

Simulační úloha ARI

Dvouválcová vodárna se zubovým čerpadlem

Josef Čech

23. března 2018

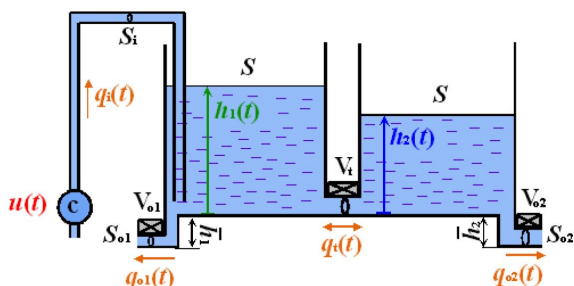
ÚKOL 1 STAVOVÉ ROVNICE

Na obrázku 1 máme principiální schéma dvouválcové vodárny se zubovým čerpadlem. Je to nelineární stabilní systém se čtyřmi vstupy

- napětí na zubovém čerpadle $u(t)$ [V],
- míra otevření v_{01} [-] ventilu V_{01} ,
- míra otevření v_t [-] ventilu V_t ,
- míra otevření v_{02} [-] ventilu V_{02} ,

a třemi výstupy

- průtok kapaliny za čerpadlem q_i [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$],
- výška hladiny v první (levé) nádrži h_1 [m],
- výška hladiny v druhé (pravé) nádrži h_2 [m].



Obrázek 1: Principiální schéma dvouválcové vodárny se zubovým čerpadlem

Za předpokladu zanedbatelné dynamiky zubového čerpadla vůči dynamice celého systému a za předpokladu, že se hladina v nádrži pohybuje mnohem pomaleji, než je výtoková rychlost, lze tento systém popsat následujícími rovnicemi

$$S\dot{h}_1(t) = k_c u(t) - v_t S_t \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} - v_{01} S_{01} \sqrt{2g(h_1(t) + \bar{h}_1(t))} \quad (1)$$

$$S\dot{h}_2(t) = v_t S_t \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} - v_{02} S_{02} \sqrt{2g(h_2(t) + \bar{h}_2(t))}, \quad (2)$$

kde S , S_{01} , S_{02} a S_t [m^2] je po řadě průřez obou válců ventilu V_{01} , V_{02} a V_t . Konstanta g [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$] je gravitační zrychlení, k_c [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$] je konstanta čerpadla. Dvojice \bar{h}_1 a \bar{h}_2 [m] jsou výšky dna jednotlivých tanků oproti čerpadlu.

Pro nalezení stavových rovnic zavedeme nejprve pomocné značení vnitřních proměnných $x_1 = h_1$, $x_2 = h_2$ i vstupů $u_1 = u$, $u_2 = v_{01}$, $u_3 = v_t$, $u_4 = v_{02}$.

Upravíme stavové rovnice

$$\dot{x}_1(t) = \frac{k_c}{S} u_1(t) - \frac{S_t}{S} u_3 \operatorname{sgn}(x_1(t) - x_2(t)) \sqrt{2g|x_1(t) - x_2(t)|} - \frac{S_{01}}{S} u_2 \sqrt{2gx_1(t)} \quad (3)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{S_t}{S} u_3 \operatorname{sgn}(x_1(t) - x_2(t)) \sqrt{2g|x_1(t) - x_2(t)|} - \frac{S_{02}}{S} u_4 \sqrt{2gx_2(t)}, \quad (4)$$

kde jsme využili závěru z Úkol 3.4 o zanedbání výšky dna \bar{h}_1 , \bar{h}_2 oproti výpustím.

