

## Višja dinamika: laboratorijske vaje

### 2. stopnja RR

Dr. Janko Slavič, Špela Bolka, Luka Knez

3. april 2013

1 Vibracijsko testiranje izdelkov	2
2 Karakterizacija sistema z več prostostnimi stopnjami	9
3 Lastne frekvence zveznega sistema - nosilec	15
Literatura	18

Gradivo podaja nujne izraze za sledenje laboratorijskim vajam, pri čemer se predpostavlja znanje s predavanj in vaj.

Študent:			
Lab. vaja	Datum	Ocena	Podpis asistenta
Prva			
Druga			
Tretja			

Zadnja različica se nahaja na:  
<http://lab.fs.uni-lj.si/ladisk/data/pdf/LaboratorijskeVajeVD.pdf>

# 1 Vibracijsko testiranje izdelkov

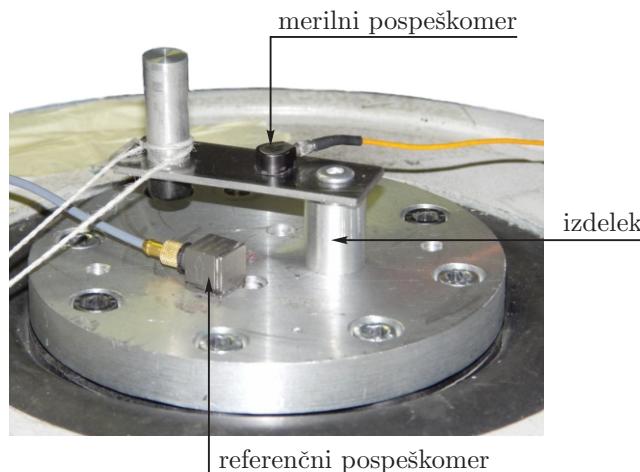
## 1.1 Namen vaje

V mnogih panogah industrije, predvsem pa v avtomobilski, pomorski in letalski, so vibracijska testiranja splošna praksa. Z njimi se preveri, ali bodo posamezni sestavni deli, glede na pričakovane obremenitve, zdržali celotno življenjsko dobo brez poškodb. Dobavitelj tako z vibracijskimi testi preveri oziroma dokaže ustreznost svojega izdelka.

Namen te vaje je predstaviti bistvene korake vibracijskega testiranja na industrijskem izdelku. Spoznali boste osnove rokovanja s stresalnikom, s pomočjo katerega vzbujamo preizkušance, predvideli omejitve testirnega sistema ter spoznali razlike med naključnim, sinusnim ter impulznim vzbujanjem. Na koncu boste tudi ocenili, ali je testirani izdelek vibracijsko ustrezen.

## 1.2 Definicija naloge

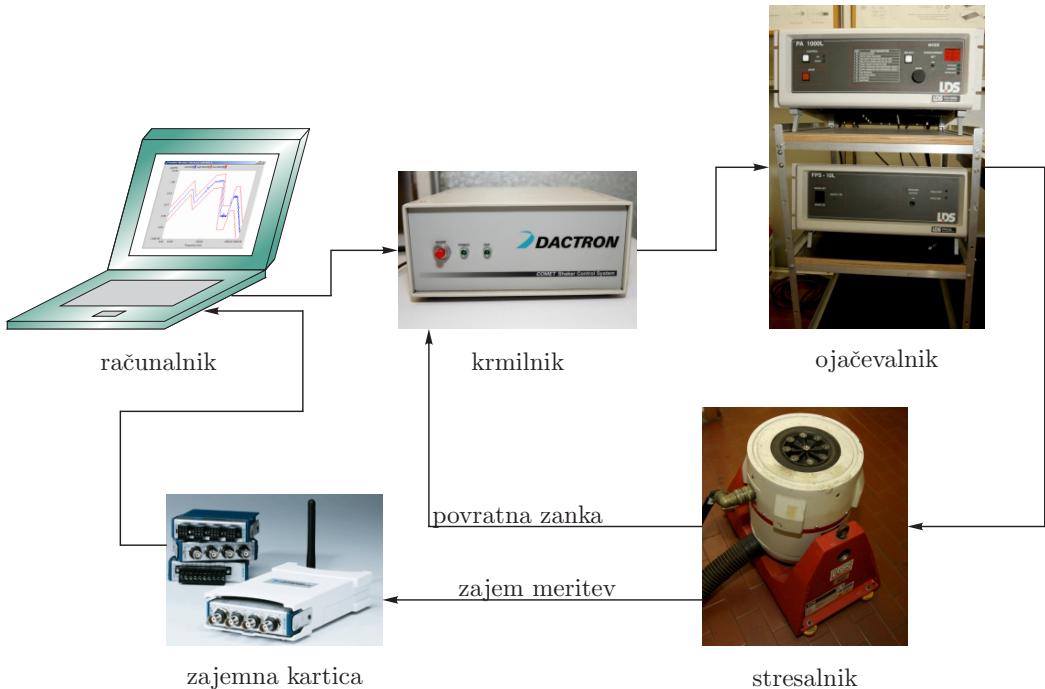
Vaša naloga je izvesti namišljen pospešeni vibracijski preizkus ‘izdelka’, prikazanega na sliki 1. Preveriti je potrebno, ali je z dano merilno opremo izdelek možno testirati, izmeriti lastne frekvence izdelka, nato pa še preveriti, ali izdelek vzdrži obremenitve, ki se pojavijo pri pospešenem vibracijskem preizkusu.



