Domáca úloha ARI 01

Milan Zongor

25. února 2018

Úloha 1

Úloha 1.1 Zadanie

Dodaná funkcia v Matlabe nám vygenerovala tieto matice a počiatočnú podmienku.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & -12 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 11 & 8 \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Úloha 1.2 Výpočet vlastných čísel

Od diagonály matice A odčítame λ. Potom vypočítame determinant tejto matice, ktorý musí byť rovný nule a výsledné čísla sú vlastné čísla matice A.

$$A = \begin{vmatrix} 0-\lambda & -1 \\ 5 & -12-\lambda \end{vmatrix} = 0 = -\lambda(-12-\lambda) + 5 = \lambda^2 + 12\lambda + 5$$

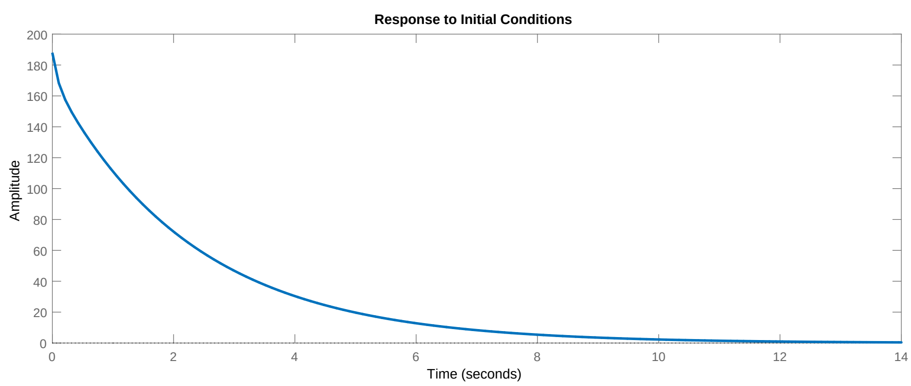
Vlastné čísla potom vypočítame ako korene vyššie uvedenej rovnice a sú:

$$\lambda_1 = -6 + \sqrt{31} \quad \lambda_2 = -6 - \sqrt{31}$$

V Matlabe si jednoducho overíme náš výsledok pomocou funkcie eigs.

```
A = [0 -1; 5 -12];
eigs(A)
```

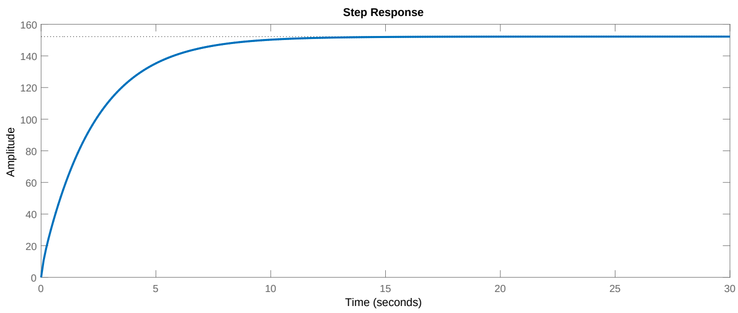
Úloha 1.3 Odozva a odozva na počiatočný stav



Obrázek 1: Odozva systému na počiatočný stav

Na vykreslenie som použil príkazy:

```
A = [-4 2 0 0; -6 4 0 0; -3 3 2 -2; -9 9 2 -3];
B = [1 ; 0.5; 0 ;-1];
C = [4 0 0 0];
D = [0];
initial(ss(A,B,C,D), x0); %Odozva systému na počiatočný stav
step(ss(A,B,C,D)); %Odozva systému na jednotkový skok
```



Obrázek 2: Odozva systému na jednotkový skok

Úloha 1.4 Prenos systému

Z prednášok vieme, že prenos systému môžeme zapísať v tomto tvare:

$$H(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$$

Kde A,B,C,D sú matice systému. I je jednotková matica zhodných rozmerov s A a s je Laplaceov operátor.

