

Appli Poutre - Notes de développement

Utilisateur GitHub : selakant

Juin 2017

Table des matières

1	Modélisation physique	2
1.1	Hypothèses	2
1.2	Équations du problème	2
1.2.1	Calcul des efforts internes N et M	2
1.2.2	Calcul des déplacements horizontaux u	2
1.2.3	Calcul des déplacements verticaux v	3
2	Implémentation	4
2.1	Affichage de la poutre	4
2.2	Discretisation des équations d'équilibre local	4
2.3	Détermination des efforts d'appui	4
3	Bibliothèques et dépendances	6

Chapitre 1

Modélisation physique

1.1 Hypothèses

- Poutre isostatique (vérifié avant chaque résolution)
- Petites déformations (la déformation n'induit pas de nouveaux efforts internes)
- Sections droites (indéformables)
- Poutres d'Euler-Bernoulli : les sections restent perpendiculaires à la ligne moyenne

L'hypothèse d'Euler-Bernoulli implique que la rotation de la section est égale à la pente de la déformée (en petites transformations).

1.2 Équations du problème

Les équations à résoudre sont :

$$\begin{cases} \frac{du}{dx} = \frac{1}{ES} N(x) \\ \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{1}{EI} M(x) \end{cases}$$

On doit avoir 1 CL sur u et 2 CL sur v .

Les deux problèmes sont clairement découplés.

1.2.1 Calcul des efforts internes N et M

Les efforts sont calculés par coupure en isolant la partie droite.

1.2.2 Calcul des déplacements horizontaux u

On intègre la première équation entre 0 et x :

$$u(x) = u(0) + \int_0^x \frac{1}{ES} N(x) dx$$

Cependant $u(0)$ n'est pas forcément connu.

On pose

$$U(x) = \int_0^x \frac{1}{ES} N(x) dx$$

ce qui est la solution lorsque $u(0) = 0$.

Via les données saisies par l'utilisateur, on connaît la position x_0 de la liaison qui empêche le déplacement horizontal. On impose alors de manière forte $u(x_0) = 0$:

$$u(x) = U(x) - U(x_0)$$

1.2.3 Calcul des déplacements verticaux v

à faire

Via les données saisies par l'utilisateur, on connaît les positions x_i de la ou des liaisons qui empêchent le déplacement vertical. On impose alors cette condition de manière forte.

Si on a une seule liaison en x_1 : la solution est définie à une constante près

$$v(x) = V(x) - V(x_1)$$

Si on a deux liaisons en x_1 et x_2 : la solution est définie à un polynôme près. On pose

$$\alpha = \frac{V(x_2) - V(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$v(x) = V(x) - \left(\alpha \times (x - x_1) + V(x_1) \right)$$

Chapitre 2

Implémentation

2.1 Affichage de la poutre

2.2 Discrétisation des équations d'équilibre local

On prend autant de points que la poutre fait de pixels à l'écran.

2.3 Détermination des efforts d'appui

On note \vec{R} , M les réactions des liaisons et \vec{F} , C les chargements. Le PFS donne :

$$\begin{cases} \vec{R} + \vec{F} = \vec{0} \\ M + C = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} R_X = -F_X \\ R_Y = -F_Y \\ M = -C \end{cases}$$

L'unique CL sur u est introduite par un unique effort horizontal R_X . Les deux CL sur v et ses dérivées peuvent être appliquées par un effort vertical R_Y et par un autre effort vertical R'_Y ou un moment M .

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_X \\ R_Y \\ R'_Y \text{ ou } M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum F_X \\ -\sum F_Y \\ -\sum C \end{bmatrix}$$

Les efforts horizontaux ne génèrent pas de moments sur la poutre. Ainsi l'équilibre horizontal ne dépend que des efforts horizontaux. Il n'y a qu'une seule force de réaction horizontale.

$$R_X = -\sum F_X$$

Pour déterminer les autres efforts, on résout le système suivant par la méthode de Cramer :

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_Y \\ R'_Y \text{ ou } M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum F_Y \\ -\sum C \end{bmatrix}$$

Sur la première ligne, j -ième colonne : on a 1 si la j -ième inconnue est une force, 0 si c'est un moment.

Sur la deuxième ligne, j -ième colonne : on a x la distance de la force à l'extrémité gauche de la poutre si la j -ième inconnue est une force, 1 si c'est un moment.

parler de
la marge
sur les cô
tés pour
afficher la
déformée

Exemples pour une poutre bi-appuyée (en x et x') :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ x & x' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_Y \\ R'_Y \end{bmatrix}$$

pour une poutre encastrée (en x) :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_Y \\ M \end{bmatrix}$$

Résolution

$$[A]\{R\} = \{F\} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R1 \\ R2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum F_Y \\ -\sum C \end{bmatrix}$$

$$R1 = \frac{a_{01} \times \sum C - a_{11} \times \sum F_Y}{\det A}$$

$$R2 = \frac{a_{10} \times \sum F_Y - a_{00} \times \sum C}{\det A}$$

Chapitre 3

Bibliothèques et dépendances

Nom	Version	Utilité	Source
jQuery	3.2.1	Permet de manipuler facilement le DOM.	jquery.com
jQuery UI	1.12.1	Permet de définir rapidement des composants d'interface (<i>drag and drop</i> , redimensionnement).	jqueryui.com
Touch Punch	0.2.3	Assure la compatibilité de jQuery UI avec les événements tactiles.	touchpunch.furf.com
Bootstrap	3.3.7	Framework d'interface et responsive design.	getbootstrap.com