Slika 1: Preizkušanec in vpenjalo.

## 1.3 Stresalnik LDS V555

Pri laboratorijski vaji bo uporabljen stresalnik LDS V555, ki je prikazan na sliki 2, njegove karakteristike pa so podane v tabeli 1. Uporabljeni tip stresalnika je elektrodinamični, kar pomeni, da generira vibracije s pomočjo magnetnega polja, znotraj katerega se nahaja feromagnetno jedro. Stresalnik je med delovanjem vezan v merilno zanko, prikazano na sliki 2. Na računalniku nastavimo parametre vzbujanja, nato pa krmilnik preko povratne zanke (merjenje amplitude pospeška z referenčnim pospeškomerom, prikazanim na sliki 1) med samo meritvijo tudi poskrbi, da so pomiki stresalnika skladni s predpisanimi karakteristikami vzbujanja. Krmilni signal nato preko ojačevalnika poskrbi za ustrezeno vzbujanje



Slika 2: Merilna shema.

elektromagnetne tuljave stresalnika. Vibracijski odziv izdelka se nato zajema preko zajemne kartice na računalnik.

Stresalnik ima uporabno frekvenčno območje od 5 do 6300 Hz, krmilnik stresalnika pa omogoča naključno, sinusno in impulzno vzbujanje.

Tabela 1: Karakteristike stresalnika LDS V555.

Lastnost	Vrednost
Največja vektorska sila za sinusno vzbujanje	940 N
Največja vektorska sila za naključni signal	636 N
Masa armature	0,99 kg
Lastna frekvenca prazne armature	4850 Hz
Uporabno frekvenčno območje	5 → 6300 Hz
Največji pospešek	981 m/s <sup>2</sup>
Največja hitrost	1,5 m/s
Največji odmik	25,4 mm
Največja možna dodana masa na armaturi	25 kg
Premer pritrdilne plošče armature	ϕ 110 mm
Mere: višina × širina × dolžina	430 × 300 × 530 mm

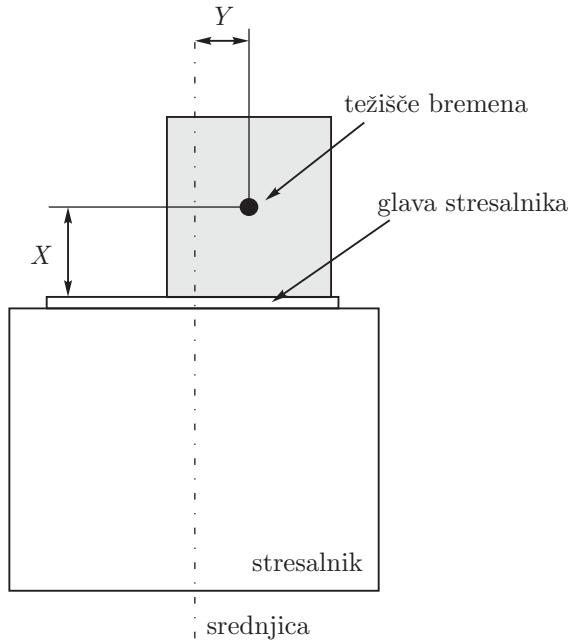
### 1.3.1 Preračun omejitev stresalnika

**Največja dovoljena masa.** Zaradi statičnih obremenitev na ležaje, ki vodijo glavo stresalnika v osni smeri (predvsem v primeru, da se stresalnik zvrne v horizontalno lego), je omejena največja masa *bremena*

(vpenjalo in izdelek), ki jo lahko testiramo. V navodilih za uporabo stresalnika [1] najdemo vse potrebne enačbe za preračun. Največjo maso dovoljenega bremena  $P$  izračunamo po sledeči enačbi:

$$P = \frac{A}{(B + X)} \quad \text{v [kg]}, \quad (1)$$

kjer sta  $A$  in  $B$  konstanti obremenitve ležajev, ki ju poda proizvajalec stresalnikov ( $A = 567 \text{ kg mm}$ ,  $B = 44 \text{ mm}$ ),  $X$  pa predstavlja razdaljo od glave stresalnika do težišča bremena (prikazano na sliki 3).



Slika 3: Težišče bremena glede na armaturo in os stresalnika.

**Največji pospešek.** Večja kot je masa na stresalniku, manjše pospeške lahko dosegamo, saj imamo omejeno maksimalno silo. To si najlažje razložimo z drugim Newtonovim zakonom, velja:

$$a = \frac{F}{M}, \quad (2)$$

kjer je  $F$  največja sila, ki jo lahko izvede stresalnik (tabela 1),  $M$  je masa bremena na stresalniku,  $a$  pa je največji teoretični pospešek, ki ga še lahko dosežemo<sup>1</sup>.

**Omejitve hitrosti in pomika.** Poleg največje dovoljene mase ima stresalnik še druge omejitve, ki so odvisne od frekvence vzbujanja:

- Od 5 do 20 Hz je največji pomik omejen do 25,4 mm.
- Od 20 do 100 Hz je največja dovoljena hitrost 1,5 m/s.
- Od 100 Hz navzgor je največji dovoljeni pospešek 981 m/s<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Bolj podroben izračun ni predmet te laboratorijske vaje.

