Aufgaben exemplarisch gelöst.
Vollständige Lösungen in der ML!

ERA - Übungsblatt 01

1. a) Es gibt zwei verschiedene Methoden, um eine Dezimalzahl in Binär umzuwandeln:

① Divisionsmethode (langsam): $(42)_{10} = (?)$

		Quotient	Rest	
:2	42	21	0	LSB
:2	21	10	1	
:2	10	5	0	
:2	5	2	1	
:2	2	1	0	
	1	0	1	MSB

Es wird schrittweise durch 2 geteilt, wobei jeweils der Rest notiert wird. Wird die 1 erreicht, ist die Zahl fertig umgewandelt und kann von unten nach oben abgelesen werden.

$\Rightarrow (42)_{10} = (101010)_2$

② Schnelle Methode: $(1000)_{10} = (?)_2$

$$\begin{array}{cccccccccc} 512 & 256 & 128 & 64 & 32 & 16 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{array}$$

$(1000)_{10} = (1111101000)_2$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -\ 512 \\ \hline 488 \\ -256 \\ \hline 232 \\ -128 \\ \hline 104 \\ -\ 64 \\ \hline 40 \\ -\ 32 \\ \hline 8 \\ -\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

→ 16 zu groß, wird übersprungen

Es wird die größte Zweierpotenz gesucht, die in der geg. Zahl Platz hat. Diese wird von der Ausgangszahl abgezogen, im Ergebnis eine 1 notiert. Anschließend werden alle nachfolgenden Zweierpot. durchgegangen. Es wird jeweils 0 (Potenz hat nicht Platz) oder 1 (Potenz hat Platz, abziehen) notiert.

b) Anwendung der Formel: $\sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i$

$$\begin{aligned} (\overset{2^4}{1}\overset{2^3}{0}\overset{2^2}{1}\overset{2^1}{0}\overset{2^0}{1})_2 &= 1\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 \\ &= 2^4 + 2^2 + 2^0 \\ &= 16 + 4 + 1 \\ &= (21)_{10} \end{aligned}$$

c) siehe ML

d) Eine Hexadezimalziffer entspricht 4 Binärziffern ($2^4 = 16$).*

Hexadezimalziffern: $\{0, 1, \ldots, 9, A, B, C, D, E, F\}$ wobei $(A)_{16} \mathrel{\hat=} (10)_{10}$, $(F)_{16} \mathrel{\hat=} (15)_{10}$

$(\overbrace{1111}^{15}\ \overbrace{1111}^{15})_2 = 0xff$, $(\overbrace{1010}^{10}\ \overbrace{1100}^{12}\ \overbrace{0011}^{3})_2 = 0xac3$

umgekehrt analog:

$0x1234 = (\overbrace{0001}^{1}\ \overbrace{0010}^{2}\ \overbrace{0011}^{3}\ \overbrace{0100}^{4})_2$

Präfixe:
- Binär: 0b1101
- Hex: 0xd
- Oktal: 013

* Für das Oktalsystem: 3 Binärziffern ($2^3 = 8$)

2. a) siehe ML

b) Wir unterscheiden drei Darstellungsarten für vorzeichenbehaftete Binärzahlen:

Sign Bit	⊕ Wert direkt ablesbar ⊖ doppelte Null: $\overset{\text{sign bit}}{1}0000 = 00000 \mathrel{\hat{=}} 0$ ⊖ komplexe Arithmetik
Einerkomplement	⊕ direkt ablesbar, ob pos./neg. ⊖ doppelte Null: $00000 = 11111 \mathrel{\hat{=}} 0$ ⊖ komplexe Arithmetik
Zweierkomplement	⊕ direkt ablesbar, ob pos./neg. ⊕ eindeutige Null ⊖ komplexe Arithmetik

c) siehe ML

d) Darstellung von (-1) im Zweierkomplement:

$$\begin{array}{rl} 00001 & \mathrel{\hat{=}} 1 \text{ (pos Binärzahl)} \\ 11110 & \text{(Einerkomplement)} \\ +\quad 1 & \\ \hline 11111 & \mathrel{\hat{=}} -1 \text{ (Zweierkomplement)} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 11111 & \mathrel{\hat{=}} (-1) \\ +\ 11111 & \mathrel{\hat{=}} (-1) \\ \hline \cancel{1}\,11110 & \mathrel{\hat{=}} (-2) \end{array}$$

⇒ $(-1)-1 = (-2) = (11110)_2$

alles außerhalb der Datenbreite (hier 5 Bit) wird abgeschnitten.

$$\begin{array}{rl} 00010 & \mathrel{\hat{=}} 2 \\ 11101 & \\ +\quad 1 & \\ \hline 11110 & \mathrel{\hat{=}} (-2) \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 00011 & \mathrel{\hat{=}} 3 \\ 11100 & \\ +\quad 1 & \\ \hline 11101 & \mathrel{\hat{=}} (-3) \end{array}$$

Demnach $(-2)\cdot(-3)$:

$$\begin{array}{r} 11110 \cdot 11101 \\ \hline 11110 \\ 11110 \\ 11110 \\ 00000 \\ 11110 \\ \hline \cancel{11011}\,00110 \end{array} \quad \mathrel{\hat{=}} 6$$

Addieren

3. siehe ML