Cache-oblivious algoritmy a ich vizualizácia

Ladislav Pápay

Vedúci: Mgr. Jakub Kováč, PhD.

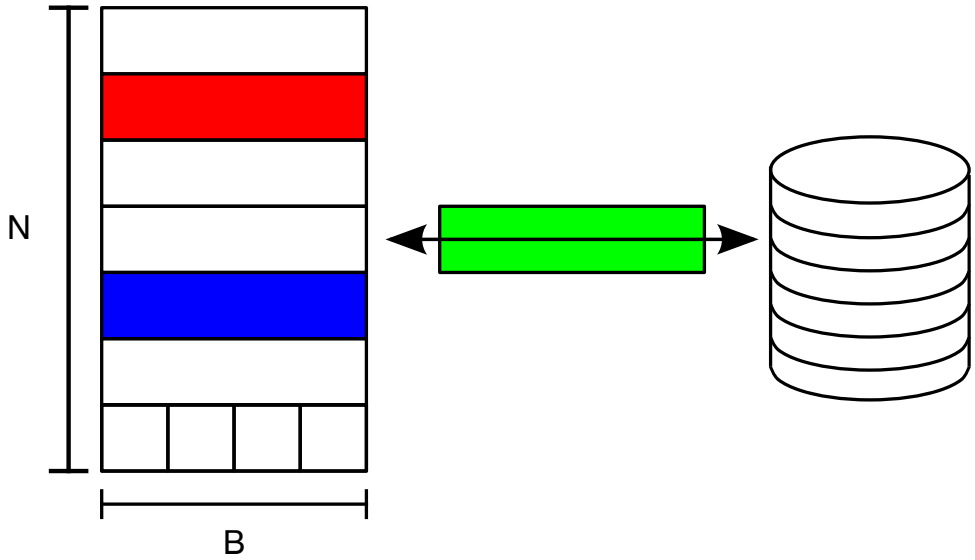
16.04.2014

Ciele práce

- Vysvetlenie pamäťového modelu
- Prehľad cache-oblivious algoritmov a DŠ
- Vizualizácia vybraných DŠ

External-memory model

- Cache celkovej veľkosti M
- Obsahuje $N = \frac{M}{B}$ blokov veľkosti B
- Disk (neobmedzenej) veľkosti
- Počíta sa počet prenesených blokov (operácie v cache sú zadarmo)



External-memory model

- Známe tiež ako cache-aware (kontrast voči cache-oblivious)
- Poznáme B a M, každá operácia čítania/zápisu na disk je explicitne vykonaná algoritmom
- Ak je cache plná musí vybrať, ktorý blok zahodí

Problémy

- Treba explicitne čítať a zapisovať bloky, riešiť asociatívnosť cache
- Čo ak sa zmenia parametre B alebo M?
- Čo v prípade viac úrovní? Treba pre každú susediacu dvojicu poznať B, M a spravovať bloky

Problémy

- Treba explicitne čítať a zapisovať bloky, riešiť asociatívnosť cache
- Čo ak sa zmenia parametre B alebo M?
- Čo v prípade viac úrovní? Treba pre každú susediacu dvojicu poznať B, M a spravovať bloky

