

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Cache-oblivious algoritmy a ich vizualizácia
Bakalárska práca

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

Cache-oblivious algoritmy a ich vizualizácia
Bakalárska práca

Študijný program: Informatika
Študijný odbor: 2508 Informatika
Školiace pracovisko: Katedra Informatiky FMFI
Vedúci práce: Mgr. Jakub Kováč, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Ladislav Pápay
Študijný program: informatika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.2.1. informatika
Typ záverečnej práce: bakalárska
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Cache-oblivious algoritmy a ich vizualizácia / *Cache-oblivious algorithms and their visualization*

Cieľ: Cieľom práce je uviesť prehľad a implementovať vizualizácie vybraných cache-oblivious algoritmov a dátových štruktúr.

Kľúčové slová: cache-oblivious algoritmy, vizualizácia

Vedúci: Mgr. Jakub Kováč, PhD.
Katedra: FMFI.KI - Katedra informatiky
Vedúci katedry: doc. RNDr. Daniel Olejár, PhD.
Dátum zadania: 30.10.2013

Dátum schválenia: 30.10.2013
doc. RNDr. Daniel Olejár, PhD.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Podakovanie

Za návrh témy a odbornú pomoc pri jej spracovaní patrí vďaka môjmu školiteľovi Jakubovi Kováčovi. Ďalej ďakujem svojim priateľom za testovanie a spätnú väzbu počas spracúvania tejto práce. V poslednom rade ďakujem rodine za podporu a poskytnuté možnosti vzdelávania.

Abstrakt

V tejto práci sa zaoberáme modelom externej pamäte, ktorý vystihuje hierarchické pamäte v dnešných výpočtových systémoch. Ďalej uvádzame upravenú verziu tohto modelu, takzvaný *cache-oblivious model*. Pre tento model uvádzame niekoľko algoritmov a dátových štruktúr spolu s ich pamäťovou analýzou. Napokon v poslednej časti práce popisujeme funkcionality a používanie vizualizácií vytvorených ako súčasť tejto práce.

Výsledkom práce sú vizualizácie pre niekoľko vybraných *cache-oblivious* dátových štruktúr, ktoré sú implementované ako rozšírenie aplikácie *Gnarley Trees*, ktorá vznikla ako súčasť bakalárskej práce Jakuba Kováča v roku 2007. Na priloženom CD sa nachádza zdrojový kód a spustiteľná verzia tejto aplikácie.

KLÚČOVÉ SLOVÁ: dátové štruktúry, pamäťová analýza, cache, cache-oblivious, vizualizácia

Abstract

In this thesis we consider the external memory model, which depicts the hierarchical memory used in today's computer systems. Next we introduce a modification of this model, the so called *cache-oblivious model*. We describe several algorithms and data structures in this model together with their memory analyses. In the last part we describe the features and usage of visualizations created as a part of this work.

The result of this thesis are visualizations of several selected *cache-oblivious* data structures implemented as an extension of the *Gnarley Trees* application, which was created as a part of bachelor's thesis by Jakub Kováč in 2007. The attached CD contains source code and executable version of this application.

KEYWORDS: data structures, memory analysis, cache, cache-oblivious, visualizations

Obsah

1	Vizualizácie	1
1.1	Gnarley trees	1
1.1.1	Spustenie	1
1.1.2	Funkcionalita	2
1.1.3	Prehľad programu	3
1.2	Statický strom	3
1.2.1	Simulácia <i>cache</i>	4
1.3	Usporiadané pole	5
1.4	Dynamický strom	5
1.5	Implementácia	7
	Literatúra	8

Zoznam obrázkov

1.1	Užívateľské rozhranie	2
1.2	Statické stromy rôznych veľkostí	3
1.3	Rozdiel medzi <i>BFS</i> a <i>van Emde Boasovým</i> usporiadaním	4
1.4	Simulácia <i>cache</i> počas vyhľadávania kľúča 3	5
1.5	Simulácia <i>cache</i> počas vyhľadávania kľúča 15	6
1.6	Usporiadané pole	7
1.7	Vizualizácia dynamického <i>cache-oblivious</i> B-stromu	7

KAPITOLA 1

Vizualizácie

An algorithm must be seen
to be believed.

The Art of Computer Programming

DONALD E. KNUTH

Cieľom tejto práce je nielen popísať *cache-oblivious* pamäťový model a rôzne dátové štruktúry v ňom, ale aj vytvoriť ich vizualizácie. Tie majú slúžiť na edukačné účely pre študentov (a učiteľov) a pomáhať pri pochopení ich fungovania.