**Ekscentričnost obremenitve stresalnika.** Kadar je breme vpeto ekscentrično, so ležaji stresalnika obremenjeni z dinamičnim momentom. Navodila za uporabo stresalnika [1] predpisujejo izračun maksimalnega dovoljenega pospeška vzbujanja  $a_c$ , ki še ne predstavlja nevarnosti za poškodbe stresalnika. Pospešek je odvisen od najnižje vzbujevalne frekvence. Velja:

$$a_c = \frac{(A - M Y) \pi^2 f^2}{250 B C} \quad \text{v [g]}, \quad (3)$$

kjer je  $C$  konstanta ( $C = 2280 \text{ N/mm}$ ),  $f$  predstavlja najnižjo frekvenco testiranja,  $M$  pa je masa bremena.

**Lastna frekvenca vpenjala.** Za zagotavljanje ustreznega vibracijskega profila pritrditev vpenjala in njegova lastna dinamika ne smeta vplivati na nivo in obliko vibracijskega signala. To pomeni, da mora biti prva lastna frekvenca vpenjala dovolj oddaljena od najvišje frekvence vzbujanja. Med drugim je potrebno preveriti tudi ustreznost lastne frekvence pritrdilnih vijakov. Najprej je potrebno določiti skupno togost vijakov  $K$ :

$$K = \frac{E A_v n}{L} \quad \text{v [N/m]}, \quad (4)$$

kjer je  $E$  Youngov modul materiala vijakov (ponavadi jeklo),  $A_v$  je strižni presek posameznega vijaka,  $n$  je število uporabljenih vijakov,  $L$  pa dolžina posameznega vijaka. Prvo lastno frekvenco  $F_l$  ocenimo kot:

$$F_l = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{v [Hz]}. \quad (5)$$

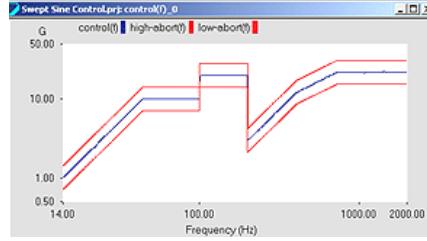
### 1.3.2 Tipi vzbujanj

Stresalnik omogoča tri tipe vzbujanja - sinusni prelet (angl. *sine sweep*), širokospektralno naključno vzbujanje (angl. *broadband random excitation*) in impulzno vzbujanje. Prva dva tipa podajamo v frekvenčni, zadnjega pa v časovni domeni.

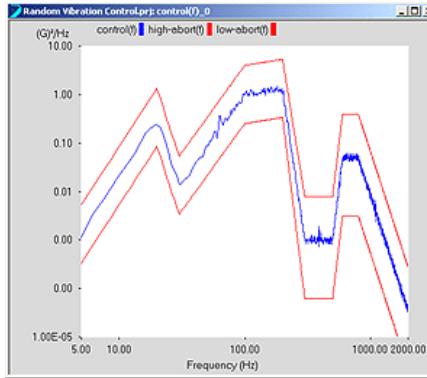
Obliko vzbujevalnega signala, denimo obliko udarca pri impulzni motnji ali spreminjanje amplitude signala v odvisnosti od frekvence pri sinusnem preletu, imenujemo *profil vzbujevalnega signala*.

**Sinusni prelet** Zgodovinsko gledano je bil sinusni prelet prvi profil, ki so ga stresalniki uporabljali. Zanj je značilno, da preizkušanec vzbujamo od najnižje frekvence proti najvišji in nazaj. Celotno frekvenčno območje torej "preletimo", za vsako frekvenco pa lahko nastavimo poljubno amplitudo pospeška (primer je prikazan na sliki 4). Naenkrat se vzbuja le majhno frekvenčno območje, zato je ta profil še posebej primeren za preučevanje nelinearnih sistemov.

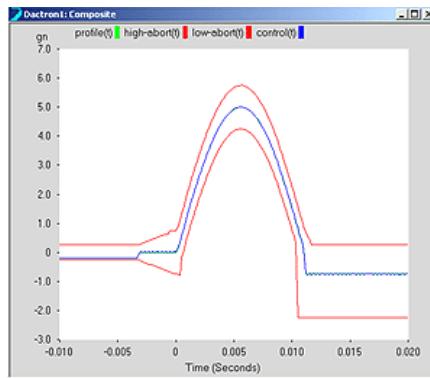
**Širokospektralno naključno vzbujanje** Spekter je sestavljen iz neskončno različnih sinusov, ki se razlikujejo v amplitudi in frekvenci, zato je vzbujanje preizkušanca naključno. Tako dobro popišemo vzbujanja iz narave, npr. vožnjo po cesti. Oblika spektra tega profila je lahko torej poljubna, omejitve nam predstavljajo le fizične zmogljivosti stresalnika in krmilnika. Primer širokospektralnega profila vidimo na sliki 5.



Slika 4: Primer sinusnega profila. [2]



Slika 5: Primer širokospektralnega naključnega profila. [2]



Slika 6: Primer impulznega profila (polsinus). [2]

**Impulzno vzbujanje** S pomočjo stresalnika generiramo impulz. Za impulz predpišemo obliko v časovni domeni (polsinus, trikotno, rampa...), amplitudo ter trajanje v milisekundah, primer je prikazan na sliki 6. Ta profil se običajno uporablja za simuliranje udarcev na izdelek, npr. zapiranje vrat, obremenitev izdelka med prometno nesrečo...