Dále se pokusíme sdružit konstanty u jednotlivých členů do jedné

$$\dot{x}_1(t) = \alpha u_1(t) - \beta u_3 \operatorname{sgn}(x_1(t) - x_2(t)) \sqrt{|x_1(t) - x_2(t)|} - \gamma u_2 \sqrt{x_1(t)} \quad (5)$$

$$\dot{x}_2(t) = \beta u_3 \operatorname{sgn}(x_1(t) - x_2(t)) \sqrt{|x_1(t) - x_2(t)|} - \delta u_4 \sqrt{x_2(t)}, \quad (6)$$

kde $\alpha = \frac{k_c}{S}$, $\beta = \sqrt{2g} \frac{S_t}{S}$, $\gamma = \sqrt{2g} \frac{S_{01}}{S}$ a $\delta = \sqrt{2g} \frac{S_{02}}{S}$.

Nyní přidáme dvojici rovnic pro popis výstupů

$$y_1(t) = h_1(t) \quad (7)$$

$$y_2(t) = h_2(t), \quad (8)$$

kteřé jsou přímo rovny výškám v jednotlivých nádržích.

Rovnicemi (5), (6) a (7), (8) jsme vyjádřili kompletní nelineární stavový popis systému.

ÚKOL 2 LINEÁRNÍ APROXIMACE

Pro nalezení lineární aproximace modelu zavedeme pomocné značení nelineárních rovnic

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), \mathbf{x}^T(t)) \quad (9)$$

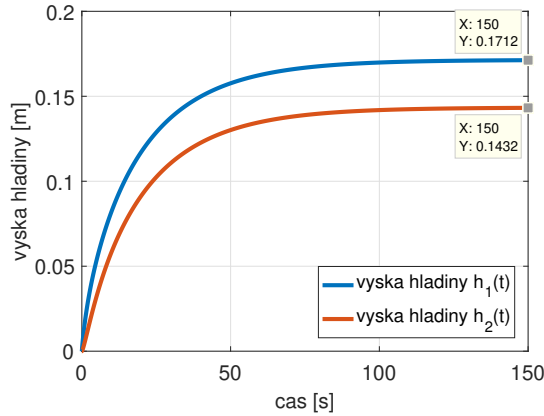
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{u}(t), \mathbf{x}^T(t)), \quad (10)$$

kde $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}$ a $\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4]$.

Dále zvolím pracovní bod

$$\mathbf{P}_0 = [u_{1p}, u_{2p}, u_{3p}, u_{4p}, x_{1p}, x_{2p}] = [4, 0.1, 0.4, 0.1, 0.1712, 0.1432], \quad (11)$$

kde hodnoty x_{1p} , x_{2p} po řadě odpovídají ustáleným hodnotám prvního a druhého tanku na uvedené vstupy. Průběh napouštění a ustálení vidíme v grafu 2.

Obrázek 2: Určení složek x_{1p} , x_{2p} pracovního bodu P_0

Nyní nalezneme matice řízení A , B , C a D pro pracovní bod P_0 . Pro větší přehlednost nejprve předpokládáme příslušné parciální derivace pro matici A

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{P_0} = \left[-\frac{\beta u_3}{2\sqrt{x_1 - x_2}} - \frac{\gamma u_2}{2\sqrt{x_1}} \right]_{P_0} = -1.19\beta - 0.12\gamma \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{P_0} = \left[\frac{\beta u_3}{2\sqrt{x_1 - x_2}} \right]_{P_0} = 1.19\beta \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{P_0} = \left[\frac{\beta u_3}{2\sqrt{x_1 - x_2}} \right]_{P_0} = 1.19\beta \quad (14)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{P_0} = \left[-\frac{\beta u_3}{2\sqrt{x_1 - x_2}} - \frac{\delta u_4}{2\sqrt{x_2}} \right]_{P_0} = -1.19\beta - 0.13\delta, \quad (15)$$

ze kterých snadno sestavíme

$$A = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{P_0} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{P_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.19\beta - 0.12\gamma & 1.19\beta \\ 1.19\beta & -1.19\beta - 0.13\delta \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Dále si předpokládáme netriviální prvky pro matici B

