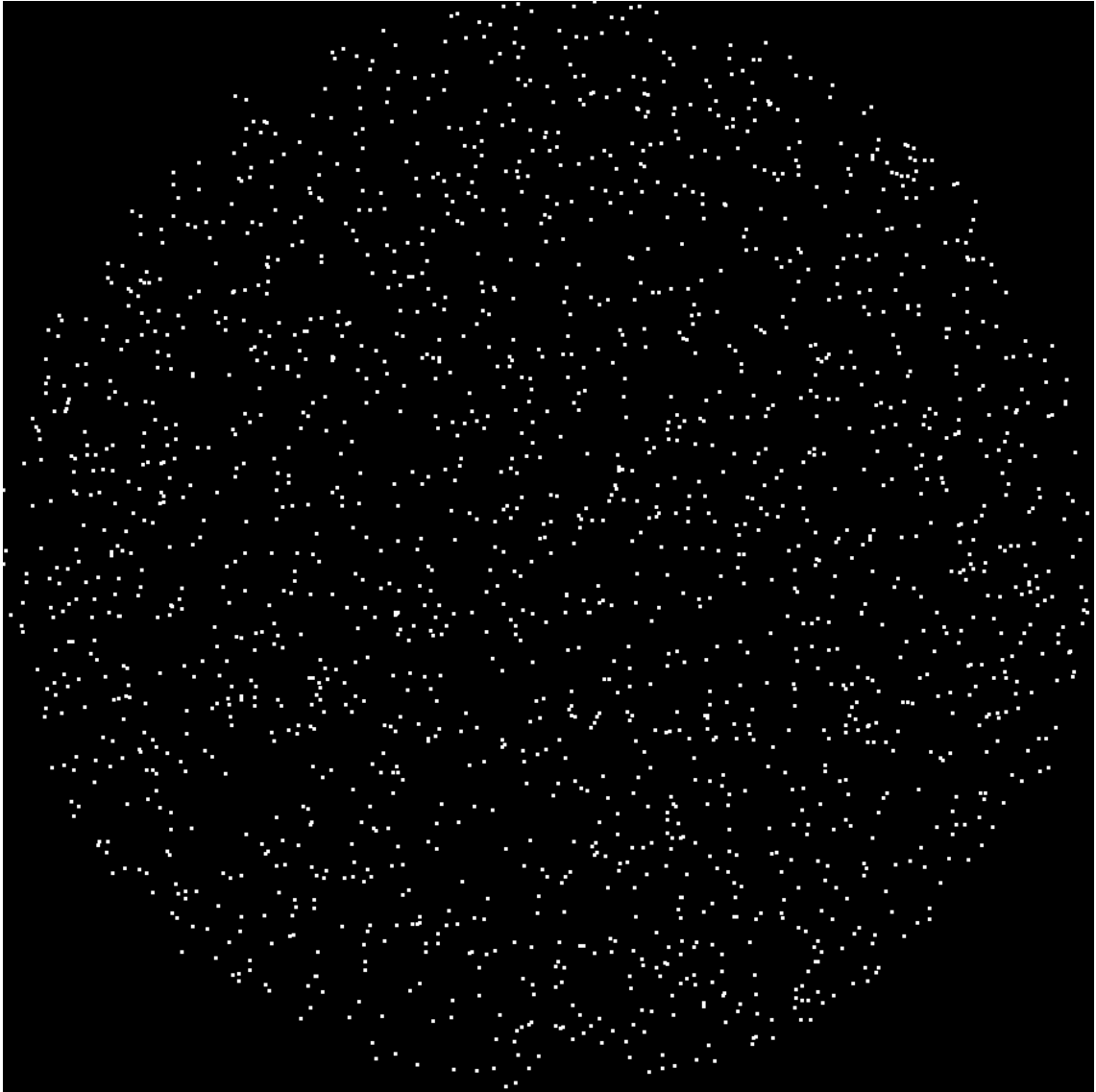


Figura 8. Distribución de las galaxias al inicio de la simulación. Corte ecuatorial de 50 años luz de espesor.

