

# Desafío: Oscilaciones Forzadas en un Sistema Masa-Resorte

## Objetivos

- Estudiar el fenómeno de la resonancia en un sistema masa-resorte.
- Determinar experimentalmente la frecuencia de resonancia.
- Estimar la constante de amortiguamiento a partir de los datos experimentales.
- Comprobar el ajuste de los datos experimentales con el modelo teórico.

## Conexiones

- **Ciencia:** Comprensión de fenómenos de resonancia y amortiguamiento en sistemas oscilantes.
- **Tecnología:** Uso de simuladores interactivos para modelar comportamientos físicos.
- **Ingeniería:** Aplicación de modelos diferenciales para caracterizar sistemas mecánicos.
- **Matemáticas:** Manejo de ecuaciones diferenciales, gráficas y ajuste de datos.

## Recursos

1. Computador o tablet con acceso a internet.
2. Simulación en línea: [Walter Fendt – Resonance Simulation \(HTML5\)](#)

## Resumen teórico

Un sistema masa-resorte sometido a una fuerza externa oscilante puede exhibir resonancia cuando la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia natural del sistema. La ecuación de movimiento se deriva a partir de la segunda ley de Newton considerando tres fuerzas:

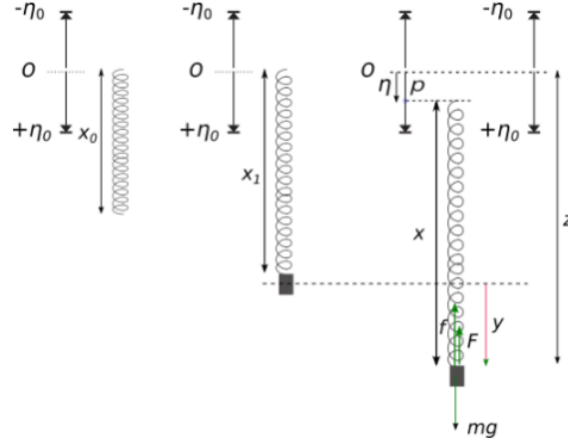


Figura 1: Sistema masa-resorte forzado cuyo punto de suspensión realiza oscilaciones armónicas con frecuencia  $\omega$  y amplitud  $\eta_0$ .

- La fuerza elástica del resorte:  $F = -k(z - \eta(t) - x_0)$ ,
- La fuerza de rozamiento viscoso:  $f = -b\frac{dz}{dt}$ ,
- El peso:  $mg$ .

En equilibrio estático (sin oscilaciones), se cumple que  $mg = k(x_1 - x_0)$ , donde  $x_1$  es la posición de equilibrio. Redefiniendo la variable  $y = z - x_0 - \frac{mg}{k}$ , y usando  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  y  $2\lambda = \frac{b}{m}$ , la ecuación del movimiento forzado con amortiguamiento se transforma en:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\lambda\frac{dy}{dt} + \omega_0^2y = \omega_0^2\eta_0 \cos(\omega t)$$

Esta ecuación describe un sistema oscilante forzado con amortiguamiento viscoso. En régimen estacionario, la solución es:

$$x(t) = A(\omega) \cos(\omega t - \phi)$$

donde

$$A(\omega) = \frac{\omega_0^2\eta_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\lambda\omega)^2}} \quad (1)$$

## Actividades y mediciones

1. Fija los parámetros:  $k = 9 \text{ N/m}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $b = 0,2 \text{ kg/s}$ ,  $\eta_0 = 2,0 \text{ cm}$ .
2. Varía la frecuencia  $\omega$  en el rango  $[0, 8] \text{ rad/s}$  en pasos de 0.5.
3. Para cada  $\omega$ , registra la amplitud  $A$  de las oscilaciones.
4. Completa la siguiente tabla:

Frecuencia $\omega$ (rad/s)	Amplitud $A$ (cm)

## Procedimiento

1. Grafica  $A$  vs  $\omega$  y compare con la ecuación teórica 1.
2. Determina  $\omega_r$  (frecuencia de resonancia) y compárela con el valor máximo experimental.
3. Linealiza la ecuación 1  $Y$  vs  $X$ , donde:

$$Y = A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2, \quad X = \omega^2 A^2$$

A partir de la pendiente y la ordenada al origen, estime los parámetros  $b$  y  $\eta_0$ .

4. Analice la evolución de la fase  $\phi$  en función de la frecuencia angular  $\omega$  según la relación:

$$\tan \phi = \frac{2\lambda\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

5. Discute los resultados.

## Preguntas guía para el análisis

- ¿Qué condiciones deben cumplirse para que ocurra la resonancia?
- Demuestra que la frecuencia en Hz para la cual se obtiene amplitud máxima es:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{2m^2}} \quad (2)$$

- ¿Cómo afecta el valor de la constante de amortiguamiento  $b$  a la amplitud máxima?
- ¿Qué relación existe entre la fase  $\phi$  y la frecuencia  $\omega$ ? ¿Qué indica un cambio brusco en  $\phi$ ?
- ¿Qué conclusiones puedes obtener sobre el efecto del amortiguamiento en la resonancia mecánica?
- ¿Qué tipo de sistemas reales pueden modelarse como un sistema masa-resorte con amortiguamiento?

- ¿Qué otros sistemas físicos, biológicos o tecnológicos presentan el fenómeno de resonancia? Describe al menos uno y explica cómo se relaciona con el modelo masa-resorte.
- ¿Es siempre deseable la resonancia en los sistemas físicos? Da ejemplos donde sea beneficiosa y otros donde sea peligrosa o indeseada.

## Evaluación

### Rúbrica para Informe Escrito (máx. 2.5 puntos)

Criterio	Puntaje
Claridad en la presentación de datos y gráficas	0.5
Análisis correcto de resultados y comparación con el modelo	1.0
Cálculo de parámetros del sistema y explicación de procedimientos	0.5
Redacción clara, conclusiones justificadas y buena presentación general	0.5

### Rúbrica para Sustentación Oral (máx. 2.5 puntos)

**Nota importante:** No se permite el uso de hojas ni celulares para leer durante la presentación. La exposición debe ser preparada y dominada por los integrantes del grupo.

Criterio	Puntaje
Dominio del tema y del modelo matemático	1.0
Capacidad para explicar el procedimiento experimental	0.5
Interpretación de gráficas y resultados	0.5
Claridad en la exposición y respuesta a preguntas	0.5

**Nota final:** Suma de informe (2.5) y sustentación (2.5)