

Domácí úkol ARI 07

Ladislav Štefka

8. dubna 2018

Úkol 1 Nastavení zesílení regulátoru na požadovaný překmit

Uvažujte soustavu s přenosem otevřené smyčky

$$L(s) = K \frac{1}{s(s+50)(s+100)}$$

Úkol 1.1

Použijte frekvenční metody k návrhu zesílení tak, aby měl výsledný zpětnovazební systém (uzavřená smyčka) překmit na skok reference 20%.

Z požadavku na překmit vypočteme požadované tlumení pomocí vztahu

$$\zeta = \frac{-\ln(\frac{\%OS}{100})}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\frac{\%OS}{100})}}. \quad (1)$$

Dosažené hodnoty:

$$\zeta = \frac{-\ln(\frac{20}{100})}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\frac{20}{100})}} = 0.4559$$

a z toho požadované PM získáme pomocí vztahu

$$PM = \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1 + 4\zeta^4}}}. \quad (2)$$

Dosažené hodnoty:

$$PM = \arctan \frac{2 \cdot 0.4559}{\sqrt{-2 \cdot 0.4559^2 + \sqrt{1 + 4 \cdot 0.4559^4}}} = 0.8403 \approx 48.15^\circ$$

Abychom mohli nakreslit Bodeho graf a navrhovat graficky, musíme zvolit nějakou hodnotu K . Zvolíme proto pro jednoduchost například hodnotu 5, aby se později ve zlomku hodnoty vykrátily.

Nakreslíme Bodeho graf a na něm najdeme frekvenci, pro kterou je fáze $\phi(j\omega_{K=5}) = -180^\circ + 48.15^\circ = -131.85^\circ$. Z grafu odečteme úhlovou frekvenci a příslušnou amplitudu.

$$\omega_{K=5} = 25.8 \text{ rad } s^{-1} \quad (3)$$

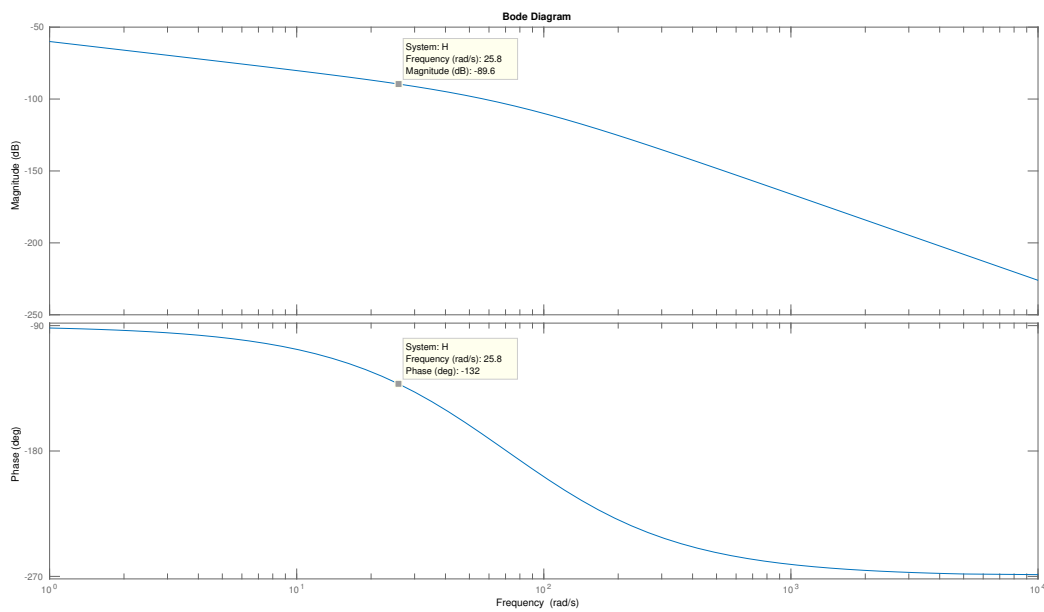
$$|L(\omega_{K=5})| = -89.6 \text{ dB} \quad (4)$$

