Domácí úkol ARI
Domácí úkol z přednášky 3

Josef Čech

9. března 2018

Úkol 1 Identifikace systému 1. řádu

Úkol 1.1 (a)

Vygenerujeme osobní zadání funkcí

```
y = hw_3a_std(dd, mm, yy),
```

kde $[dd, mm, yy]$ je datum narození a y odezva identifikovaného systému.
Pro tento případ je $[dd, mm, yy] = [23, 06, 96]$.

Úkol 1.2 (b)

Pokusíme se identifikovat zadaný model prvního řádu.
Přenosová funkce bude ve tvaru

$$F(s) = \frac{k}{Ts + 1}. \tag{1}$$

Úkol 1.3 (c)

Nejprve stanovím Laplaceův obraz vstupu $u(t) = \mathbb{1}(t)$

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \mathcal{L}\{\mathbb{1}(t)\} = \frac{1}{s}. \tag{2}$$

Obraz odezvy na jednotkový skok

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{k}{Ts + 1}\frac{1}{s} \tag{3}$$

převedu inverzní Laplaceovou transformací do časové oblasti

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}). \tag{4}$$

Z grafu odečteme hodnotu asymptoty ustálení přibližně 5 a porovnáme ji s limitou odezvy v nekonečnu

$$5 \stackrel{!}{=} \lim_{t\to\infty} y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) = k, \tag{5}$$

odkud rovnou vidíme hodnotu zesílní $k = 5$.
Časová konstanta je doba, za kterou systém dosáhne $c_T = 1 - \frac{1}{e} \approx 63.3\%$ ustáleného stavu.
Tedy je to takové T, pro které platí

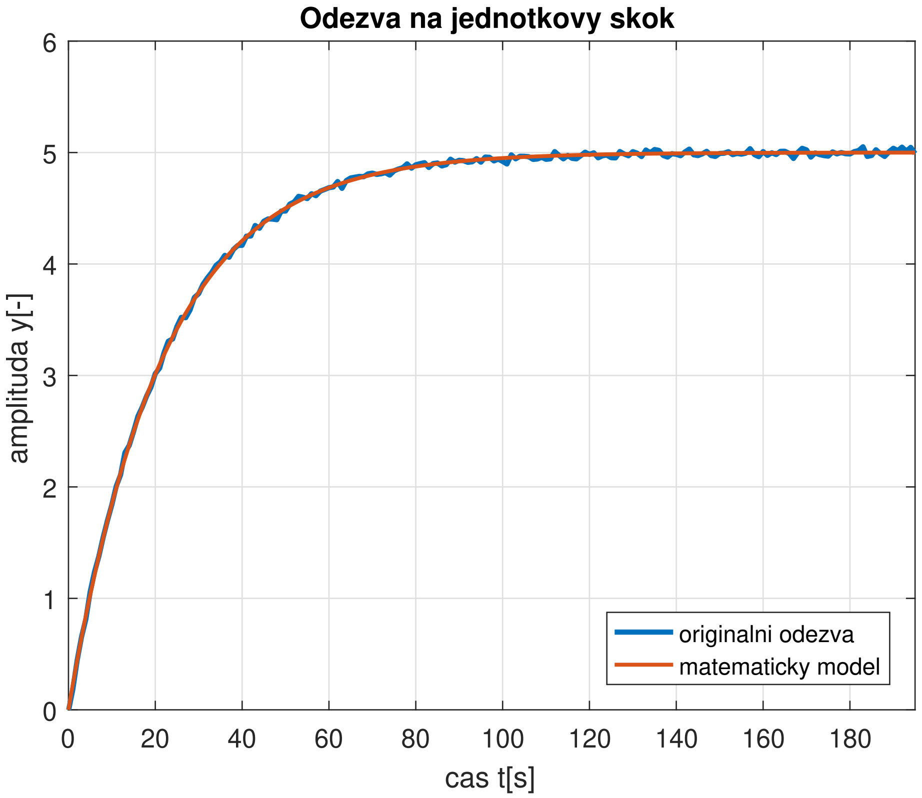
$$y(T) = c_T \lim_{t\to\infty} y(t). \tag{6}$$

Z grafu odečteme pro časovou konstantu hodnotu přibližně $T = 30$.
Výsledná přenosová funkce je pak

$$F(s) = \frac{5}{30s + 1}. \tag{7}$$

Úkol 1.4 (d)

Nyní porovnáme zadanou odezvu s provedenou identifikací matematického modelu.



Obrázek 1: Originální odezva a odezva matematického modelu na $u(t) = \mathbb{1}(t)$ pro sytém 1. řádu

Vidíme, že identifikovaný matematický model odpovídá originální odezvě velmi věrně.