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \right|_{P_0} = \alpha \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \right|_{P_0} = [-\gamma\sqrt{x_1}]_{P_0} = -0.41\gamma \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial u_3} \right|_{P_0} = [-\beta\sqrt{x_1 - x_2}]_{P_0} = -0.17\beta \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial u_3} \right|_{P_0} = [\beta\sqrt{x_1 - x_2}]_{P_0} = 0.17\beta \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial u_4} \right|_{P_0} = [-\delta\sqrt{x_2}]_{P_0} = -0.38\delta, \quad (21)$$

jež použijeme v

$$B = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_3} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial u_4} \right|_{P_0} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_3} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial u_4} \right|_{P_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -0.41\gamma & -0.17\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0.17\beta & -0.38\delta \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Zbýlé dvě matice již lze snadno napsat rovnou

$$C = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \right|_{P_0} \\ \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \right|_{P_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$D = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1}{\partial u_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial u_2} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial u_3} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial u_4} \right|_{P_0} \\ \left. \frac{\partial g_2}{\partial u_1} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_2}{\partial u_2} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_2}{\partial u_3} \right|_{P_0} & \left. \frac{\partial g_2}{\partial u_4} \right|_{P_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Uvažujeme-li přírůstky

$$\Delta x(t) = x(t) - x_p \quad (25)$$

$$\Delta u^T(t) = u^T(t) - u_p^T \quad (26)$$

$$\Delta y(t) = y(t) - y_p, \quad (27)$$

kde $x_p = y_p = \begin{bmatrix} x_{1p} \\ x_{2p} \end{bmatrix}$ a $u_p = [u_{1p}, u_{2p}, u_{3p}, u_{4p}]$, pak pomocí matic řízení můžeme vyjádřit linearizovaný přírůstkový model

$$\Delta \dot{x}(t) = A\Delta x(t) + B\Delta u(t) \quad (28)$$

$$\Delta y(t) = C\Delta x(t) + D\Delta u(t). \quad (29)$$

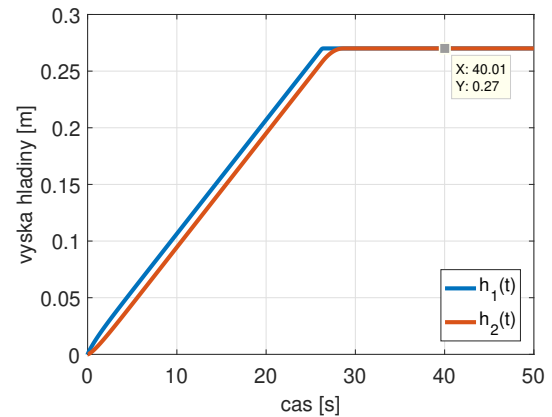
ÚKOL 3 STATICKÉ NELINEARITY

V tomto úkolu se navrátíme k výchozímu značení vstupů $u(t)$, v_{01} , v_{02} , v_t i výstupů $h_1(t)$, $h_2(t)$.

Všechny pokusy v tomto úkolu budeme volit pro nulové počáteční podmínky.

Úkol 3.1 Saturace stavů

Pro zjištění maximální možné výšky hladiny v obou tancích zvolíme experiment, ve kterém $u(t) = 4$ V, $v_t = 0.4$ a $v_{01} = v_{02} = 0$.



Obrázek 3: Experiment pro zjištění maximální hladiny tanků

Z grafu 3 odečteme hodnotu saturace hladiny shodnou pro oba tanky $h_{1sat} = h_{2sat} = 27$ cm.

Úkol 3.2 Saturace vstupů

Mezní hodnoty ventilů v_t , v_{01} a v_{02} nastávají pro úplné zavření, nebo úplné otevření. Tedy v_t, v_{01} a $v_{02} \in [0, 1]$.