Konstantu K musíme zvětšit tak, abychom dostali zesílení 0 dB. Ze vzorce $20\log(a) = 89.6$, poté dostáváme hodnotu multiplikátoru a , který udává, kolikrát musíme K zvětšit.

$$K = 5 \cdot 30200 = 151000 \quad (5)$$

Výsledný přenos pro otevřenou smyčku:

$$L(s) = \frac{5 \cdot 30200}{s(s+50)(s+100)} = \frac{151000}{s(s+50)(s+100)} \quad (6)$$



Obrázek 1: Bodeho graf

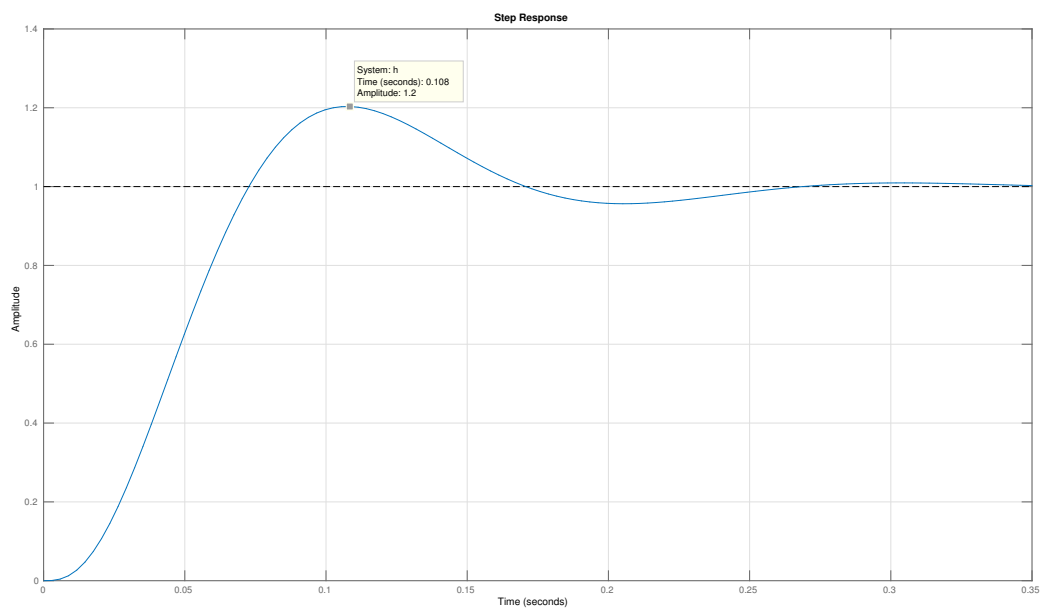
Úkol 1.2

Výsledek ověřte simulací.

Přenos uzavřené smyčky.

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (7)$$

Tento systém vykreslím v Matlabu, pomocí standardních funkcí *tf()* a *step()*.



Obrázek 2: Odezva na skok

Na grafu vidíme, že jsme splnili požadované zadání a překmit činí 20%.

Úkol 2 Charakteristiky ustáleného stavu z Bodeho grafu

Na následujícím obrázku jsou frekvenční charakteristiky tří různých systémů $|L(j\omega)|$ a), b) a c). Pokud jste se narodil/a v první třetině měsíce, vyberte si zadání a), pokud ve druhé, platí pro vás zadání b) a pokud ve třetí, řešte c).

Moje zadání - a).

Úkol 2.1 Řád, astatismus

Z grafu můžeme pro tento případ vyčíst póly, jako místa zlomu, kde graf začíná klesat a nuly jako místa, kde klesat přestává.

$$p_{1,2,3} = -4, -7, -9 \quad (8)$$

$$z_{1,2} = -5, -8 \quad (9)$$

Graf je zpočátku konstantní, v nule proto žádný pól nemá, řád astatismu je tedy 0. Graf pro vysoké frekvence klesá se sklonem -20 dB, jedná se tedy o systém prvního řádu.