## 1.4 Meritve

Namišljen izdelek, ki je prikazan na sliki 1, boste pritrдили na glavo stresalnika LDS V555, ki bo vzbujal izdelek. Poleg tega boste potrebovali še krmilnik, ojačevalnik in osebni računalnik. Pri tej laboratorijski vaji je potrebno:

1. Preverite, ali z izbranim stresalnikom lahko testirate izdelek.
2. Določite lastne frekvence izdelka.
3. Preverite, če izdelek zdrži predpisane udarne teste.
4. Preverite, če izdelek zdrži predpisane obremenitve pospešenega vibracijskega preizkusa.

#### 1.4.1 Preverjanje zmogljivosti stresalnika

Podatki, potrebni za preračun, so podani v tabeli 2.

Tabela 2: Podatki o bremenu

Podatek	Vrednost
Masa vpenjala in izdelka	0.43 kg
Odmik od armature (X)	25 mm
Debalans glede na os stresalnika (Y)	20 mm
Najnižja vzbujevalna frekvenca	150 Hz
Tip uporabljenega vijaka	M6x45 mm
Število vijakov	8

#### 1.4.2 Določanje lastnih frekvenc

Lastne frekvence izdelka določite iz frekvenčne prenosne funkcije (razmerje med amplitudama odziva in vzbujanja):

$$FPF = \frac{a_{odz}}{a_{vzb}}. \quad (6)$$

Pri obravnavanem primeru je amplituda odziva amplituda pospeškov, merjenih na izdelku, amplituda vhodnega signala pa amplituda pospeškov referenčnega pospeškomera. Referenčni pospeškomer je potrebno pritrdiriti na vznosje vpenjala, merilni pospeškomer pa na ustrezno mesto na izdelku. Za določanje lastnih frekvenc izdelka uporabite vzbujanje s sinusnim preletom od 150 Hz do 1000 Hz z amplitudo 10 m/s<sup>2</sup> ter hitrostjo preleta dveh oktav na minuto.

#### 1.4.3 Udarni testi

V naslednji fazi je potrebno preveriti odpornost izdelka na udarce. V ta namen se izdelek vzbuja s šestimi impulzi. Impulzi so polsinusne oblike z amplitudo 50 m/s<sup>2</sup> ter trajajo 10 ms. Izdelek mora brez poškodb preživeti vse impulze.

#### 1.4.4 Pospešeni vibracijski testi življenske dobe

Ena od nalog vibracijskega testiranja je tudi preverjanje ali izdelek zdrži celotno življensko dobo. Vzbujevalni profili so izbrani tako, da so amplitude višje od tistih, ki bi se pojavile pri normalni uporabi. Pospešeni vibracijski test tako tipično v cca 50 do 100 urah testiranja obremeniti izdelek podobno kakor bi bil obremenjen v nekaj letih v realni aplikaciji. V okviru laboratorijske vaje boste izdelek 5 minut vzbujali s povečanim širokospektralnim naključnim profilom, podanim v tabeli 3. Izdelek mora biti po testu brez vidnih poškodb.

Tabela 3: Parametri za naključni profil.

Frekvenca [Hz]	Močnostni spekter $[(m/s^2)^2/Hz]$
150	40
250	40
300	30
600	30
650	15
1000	15

## 1.5 Pregled meritev in rezultati

Simbol	Vrednost	Enota
--------	----------	-------

Preračun omejitev stresalnika

$P$		kg
$a_c$		g
$F_l$		Hz

Lastne frekvence preizkušanca

$f_1$		Hz
$f_2$		Hz
$f_3$		Hz
$f_4$		Hz
$f_5$		Hz
$f_6$		Hz

## 1.6 Teoretična vprašanja

1. Zakaj izdelke vibracijsko testiramo?
2. Ali mora biti vzbujanje pod prvo lastno frekvenco vpetja?
3. Ali mesto pritrditve referenčnega pospeškomera vpliva na vzbujanje?
4. Ali je pomembno, kam pritrdimo pospeškomera, ko merimo FPF?
5. Ali bi pri linearinem sistemu dobili enako FPF ob sinusnem in naključnem vzbujanju? Kaj pa pri nelinearnem sistemu?
6. Kakšna je razlika med sinusnim, impulznim in naključnim vzbujanjem?
7. Kako vpliva masa bremena na velikost pospeška, ki ga še lahko izvede stresalnik?
8. Kakšne omejitve ima stresalnik?
9. Zakaj je ekscentrično breme nevarno za stresalnik?