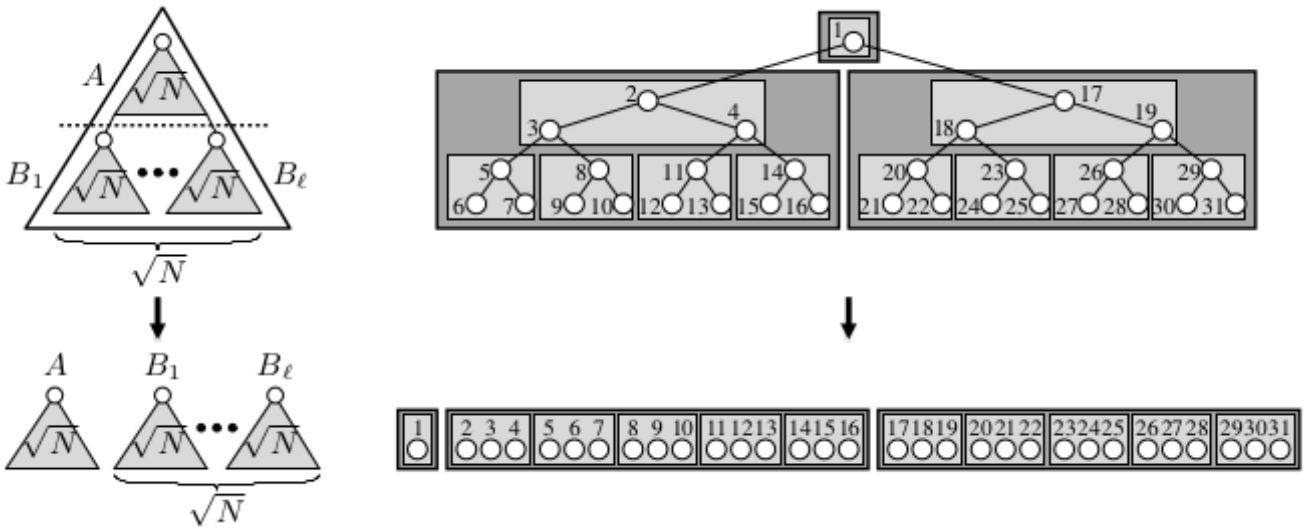
Úroveň	Veľkosť	Odozva
L1	$\approx$ 128KiB	4clk $\approx$ 1ns (pri 3.5GHz)
L2	$\approx$ 1MiB	10-12clk $\approx$ 3ns (pri 3.5GHz)
L3	$\approx$ 8MiB	20-50clk $\approx$ 10ns (pri 3.5GHz)
RAM	$\approx$ 4GiB	$\approx$ 100ns
Disk	$\approx$ 1TiB	$\approx$ 0.1-10ms

Cache-oblivious model

- Rovnaká architektúra, presun blokov prebieha automaticky
  - Predpokladá optimálne nahrádzanie blokov (offline), ale FIFO/LRU je len konštantne horšie
- Chceme (asymptoticky) rovnaký počet presunov ako optimálny cache-aware algoritmus, ale bez znalosti parametrov B a M

Statický strom

- Binárny vyhľadávací strom
- V pamäti uložený podľa *van Emde Boas* usporiadania
  - Rozdelíme uprostred na horný podstrom a $\sqrt{N}$ spodných podstromov veľkosti $\sqrt{N}$
  - Tie rekurzívne rozdelíme a uložíme do súvislého bloku pamäte

