

1. PERMITIVIDAD ELECTRICA ϵ_a DEL AIRE

1.1. Objetivo

El propósito de esta práctica es determinar la permitividad eléctrica ϵ_a del aire. Para ello, se mide la fuerza de atracción entre las placas de un condensador de placas paralelas a medida que la diferencia de potencial entre sus placas varía. La fuerza se mide mediante una balanza electrónica. A partir de las mediciones de fuerza y diferencia de potencial entre las placas, y el modelo teórico presentado abajo se determina el valor de ϵ_a .

1.2. Materiales

- Un par de placas paralelas
- Una balanza electrónica con precisión de 0.01 g.
- Una fuente variable de alto voltaje (0-25 kV) con precisión de 0.1 kV.

1.3. Resumen teorico

Consideremos los sistemas mostrados en las figuras 1 y 2. Estos constan de un par de placas conductoras de área A y separadas una distancia x . La placa de la izquierda se encuentra fija y la placa de la derecha es móvil. En el primer sistema las placas tienen cargas $+Q$ y $-Q$ constantes. En el segundo sistema las placas se mantienen a una diferencia de potencial constante V . En ambas situaciones a la placa de la derecha se le debe aplicar una fuerza F para mantener la distancia de separación x constante. Hallemos el valor de F .

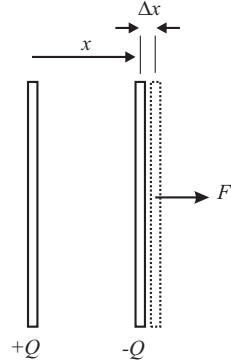


Figura 1: Las placas se separan manteniendo la carga de las placas $+Q$ y $-Q$ constante.

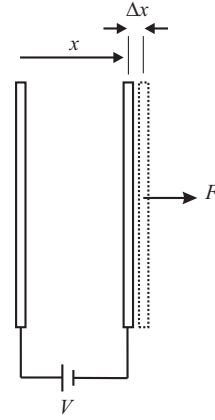


Figura 2: Las placas se separan manteniendo la diferencia de potencial V entre las placas constante.

Denotemos por C_0 y C las capacitancias del sistema cuando la distancia de separación entre las placas es x y $x + \Delta x$ respectivamente.

1. ($Q = \text{constante}$) El cambio de energía del condensador es

$$\Delta U = \frac{Q^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{Q^2}{2} \left[\frac{1}{C} - \frac{1}{C_0} \right] = \frac{Q^2}{2} \left[\frac{1}{\frac{\epsilon_a A}{x + \Delta x}} - \frac{1}{\frac{\epsilon_a A}{x}} \right] = \frac{Q^2}{2\epsilon_a A} \Delta x$$

Por otra parte, el trabajo hecho por la fuerza F es $\Delta W = F\Delta x$. Usando la conservación de la energía:

$$\begin{aligned}\Delta W &= \Delta U \\ F\Delta x &= \frac{Q^2}{2\epsilon_a A}\Delta x\end{aligned}$$

Despejando el valor de F es esta última expresión se sigue que

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_a A} = \frac{1}{2} \frac{C^2 V^2}{\epsilon_a A} \quad (1)$$

2. ($V = \text{constante}$) El cambio de energía del condensador es $\Delta U = \frac{1}{2}CV^2 - \frac{1}{2}C_0V^2 = \frac{1}{2}[C - C_0]V^2 = \frac{1}{2}\Delta C \cdot V^2$, donde la variación en la capacitancia ΔC es

$$\Delta C = \frac{\epsilon_a A}{x + \Delta x} - \frac{\epsilon_a A}{x} = \epsilon_a A \left[\frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x} \right] = -\epsilon_a A \left[\frac{\Delta x}{x(x + \Delta x)} \right] \simeq \epsilon_a A \frac{\Delta x}{x^2}$$

Así,

$$\Delta U = \frac{1}{2}\Delta C \cdot V^2 \simeq -\frac{1}{2}\epsilon_a AV^2 \frac{\Delta x}{x^2}$$

hemos hecho la aproximación $x + \Delta x \simeq x$ ya que $\Delta x \ll x$. Por otra parte, dado que la batería se encuentra conectada a las placas y la capacitancia disminuye al aumentar la distancia entre las placas, la batería realiza un trabajo, el cual es dado por

$$\Delta W_b = \Delta qV = \Delta C \cdot V \cdot V \simeq -\epsilon_a AV^2 \frac{\Delta x}{x^2}$$

Por otra parte, el trabajo hecho por la fuerza F es $\Delta W = F\Delta x$. Usando la conservación de la energía:

$$\begin{aligned}\Delta W + \Delta W_b &= \Delta U \\ F\Delta x - \epsilon_a AV^2 \frac{\Delta x}{x^2} &= -\frac{1}{2}\epsilon_a AV^2 \frac{\Delta x}{x^2}\end{aligned}$$

Despejando el valor de F es esta última expresión se sigue que

$$F = \frac{1}{2}\epsilon_a AV^2 \frac{1}{x^2} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_a A}{x^2} V^2 = \frac{1}{2} \frac{C^2}{\epsilon_a A} V^2 \quad (2)$$

En conclusión: la fuerza que se requiere para mantener las placas separadas una distancia x cuando estas tienen carga $+Q$ y $-Q$ es la misma que cuando las placas se mantienen a una diferencia de potencial V constante.