## 2 Karakterizacija sistema z več prostostnimi stopnjami

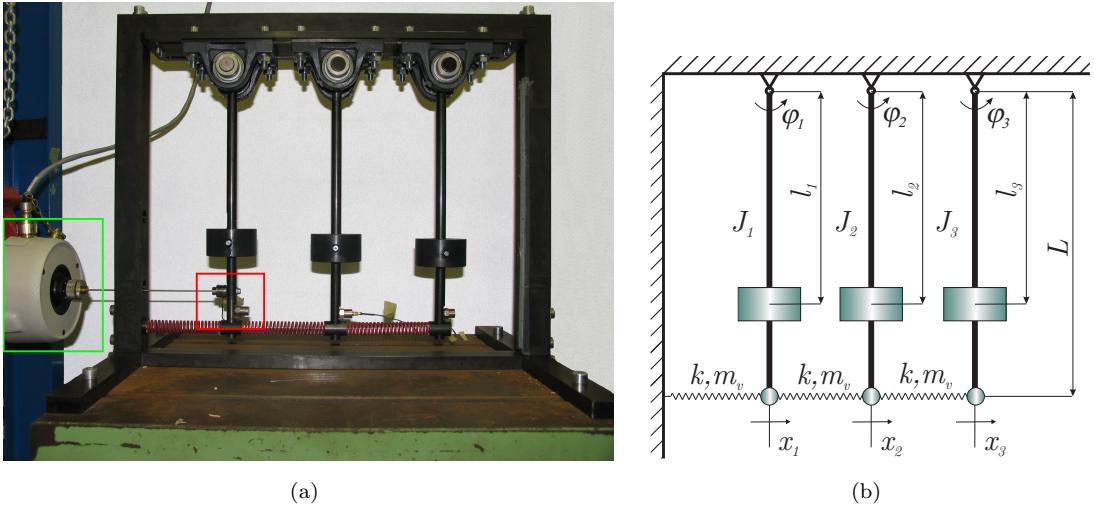
### 2.1 Namen vaje

Realni sistemi imajo le redko eno samo prostostno stopnjo, kar je potrebno upoštevati tudi pri karakterizaciji sistema.

Namen te vaje je spoznati sistem z več prostostnimi stopnjami ter način eksperimentalnega določanja lastnih frekvenc in vektorjev takšnega sistema s pomočjo frekvenčnih prenosnih funkcij.

### 2.2 Definicija naloge

Izračunajte lastne frekvence in vektorje sistema na sliki 7. Izmerite lastne frekvence sistema. Uporabite teorijo majhnih pomikov. Dušenje zanemarite.



Slika 7: Sistem z več prostostnimi stopnjami: (a) slika realnega sistema; (b) matematični model.

### 2.3 Matematični model

Sistem na sliki 7(a) se poenostavi kot je prikazano na sliki 7(b). Za določanje gibalnih enačb je mogoče uporabiti II. Newtonov zakon ali Lagrangeve enačbe II. vrste. Zaradi večje preglednosti bodo na tem mestu uporabljeni slednje. Pri tem se predpostavi \$x\_1 > x\_2 > x\_3\$. Lagrangeva funkcija \$\mathcal{L}\$ je definirana kot:

$$\mathcal{L} = E_k - E_p, \quad (7)$$

pri tem je \$E\_k\$ kinetična:

$$E_k = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\varphi}_3^2 + \frac{m_v}{6} \cdot [\dot{x}_1^2 + (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2 + (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)^2], \quad (8)$$

\$E\_p\$ pa potencialna energija sistema:

$$E_p = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} k (x_1 - x_2)^2 + \frac{1}{2} k (x_2 - x_3)^2. \quad (9)$$

$J_i$  predstavlja masni vztrajnostni moment  $i$ -te palice z utežjo okoli vrtišča,  $m_v$  pa maso vzmeti. Masni vztrajnostni moment za posamezno palico je določen kot:

$$J_i = J_p + J_{ui} + J_n = \frac{1}{3} m L^2 + M l_i^2 + \frac{M}{12} (3(R^2 - r^2) + H^2) + m_n L^2, \quad (10)$$

kjer je  $J_p$  masni vztrajnostni moment palice glede na vrtišče,  $J_{ui}$  masni vztrajnostni moment uteži glede na vrtišče,  $J_n$  pa masni vztrajnostni moment nastavka za vzmet glede na vrtišče.  $M$  predstavlja maso uteži,  $m$  maso palice,  $m_n$  pa maso nastavka za vzmeti.  $R$  je zunanji radij uteži,  $r$  pa radij izvrtine uteži (in hkrati radij palice).  $L$  je dolžina palice,  $l_i$  pa položaj posamezne mase, merjeno od vpetja palice navzdol.  $H$  predstavlja višino uteži.

Za določitev gibalnih enačb je potrebno Lagrangevo funkcijo odvajati po vseh koordinatah; velja  $x_i = L \sin(\varphi_i)$ .

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_i} = 0 \quad (11)$$

Izraza (8) ter (9) je po odvajanju potrebno še linearizirati (velja  $\sin(\varphi_i) \approx \varphi_i$  in  $\cos(\varphi_i) \approx 1$ ). Za določanje odziva se predpostavi harmoničen odziv sistema in nastavek  $\varphi_i(t) = \phi_i \sin(\omega t)$ . Na podlagi zgornjih izrazov se izpelje masno:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J_1 + \frac{2}{3}L^2 m_v & -\frac{1}{3}L^2 m_v & 0 \\ -\frac{1}{3}L^2 m_v & J_2 + \frac{2}{3}L^2 m_v & -\frac{1}{3}L^2 m_v \\ 0 & -\frac{1}{3}L^2 m_v & J_3 + \frac{1}{3}L^2 m_v \end{bmatrix} \quad (12)$$

in togostno matriko sistema:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2k L^2 & -k L^2 & 0 \\ -k L^2 & 2k L^2 & -k L^2 \\ 0 & -k L^2 & k L^2 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Sistem gibalnih enačb je tako enak:

$$(-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{K}) \cdot \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0}, \quad (14)$$

