

Exercise 1:

1. DPsize without crossproducts:

- size 1: $\{R_0\}, \{R_1\}, \{R_2\}, \{R_3\}, \{R_4\}$
- size 2:

set	join pairs
$\{R_0, R_1\}$	$R_0 \bowtie R_1$
$\{R_0, R_3\}$	$R_0 \bowtie R_3$
$\{R_1, R_2\}$	$R_1 \bowtie R_2$
$\{R_1, R_4\}$	$R_1 \bowtie R_4$
$\{R_2, R_3\}$	$R_2 \bowtie R_3$

- size 3:

set	join pairs
$\{R_0, R_1, R_2\}$	$\{R_0, R_1\} \bowtie R_2$ $\{R_1, R_2\} \bowtie R_0$
$\{R_0, R_1, R_3\}$	$\{R_0, R_1\} \bowtie R_3$ $\{R_0, R_3\} \bowtie R_1$
$\{R_0, R_1, R_4\}$	$\{R_0, R_1\} \bowtie R_4$ $\{R_1, R_4\} \bowtie R_0$
$\{R_0, R_2, R_3\}$	$\{R_0, R_3\} \bowtie R_2$ $\{R_2, R_3\} \bowtie R_0$
$\{R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_1, R_2\} \bowtie R_3$ $\{R_2, R_3\} \bowtie R_1$
$\{R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_1, R_2\} \bowtie R_4$ $\{R_1, R_4\} \bowtie R_2$

- size 4:

set	join pairs
$\{R_0, R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_0, R_1, R_2\} \bowtie R_3$
	$\{R_0, R_1, R_3\} \bowtie R_2$
	$\{R_0, R_2, R_3\} \bowtie R_1$
	$\{R_1, R_2, R_3\} \bowtie R_0$
	$\{R_0, R_1\} \bowtie \{R_2, R_3\}$
	$\{R_0, R_3\} \bowtie \{R_1, R_2\}$
$\{R_0, R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_0, R_1, R_2\} \bowtie R_4$
	$\{R_0, R_1, R_4\} \bowtie R_2$
	$\{R_1, R_2, R_4\} \bowtie R_0$
$\{R_0, R_1, R_3, R_4\}$	$\{R_0, R_1, R_3\} \bowtie R_4$
	$\{R_0, R_1, R_4\} \bowtie R_3$
	$\{R_0, R_3\} \bowtie \{R_1, R_4\}$
$\{R_1, R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_1, R_2, R_3\} \bowtie R_4$
	$\{R_1, R_2, R_4\} \bowtie R_3$
	$\{R_2, R_3\} \bowtie \{R_1, R_4\}$

- size 5:

set	join pairs
$\{R_0, R_1, R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_0, R_1, R_2, R_3\} \bowtie R_4$
	$\{R_0, R_1, R_2, R_4\} \bowtie R_3$
	$\{R_0, R_1, R_3, R_4\} \bowtie R_2$
	$\{R_1, R_2, R_3, R_4\} \bowtie R_0$
	$\{R_0, R_1, R_4\} \bowtie \{R_2, R_3\}$
	$\{R_0, R_2, R_3\} \bowtie \{R_1, R_4\}$
	$\{R_1, R_2, R_4\} \bowtie \{R_0, R_3\}$

2. DPSub with crossproduct:

integer	set	join pairs
1	$\{R_0\}$	\emptyset
2	$\{R_1\}$	\emptyset
3	$\{R_0, R_1\}$	$R_0 \bowtie R_1$
4	$\{R_2\}$	\emptyset
5	$\{R_0, R_2\}$	$R_0 \times R_2$
6	$\{R_1, R_2\}$	$R_1 \bowtie R_2$
7	$\{R_0, R_1, R_2\}$	$\{R_0, R_1\} \bowtie R_2$
		$\{R_0, R_2\} \bowtie R_1$
		$\{R_1, R_2\} \bowtie R_0$
8	$\{R_3\}$	\emptyset
9	$\{R_0, R_3\}$	$R_0 \bowtie R_3$
10	$\{R_1, R_3\}$	$R_1 \times R_3$