Výsledkom práce sú vizualizácie demonštrujúce dátové štruktúry popísané v predchádzajúcich sekciách: *van Emde Boasovo* usporiadanie (sekcia ??) v statickom binárnom vyhľadávacom strome, usporiadané pole (??) a dynamický B-strom (??). Súčasťou je tiež simulácia *cache* (sekcia ??) s možnosťou voľby parametrov B a M - veľkosť bloku a celková veľkosť.

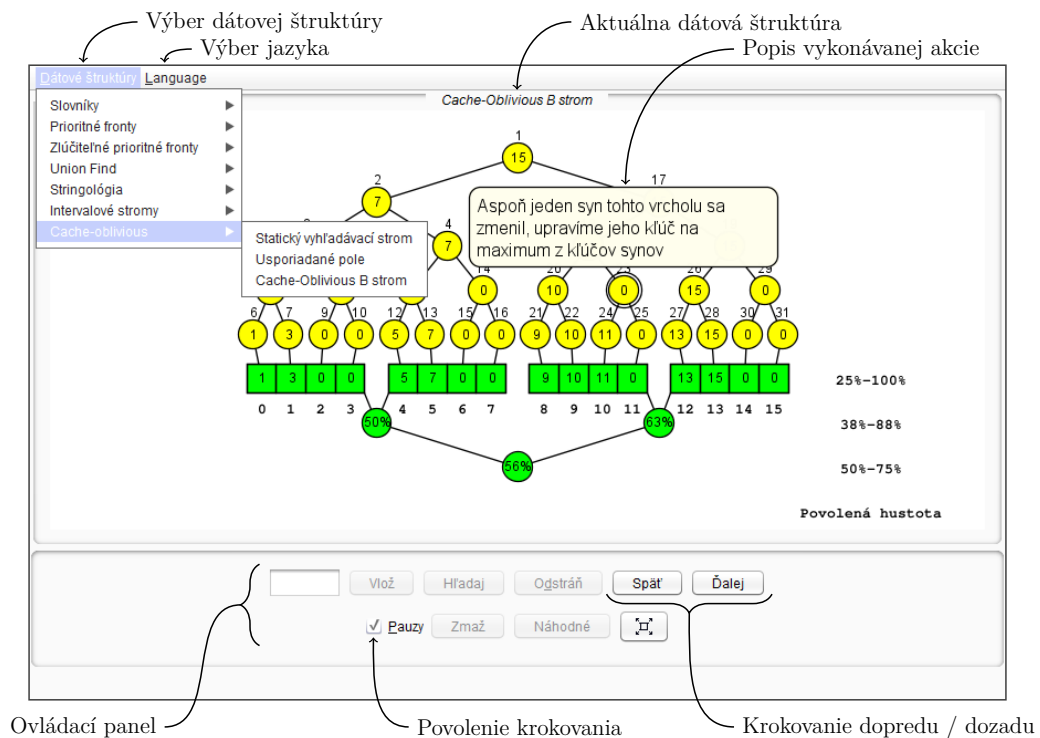
1.1 Gnarley trees

Tieto vizualizácie sú implementované ako rozšírenie programu *Gnarley trees*, ktorý vznikol ako súčasť bakalárskej práce Jakuba Kováča [17]. Tento nástroj na vizualizáciu (prevažne stromových) dátových štruktúr bol následne v bakalárskych prácach [16, 23, 18] a ročníkových projektoch rozšírený o mnohé ďalšie dátové štruktúry a v súčasnosti podporuje desiatky štruktúr, ako napríklad červeno-čierne, sufixové a intervalové stromy, *union-find*, haldy a mnohé ďalšie.

1.1.1 Spustenie

Súčasťou práce je priložené CD obsahujúce zdrojový kód[22] tohto programu a tiež skompilovanú verziu[21]. Aplikácia na spustenie požaduje *JVM*¹. Spustenie je možné

¹*Java Virtual Machine*, dostupné na <https://www.java.com/en/download/>



Obrázok 1.1: Užívateľské rozhranie počas operácie vkladania kľúča 10 do dynamického *cache-oblivious* B-stromu (sekcia ??).