Pro zjištění saturace vstupu $u(t)$ volíme sérii experimentů s konfigurací ventilů $v_t = v_{01} = v_{02} = 0$ a počátečním vstupním napětím $u = 0.05$ V. V každém kroku napětí u zdvojnásobíme a budeme pozorovat čas dosažení saturace prvního tanku h_{1sat} .

Vzhledem k velkému rozsahu nastavovaného vstupního napětí u uvedeme místo grafu naměřené hodnoty v tabulce 1.

Nastavené napětí $u(t)$ [V]	Doba ustálení na h_{1sat} [s]
0.05	800
0.1	400
0.2	200
0.4	100
0.8	50
1.6	25
3.2	12.6
6.4	6.4
12.8	3.2
25.6	1.64
51.2	0.8

Tabulka 1: Doba naplnění prvního tanku v závislosti na velikosti napětí čerpadla $u(t)$

Pozorujeme, že po zdvojnásobení napětí došlo k ustálení vždy za poloviční čas. Vstup $u(t)$, napětí na čerpadle, tedy není shora omezen.

Ovšem doba ustálení 800 ms pro hodnoty napětí 51.2 V zcela jistě neodpovídá skutečnosti. Navíc jsme tímto porušili předpoklad modelu z Úkol 1, že se hladina v nádrži pohybuje mnohem pomaleji, než je výtoková rychlost.

Konečně spodní mez je úplné vypnutí čerpadla, tedy $u = 0$.

Úkol 3.3 Necitlivost vstupu

Po nahlédnutí do tabulky (1) vidíme, že i pro malá napětí u je čerpadlo aktivní, dojde k napouštění prvního tanku a po určité době k dosažení h_{1sat} . Systém tedy nemá pásmo necitlivosti vstupu $u(t)$.

Skutečný systém se bude lišit a bude obsahovat mezní napětí, které již nebude pro chod čerpadla dostatečné.

U míry otevření ventilů v_t, v_{01}, v_{02} není třeba pásmo necitlivosti uvažovat.

Úkol 3.4 Offset výšky dna tanku oproti výpusti

Pro stanovení výšky dna tanku oproti výpusti provedeme následující experiment. V prvním kroku volíme napětí $u_1 = 0.5$ V, ventil $v_{01} = 0.2$ a zbylé dva zavřeme, tj. $v_t = v_{02} = 0$. Spustíme simulaci, vyčkáme ustálení a odečteme hodnotu h_1 . V druhém kroku zvýšíme napětí na dvojnásobek $u_2 = 1$ V a pokus zopakujeme.

Pokud by výška dna tanku oproti výpusti byla nulová, platilo by po ustálení mimo saturaci

$$h_1 \propto u^2. \quad (30)$$

Tedy například pro dvojnásobný přítok se hladina ustálí ve čtyřnásobné výšce.

Připustíme-li přítomnost offsetu, je nutné ho v závislosti uvážit

$$h_1 + \bar{h}_1 \propto u^2. \quad (31)$$

Prováděný experiment podepřeme dvojicí rovnic

$$H_{1,u_1}(t) = h_{1,u_1}(t) + \bar{h}_1, \quad (32)$$

$$H_{1,u_2}(t) = h_{1,u_2}(t) + \bar{h}_1, \quad (33)$$

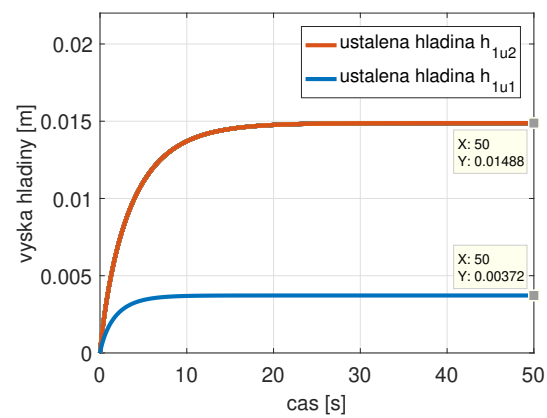
kde $h_{1,u_1}(t)$ a $h_{1,u_2}(t)$ jsou po řadě měřené hladiny ode dna prvního tanku pro napětí čerpadla u_1 a u_2 . Dále víme, že pro zvolený poměr napětí pro ustálené hodnoty celkových výšek vodních sloupců platí