$$H(s) = \begin{bmatrix} 11 & 8 \end{bmatrix} (s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & -12 \end{bmatrix})^{-1} \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} 11 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & 1 \\ -5 & s+12 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} 11 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{s+12}{s^2+12s+5} & \frac{-1}{s^2+12s+5} \\ \frac{5}{s^2+12s+5} & \frac{s}{s^2+12s+5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Po správnom roznásobení dostaneme:

$$H(s) = \frac{127s + 761}{s^2 + 12s + 5}$$

Výsledok si môžeme skontrolovať v Matlabe nasledujúcou sériou príkazou.

```
A = [-4 2 0 0; -6 4 0 0; -3 3 2 -2; -9 9 2 -3];
B = [1 ; 0.5; 0 ;-1];
C = [4 0 0 0];
D = [0];
[b,a] = ss2tf(A,B,C,D)
```

Kde **b** nám výjde vektor čitateľa prenosu a **a** zas vektor menovateľa prenosu.

Úloha 1.5 Odozva na jednotkový skok

Do vzorca

$$Y(s) = U(s) \cdot H(s)$$

dosadíme za $U(s)$ Laplaceob obraz jednotkového skoku $\frac{1}{s}$ a za $H(s)$ nami vypočítaný prenos z predchádzajúceho kroku.

$$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{127s + 761}{s^2 + 12s + 5}$$

Rovnicu si rozdelíme na parciálne zlomky a tie si prevedieme podľa známych inverzných Laplaceových transformácii do časovej roviny.

$$Y(s) = \frac{\frac{761}{5}}{s} + \frac{\frac{-2897}{527}}{s - 6 - \sqrt{31}} + \frac{\frac{-5428}{37}}{s - 6 + \sqrt{31}}$$

V časovej oblasti je to

$$y(t) = (\frac{761}{5} + \frac{-2897}{527} e^{(6+\sqrt{31})t} + \frac{-5428}{37} e^{(6-\sqrt{31})t})\mathbf{1}(t)$$

Úloha 1.6 Prenos pomocou toolboxov v Matlabe

Úloha 1.6.1 Prenos pomocou Control Systems toolbox

```
A = [-4 2 0 0; -6 4 0 0; -3 3 2 -2; -9 9 2 -3];
B = [1 ; 0.5; 0 ;-1];
C = [4 0 0 0];
D = [0];
H = tf(ss(A,B,C,D)); %tf - transfer function, ss - state space
```

Úloha 1.6.2 Prenos pomocou Polynomial toolbox

```
A = [-4 2 0 0; -6 4 0 0; -3 3 2 -2; -9 9 2 -3];
B = [1 ; 0.5; 0 ;-1];
C = [4 0 0 0];
D = [0];
E = eye(2);
[P,Q] = dss2lmf(A,B,C,D,E);
```

Kde P je vektor čiteteľa a Q je vektor menovateľa. Prípadne môžeme prenos vypočítať takto:

```
A = [-4 2 0 0; -6 4 0 0; -3 3 2 -2; -9 9 2 -3];
B = [1 ; 0.5; 0 ;-1];
C = [4 0 0 0];
D = [0];
E = eye(2);
syms s;
H=C*inv(s*E-A)*B+D;
```

Úloha 1.7 Stavový model

Vypočítaný prenos:

$$H(s) = \frac{127s + 761}{s^2 + 12s + 5}$$

Z neho dostaneme napríklad

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -12 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 761 & 127 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Úloha 1.7.1 Stavový model pomocou Control Systems toolbox

```
b = [127 761];
a = [1 12 5];
[A,B,C,D] = tf2ss(b,a);
```

Kde **b** je vektor čiteteľa a **a** je vektor menovateľa.

Úloha 1.7.2 Stavový model pomocou Polynomial toolbox

```
b = [127 761];
a = [1 12 5];
[A, B, C, D] = lmf2ss(P,Q);
```

Kde **b** je vektor čiteteľa a **a** je vektor menovateľa.