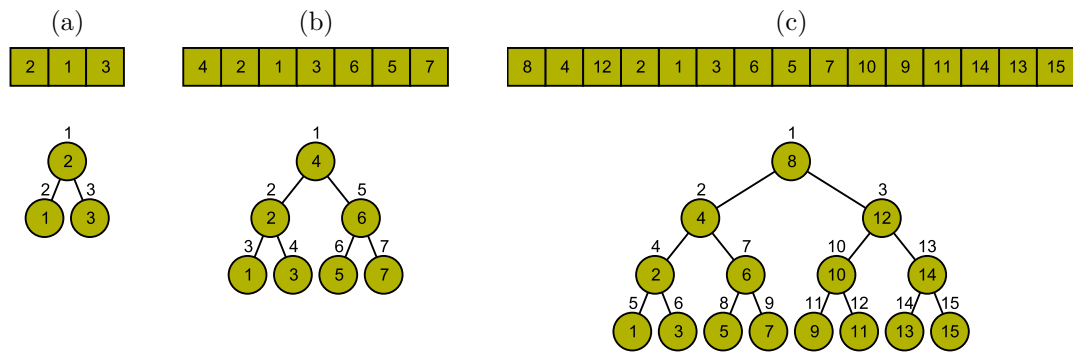
vykonať spustením súborov `start.sh` prípadne `start.bat`, podľa operačného systému. Dostupné sú tiež individuálne vizualizácie vo forme *Java appletov*, ktoré je možné spustiť otvorením súboru `index.html` v preferovanom internetovom prehliadači.

Obsah tejto CD prílohy je tiež dostupný na <http://school.lacop.net/thesis/cd-contents.zip>.

1.1.2 Funkcionalita

Program umožňuje užívateľom zobrazovať tieto štruktúry a manipulovať s nimi. Všetky operácie sú rozložené na malé, jednoduché kroky a každý je vysvetlený, keď sa vykonáva. Je možné posúvať sa po krokoch dopredu, ale aj vracieť sa dozadu, a teda sa dá kedykoľvek vrátiť až k počiatočnému stavu. Toto je dôležité pri experimentovaní s danou štruktúrou, kedy dve rôzne operácie (alebo jedna operácia s dvoma rôznymi parametrami) spôsobia rôzne správanie a výsledky. Užívateľ má takto možnosť jednoducho sa po vykonaní prvej operácie vrátiť do predošlého stavu a preskúmať správanie druhej z nich.

Celý program je taktiež dvojjazyčný - je možné prepnúť medzi angličtinou a slovenčinou, čo umožňuje širšie použitie týchto vizualizácií.



Obrázok 1.2: Statické stromy rôznych veľkostí (výšok) vo *van Emde Boasovom* usporiadaní.

1.1.3 Prehľad programu

Program sa skladá z troch hlavných častí (obrázok 1.1). Najvrchnejšia časť okna tvorí hlavné menu, v ktorej môžeme voľiť dátové štruktúry a prepínať jazyk rozhrania. Dátové štruktúry sú pre prehľadnosť rozdelené do niekoľkých kategórií. Tie popísané a implementované v tejto práci sa nachádzajú v kategórii **Cache-oblivious**.

V spodnej časti okna sa nachádza ovládací panel, ktorý obsahuje vstupné pole pre hodnotu, ktorú chceme vyhľadať alebo vložiť a tlačidlá na vykonanie týchto akcií. Ďalej obsahuje tlačidlá na prechod do ďalšieho kroku a návrat do predchádzajúceho stavu s možnosťou toto krokovanie vypnúť.

Najväčšia, prostredná časť okna zobrazuje vizualizáciu aktuálnej dátovej štruktúry. Toto zobrazenie je vektorové a je možné ho posúvať, približovať a oddaľovať. Zároveň sa tu zobrazujú informácie o aktuálne vykonávanej akcii (ak je povolené krokovanie) a ďalšie vizualizačné prvky ako šípky alebo význačné vrcholy.