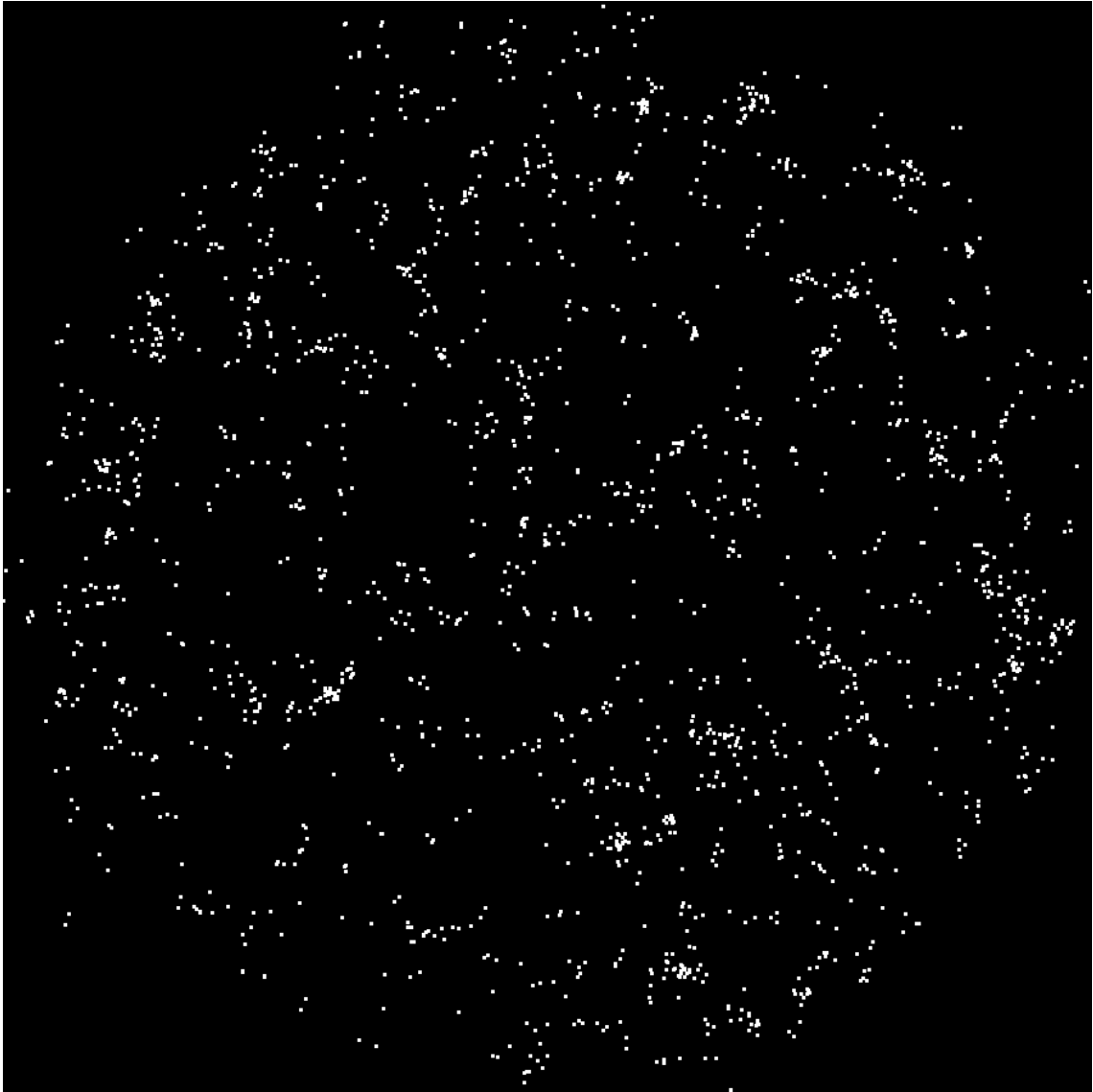


Figura 9. Distribución de las galaxias después de 80 millones de años de simulación. Corte ecuatorial de 50 años luz de espesor.

