

# Übung 06: Kombinatorische Schaltungen

Einführung in die Rechnerarchitektur

**Niklas Ladurner**

School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

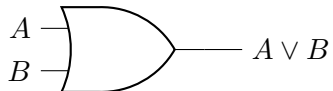
22. November 2024



*TUM Uhrenturm*

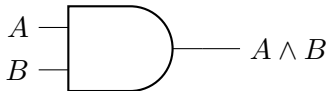
Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien.  
Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien recht!

OR-Gatter



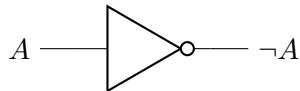
$A$	$B$	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND-Gatter



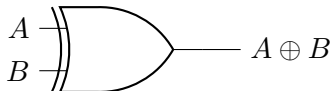
$A$	$B$	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NOT-Gatter



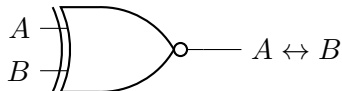
$A$	$\neg A$
0	1
1	0

XOR-Gatter



$A$	$B$	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XNOR-Gatter



$A$	$B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Funktionale Vollständigkeit

Eine Menge  $\mathcal{F}$  boolescher Funktionen heißt funktional vollständig, falls alle booleschen Funktionen als Kombination von  $f_i \in \mathcal{F}$  darstellbar sind. Beispiel:  $\{\wedge, \neg\}$

## Dualität

Gegeben eine boolesche Formel  $f$ , erhält man den dazugehörigen dualen Ausdruck  $f^D$  durch Ersetzung:  $\{0 \mapsto 1; 1 \mapsto 0; \wedge \mapsto \vee; \vee \mapsto \wedge\}$ . Es gilt  $f = g \Leftrightarrow f^D = g^D$ .<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Aussage lediglich über Wahrheitsgehalt der Formeln, nicht über Erfüllbarkeitsäquivalenz

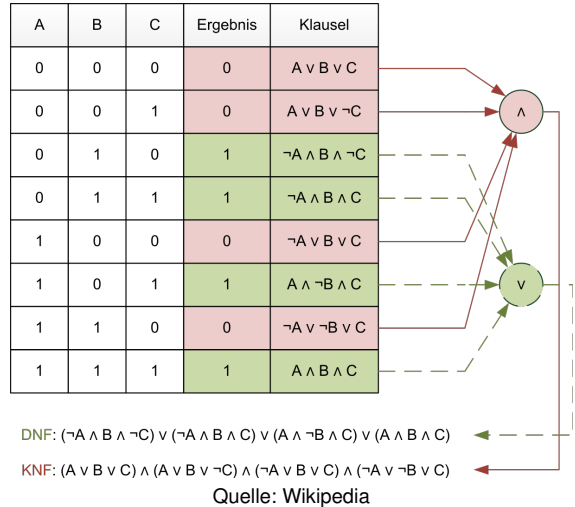
# Gesetze der booleschen Algebra

- Identität:  $x + 0 = x, x \cdot 1 = x$ <sup>1</sup>
- Idempotenz:  $x + x = x, x \cdot x = x$
- Komplementärgesetz:  $x + \bar{x} = 1, x \cdot \bar{x} = 0$
- Involution:  $\overline{\bar{x}} = x$
- De Morgan:  $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$  und  $\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$
- Absorption:  $x + (x \cdot y) = x, x \cdot (x + y) = x$
- Distributivität:  $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$  und  $x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

---

<sup>1</sup> In ERA werden sowohl die Schreibweisen  $\wedge/\vee$  als auch  $\cdot/+$  akzeptiert, solange sie einheitlich verwendet werden.

- Konjunktive Normalform (OR in den Klammern, AND dazwischen):  
 $(x + y) \cdot (x + \bar{y})$
- Disjunktive Normalform (AND in den Klammern, OR dazwischen):  
 $(x \cdot y) + (x \cdot \bar{y})$



Fragen?



- „H06 — 16-Segment-Display“ bis 01.12.2024 23:59 Uhr
- Wahrheitstabellen, Logiksynthese, Implementierung in Digital
- Vorgehen:
  1. Wahrheitstabelle nach Aufgabenstellung aufstellen
  2. Formeln mittels NAND darstellen
  3. Schaltung zeichnen

- Zulip: „ERA Tutorium - Do-1600-1“ bzw. „ERA Tutorium - Fr-1500-2“
- RISC-V-Spezifikation
- ERA-Moodle-Kurs
- ERA-Artemis-Kurs
- Elektronik-Kompendium zu logischen Grundschaltungen
- Repository: Digital

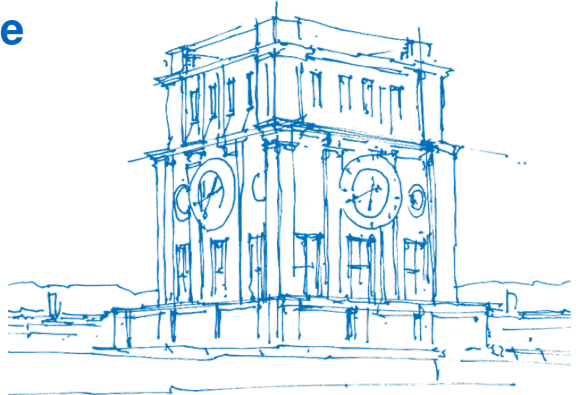
# Übung 06: Kombinatorische Schaltungen

Einführung in die Rechnerarchitektur

**Niklas Ladurner**

School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

22. November 2024



*TUM Uhrenturm*