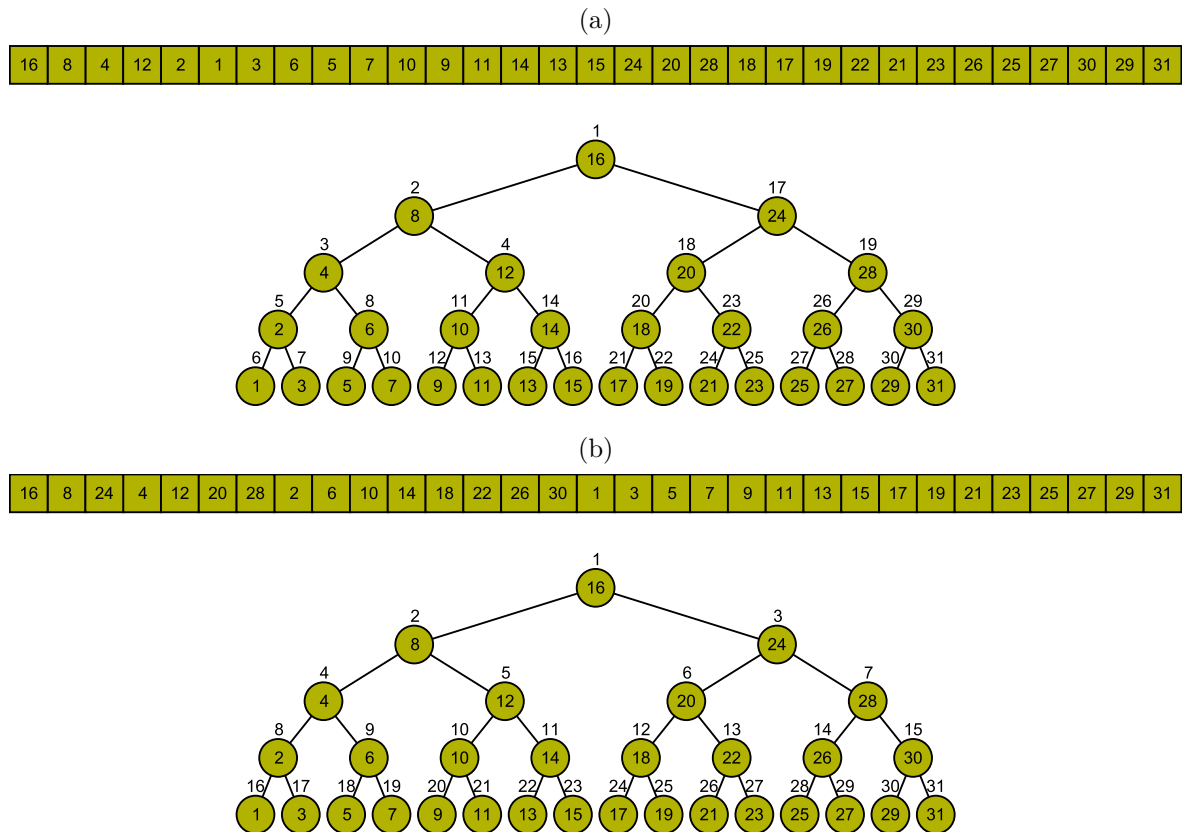
Podrobnejší popis užívateľského rozhrania a návod na používanie sa nachádza v bakalárskej práci Jakuba Kováča [17] v siedmej kapitole.

1.2 Statický strom

Najjednoduchšou dátovou štruktúrou je statický vyhľadávací strom. Implementovali sme vytvorenie tohto stromu a jeho uloženie v pamäti. Je možné strom zväčšiť alebo zmenšiť podľa preferencií - ukážky stromov rôznych veľkostí sú na obrázku 1.2.

Čísla vo vnútorných vrcholoch sú kľúče, čísla nad vrcholom určujú jeho pozíciu v pamäti. Uloženie tohto stromu v pamäti, vo forme súvislého poľa, je zobrazené nad koreňom stromu. Vnútorné čísla poľa sú opäť kľúče, pričom sú zoradené podľa svojich pozícií zľava (pozícia 1) doprava.

Medzi uložením vo *van Emde Boasovom* usporiadaní a klasickom *BFS* usporiadaní (ako v časti ??) je možné prepínať. Zmenia sa pritom čísla udávajúce pozície vrcholov v



Obrázok 1.3: Rozdiel medzi *BFS* a *van Emde Boasovým* usporiadaním na strome výšky 5. Kľúče zostávajú rovnaké, líšia sa však ich pozície v pamäti reprezentované malými číslami nad vrcholmi a polom nad koreňom.