$\boldsymbol{\phi}$  predstavlja vektor amplitud,  $\mathbf{0}$  pa vektor ničel. Lastne frekvence sistema se določi z reševanjem izraza:

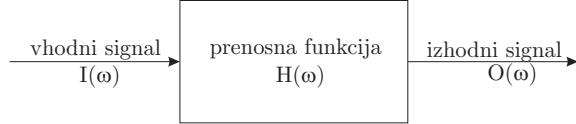
$$\det [-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{K}] = 0. \quad (15)$$

Lastne vektorje sistema se določi z vstavljanjem posamezne lastne frekvence v sistem enačb (14). Ker je to sistem dveh neodvisnih in ene odvisne enačbe, je lastne vektorje potrebno normirati.

## 2.4 Eksperiment

### 2.4.1 Frekvenčna prenosna funkcija

Frekvenčna prenosna funkcija (FPF, angl. *frequency response function*) določa modalne parametre sistema (lastne frekvence, lastni vektorji, dušenje). V splošnem frekvenčna prenosna funkcija predstavlja



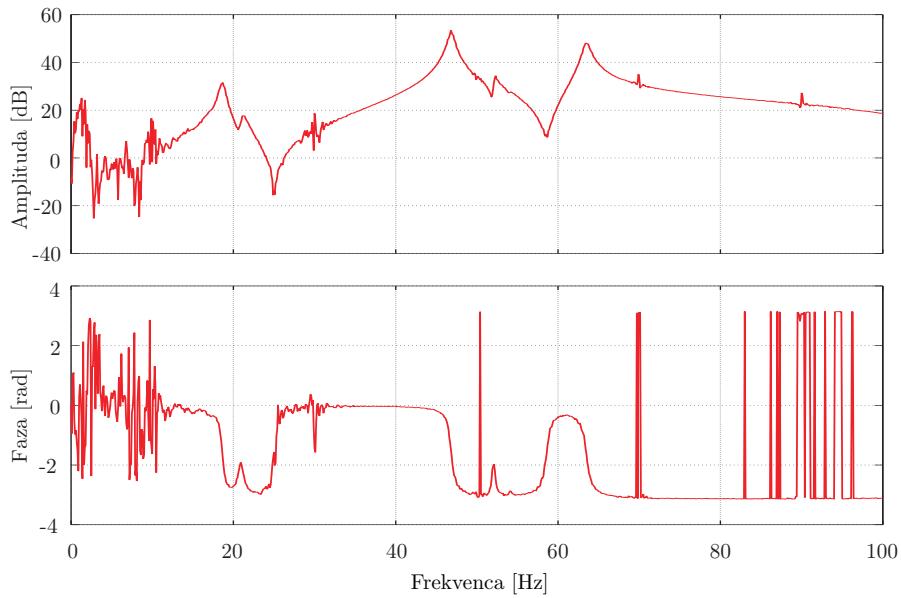
Slika 8: Shema prenosne funkcije

razmerje med vhodnim in izhodnim signalom, v odvisnosti od frekvence. Izraz za frekvenčno prenosno funkcijo je podan z:

$$H(\omega) = \frac{O(\omega)}{I(\omega)}, \quad (16)$$

grafično pa je FPF prikazana na sliki 8.

Frekvenčna prenosna funkcija je sestavljena iz amplitudnega in faznega dela, kot je prikazano na sliki 9. Glede na izbrane (merjene) vhodne in izhodne veličine, obstaja več različnih frekvenčnih prenosnih funkcij. Pri laboratorijski vaji bo za frekvenčno prenosno funkcijo uporabljen razmerje amplitude pospeška in sile. Iz frekvenčne prenosne funkcije je mogoče neposredno odčitati tako lastne frekvence kot tudi lastne vektorje sistema.

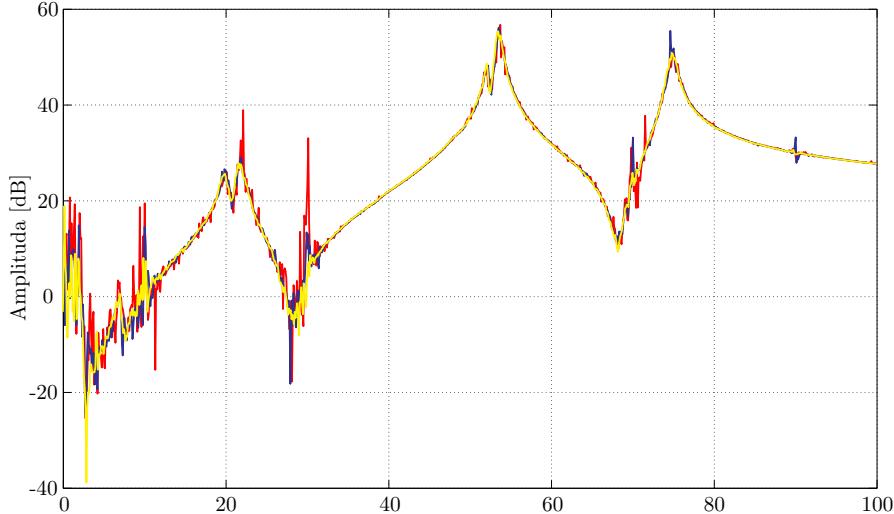


Slika 9: Amplitudni (zgoraj) in fazni graf FPF.

