

Operációkutatás - első házi feladat

Ágoston Kolos Csaba

2020. március 23.

Tekintsünk egy piacot, ahol 3 részvéennyel és készpénzzel lehet kereskedni. A részvények árfolyama induláskor 100, és az áralakulásuk a következő képlettel írható le:

$$S_{t+1}^i = 0,5 * 100 + 0,5 * S_t^i + \xi^i - \exp(2.5) ,$$

ahol ξ egy (2;1) paraméterű lognormális eloszlás.

Tekintsük a következő derivatívát: a kiíró vállalja, hogy lejáratkor egy darab 1-es részvényt becserél 1 darab 2-es részvényre, ha erre a szerződő fél igény tart.

Először csak 1 időszakra nézzük a folyamatot! Ágaztassunk 100 felé! Mennyi a derivatíva ára? Lehetne-e ennél olcsóbban is adni a derivatívát?

Ágaztassunk 1000, 10000 majd 100000 felé! Mennyi derivatíva ára?

Nézzünk két időszakot! Ágaztassunk 100x100 felé! Mennyi a derivatíva ára? Hogyan változik az ár az eddigiekhez képest?

Tekintsünk 3 időszakot! Ágaztassunk minden időszakban n felé! Hogyan változik a derivatíva ára. Mekkora n -re tudjuk megoldani a feladatot?

A kockázatsemleges mérték segítségével be lehet-e árazni a derivatívát? Mutassa meg egy példán!

Mi változik, ha ξ^i változókat kicseréljük egy másik (lognormális) valószínűségi változóra?

Ágaztassunk az első időszakban n_1 felé, a másodikban n_2 felé, a harmadikban n_3 felé.

Először tekintsük azt az esetet, amikor az induláskor meghatározott portfóliót nem lehet átrendezni indulás után 1 vagy 2 nappal. Vegyük azt az esetet, amikor az $n_1 n_2 n_3$ szorzat viszonylag kicsi. Mennyi a derivatíva ára?

Növeljük az $n_1 n_2 n_3$ szorzat értékét! Mennyi a derivatíva ára (hogyan változik)?

Vesse össze az árat azzal, hogy ha csak 1 időszakot tekintünk (a házi feladat első pontja). Hogy magyarázza a különbséget?

Hogyan változik a derivatíva ára, ha megengedett, hogy az első időszak végén átrendezzük a portfóliót? Vesse össze itt is az árat azzal az esettel, amikor kétfelé ágaztattunk a házi feladatban!