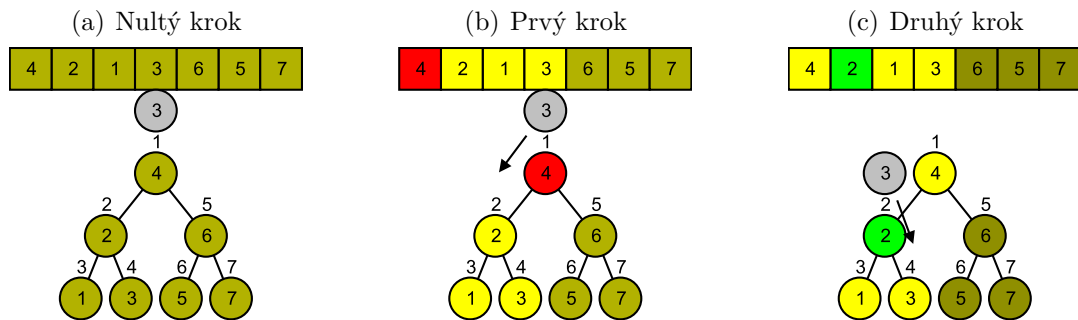
pamäti a ich poradie v poli nad stromom. Rozdiel medzi týmito dvoma usporiadaniami vidieť na obrázku 1.3.

1.2.1 Simulácia *cache*

Porovnanie týchto dvoch usporiadaní je rozšírené o simuláciu *cache*. Užívateľ si môže zvoliť parametre *cache* - počet vrcholov B , ktoré sa zmestia do jedného bloku a počet blokov $\frac{M}{B}$ v *cache*. Tiež je možné *cache* kedykoľvek vyprázdniť – odstrániť z nej všetky načítané bloky. Simulácia na výmenu stránok používa stratégiu *FIFO*, ktorá je popísaná v časti ??.

Táto simulácia zároveň počíta počet pamäťových prístupov k vrcholom pri vyhľadávaní. Prvé počítadlo udáva počet všetkých prístupov a správa sa rovnako pri *van Emde Boasovom* aj *BFS* usporiadaní a tiež pre ľubovoľné parametre *cache*. Druhé udáva počet prístupov, pri ktorých bolo potrebné načítanie z disku (*cache miss*) a pri zmene parametrov či usporiadania sa bude správať inak. Cieľom *cache-oblivious* algoritmov je minimalizovať práve počet takých presunov, ktoré počíta toto druhé počítadlo.

Na vizualizáciu prítomnosti v *cache* slúži farba - vrcholy a položky poľa obsahujúce kľúče majú svetlejšiu farbu pozadia v prípade, že je daný blok v *cache* a tmavšiu, ak



Obrázok 1.4: Simulácia *cache* počas vyhľadávania kľúča 3. Pred prvým prístupom je *cache* prázdna. V prvom kroku načítame koreň, ktorý je označený červenou farbou (*cache miss*), keďže nebol v *cache*. Spolu s ním sa v jednom bloku načítali ďalšie vrcholy, ktoré sú označené svetlejšou farbou. V druhom kroku je vrchol s kľúčom 2 označený zelenou farbou (*cache hit*), keďže už bol do *cache* načítaný v predchádzajúcom kroku.

je mimo. V strome je vďaka tomu ľahko vidieť, ktorá časť je načítaná a je možné ňou prechádzať bez ďalších presunov. V prípade *van Emde Boasovho* usporiadania pôjde prevažne o časť podstromu aktuálne porovnávaného vrcholu, avšak pri klasickom usporiadaní to budú práve vrcholy mimo tohto podstromu, o ktorých už vieme, že nie sú pri vyhľadávaní potrebné.

Pri krokoví vyhľadávania je pri prístupe k vrcholu tiež použitá zelená alebo červená farba na jeho dočasné zafarbenie (podobne ako v časti ??) podľa toho, či sa v danom momente v *cache* nachádzal (*cache hit*) alebo nie (*cache miss*). Ukážky tohto zafarbovania sú na obrázkoch 1.4 a 1.5.