Si la simulación se continua hasta los 100 millones de años, la distribución acrecienta considerablemente los cúmulos de galaxias (figura 10). Para que se pueda comparar, en la figura 11 se muestra la imagen real de un sector del universo, el utilizado en el trabajo antes aludido sobre la distribución de las galaxias.

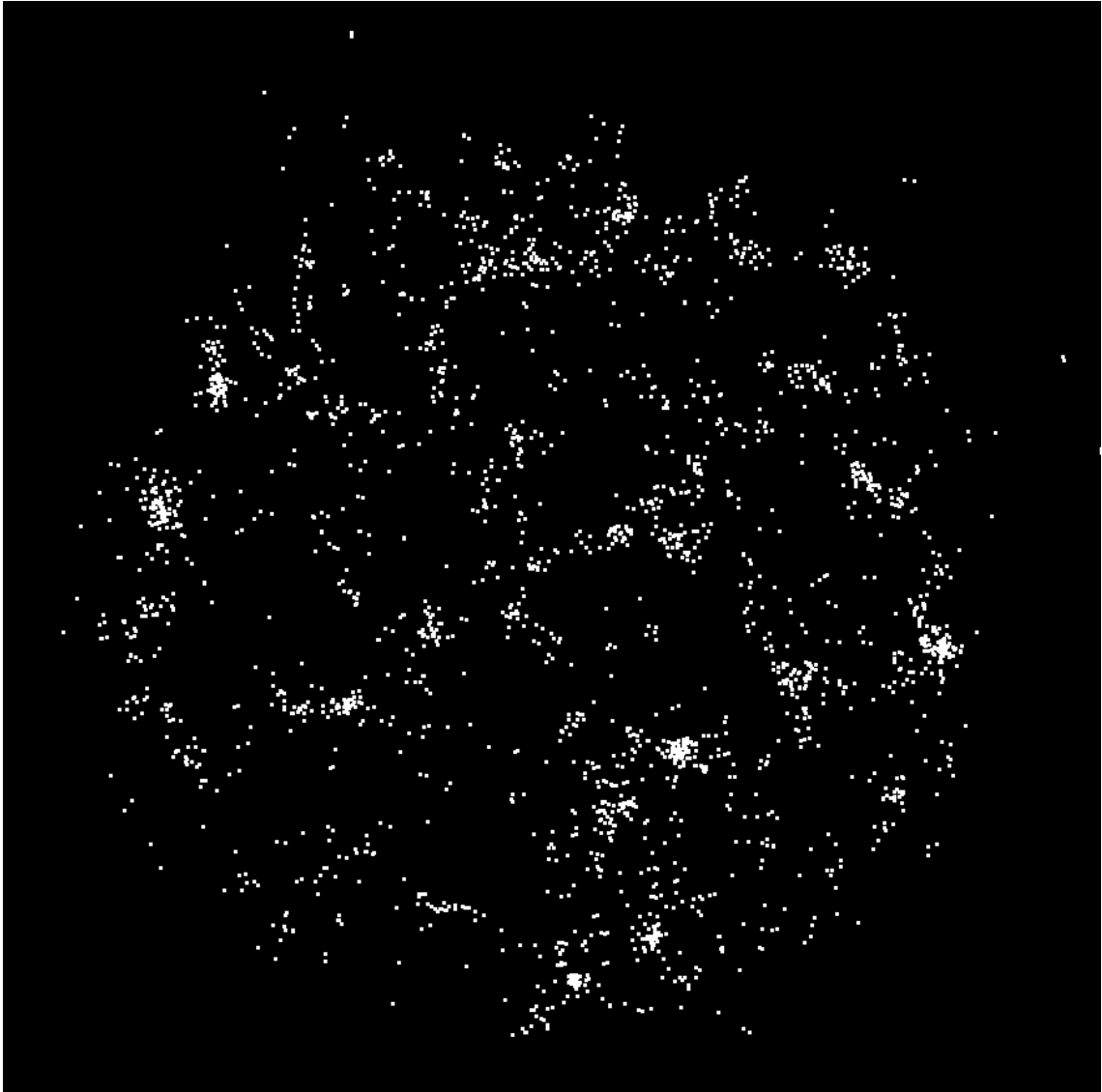


Figura 10. Distribución de las galaxias después de 100 millones de años de simulación. Corte ecuatorial de 50 años luz de espesor.