integer	set	join pairs
11	$\{R_0, R_1, R_3\}$	$\{R_0, R_1\} \bowtie R_3$ $\{R_0, R_3\} \bowtie R_1$ $\{R_1, R_3\} \bowtie R_0$
12	$\{R_2, R_3\}$	$R_2 \times R_3$
13	$\{R_0, R_2, R_3\}$	$\{R_0, R_2\} \bowtie R_3$ $\{R_0, R_3\} \bowtie R_2$ $\{R_2, R_3\} \bowtie R_0$
14	$\{R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_1, R_2\} \bowtie R_3$ $\{R_1, R_3\} \bowtie R_2$ $\{R_2, R_3\} \bowtie R_0$
15	$\{R_0, R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_0, R_1, R_2\} \bowtie R_3$ $\{R_0, R_1, R_3\} \bowtie R_2$ $\{R_0, R_2, R_3\} \bowtie R_1$ $\{R_1, R_2, R_3\} \bowtie R_0$ $\{R_0, R_1\} \bowtie \{R_2, R_3\}$ $\{R_0, R_3\} \bowtie \{R_1, R_2\}$
16	$\{R_4\}$	\emptyset
17	$\{R_0, R_4\}$	$R_0 \times R_4$
18	$\{R_1, R_4\}$	$R_1 \bowtie R_4$
19	$\{R_0, R_1, R_4\}$	$\{R_0, R_1\} \bowtie R_4$ $\{R_1, R_4\} \bowtie R_0$ $\{R_0, R_4\} \bowtie R_1$
20	$\{R_2, R_4\}$	$R_2 \times R_4$
21	$\{R_0, R_2, R_4\}$	$\{R_0, R_2\} \times R_4$ $\{R_0, R_4\} \times R_2$ $\{R_2, R_4\} \times R_0$
22	$\{R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_1, R_2\} \bowtie R_4$ $\{R_1, R_4\} \bowtie R_2$ $\{R_2, R_4\} \bowtie R_1$
23	$\{R_0, R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_0, R_1, R_2\} \bowtie R_4$ $\{R_0, R_1, R_4\} \bowtie R_2$ $\{R_0, R_2, R_4\} \bowtie R_1$ $\{R_1, R_2, R_4\} \bowtie R_0$ $\{R_0, R_1\} \bowtie \{R_2, R_4\}$ $\{R_0, R_2\} \bowtie \{R_1, R_4\}$ $\{R_0, R_4\} \bowtie \{R_1, R_2\}$
24	$\{R_3, R_4\}$	$R_3 \times R_4$
25	$\{R_0, R_3, R_4\}$	$\{R_0, R_3\} \bowtie R_4$ $\{R_0, R_4\} \bowtie R_3$ $\{R_3, R_4\} \bowtie R_0$
26	$\{R_1, R_3, R_4\}$	$\{R_1, R_3\} \bowtie R_4$ $\{R_1, R_4\} \bowtie R_3$ $\{R_3, R_4\} \bowtie R_1$

integer	set	join pairs
27	$\{R_0, R_1, R_3, R_4\}$	$\{R_0, R_1, R_3\} \bowtie R_4$
		$\{R_0, R_1, R_4\} \bowtie R_3$
		$\{R_0, R_3, R_4\} \bowtie R_1$
		$\{R_1, R_3, R_4\} \bowtie R_0$
		$\{R_0, R_3\} \bowtie \{R_1, R_4\}$
		$\{R_0, R_1\} \bowtie \{R_3, R_4\}$
		$\{R_0, R_4\} \bowtie \{R_1, R_3\}$
28	$\{R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_2, R_3\} \bowtie R_4$
		$\{R_2, R_4\} \bowtie R_3$
		$\{R_3, R_4\} \bowtie R_2$
29	$\{R_0, R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_0, R_2, R_3\} \bowtie R_4$
		$\{R_0, R_2, R_4\} \bowtie R_3$
		$\{R_0, R_3, R_4\} \bowtie R_2$
		$\{R_2, R_3, R_4\} \bowtie R_0$
		$\{R_0, R_2\} \bowtie \{R_3, R_4\}$
		$\{R_0, R_3\} \bowtie \{R_2, R_4\}$
		$\{R_0, R_4\} \bowtie \{R_2, R_3\}$
30	$\{R_1, R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_1, R_2, R_3\} \bowtie R_4$
		$\{R_1, R_2, R_4\} \bowtie R_3$
		$\{R_1, R_3, R_4\} \bowtie R_2$
		$\{R_2, R_3, R_4\} \bowtie R_1$
		$\{R_1, R_2\} \bowtie \{R_3, R_4\}$
		$\{R_1, R_3\} \bowtie \{R_2, R_4\}$
		$\{R_1, R_4\} \bowtie \{R_2, R_3\}$
31	$\{R_0, R_1, R_2, R_3, R_4\}$	$\{R_0, R_1, R_2, R_3\} \bowtie R_4$
		$\{R_0, R_1, R_2, R_4\} \bowtie R_3$
		$\{R_0, R_1, R_3, R_4\} \bowtie R_2$
		$\{R_0, R_2, R_3, R_4\} \bowtie R_1$
		$\{R_1, R_2, R_3, R_4\} \bowtie R_0$
		$\{R_0, R_1, R_2\} \bowtie \{R_3, R_4\}$
		$\{R_0, R_1, R_3\} \bowtie \{R_2, R_4\}$
		$\{R_0, R_1, R_4\} \bowtie \{R_2, R_3\}$
		$\{R_0, R_2, R_3\} \bowtie \{R_1, R_4\}$
		$\{R_0, R_2, R_4\} \bowtie \{R_1, R_3\}$
		$\{R_0, R_3, R_4\} \bowtie \{R_1, R_2\}$
		$\{R_1, R_2, R_3\} \bowtie \{R_0, R_4\}$
		$\{R_1, R_2, R_4\} \bowtie \{R_0, R_3\}$
		$\{R_1, R_3, R_4\} \bowtie \{R_0, R_2\}$
		$\{R_2, R_3, R_4\} \bowtie \{R_0, R_1\}$