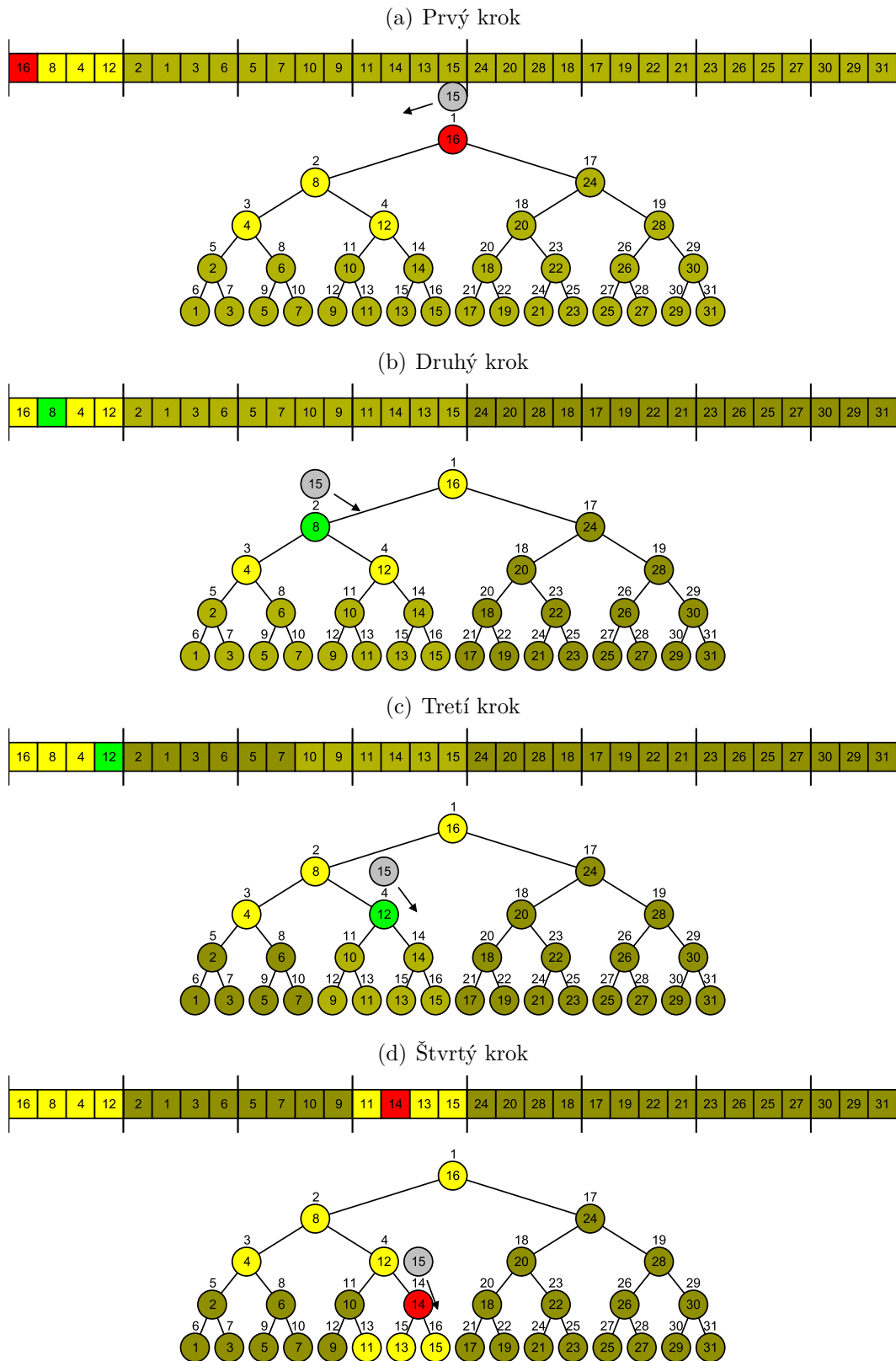
1.3 Usporiadané pole

Ďalšou implementovanou vizualizáciou je usporiadané pole (obrázok 1.6), ktoré bolo popísané v časti ?. Bloky, na ktoré je toto pole imaginárne rozdelené sú znázornené tým, že sú od seba oddelené medzerou. Taktiež sa zobrazuje imaginárny strom nad týmito blokmi, ktorým sa pri vkladaní prechádza. Hodnoty vo vrcholoch reprezentujú hustotu (v percentách) intervalu v príslušnom podstromi. Farby (zelená alebo červená) vrcholov indikujú, či sa hustota daného vrcholu nachádza v hraniciach.

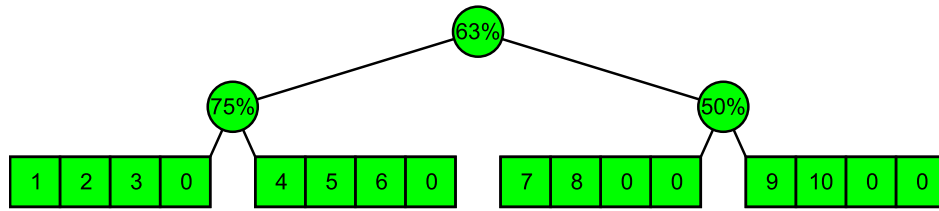
Táto vizualizácia podporuje vkladanie hodnoty na ľubovoľnú pozíciu v poli. V prípade, že sa pole preplní, automaticky sa vytvorí nové, dvojnásobne väčšie. Po vložení hodnoty je tiež vyznačený interval, ktorý sa zmenil.