$$H_{1,u_2} = 4H_{1,u_1}, \quad (34)$$

což nám umožní řešit soustavu dvou rovnic o dvou neznámých a vyjádřit offset

$$\bar{h}_1 = \frac{h_{1,u_2} - 4h_{1,u_1}}{3}. \quad (35)$$

Z grafu 4 odečteme hladinu ustálení pro první hodnotu napětí na čerpadle $u_1 = 0.5$ V $h_{1,u_1} = 3.72 \cdot 10^{-3}$ m. Ustálení hladiny pro napětí $u_2 = 1$ V je $h_{1,u_2} = 0.01488$ m.

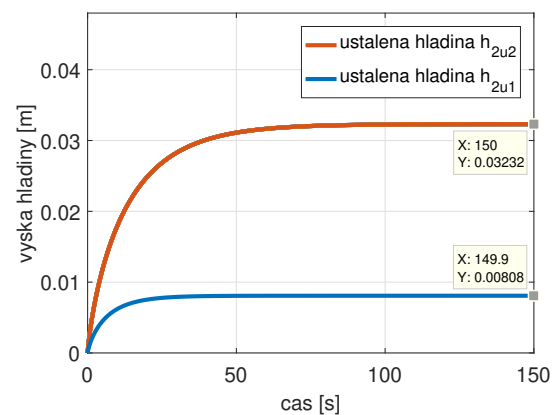


Obrázek 4: Identifikace offsetu prvního tanku

Po dosazení do rovnice (35) dostáváme

$$\bar{h}_1 = 0 \text{ m}. \quad (36)$$

Nyní provedeme analogický pokus pro druhý tank, kde ventil $v_{02} = 0.1$ a zbylé dva zavřeme, tj. $v_t = v_{01} = 0$.



Obrázek 5: Identifikace offsetu druhého tanku

Z grafu 5 určíme hodnoty ustálení hladiny druhého tanku $h_{2,u_1} = 8.08 \cdot 10^{-3}$ m, $h_{2,u_2} = 0.03232$ m a dosadíme

$$\bar{h}_2 = \frac{h_{2,u_2} - 4h_{2,u_1}}{3} = 0 \text{ m}. \quad (37)$$

Vidíme, že obě výšky dna tanku oproti výpusti \bar{h}_1 i \bar{h}_2 jsou nulové, nebo neměřitelně malé, pročež je můžeme ve výpočtech zanedbat.

Úkol 4 IDENTIFIKACE PARAMETRŮ

V tomto úkolu se rovněž vrátíme k výchozímu značení vstupů $u(t)$, v_{01} , v_{02} , v_t i výstupů $h_1(t)$, $h_2(t)$. Pokusy pro identifikaci parametrů budou vždy probíhat za nulových počátečních podmínek.

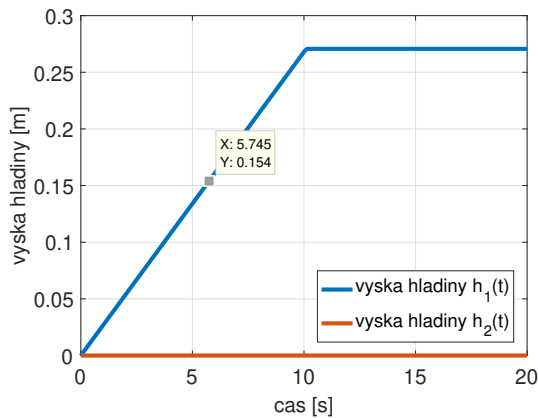
Úkol 4.1 Stanovení parametru α

Nejprve stanovíme hodnotu parametru α . Uzavřením ventilů v_t a v_{01} redukuje rovnici (5) na

$$\dot{h}_1(t) = \alpha u(t), \quad (38)$$

ze které vyjádříme α , spustíme simulaci a se známým vstupem $u = 4$ V odečteme z grafu 6 rychlost plnění prvního tanku

$$\alpha = \frac{\dot{h}_1(t)}{u(t)} = \frac{\frac{0.154}{5.745}}{4} \doteq 0.006701. \quad (39)$$