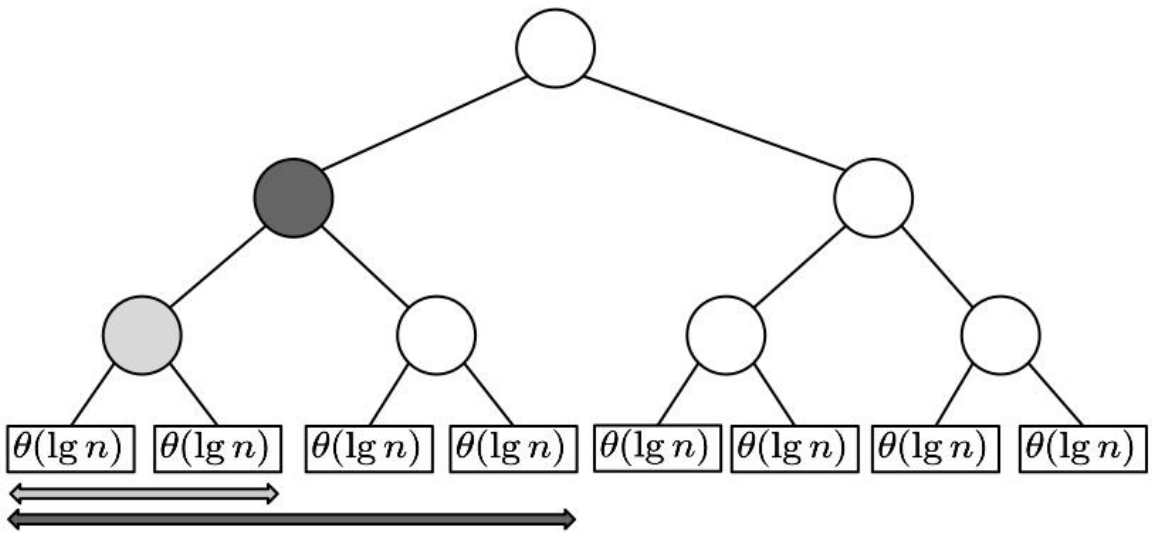


Analýza

- Vyhľadávanie ako v klasickom BST (cache-ignorant prístup)
  - Pozrime sa na takú úroveň delenia, že sú podstromy $\leq B$ a teda zmestia sa do najviac dvoch blokov
  - Tieto podstromy majú výšku $< \lg B$ ale $\geq \frac{1}{2} \lg B$
  - Vyhladávanie prejde cestu od koreňa do listu dĺžky $\lg N$
  - Prejdeme najviac cez $\frac{\lg N}{\frac{1}{2} \lg B}$ podstromov a na každý treba najviac 2 pamäťové presuny
- Spolu teda $\mathcal{O}(\log_B N)$ čo je spodná hranica pre external-memory model

Ordered file

- Problém: udržiavať usporiadanú postupnosť prvkov, možnosť vkladať/odstraňovať, ako pole veľkosti $\mathcal{O}(N) \Rightarrow$ medzery $O(1)$, vieme rýchlo prechádzať
- Riešenie: rozdelíme súvislé pole na imaginárne bloky veľkosti $\mathcal{O}(\log N)$ a vyrobíme nad nimi imaginárny úplný binárny strom
- *Hustota* vrcholu bude $\frac{\text{počet plných}}{\text{kapacita}}$, udržiavame podla istých hraníc aby nebolo príliš plné (nie je kam vložiť) ani príliš prázdne (pomalé prechádzanie)

