ГРУППЫ 18.Б07–18.Б10
V семестр, 2020/2021 уч. год
Лабораторная работа №4

Приближённое вычисление интеграла по составным квадратурным формулам

Написать программу для вычисления определенного интеграла при помощи составных квадратурных формул.

1) Параметры задачи: пределы интегрирования *A, B,* весовая функция *w(x)* и функция *f(x), m* – число промежутков деления [*A, B*] в составной КФ.
2) **Для случая *w(x)≡1* и легко интегрируемой функции *f(x)*** вычислить точно и вывести на печать значение интеграла от *w(x)·f(x)* по конечному [*A, B*]. (Обозначим это значение за *J*).
3) Вычислить приближённо и вывести на печать значение интеграла от *w(x)·f(x)* по [*A, B*] при помощи составных формул *левых, правых*, *средних прямоуголь-ников, трапеций, Симпсона* с параметром *m*. (Обозначим это значение *J(h)*, здесь *h* = *(B-A)/m*).
4) Посчитать и вывести на печать $\left| J - J(h) \right|$ — абсолютную фактическую погрешность для каждой формулы.
5) Для каждой составной КФ оценить погрешность вычислений (теоретически, смотри сводную оценку погрешности).
6) Сравнить теоретическую и фактическую погрешности (значение фактической погрешности должно быть меньше).

При отладке программы обязательно протестировать все квадратурные формулы на многочленах степеней, соответствующих их (формул) алгебраической степени точности.

7) ОТЧЕТ по заданию должен также содержать ответ на следующие вопросы: (вопросы со * вспомогательные))

- Сколько (в терминах *m*) значений функции *f(x)* участвует (в теории, а не при Вашей реализации программы) в вычислении интеграла по каждой составной КФ?
- Почему, несмотря на то, что АСТ КФ средних прямоугольников равна 1, а АСТ Симпсона равна 3, они обе точны для $f(x)= 1{,}27\cdot x^5+2{,}04\cdot x$ при интегрировании по [*A, B*]= [-5, 5]?
- *Если ответ на предыдущий вопрос не находится, подумайте, почему для той же функции не будет точности, например, для [*A, B*]= [-1, 5]?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к Лабораторной работе №4

ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ:

1) пределы интегрирования *A, B* (запрашивать у пользователя);
2) весовая функция $w(x)$ и функция $f(x)$ (описать в коде вес $w(x)\equiv 1$ и несколько вариантов для функции $f(x)$, в частности, обязательно рассмотреть функции-многочлены: нулевой, первой и третьей степени);
3) m – число промежутков деления $[A, B]$ (запрашивать у пользователя).

НА ЭКРАНЕ/В ОТЧЕТЕ (в блоке по тестовой задаче) должна быть отражена следующая информация:

1) название задачи;
2) $A=\ ,\ B=\ ,\ m=\ ,\ h=(B-A)/m$;
3) $f(x)$;
4) J – точное значение интеграла (найти вручную или с использованием какого-либо Матпакета);
5) далее, для каждой составной квадратурной формулы (далее КФ) выводить:
   - значение $J(h)$;
   - абсолютную фактическую погрешность $|J - J(h)|$;
   - теоретическую погрешность = $Const \cdot M_{d+1} \cdot (B-A) \cdot h^{d+1}$. Здесь d – АСТ КФ формулы, $M_{d+1} = \max_{[A,B]} |f^{(d+1)}(x)|$, *Const=1/2 для левых и правых, 1/12 для трапеций, 1/24 для средних и 1/2880 для составной КФ Симпсона.*

ФОРМЫ КОНТРОЛЯ:

1) Все составные КФ должны быть точны (погрешность *0* или машинный *0*) для $f(x)=const$, однако, наиболее важно проверить точность КФ левых и правых прямоугольников при тестировании программы;
2) Оставшиеся составные КФ должны быть точны для f(x)– многочленов первой степени, а КФ Симпсона точна для произвольного многочлена второй и третьей степени.

«ПРОВЕРКА НА ПРОЧНОСТЬ»:

Протестировать программу для случая, когда искомое значение интеграла довольно велико (подобрать такие $f(x)$ и $[A, B]$). «Поиграть» числом разбиений m (от 10 000 до 1 000 000).

- Убедиться, что программа «не ломается».
- Убедиться, что КФ Симпсона при умеренном числе разбиений (1 000, 10 000) дает результат, более точный чем при миллионе.
- Подумать, с чем может быть связана потеря точности «у Симпсона».