Přenos systému:

$$L(s) = \frac{10^{\frac{25}{20}} * (1 + \frac{s}{5})(1 + \frac{s}{8})}{(1 + \frac{s}{4})(1 + \frac{s}{7})(1 + \frac{s}{9})} = \frac{112(s+5)(s+8)}{(s+4)(s+7)(s+9)} \quad (10)$$

Úkol 2.2 Určete konstanty systému

Konstanta polohy:

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{112(s+5)(s+8)}{(s+4)(s+7)(s+9)} = \frac{112 \cdot 40}{252} = 17.8 \quad (11)$$

Konstanta rychlosti:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{112s(s+5)(s+8)}{(s+4)(s+7)(s+9)} = 0 \quad (12)$$

Konstanta zrychlení:

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \cdot L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{112s^2(s+5)(s+8)}{(s+4)(s+7)(s+9)} = 0 \quad (13)$$

Protože je konstanta rychlosti nulová, je také konstanta zrychlení nulová.

Úkol 2.3 Určete ustálené odchylky

Ustálená odchylka na skok:

$$e_{step,ss} = \frac{1}{1 + K_p} = 0.053 \quad (14)$$

POZNÁMKA: Systém prvního řádu se při odezvě na skok skutečně ustálí.

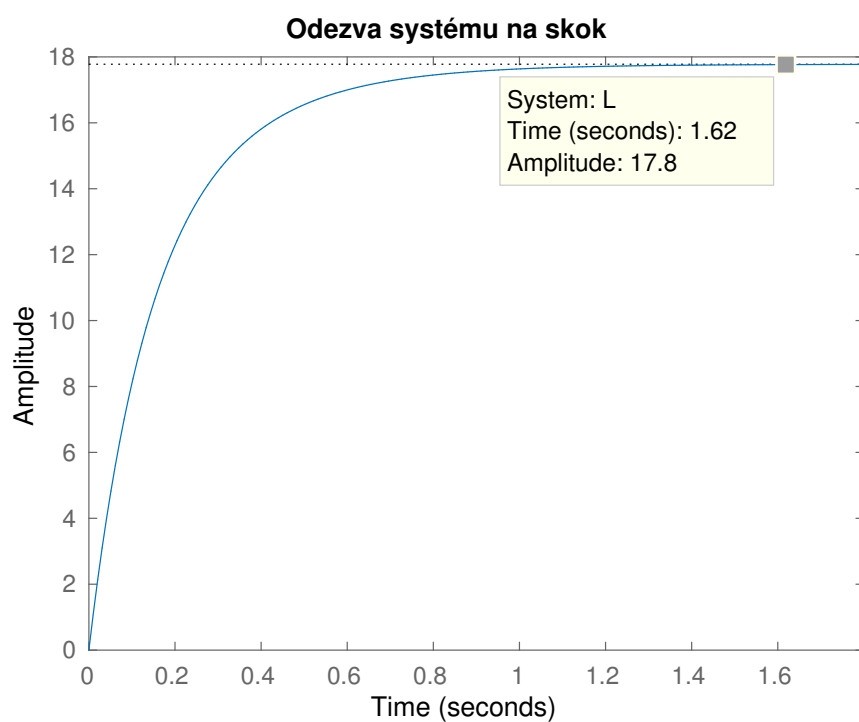
Ustálená odchylka na rampu:

$$e_{rampa,ss} = \frac{1}{K_v} = \infty \quad (15)$$

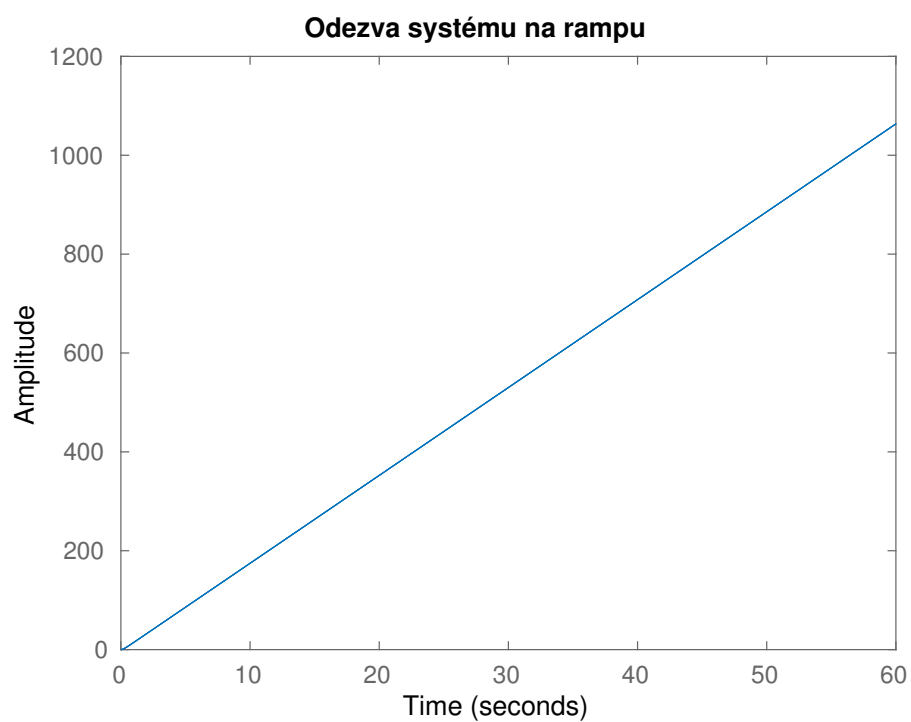
Ustálená odchylka na parabolu:

$$e_{parabola,ss} = \frac{1}{K_a} = \infty \quad (16)$$

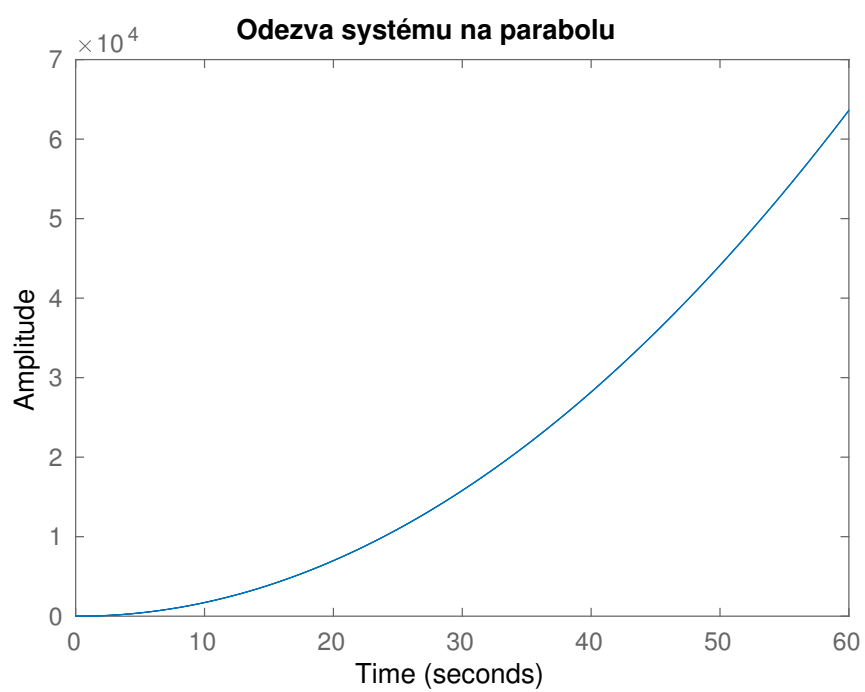
POZNÁMKA: Systém prvního řádu se při polynomiálním vstupu alespoň prvního řádu nikdy neustálí.



Obrázek 3: Odezva na skok



Obrázek 4: Odezva na rampu



Obrázek 5: Odezva na parabolu