De la ecuación (1) se sigue que la relación entre la fuerza F y la diferencia de potencial V entre las placas es cuadrática. Dicho de otra manera, la fuerza F depende linealmente de V^2 y el coeficiente de proporcionalidad es $\eta = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_a A}{x^2}$. Esto significa que si realizamos una gráfica de F vs V^2 , la pendiente de la recta es

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{C^2}{\epsilon_a A} \quad (3)$$

De la expresión (3) se sigue que determinado el valor de η el valor de la permitividad eléctrica del aire es

$$\epsilon_a = \frac{2x^2\eta}{A} \quad (4)$$

1.4. Descripción del Problema

El arreglo experimental para determinar la capacitancia(ver figura 3) consiste esencialmente de un par de placas paralelas 1 y 2, una fuente de alto voltaje (0-25 kV), una balanza electrónica. La placa 2 reposa sobre un recipiente aislante de plástico y este a su vez reposa sobre el platillo de la balanza. La placa 1 se encuentra suspendida de un soporte de modo que las placas queden paralelas, con una distancia de separación $x = 4$ cm y aisladas eléctricamente. A las placas 1 y 2 se les aplica una diferencia de potencial V mediante la fuente de alta voltaje. Dado que la fuerza F entre las placas es atractiva, la placa 2 experimenta una fuerza hacia arriba y por tanto la lectura de la balanza disminuye. Esta disminución en la lectura de la balanza corresponde a la fuerza dada por la expresión (1) ó (2).

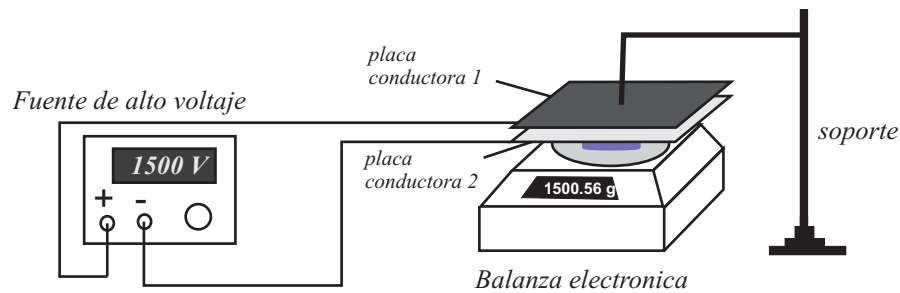


Figura 3: Arreglo experimental el valor de la permitividad del aire

1.5. Mediciones

PELIGRO ALTO VOLTAJE No aplique diferencias de potencial mayores de 10 kV a las placas. Por qué? Para evitar el salto de chispa entre las placas y averiar la fuente de voltaje! Realice el montaje que se describe en la figura 3. Asegúrese de hacer las conexiones con la fuente apagada. Fije la distancia de separación entre las placas igual a $x = 4$ cm.

- Mida el área de las placas.
- Complete la tabla de mediciones 1. El valor de la fuerza de la magnitud de la fuerza F de atracción entre las placas viene dada por: lectura de la balanza multiplicado por el valor de la aceleración de la gravedad. Grafique $F = mg$ en función de V , luego linealice los datos al graficar F en función de V^2 y utilice la ecuación (3) para determinar ϵ_a .

1.6. Preguntas

- Expresé el valor de ϵ_a en la forma $\bar{\epsilon}_a \pm \Delta\epsilon$, donde $\Delta\epsilon$ es la incertidumbre.
- Si el valor $\epsilon_a \approx \epsilon_0$, siendo $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} m^{-3} kg^{-1} s^4 A^2$ la permitividad del vacío, halle de error cometido en la determinación de la permitividad del aire.

Lectura balanza (Kg)	Voltaje (kV)
	2.0
	2.5
	3.0
	3.5
	4.0
	4.5
	5.0
	5.5
	6.0
	6.5
	7.0
	7.5
	8.0
	8.5
	9.0
	9.5
	10.0

Tabla 1: Datos para determinar el valor de ε_a .