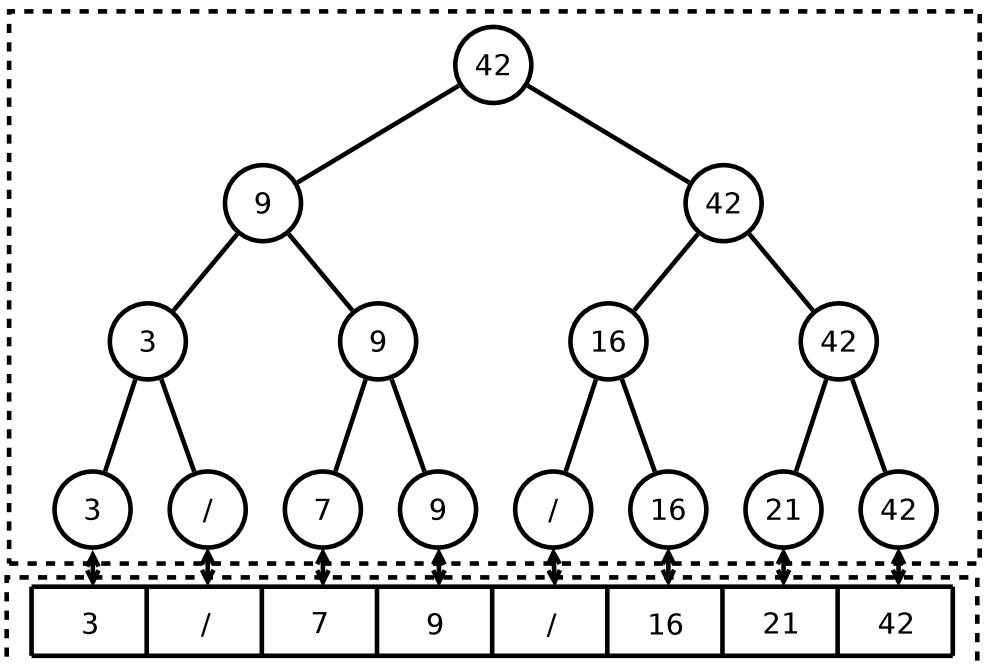

$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$
$\theta(\lg n)$

Operácie

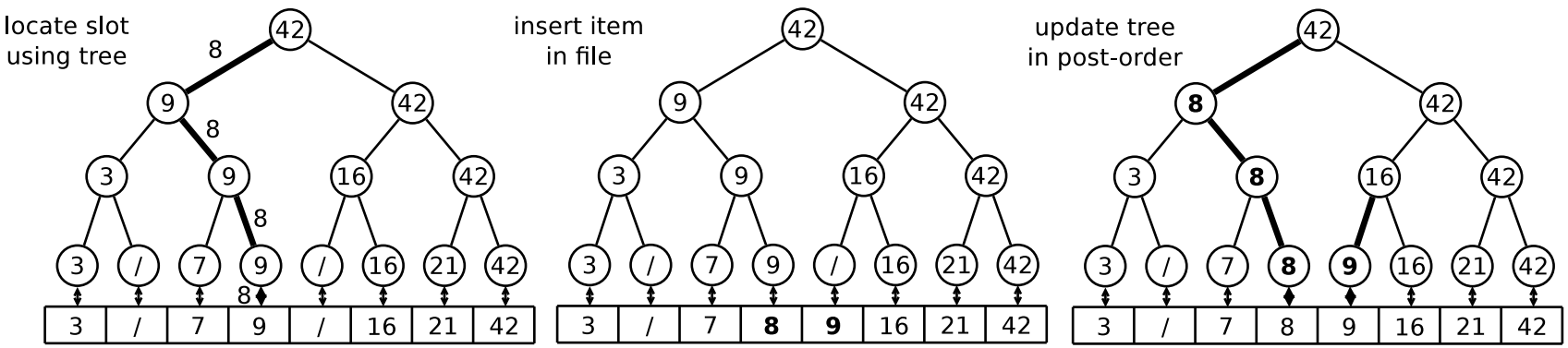
- *Vloženie prvku*: Upravíme blok a postupujeme hore v strome, kým nenájdeme vrchol, ktorý má hustotu v medziach a rovnomerne prerozdelíme prvky v príslušných blokoch
- *Zmazanie prvku* podobne
- Každá operácia upraví súvislý interval veľkosti $\mathcal{O}(\lg^2 N)$

Dynamický strom

- Skombinujeme predošlé dve štruktúry a dostaneme dynamický vyhľadávací strom
- Máme OF v ktorom sú kľúče a medzery, použijeme ako listy pre BST uložený v vEB layoute
- Vo vnútorných uzloch ukladáme maximum z podstromov



- Vyhľadávanie: rovnako ako v statickom $\mathcal{O}(\log_B N)$
- Vkladanie
  - Nájdeme nasledujúci kľúč v OF, vložíme nový pred neho
  - Musíme upraviť strom pre zmenený interval veľkosti $\mathcal{O}(\lg^2 N)$
  - Prechod cez zasiahnuté vnútorné uzly vyžaduje $\mathcal{O}(\frac{\lg^2 N}{B})$ pamäťových operácií
- Vkladanie a odstraňovanie spolu potrebuje $\mathcal{O}(\log_B N + \frac{\lg^2 N}{B})$
- Dá sa zredukovať na $\mathcal{O}(\log_B N)$ ak ukladáme $\mathcal{O}(\log N)$ bloky



Vizualizácie

- Pridanie týchto troch DŠ do *alg-vis* (+ možno ďalšie)
- Krokovanie s animáciami, vysvetlenie krokov, undo/redo, . . .