1.4 Dynamický strom

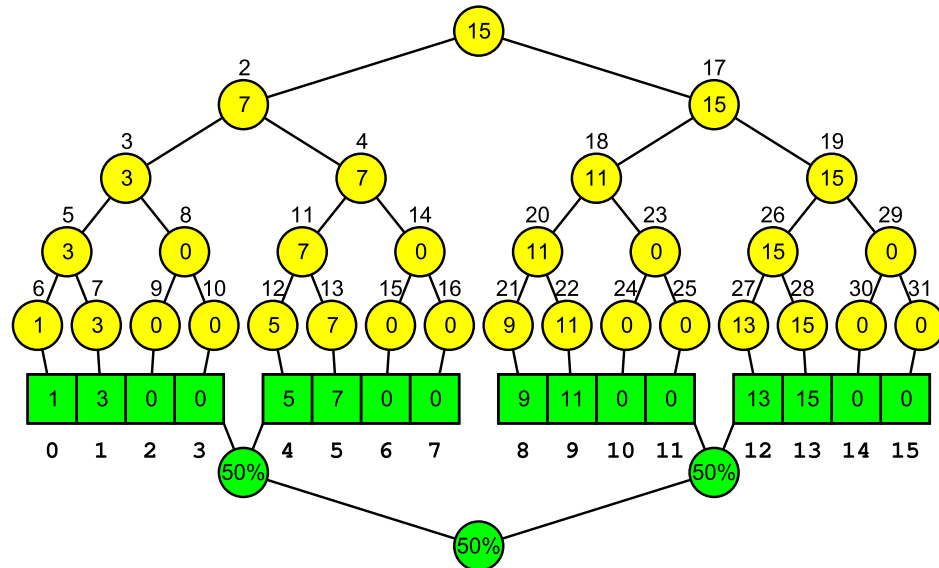
Vizualizácia dynamického stromu (časť ??) vznikla spojením predchádzajúcich dvoch vizualizácií (obrázok 1.7). Horná časť je statický strom vo *van Emde Boasovom* uspo-



Obrázok 1.5: Simulácia *cache* počas vyhľadávania kľúča 15. Pred prvým prístupom je *cache* prázdna. Po načítaní bloku, ktorý obsahuje kľúče {16, 8, 4, 12} v prvom kroku, nedochádza v druhom a tretom kroku k pamäťovým presunom. Najbližší kľúč mimo *cache* (*cache miss*) je až v štvrtom kroku.



Obrázok 1.6: Usporiadané pole obsahujúce hodnoty 1 až 10. Všetky vrcholy majú hustotu v hraniach hustoty. Hodnoty 0 reprezentujú prázdne pozície.



Obrázok 1.7: Vizualizácia dynamického *cache-oblivious* B-stromu.

riadaní (obrázok 1.2), dolná je usporiadané pole (obrázok 1.6), pričom strom hustôt je tu preklopený nadol, aby sa neprekrýval so statickým stromom. Hrany medzi nimi spájajú listy stromu s prvkami usporiadaného pola.

V tomto strome je možné vyhľadávať a vkladať do neho nové kľúče. Pri vkladaní prebehne najskôr vloženie do usporiadaného poľa rovnako, ako pri jeho samostatnej vizualizácii. Následne sa aktualizujú kľúče statického stromu. V prípade zdvojnásobenia veľkosti statického poľa sa vytvorí nový, väčší statický strom.

