

初等数论与代数数论

李衡岳 程昊一 王一丁

2022 年 1 月 21 日

这篇文章,我们会粗略地介绍初等数论与代数数论.初等数论,是研究整数的一门数学分支;代数数论,是研究另一种整数的数学分支.初等数论被誉为数学女皇,可见她在数学之中的地位.解数论问题时,需要用的知识并不多(相对代数与几何而言),但是需要灵活的思维,因此就有极大的挑战.本篇文章我们将分为两个部分:初等数论和代数数论.

I.初等数论

II.代数数论

1 复数

1.1 什么是复数

求解方程是数域扩充的重要动力.例如,为了解方程 $2x = 1$,就需要有理数,即 \mathbb{Q} .为了解方程 $x^2 = 2$,就需要无理数.有理数与无理数的总称为实数,即 \mathbb{R} .

可是我们会发现,形如 $x^2 = -1$ 这样的方程就没有实数解.为此,我们引入一个新的数 i ,满足 $i^2 = -1$,叫做**虚数单位**.而且,对于 i ,原有的加法和乘法的运算律仍然成立.

形如 $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)的数被称为**复数**,通常用字母 z 表示,即 $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$),其中 a 被称为复数 z 的**实部**,记作 $\operatorname{Re} z$, b 被称为复数 z 的**虚部**,记作 $\operatorname{Im} z$.对于复数 $a + bi$,当且仅当 $b = 0$ 时,它是实数;当且仅当 $a = b = 0$ 时,它是实数0;当 $b \neq 0$ 时,叫做**虚数**;当 $a = 0$ 且 $b \neq 0$ 时,叫做**纯虚数**.

全体复数构成的集合称为**复数集**,记作 \mathbb{C} .

参考文献

[1]

[2]