

每日一题(2.2)答案

选题:门宇翎、李东宸

答案制作:程昊一

2021 年 12 月 24 日

1. 若方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

的解为 $(x, y) = (3, 4)$,求方程组

$$\begin{cases} 3a_1x + 2b_1y = 5c_1 \\ 3a_2x + 2b_2y = 5c_2 \end{cases}$$

的解.

解 由题意得

$$\begin{cases} 3a_1 + 4b_1 = c_1 \\ 3a_2 + 4b_2 = c_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3}{5}a_1x + \frac{2}{5}b_1y = c_1 \\ \frac{3}{5}a_2x + \frac{2}{5}b_2y = c_2 \end{cases}$$

所以,

$$\begin{cases} 3a_1 + 4b_1 = \frac{3}{5}a_1x + \frac{2}{5}b_1y \\ 3a_2 + 4b_2 = \frac{3}{5}a_2x + \frac{2}{5}b_2y \end{cases}$$

对比系数,我们可以得到

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \end{cases}$$

2. 已知关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases} 2x - ay = 6 \\ 4x + y = 7 \end{cases}$$

的解为整数, a 为正整数,求 a 的值.

分析 这是一个含参方程组.对于这种要求方程的解满足一定条件的问题,我们可

以用参数表示出解,然后通过解的条件确定参数.对于这道题,我们用 a 表示 x 和 y ,然后通过 x, y 为正整数这一条件得出 a 需要满足的条件.

解 解题中的方程组,得到

$$\begin{cases} x = \frac{7a+6}{4a+2} & (1) \\ y = -\frac{5}{2a+1} & (2) \end{cases}$$

因为 y 是整数,所以 $2a+1$ 是5的因数,所以

$$2a+1 = \pm 5, \pm 1$$

即

$$a = 2, -3, 0, -1$$

将 a 分别代入(1)中验证,发现当且仅当 $a = 2$ 时成立.

所以原方程的解为

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$