

*Группы 18.Б07–18.Б10*  
*V семестр, 2020/2021 уч. год*  
*Лабораторная работа №5*

**Приближённое вычисление интегралов при помощи квадратурных формул Наивысшей Алгебраической Степени Точности (КФ НАСТ)**

1) Теоретический блок

В рамках информации, данной преподавателем на занятии:

- знать, что такое Алгебраическая Степень Точности ИКФ, двустороннюю оценку для неё в случае знакопостоянного веса;
- знать, чему равна НАСТ КФ с  $N$  узлами;
- знать формулировку теоремы о КФ гауссова типа (или КФ НАСТ);
- знать алгоритм построения КФ НАСТ с весом;
- знать теорему о погрешности КФ гауссова типа;
- из теории ортогональных многочленов знать определение и свойства ортогональных многочленов.

2) Практический блок:

Параметры задачи: пределы интегрирования  $a, b$ , функции  $\rho(x)$  и  $f(x)$ .

- 3) Вычислить приближенно интеграл от  $\rho(x) \cdot f(x)$  по  $[a, b]$  при помощи составной КФ Гаусса с 2-мя узлами с числом промежутков деления  $[a, b]$  равным  $m$  ( $m$  – параметр).
- 4) Вычислить приближенно интеграл от  $\rho(x) \cdot f(x)$  по  $[a, b]$  при помощи КФ типа Гаусса с 2-мя узлами (алгоритм построения такой КФ см. в тетради). Вывести на печать все промежуточные вычисления: моменты весовой функции, ортогональный многочлен, узлы и коэффициенты КФ. Сделать проверку на коэффициенты и точность КФ.
- 5) Вычислить приближенно интеграл от  $\rho(x) \cdot f(x)$  по  $[a, b]$  при помощи КФ Мелера с  $N$  узлами ( $N$  – параметр задачи).

Вариант1 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = x^{1/2}, m = 100.$$

Вариант1 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 5$$

Вариант2 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = x^{1/4}, m = 100.$$

Вариант2 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \cos(x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 6$$

Вариант3 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/x^{1/2}, m = 100.$$

Вариант3 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \exp(2x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 5$$

Вариант4 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/x^{1/4}, m = 100.$$

Вариант4 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = 1/(1+x^2), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 5$$

Вариант5 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = -\ln(x), m = 100$$

Вариант5 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \cos(3x)/(0.3+x^2), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 7$$

Вариант6 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = -x \cdot \ln(x), m = 100$$

Вариант6 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = 1/\sqrt{1+x^2}, \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 5$$

Вариант7 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = |x-1/2|, m = 100.$$

Вариант7 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N = 5$$

Вариант8 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = e^x, m = 100.$$

Вариант8 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \cos(x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=6$$

Вариант9 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/(x+0,1), m = 100.$$

Вариант9 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \exp(2x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=7$$

Вариант10 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/(x+0,1), m = 100.$$

Вариант10 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = 1/(1+x^2), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=5$$

Вариант11 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = \cos(x), m = 100.$$

Вариант11 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \cos(3x)/(0,3+x^2), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=5$$

Вариант12 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = \sin(2x), m = 100.$$

Вариант12 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = 1/\sqrt{1+x^2}, \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=6$$

Вариант13 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = e^{-x}, m = 100.$$

Вариант13 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=6$$

Вариант14 тестовой задачи для пп. 3)+4)

$$[a, b] = [0, 1], f(x) = \sin(x), \rho(x) = \cos^2(x), m = 100.$$

Вариант14 тестовой задачи для п. 5)

$$[a, b] = [-1, 1], f(x) = \cos(x), \rho(x) = 1/\sqrt{1-x^2}, N=7$$