

每日一题(17.2)

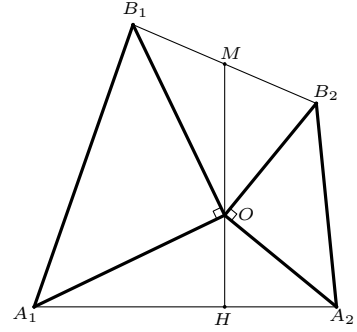
——三角形中的两个模型

程昊一

2022年5月18日

1. (婆罗摩笈多模型)如图, $\triangle A_1OB_1$ 与 $\triangle A_2OB_2$ 为等腰直角三角形, $\angle A_1OB_1 = \angle A_2OB_2 = 90^\circ$, H, M 分别为 A_1A_2, B_1B_2 上的点, 满足 H, O, M 共线.

- (1) 求证: $S_{\triangle A_1OA_2} = S_{\triangle B_1OB_2}$;
- (2) 求证: 若 $OH \perp A_1A_2$, 则 M 为 B_1B_2 中点; 反之亦然;
- (3) 求证: 若 $OH \perp A_1A_2$, 则 $A_1A_2 = 2OM$.
- (4) 求证: $A_1A_2^2 + B_1B_2^2 = A_1B_1^2 + A_2B_2^2$;
- (5) 求 $(S_{\text{四边形}A_1A_2B_1B_2})_{\max}$.



2. (逆相似模型)如图, 在 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 上向外作直角三角形 $\triangle APB$ 与 $\triangle AQC$, 使得 $\angle APB = \angle AQC = 90^\circ$, $\angle PAB = \angle QAC$. 若 M 为 BC 中点, 求证: $PM = QM$.