#### 2.4.2 Merjenje lastnih frekvenc

Pri eksperimentu je sistem prek stresalnika vzbujan s širokospektralnim naključnim vzbujanjem. Takšno vzbujanje zagotavlja, da v vzbujevalnem signalu z enako močjo zastopane vse frekvence. Stresalnik je prikazan v rdečem okviru na sliki 7(a). Signal za stresalnik generiramo s programom LabVIEW.

Cilj meritev je določanje odziva sistema. S silomerom merimo silo na koncu palice stresalnika, s pospeškomerji pa pospeške na posamezni palici. Silomer in pospeškomer na prvi palici sta prikazana v zelenem okviru na sliki 7(a).



Slika 10: Vpliv povprečenja na signal. Legenda: (—) brez povprečenja, (—) 2 povprečenji, (—) 10 povprečenj.

Podatki z zaznaval so zajeti z zajemnimi karticami, nato pa so obravnavani s programom LabVIEW. Za posamezno palico prikažemo amplitudni in fazni del frekvenčne prenosne funkcije (pospešek/sila). Pri obravnavi podatkov je potrebno pravilno nastaviti filtre, okna in način povprečenja podatkov.

### 2.4.3 Vplivni dejavniki

**Vpliv filtrov** Filtri se uporabljajo, ko se v signalu pojavljajo določene frekvence, ki jih ne želimo videti oziroma prikazati. Obstaja več vrst filterov, med najpogosteje sodijo nizkopasovni, visokopasovni, pasovni filter in filter z zavrnitvijo pasu.

**Vpliv povprečenja** Če je v signalu prisoten šum, je mogoče s povprečenjem velik del šuma izločiti (zgladiti). Glede na to, kje v sistemu se šum pojavi (na vhodu, na izhodu ali na obeh koncih), ločimo različne tipe povprečenj. Primer povprečenja signala je prikazan na sliki 10.

**Vpliv oken** Okna (angl. *window functions*) se uporabljajo za zmanjšanje robnih pojavov (posledica šumov Fourierjeve transformacije) in za izključevanje nezveznosti v signalu pri obdelavi realnih podatkov (ponovljivost dejanskih signalov je manjša od predpostavljene). Okna se uporabijo še pred Fourierjevo transformacijo signala, saj zmanjšajo frekvenčno odtekanje (angl. *leakage*).

Okno je na nekem intervalu definirano s funkcijo. Funkcija je na intervalu različna od nič, zunaj intervala pa enaka nič. Množenje funkcije, ki definira signal, s funkcijo, ki definira okno, tako vrne od nič različen produkt samo tam, kjer je od nič različna tudi okenska funkcija. Dodajanje okna signal sicer spremeni, vendar se s pravilno uporabo z njim zmanjšajo tudi nezveznosti na robovih okna.

Obstaja več različnih vrst oken. Nekatera se uporablja bolj splošno, druga pa so uporaba na le zelo ozkem področju. Najenostavnejše je pravokotno okno (ponavadi signal s tem oknom obravnavamo kot signal brez okna). To okno povzroči velike stranske loke, zato razen za kratke signale ni priporočljivo. Najbolj uporabljano je Hanningovo okno. Podobno je Hammingovo okno, le da to v krajiščih nima vrednosti nič. Uporabljamo ga predvsem za signale, kjer so frekvence zelo blizu skupaj.

## 2.5 Potek vaje

Predmet analize je sistem z več prostostnimi stopnjami, prikazan na sliki 7(a). Podatki o sistemu so:  $m=0.536$  kg,  $M=1.513$  kg,  $m_v=0.105$  kg,  $m_n=0.052$  kg,  $R=0.0325$  m,  $r=0.0075$  m,  $H=0.04$  m,  $k=25.734$  N/mm,  $L=0.38$  m. Pri laboratorijski vaji je potrebno:

1. za določene vrednosti  $l_1$ ,  $l_2$  in  $l_3$  izračunati lastne frekvence in vektorje matematičnega modela sistema;
2. na sistemu nastaviti uteži na predpisane višine  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  in lastne frekvence tudi izmeriti;
3. izračunati napako med izračunanimi in izmerjenimi lastnimi frekvencami.

Izračun in meritve je potrebno opraviti za dva različna nabora podatkov.

## 2.6 Teoretična vprašanja

1. Kako je na podlagi frekvenčne prenosne funkcije določiti lastne frekvence? Kaj pa lastne vektorje? Ali so lastni vektorji tudi v tem primeru normirani? Ali so lastni vektorji in frekvence odvisni od frekvenčne prenosne funkcije?
2. Kaj je beli šum? Kakšne druge tipe vzbujanja je mogoče uporabiti?
3. Zakaj je pri obravnavanem primeru možno zanemariti dušenje sistema? Ali je takšen pristop mogoče uporabiti splošno?
4. Kakšna okna poznamo? Zakaj je potrebno uporabiti okna?
5. Kakšne filtre poznamo? Zakaj je potrebno uporabiti filtre? Kje je razlika med okni in filtri?
6. Izpeljava gibalnih enačb za nedušen sistem s 3 prostostnimi stopnjami.
7. Kakšen je vpliv povprečenja signala in zakaj se povprečenja uporablja?
8. Zakaj se med stresalnik in sistem namesti silomer? Kako silomer deluje?