3. connected subgraph-complement-pairs by DPccp

connected subgraph(csg)	complementary subgraph (cmp)
$\{R_4\}$	\emptyset
$\{R_3\}$	\emptyset
$\{R_2\}$	$\{R_3\}$
$\{R_1\}$	$\{R_4\}$
$\{R_1\}$	$\{R_2\}$
$\{R_1\}$	$\{R_2, R_3\}$
$\{R_1, R_2\}$	$\{R_4\}$
$\{R_1, R_2\}$	$\{R_3\}$
$\{R_1, R_4\}$	$\{R_2\}$
$\{R_1, R_4\}$	$\{R_2, R_3\}$
$\{R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_3\}$
$\{R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_4\}$
$\{R_1, R_2, R_3, R_4\}$	\emptyset
$\{R_0\}$	$\{R_3\}$
$\{R_0\}$	$\{R_2, R_3\}$
$\{R_0\}$	$\{R_1\}$
$\{R_0\}$	$\{R_1, R_2\}$
$\{R_0\}$	$\{R_1, R_4\}$
$\{R_0\}$	$\{R_1, R_2, R_4\}$
$\{R_0\}$	$\{R_1, R_2, R_3\}$
$\{R_0\}$	$\{R_1, R_2, R_3, R_4\}$
$\{R_0, R_1\}$	$\{R_4\}$
$\{R_0, R_1\}$	$\{R_3\}$
$\{R_0, R_1\}$	$\{R_2\}$
$\{R_0, R_1\}$	$\{R_2, R_3\}$
$\{R_0, R_3\}$	$\{R_2\}$
$\{R_0, R_3\}$	$\{R_1\}$
$\{R_0, R_3\}$	$\{R_1, R_2\}$
$\{R_0, R_3\}$	$\{R_1, R_4\}$
$\{R_0, R_3\}$	$\{R_1, R_2, R_4\}$
$\{R_0, R_1, R_3\}$	$\{R_4\}$
$\{R_0, R_1, R_3\}$	$\{R_2\}$
$\{R_0, R_1, R_2\}$	$\{R_4\}$
$\{R_0, R_1, R_2\}$	$\{R_3\}$
$\{R_0, R_1, R_4\}$	$\{R_3\}$
$\{R_0, R_1, R_4\}$	$\{R_2\}$
$\{R_0, R_1, R_4\}$	$\{R_2, R_3\}$
$\{R_0, R_1, R_2, R_4\}$	$\{R_3\}$
$\{R_0, R_2, R_3\}$	$\{R_1\}$
$\{R_0, R_2, R_3\}$	$\{R_1, R_4\}$
$\{R_0, R_1, R_2, R_3\}$	$\{R_4\}$
$\{R_0, R_1, R_3, R_4\}$	$\{R_2\}$
$\{R_0, R_1, R_2, R_3, R_4\}$	\emptyset