Úkol 2 Identifikace systému 2. řádu

Úkol 2.1 (e)

Pro vygenerování zadání pro identifikaci systému 2. řádu použijeme funkci

```
y = hw_3b_std(dd, mm, yy),
```

se stejným vstupem $[dd, mm, yy] = [23, 06, 96]$.

Úkol 2.2 (f)

Pokusíme se identifikovat zadaný model druhého řádu.
Přenosová funkce bude ve tvaru

$$F(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}. \tag{8}$$

Úkol 2.3 (g)

Z grafu určíme ustálenou hodnotu výstupu

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1. \tag{9}$$

Dále odečteme překmit přibližně

$$\%OS = 80\ \% \tag{10}$$

a dobu ustálení (tj. čas, od kterého je již odchylka od ustáleného stavu menší než 2 %) přibližně

$$T_s = 171\ \text{s}. \tag{11}$$

Úkol 2.4 (h)

Z výše uvedených hodnot spočteme klíčové parametry pro sestavení matematického modelu.
Pro parametr tlumení ζ platí

$$\zeta = \frac{-\ln(\frac{\%OS}{100})}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\frac{\%OS}{100})}} = 0.0709. \tag{12}$$

Přirozenou frekvenci ω_n lze odhadnout

$$\omega_n \doteq \frac{4}{\zeta T_s} = 0.3302. \tag{13}$$

Nakonec zesílení k odpovídá

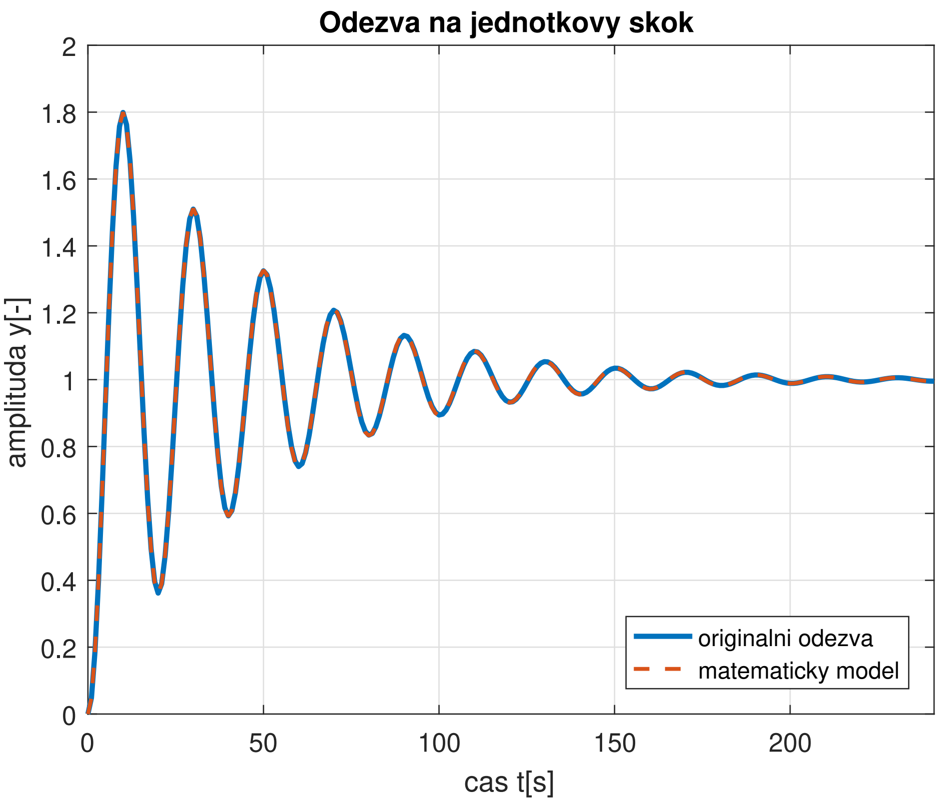
$$k = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1. \tag{14}$$

Výsledná přenosová funkce je pak

$$F(s) = \frac{0.109}{s^2 + 0.0468s + 0.109}. \tag{15}$$

Úkol 2.5 (i)

Nyní porovnáme zadanou odezvu s provedenou identifikací matematického modelu.



Obrázek 2: Originální odezva a odezva matematického modelu na $u(t) = \mathbb{1}(t)$ pro sytém 2. řádu

Identifikovaný matematický model byl natolik přesný, že zcela překryl originální odezvu a bylo třeba jej vykreslit přerušovaně.