МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к Лабораторной работе №2

ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ:

1) число значений в таблице (в наших обозначениях это $m+1$);
2) x − точка интерполирования, значение в которой хотим найти;
3) n − степень интерполяционного многочлена, который будет построен для того, чтобы найти значение в точке x.

ВАЖНО:

При задании аргументов исходной таблицы выбирать/определять их попарно-различными!

Никаких ограничений на x нет, введенное x может совпадать с табличным или лежать вне [a,b], из которого выбираются узлы интерполяции.

Запрашивая у пользователя значение n, сразу ограничивать его значением m, то есть просить ввести $n \le m$. Если введенное пользователем $n>m$, «ругаться», сообщать: «Введено недопустимое значение n» и просить ввести n заново.

НА ЭКРАНЕ должна быть отражена следующая информация:

1) название задачи (для ЛР №2 это Задача алгебраического интерполирования);
2) номер Вашего варианта;
3) число значений в таблице;
4) исходная таблица значений функции;
5) точка интерполирования x;
6) степень многочлена n;
7) отсортированная таблица (или набор узлов, ближайших к точке x, по которым будет строиться интерполяционный многочлен степени не выше n);
8) значение интерполяционного многочлена $P_n^L(x)$, найденное при помощи представления в форме Лагранжа;
9) значение абсолютной фактической погрешности для формы Лагранжа $|f(x)-P_n^L(x)|$;
10) значение $P_n^N(x)$, найденное при помощи представления в форме Ньютона;
11) значение абсолютной фактической погрешности для формы Ньютона $|f(x)-P_n^N(x)|$;
12) предложение ввести новые значения x и n или выйти из программы.

ГРУППЫ 18.Б07–18.Б10
V семестр, 2020/2021 уч. год
Лабораторная работа №2

Задача алгебраического интерполирования. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона и в форме Лагранжа

Подготовительный этап:

Составить и вывести на печать таблицу из $(m+1)$ значения функции f в попарно-различных точках (узлах) x_j, где $j=0,1,..,m$. Здесь число значений в таблице — параметр задачи, формула для непрерывной функции f остается на усмотрение студента.

При создании таблицы возможно как случайное задание узлов из некоторого промежутка $[a; b]$ (важным ограничением здесь является попарная различность узлов), так и задание с помощью формулы (например, равноотстоящие с шагом h узлы или узлы − корни многочлена Чебышёва $T_{m+1}(x)$, линейно-отображенные на $[a; b]$).

ВАЖНО: при решении задачи с «оптимальными» чебышёвскими узлами степень интерполяционного многочлена должна быть равна m (взять ВСЕ узлы из таблицы).

Решение задачи алгебраического интерполирования:

Для таблично-заданной функции f, найти значение в точке x, здесь x — параметр задачи; пользователю предлагается ввести произвольное значение x, например, из фиксированного промежутка $[a; b]$, содержащего узлы таблицы.
Предложить пользователю ввести степень n интерполяционного многочлена ($n \le m$).

Решением задачи будет значение $P_n(x) \approx f(x)$ (здесь P_n — алгебраический интерполяционный многочлен функции f, степени не выше n (при этом $n \le m$), построенный по набору из $(n+1)$ узла x_j , решающему задачу минимизации погрешности интерполирования в заданной точке x).

Упорядочить узлы исходной таблицы по мере удаления их от точки интерполирования x (провести любую любимую сортировку). Далее работать уже с отсортированной таблицей. Узлы для построения P_n теперь располагаются в первых $(n+1)$ строках таблицы.

Найти значение $P_n(x)$, используя представление в форме Ньютона. Для этого построить таблицу разделенных разностей по первым $(n+1)$ значениям таблицы до порядка n включительно. Вычислить фактическую погрешность $ef_n(x)=|f(x)-P_n(x)|$.

Найти значение $P_n(x)$, используя представление в форме Лагранжа. Вычислить фактическую погрешность $ef_n(x)=|f(x)-P_n(x)|$ в этом случае.

Решение тестовой задачи:

Вариант 1

$f(x)=\sin(x) – x^2/2$		$a=0$	$b=1$	$x=0,65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 2

$f(x) = \ln(1+x)$		$a=0$	$b=1$	$x=0{,}35$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 3

$f(x)=\exp(x) - x$		$a=0$	$b=1$	$x=0{,}65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 4

$f(x)=\sqrt{(1+x^2)}$		$a=0$	$b=0{,}7$	$x=0{,}4$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 5

$f(x)= 1-\exp(-2\cdot x)$		$a=0$	$b=1$	$x=0{,}65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 6

$f(x)= x^2/ (1+x^2)$		$a=0{,}4$	$b=1$	$x=0{,}85$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 7

$f(x)=\exp(-x) - x^2/2$		$a=0$	$b=1$	$x=0{,}65$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 8

$f(x)=2\cdot\sin(x) - x/2$		$a=0{,}2$	$b=0{,}7$	$x=0{,}35$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 9

$f(x)=1-\exp(-x)+x^2$		$a=0$	$b=1{,}5$	$x=0{,}95$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 10

$f(x)= \cos(x) + 2\cdot x$		$a=0{,}5$	$b=1{,}8$	$x=1{,}2$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 11

$f(x)= \sin(x) + x^2/2$		$a=0{,}4$	$b=0{,}9$	$x=0{,}75$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 12

$f(x)=exp(-x) – x^2/2$		$a=0$	$b=1$	$x=0,6$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 13

$f(x)=ln(1+x)-exp(x)$		$a=1$	$b=10$	$x=5,25$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	

Вариант 14

$f(x)=\sqrt{}(1+x^2) + x$		$a=0$	$b=1$	$x=0,15$
$x_j=a+j\cdot(b-a)/m$ $j=0,1..m$		$n=7$	$m=15$	