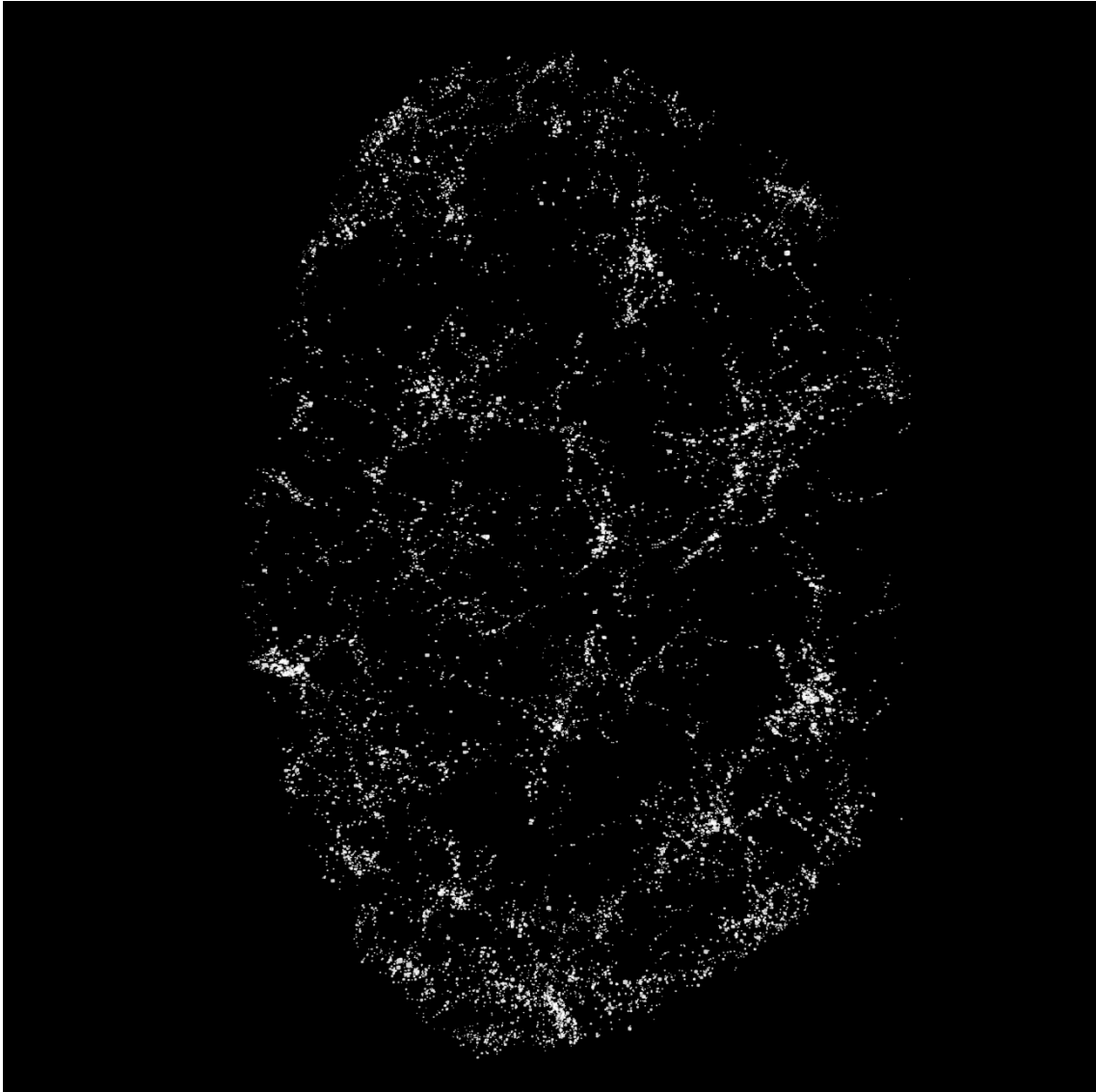


Figura 11. Distribución de las galaxias. Vista de una parte de una corona esférica de 40 millones de al de espesor a 1 Gal de distancia de la Tierra.