## 2.7 Pregled meritev in rezultati

Simbol	Vrednost	Enota
--------	----------	-------

### 1. razporeditev palic

$l_1$		mm
$l_2$		mm
$l_3$		mm

Analitični izračun

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

Rezultati meritev

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

### 2. razporeditev palic

$l_1$		mm
$l_2$		mm
$l_3$		mm

Analitični izračun

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

Rezultati meritev

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

### 3 Lastne frekvence zveznega sistema - nosilec

#### 3.1 Namen naloge

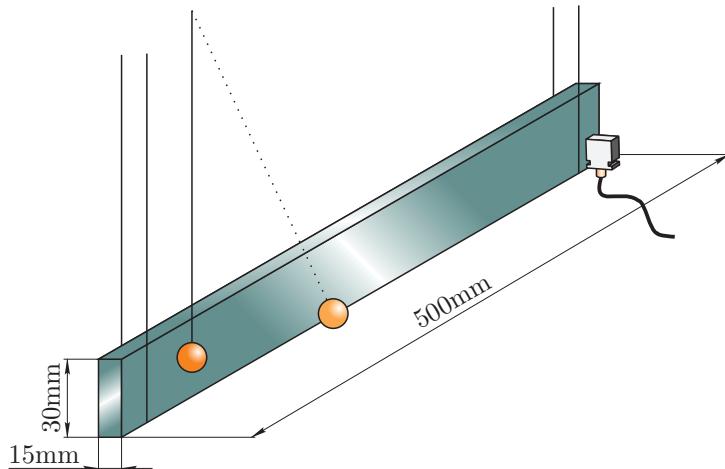
Pri predhodnih laboratorijskih vajah ste lastne frekvence in oblike sistema določili s pomočjo vzbujanja sistema s stresalnikom. Pri tej laboratorijski vaji pa boste spoznali določanje odziva sistema na udarno motnjo. Za razliko od prejšnjih dveh vaj, vzbujevalna sila ne bo poznana.

#### 3.2 Definicija naloge

Določite prve tri lastne frekvence ravninskega upogibnega nihanja prosto-prosto podprtrega nosilca (slika 3.2) na dva načina:

**analitično** s pomočjo Euler-Bernoullijeve teorije [5],

**eksperimentalno** s pomočjo frekvenčne analize časovnega odziva sistema pri impulznem vzbujanju.



Slika 11: Nosilec s prosto-prostim podprtjem, pospeškomerom in vzbujevalno kroglico.

#### 3.3 Potek vaje

Predmet analize je homogeni ravni nosilec dolžine 500 mm in pravokotnega prereza  $15 \times 30$  mm, ki mu na desni rob lahko namestimo dodatno utež mase 884 g. Razlikujemo med šestimi različnimi primeri sistema:

1. samo nosilec,
2. nosilec z dodano utežjo,
3. nosilec z upoštevanjem mase pospeškomera in magneta (28 g), nameščenega 10 mm stran od levega robu nosilca,
4. nosilec z upoštevanjem mase pospeškomera in magneta, nameščenega na sredino nosilca,

5. nosilec z dodano utežjo in z upoštevanjem mase pospeškomera in magneta, nameščenega 10 mm stran od levega robu nosilca in
6. nosilec z dodano utežjo in z upoštevanjem mase pospeškomera in magneta, nameščenega na sredino nosilca.

Preračunajte primera 1 in 2 analitično ter primere 3 do 6 eksperimentalno.

### 3.4 Teoretična vprašanja

1. Kaj definira lastne frekvence nosilca?
2. Delovanje piezo-kristalnega pospeškomera?
3. Delovanje udarnega kladiva?
4. Izpeljava robnih pogojev pri nosilcu?
5. Definirajte pojme, ki so pomembni pri zajemu podatkov: frekvenca vzorčenja, dinamična globina, dolžina meritve.
6. Kakšen je vpliv časovni in frekvenčni vpliv posameznih oken?
7. Dolžina merjenega signala in Fourierjeva transformacija?

### 3.5 Pregled meritev in rezultati

Simbol	Vrednost	Enota
--------	----------	-------

1. numerični model

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

2 . numerični model

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

3. eksperiment

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

4. eksperiment

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

5. eksperiment

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

6. eksperiment

$f_{0,1}$		Hz
$f_{0,2}$		Hz
$f_{0,3}$		Hz

## Literatura

- [1] Ling Dynamic Systems, *Installation and Operating Manual, V550 Series Vibrators*, Navodila za uporabo, Royston, England, 1995.
- [2] LADISK, Vibracijska testiranja, Predstavitev merilne opreme, Ljubljana, 2007.
- [3] [http://www.cs.wright.edu/~jslater/SDTCOutreachWebsite/intro\\_freq\\_resp\\_functions.pdf](http://www.cs.wright.edu/~jslater/SDTCOutreachWebsite/intro_freq_resp_functions.pdf) (FRF),
- [4] CHA, PHILIP D., MOLINDER JOHN I.: *Fundamentals of Signals and Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006
- [5] RAO, S.S.: *Mechanical vibrations (več izdaj)* Addison-Wesley Publishing Company