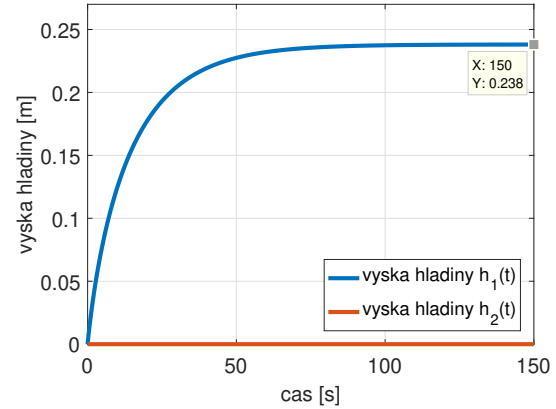
Obrázek 6: Experiment k identifikaci parametru α

Úkol 4.2 Stanovení parametru γ

Při hledání koeficientu γ můžeme použít výsledek pro α z Úkol 4.1 a ponechat pootevřený ventil $v_{01} = 0.2$. Volbou $v_t = 0$ získáme z rovnice (5) zkrácenou rovnici

$$\dot{h}_1(t) = \alpha u(t) - \gamma v_{01} \sqrt{h_1(t)}. \quad (40)$$

Po vyjádření γ z rovnice (40) spustíme simulaci s napětím na čerpadle $u = 4$ V a necháme ustálit hladinu prvního tanku, čímž anulujeme levou stranu rovnice. V grafu 7 pozorujeme hodnotu ustálení $h_1 = 0.238$ m.



Obrázek 7: Experiment k identifikaci parametru γ

Máme tedy

$$\gamma = \frac{\alpha u(t)}{v_{01} \sqrt{h_1(t)}} = \frac{0.006701 \cdot 4}{0.2 \cdot \sqrt{0.238}} \doteq 0.2747. \quad (41)$$

Úkol 4.3 Stanovení parametru β

Pro stanovení součinitele β s výhodou využijeme výše identifikovaných α a γ a nastavíme při napětí $u = 4$ V ventilům hodnoty $v_{01} = v_{02} = 0.1$ a $v_t = 0.4$. Pro tuto volbu vstupů je nutně $h_1(t) \geq h_2(t)$, proto můžeme provést zjednodušení

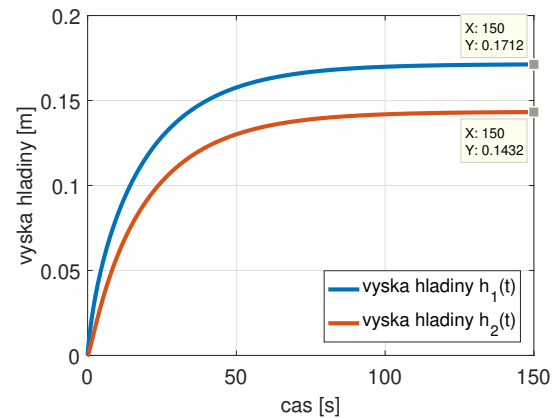
$$\text{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) = 1 \quad (42)$$

$$|h_1(t) - h_2(t)| = h_1(t) - h_2(t), \quad (43)$$

což nám dovolí upravit rovnici (5) na

$$\dot{h}_1(t) = \alpha u(t) - \beta v_t \sqrt{h_1(t) - h_2(t)} - \gamma v_{01} \sqrt{h_1(t)}. \quad (44)$$

Derivaci na levé straně položíme rovnu nule, protože opět vyčkáme ustáleného stavu na vstup $u = 4$ V, který nalezneme v grafu 8.