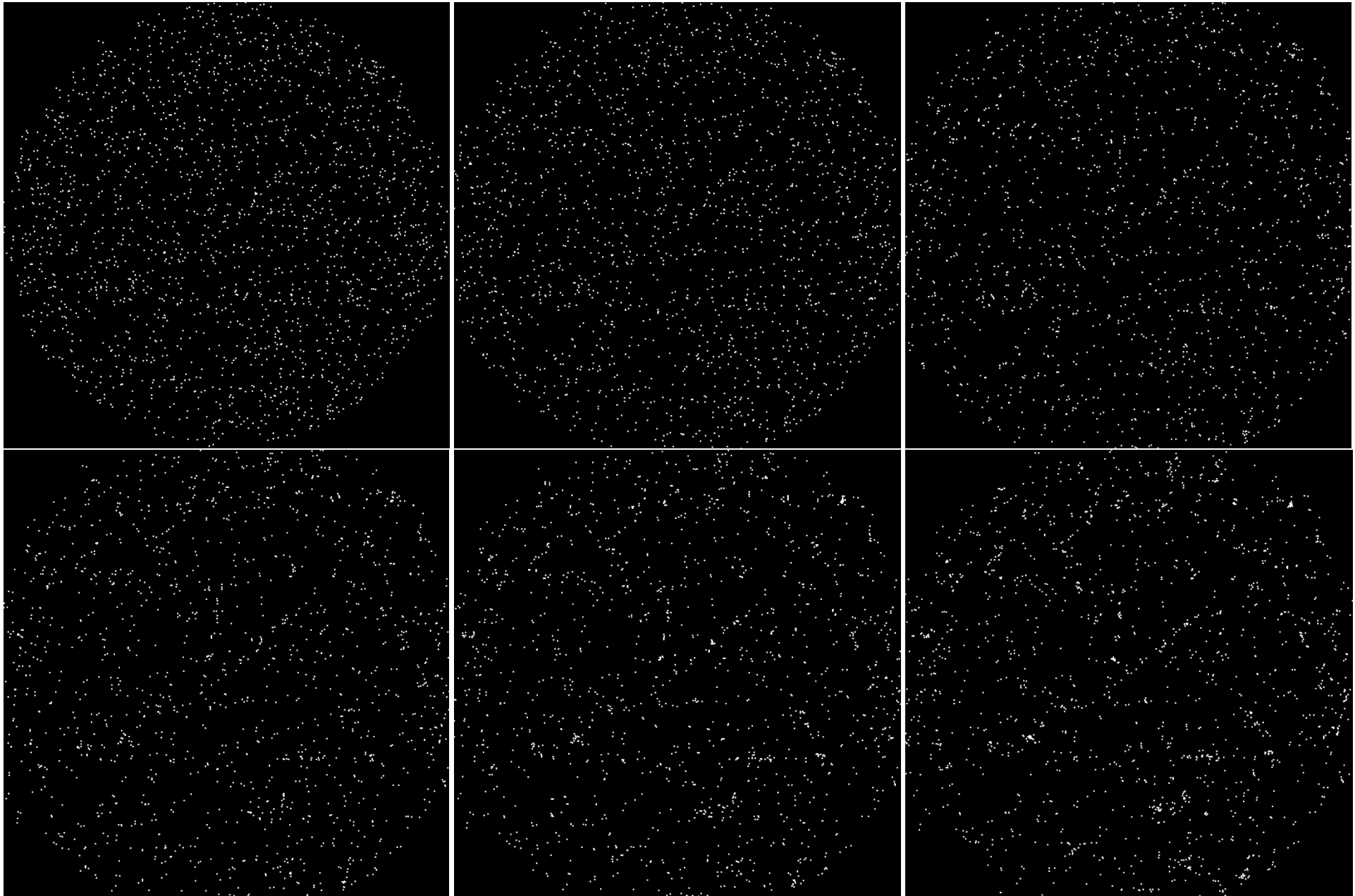
La figura 12 muestra la evolución de la distribución de las galaxias durante la simulación mediante la secuencia de imágenes a intervalos de 10 millones de años.

