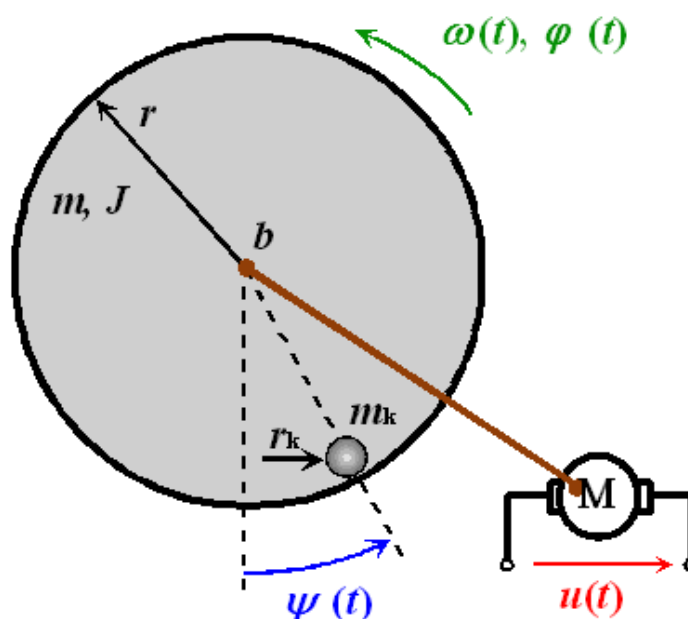


Automatické řízení – simulační úloha

KULIČKA V OBRUČI

Principiální schéma modelu nacházejícího se v laboratoři K26 je na obr. 1.



Obr. 1 – Kulička v obruči

Laboratorní model Kulička v obruči je nelineární stabilní systém s jedním vstupem

- napětí stejnosměrného motoru u [V] (akční veličina)

a třemi výstupy

- úhlová rychlost otáčení obruče ω [rad s^{-1}], na modelu v Simulinku [ot min^{-1}],
- úhel natočení obruče φ [rad], na modelu v Simulinku v [$^\circ$],
- poloha kuličky v obruči ψ [rad], na modelu v Simulinku v [$^\circ$].

Modelování

Systém kuličky v obruči je možné popsat následujícími diferenciálními rovnicemi:

$$J_h \ddot{\varphi}(t) + m(R-r)^2 \ddot{\psi}(t) + b_h \dot{\varphi}(t) + mg(R-r) \sin \psi(t) = M(t)$$

$$\frac{J_b R}{r^2} \ddot{\varphi}(t) - \left(\frac{J_b}{r^2} + \frac{m(R-r)^2}{R^2} \right) R \ddot{\psi}(t) + \frac{b_b}{r^2} R (\dot{\varphi}(t) - \dot{\psi}(t)) - mg \frac{R-r}{R} \sin \psi(t) = 0$$

Po zavedení substitucí

$$k_1 = m(R-r)^2, k_2 = mg(R-r), k_3 = \frac{J_b R}{r^2}, k_4 = \left(\frac{J_b}{r^2} + \frac{m(R-r)^2}{R^2} \right) R, k_5 = \frac{b_b R}{r^2}$$

a úpravách dostaneme rovnice:

$$\ddot{\varphi}(t) = \frac{k_1}{k_1 k_3 + k_4 J_h} \left(- \left(\frac{k_4 b_h}{k_1} + k_5 \right) \dot{\varphi}(t) + k_5 \dot{\psi}(t) + k_2 \left(\frac{1}{R} - \frac{k_4}{k_1} \right) \sin \psi(t) + \frac{k_4}{k_1} M(t) \right)$$

$$\ddot{\psi}(t) = \frac{J_h}{k_1 k_3 + J_h k_4} \left(\left(- \frac{k_3 b_h}{J_h} + k_5 \right) \dot{\varphi}(t) - k_5 \dot{\psi}(t) + k_2 \left(- \frac{1}{R} - \frac{k_3}{J_h} \right) \sin \psi(t) + \frac{k_3}{J_h} M(t) \right),$$

kde m [kg] je hmotnost kuličky, J_b [kg m²] je moment setrvačnosti kuličky, J_h [kg m²] je moment setrvačnosti obruče, R [m] je poloměr obruče, r [m] je poloměr kuličky, b_b [Nms] reprezentuje tření kuličky o obruč, b_h [Nms] je koeficient viskózního tření obruče, $M(t)$ [Nm] je moment síly vyvozovaný motorem a g [m s⁻²] je gravitační zrychlení. Pro moment setrvačnosti kuličky platí

$$J_b = \frac{2}{5} m r^2$$

Moment síly $M(t)$ [Nm] vyvolaný motorem je přímo úměrný napětí $u(t)$ [V]. Motor obsahuje pásmo necitlivosti, rozsah vstupního signálu je omezen. Dopředu znáte dvě konstanty týkající se kuličky: $m = 0,032$ kg, $r = 9,1$ mm.

Úlohy (hodnocení je pouze doporučené):

1. Napište stavové rovnice popisující systém s obecnými parametry a zjednodušte je za předpokladu $R \gg r$. Pokuste se sdružit konstanty u jednotlivých členů do jedné. [hodnocení 15 %]
2. Model z bodu 1. linearizujte v rovnovážném stavu a vytvořte linearizovaný model systému s obecnými parametry. [hodnocení 15 %]
3. Identifikujte všechny statické nelinearity – saturace vstupů a stavů a pásmo necitlivosti vstupu [hodnocení 5 %]
4. Pomocí vhodných experimentů na původním systému identifikujte parametry obruče. Předpokládejte, že vliv kuličky na obruč je zanedbatelný. [hodnocení 15 %]
5. Pomocí vhodných experimentů identifikujte parametry kuličky jako odezvu na počáteční podmínky při pevně chycené obruči. Koeficient útlumu a přirozená frekvence vychází stejně pro odezvu na skok i počáteční podmínky. [hodnocení 15 %]
6. Určete křížové členy mezi kuličkou a obručí a naopak. [hodnocení 10 %]
7. Vytvořte v Simulinku nelineární (včetně všech statických nelinearit) a linearizovaný model. [hodnocení 5 %]
8. Porovnejte odezvy (obou výstupů) modelů z bodu 7. a skutečného systému na Vámi (vhodně) zvolené vstupní signály a počáteční podmínky. Do grafů nezapomeňte uvést vstupní signál. Zhodnoťte úlohu. [hodnocení 20 %]