Obrázek 8: Experiment k identifikaci parametru β

Vyjádříme hledaný koeficient β a dosadíme

$$\beta = \frac{\alpha u(t) - \gamma v_{01} \sqrt{h_1(t)}}{v_t \sqrt{h_1(t) - h_2(t)}} \doteq 0.07678. \quad (45)$$

Úkol 4.4 Stanovení parametru δ

Ze stejného experimentu, ovšem z rovnice (6), kterou upravíme uvážením ustálené hodnoty a dle zjednodušení v rovnicích (42) a (43) na

$$0 = \beta v_t \sqrt{h_1(t) - h_2(t)} - \delta v_{02} \sqrt{h_2(t)}, \quad (46)$$

vyjádříme koeficient δ a dosadíme ustálené hodnoty z grafu 8

$$\delta = \frac{\beta v_t \sqrt{h_1(t) - h_2(t)}}{v_{02} \sqrt{h_2(t)}} \doteq 0.1359. \quad (47)$$

Úkol 4.5 Doplnění pro Úkol 2

Právě dopočítané parametry dosadíme do rovnic (16), (22), (23) a (24) matic řízení A , B , C a D pro pracovní bod P_0 a získáme tak finální tvar

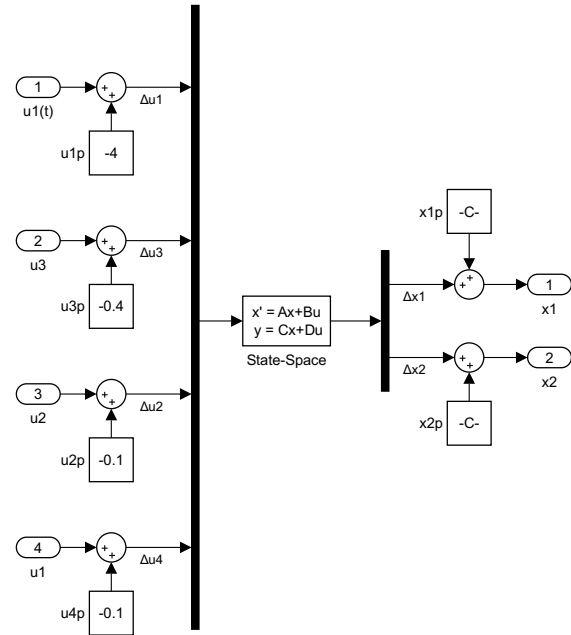
$$A = \begin{bmatrix} -0.31 & 0.27 \\ 0.27 & -0.33 \end{bmatrix}, \quad (48)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0067 & -0.11 & -0.039 & 0 \\ 0 & 0 & 0.039 & -0.15 \end{bmatrix}, \quad (49)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (50)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (51)$$

Linearizovaný model na obrázku 10 vychází z přírůstkových rovnic (28) a (29) pro změny. Blok *State-Space* je naplněn maticemi řízení (48), (49), (50) a (51).