Como análisis complementario, al meramente visual, he calculado la dimensión fractal al inicio de la simulación y transcurridos 80 millones de años, el valor obtenido es 3,0 en el primer caso (como corresponde a un caso aleatorio) y 2,7 en el segundo. La dimensión fractal para un sector real del universo en nuestros días es de 2,65. En todos los casos se trata de cálculos realizados por mí utilizando el método de “box counting”.

Finalmente he modelizado la distribución en el escenario inicial y final mediante clasificación con árboles binarios (XBOOST), en el primer caso el grado de acierto del modelo obtenido es del 57% (debería ser del 50% por ser un escenario aleatorio, pero precisamente por ser aleatorio para una muestra pequeña es posible esta discrepancia) que se incrementa hasta el 61% con la distribución tras 80 millones de años de simulación y hasta el 85% si se continua hasta los 100 millones de años. En ningún

momento se puede afirmar que el patrón encontrado por el modelo se corresponda en nada con el que se obtuvo para los datos reales en el trabajo anterior ya citado y en el que el modelo tenía un grado de cierto del 70%.

Mi conclusión es que a las densidades de galaxias por unidad de volumen, en la actualidad, la gravedad no juega ningún papel en el distribución de las galaxias en el espacio que por lo tanto se mantendrá mientras el universo se siga expandiendo, pero me quedan dudas de que esta distribución no haya sido determinada, al menos en parte, por fenómenos gravitatorios en el pasado sin necesidad de oscilaciones bariónicas de la densidad en el universo primitivo, aunque no dudo de que para muchos lo realmente primitivo es el análisis aquí realizado, en cualquier caso, me ha resultado muy entretenido.



