

已知一块形状不规则的游乐场 $ABCDEF$, 其中边 BCD, AFE 均为抛物线, C 与 F 为顶点, 如图所示. 已知抛物线 $BCD: y = -2x^2 + ax + b$, $AFE: y = x^2/2 - cx$. 已知点 $A: (0, 0), B: (1, 0), D: (4, 0), E: (5, 0)$.

(1) 求两个抛物线的解析式;

(2) 游乐场欲修建一条小火车, 来提高客流运输能力, 同时为游客提供观光服务. 已知游乐场外有两座市政府规划的车站 $T: (0, -1)$ 与 $M: (6, 4)$. 游乐园负责人在抛物线 BCD 和线段 BD 围成的图形内规划了一座车站 N , 使得车站 T, B, N 均在一条直线 l 上, 且 $S_{\triangle BNC} = \frac{2}{9}S_{\triangle BDC}$. 负责人拟在游乐园边缘另规划一座车站 G , 使得 $\triangle NGM$ 为直角三角形. 他的设想是否可以实现? 若可以, 请协助他求出所有可能的车站 G 的坐标; 若不可以, 请向他说明理由.

(3) 为了以游乐园为支点撬动当地经济发展, 市政府欲规划一个喷泉. 设 P 为游乐园边缘上的动点, 将 P 绕车站 M 顺指针旋转 90° 至 P' , 市政府欲将 $\triangle P'XY$ 规划为喷泉, 其中 $X: (10, 15/2)$, $Y: (10, 19/2)$, 并且喷泉的面积要达到最大值. 同时, 以 P' 为起点规划一条公路 $P'Q$, 其中 Q 在 l 上, 且 $\angle P'QB = 30^\circ$. 设直线 $P'Q$ 交 x 轴于 R , 交 y 轴于 S . 现欲在 l' 上规划一座车站 K , 在线段 AS 上规划另一座车站 W 使得 $\angle AKW = 90^\circ$. 取 AW 中点 V , 连接 KV . 出于某种考虑, KV^2/SV 要取到最小值. 请直接写出此时 $\triangle SKV$ 的面积, 精确到小数点后1位. 参考值: $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{6} \approx 2.449, \sqrt{10} \approx 3.162, \sqrt{17} \approx 4.132, \sqrt{31} \approx 5.568$

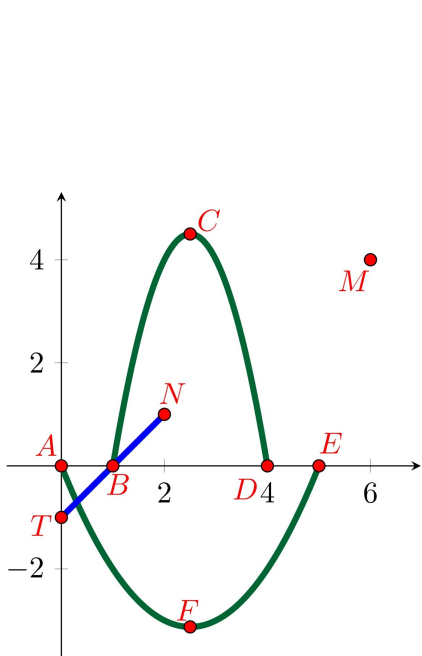


图 1

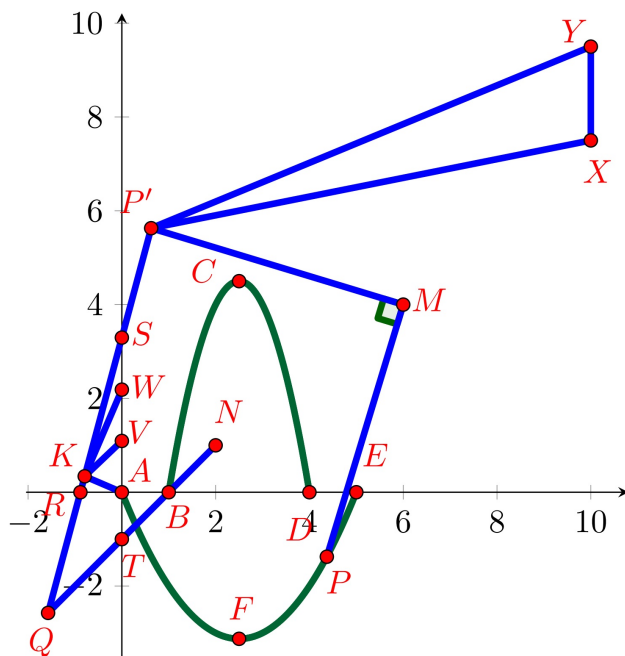


图 2