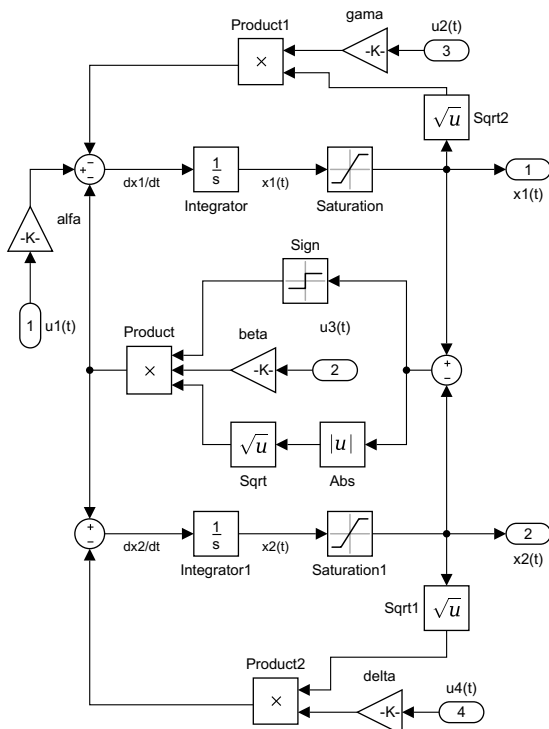


Obrázek 10: Schéma linearizovaného modelu

ÚKOL 5 SCHÉMATA V SIMULINKU

V SIMULINKU vytvoříme modely nelineárního a linearizovaného systému.

Nelineární model na obrázku 9 je sestaven přesně podle rovnic (5), (6), (7) a (8).

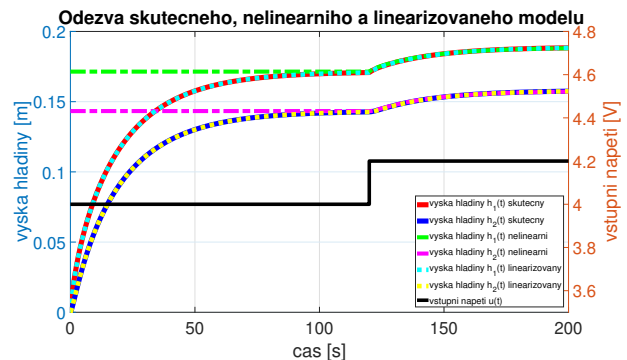


Obrázek 9: Schéma nelineárního modelu

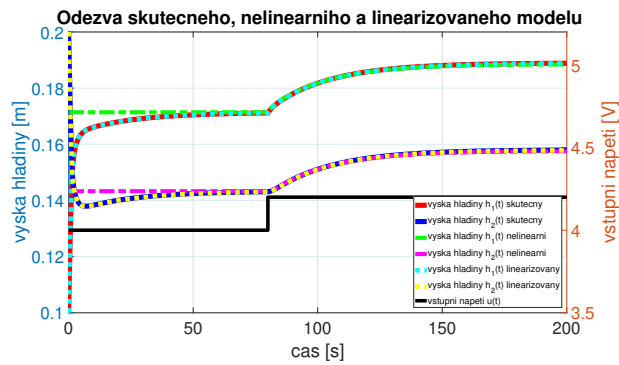
ÚKOL 6 POROVNÁNÍ ODEZVY A ZHODNOCENÍ ÚKOLU

Na závěr porovnáme odezvy obou modelů z Úkol 5 a skutečného systému. Na druhé ose v grafech vyjádříme vstupní napětí $u(t)$.

Nejprve necháme z nulových počátečních podmínek systém naběhnout do pracovního bodu P_0 a v čase 120 s vybudíme 5% skok, jak je vidět v grafu 11.

Obrázek 11: Odezva systémů na vstupní napětí $u(t)$ s nulovými počátečními podmínkami

V druhém případě nastavíme v simulaci počáteční podmínky $h_1(0) = 0.1$ a $h_2(0) = 0.2$, opět necháme systém ustálit v pracovním bodě P_0 a v čase 80 s vybudíme 5% skok, jak ukazuje graf 12.



Obrázek 12: Odezva systémů na vstupní napětí $u(t)$ s nenulovými počátečními podmínkami

Druhý průběh je zároveň demonstrací funkčnosti modelu pro případ, že je $h_2 > h_1$.

Náhledem na dvojici grafů se přesvědčíme o přesnosti rekonstrukce nelineárního modelu a od dosažení pracovního bodu i o kvalitě navrženého lineárního modelu. Vzhledem k téměř dokonalým překryvům můžeme konstatovat, že se nám skutečný systém podařilo věrně namodelovat.