Práctica STEM: Oscilaciones Forzadas en un Sistema Masa-Resorte

Objetivos

- Estudiar el fenómeno de la resonancia en un sistema masa-resorte.
- Determinar experimentalmente la frecuencia de resonancia.
- Estimar la constante de amortiguamiento a partir de los datos experimentales.
- Comprobar el ajuste de los datos experimentales con el modelo teórico.

Conexiones con STEM

- Ciencia: Comprensión de fenómenos de resonancia y amortiguamiento en sistemas oscilantes.
- Tecnología: Uso de simuladores interactivos para modelar comportamientos físicos.
- Ingeniería: Aplicación de modelos diferenciales para caracterizar sistemas mecánicos.
- Matemáticas: Manejo de ecuaciones diferenciales, gráficas y ajuste de datos.

Recursos

- 1. Computador o tablet con acceso a internet.
- 2. Simulación en línea: Walter Fendt Resonance Simulation (HTML5)

Resumen teórico

Un sistema masa-resorte sometido a una fuerza externa oscilante puede exhibir resonancia cuando la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia natural del sistema. La ecuación de movimiento se deriva a partir de la segunda ley de Newton considerando tres fuerzas:

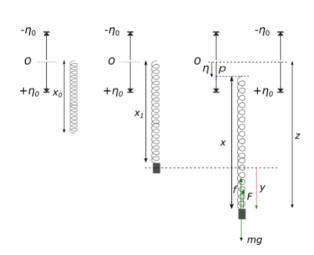


Figura 1: Sistema masa-resorte forzado cuyo punto de suspensión realiza oscilaciones armónicas con frecuencia ω y amplitud η_0 .

- La fuerza elástica del resorte: $F = -k(z \eta(t) x_0)$,
- La fuerza de rozamiento viscoso: $f = -b\frac{dz}{dt}$,
- El peso: mg.

En equilibrio estático (sin oscilaciones), se cumple que $mg=k(x_1-x_0)$, donde x_1 es la posición de equilibrio. Redefiniendo la variable $y=z-x_0-\frac{mg}{k}$, y usando $\omega_0^2=\frac{k}{m}$ y $2\lambda=\frac{b}{m}$, la ecuación del movimiento forzado con amortiguamiento se transforma en:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\lambda \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = \omega_0^2 \eta_0 \cos(\omega t)$$

Esta ecuación describe un sistema oscilante forzado con amortiguamiento viscoso. En régimen estacionario, la solución es:

$$x(t) = A(\omega)\cos(\omega t - \phi)$$

donde

$$A(\omega) = \frac{\omega_0^2 \eta_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\lambda\omega)^2}}$$
 (1)

Actividades y mediciones

- 1. Fija los parámetros: k = 9 N/m, m = 1 kg, b = 0.2 kg/s, $\eta_0 = 2.0 \text{ cm}$.
- 2. Varía la frecuencia ω en el rango [0,8] rad/s en pasos de 0.5.
- 3. Para cada ω , registra la amplitud A de las oscilaciones.
- 4. Completa la siguiente tabla:

Amplitud A (cm)

Procedimiento

- 1. Grafica A vs ω y compare con la ecuación teórica 1.
- 2. Determina ω_r (frecuencia de resonancia) y compárela con el valor máximo experimental.
- 3. Linealiza la ecuación 1 Y vs X, donde:

$$Y = A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2, \qquad X = \omega^2 A^2$$

A partir de la pendiente y la ordenada al origen, estime los parámetros b y η_0 .

4. Analice la evolución de la fase ϕ en función de la frecuencia angular ω según la relación:

$$\tan \phi = \frac{2\lambda\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

5. Discute los resultados.

Preguntas guía para el análisis

- ¿Qué condiciones deben cumplirse para que ocurra la resonancia?
- Demuestra que la frecuencia en Hz para la cual se obtiene amplitud máxima es:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{2m^2}} \tag{2}$$

- ullet ¿Cómo afecta el valor de la constante de amortiguamiento b a la amplitud máxima?
- ¿Qué relación existe entre la fase ϕ y la frecuencia ω ? ¿Qué indica un cambio brusco en ϕ ?
- ¿Qué conclusiones puedes obtener sobre el efecto del amortiguamiento en la resonancia mecánica?
- ¿Qué tipo de sistemas reales pueden modelarse como un sistema masa-resorte con amortiguamiento?

- ¿Qué otros sistemas físicos, biológicos o tecnológicos presentan el fenómeno de resonancia? Describe al menos uno y explica cómo se relaciona con el modelo masa-resorte.
- ¿Es siempre deseable la resonancia en los sistemas físicos? Da ejemplos donde sea beneficiosa y otros donde sea peligrosa o indeseada.

1.

Evaluaci'on

2.

R'ubrica para Informe Escrito (m'ax. 2.5 puntos)

Criterio	Puntaje
Claridad en la presentación de datos y gráficas	0.5
Análisis correcto de resultados y comparación con el	1.0
modelo	
Cálculo de parámetros del sistema y explicación de	0.5
procedimientos	
Redacción clara, conclusiones justificadas y buena pre-	0.5
sentación general	

3.

R'ubrica para Sustentaci'on Oral (m'ax. 2.5 puntos) **Nota importante:** No se permite el uso de hojas ni celulares para leer durante la presentaci'on. La exposici'on debe ser preparada y dominada por los integrantes del grupo.

Criterio	Puntaje
Dominio del tema y del modelo matemático	1.0
Capacidad para explicar el procedimiento experimen-	0.5
tal	
Interpretación de gráficas y resultados	0.5
Claridad en la exposición y respuesta a preguntas	0.5

Nota definitiva: Nota de informe más nota de sustentación