Literatúra

- [1] Alok Aggarwal, Jeffrey Vitter, et al.: THE INPUT/OUTPUT COMPLEXITY OF SORTING AND RELATED PROBLEMS, in: *Communications of the ACM* 31.9 (1988), pp. 1116–1127.
- [2] Alfred V Aho, John E Hopcroft: *Design & Analysis of Computer Algorithms*, Pearson Education India, 1974.
- [3] Lars Arge: *The buffer tree: A new technique for optimal I/O-algorithms*, Springer, 1995.
- [4] Lars Arge, G Brodal, Rolf Fagerberg: CACHE-OBLIVIOUS DATA STRUCTURES, in: *Handbook of Data Structures and Applications* 27 (2005).
- [5] Rudolf Bayer: BINARY B-TREES FOR VIRTUAL MEMORY, in: *Proceedings of the 1971 ACM SIGFIDET (Now SIGMOD) Workshop on Data Description, Access and Control*, SIGFIDET '71, San Diego, California: ACM, 1971, pp. 219–235.
- [6] Michael A. Bender, Erik D. Demaine, Martin Farach-Colton: CACHE-OBLIVIOUS B-TREES, in: *Proceedings of the 41st Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS 2000)*, Redondo Beach, California, 2000, pp. 399–409.
- [7] Michael A. Bender, Erik D. Demaine, Martin Farach-Colton: CACHE-OBLIVIOUS B-TREES, in: *SIAM Journal on Computing* 35.2 (2005), pp. 341–358.
- [8] Michael A Bender et al.: A LOCALITY-PRESERVING CACHE-OBLIVIOUS DYNAMIC DICTIONARY, in: *Proceedings of the thirteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002, pp. 29–38.
- [9] Michael A Bender et al.: TWO SIMPLIFIED ALGORITHMS FOR MAINTAINING ORDER IN A LIST, in: *Algorithms—ESA 2002*, Springer, 2002, pp. 152–164.
- [10] Erik D. Demaine: CACHE-OBLIVIOUS ALGORITHMS AND DATA STRUCTURES, in: *Lecture Notes from the EEF Summer School on Massive Data Sets*, BRICS, University of Aarhus, Denmark, 2002.
- [11] Ulrich Drepper: WHAT EVERY PROGRAMMER SHOULD KNOW ABOUT MEMORY, in: *Red Hat, Inc* 11 (2007).

- [12] Matteo Frigo et al.: CACHE-OBLIVIOUS ALGORITHMS, in: *Foundations of Computer Science, 1999. 40th Annual Symposium on*, IEEE, 1999, pp. 285–297.
- [13] Intel Corporation: *Intel® 64 and IA-32 Architectures Optimization Reference Manual*, 248966-029, 2014.
- [14] Intel Corporation: *Intel® 64 and IA-32 Architectures Software Developer's Manual*, 325462-050US, 2014.
- [15] Zardosht Kasheff: CACHE-OBLIVIOUS DYNAMIC SEARCH TREES, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [16] Katarína Kotrlová: VIZUALIZÁCIA HÁLD A INTERVALOVÝCH STROMOV, bakalárska práca, Univerzita Komenského v Bratislave, 2012.
- [17] Jakub Kováč: VYHLADÁVACIE STROMY A ICH VIZUALIZÁCIA, bakalárska práca, Univerzita Komenského v Bratislave, 2007.
- [18] Pavol Lukča: PERZISTENTNÉ DÁTOVÉ ŠTRUKTÚRY A ICH VIZUALIZÁCIA, bakalárska práca, Univerzita Komenského v Bratislave, 2013.
- [19] Rasmus Pagh: BASIC EXTERNAL MEMORY DATA STRUCTURES, in: *Algorithms for Memory Hierarchies*, Springer, 2003, pp. 14–35.
- [20] Harald Prokop: CACHE-OBLIVIOUS ALGORITHMS, PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [21] Ladislav Pápay: *Príloha k bakalárskej práci - spustiteľná verzia*, 2014, DOI: 10.5281/zenodo.10081, URL: <http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10081>.
- [22] Ladislav Pápay et al.: *Príloha k bakalárskej práci - zdrojový kód*, 2014, DOI: 10.5281/zenodo.10080, URL: <http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.10080>.
- [23] Viktor Tomkovič: VIZUALIZÁCIA STROMOVÝCH DÁTOVÝCH ŠTRUKTÚR, bakalárska práca, Univerzita Komenského v Bratislave, 2012.
- [24] Jeffrey Scott Vitter: ALGORITHMS AND DATA STRUCTURES FOR EXTERNAL MEMORY, in: *Foundations and Trends® in Theoretical Computer Science* 2.4 (2008), pp. 305–474.

Kolofón

Sadzba tejto práce bola vykonaná systémom \LaTeX s použitím šablóny `memoir`. Literatúra bola spravovaná systémom `BibTeX`. Ilustrácie sú vyrobené pomocou balíčkov `TikZ/PGF`.



Text tejto práce je zverejnený pod Creative Commons licenciou verzie BY-NC-ND 3.0, ktorej plné znenie sa nachádza na stránke <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/>.

Zdrojový text tejto práce spolu so všetkými ilustráciami je dostupný na stránke <https://github.com/lacop/thesis>.