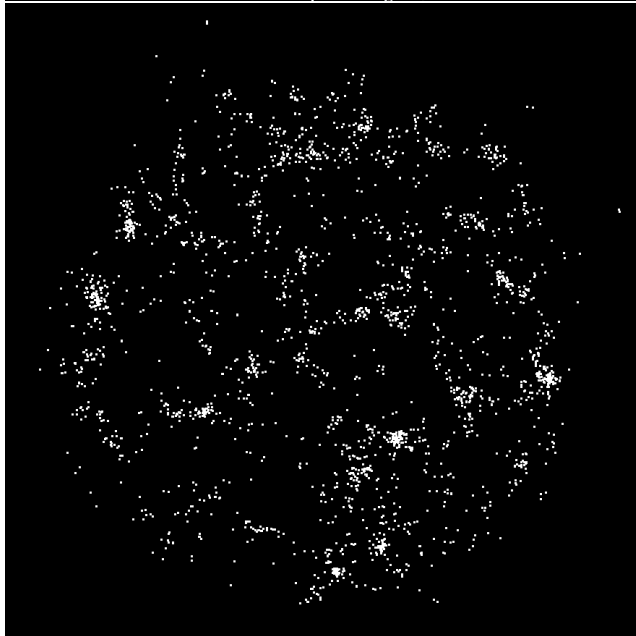
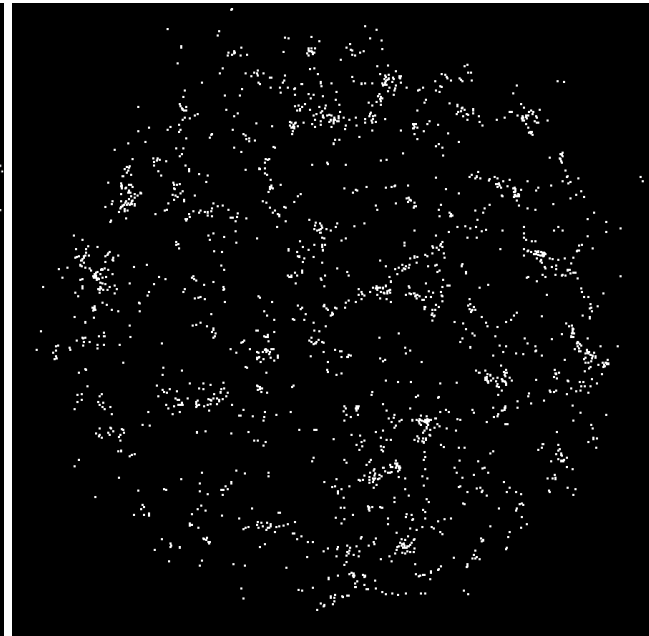
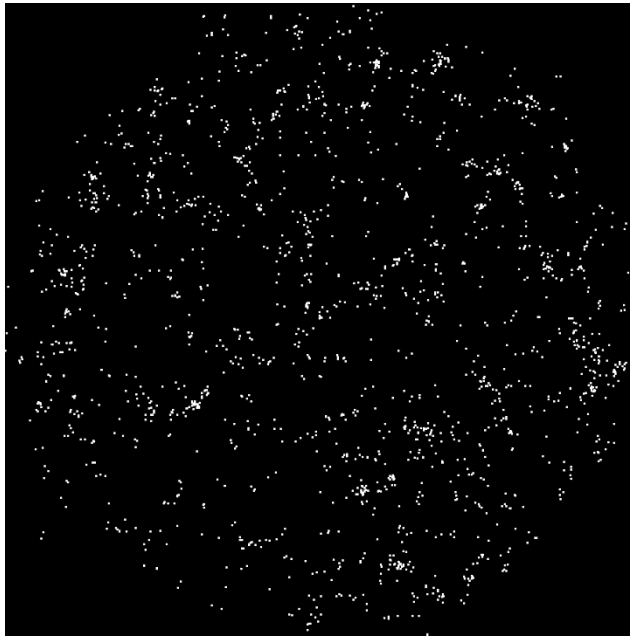
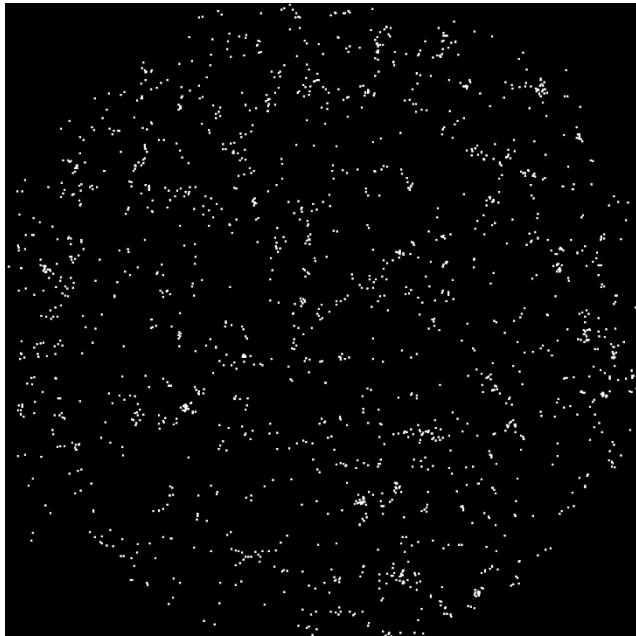


Figura 10. Evolución de la distribución de las galaxias durante la simulación de 100 millones de años. Las imágenes corresponden a los sucesivos intervalos de 10 millones de años.