

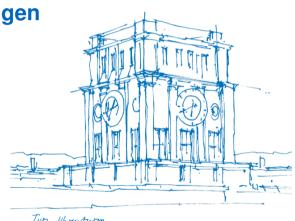
Übung 05: Boolesche Algebra und kombinatorische Schaltungen

Einführung in die Rechnerarchitektur

Niklas Ladurner

School of Computation, Information and Technology Technische Universität München

17 November 2023





Durchzählen!



Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien: Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien Recht!

Boolesche Funktionen



OR-Gatter

$$\mathbf{B} \longrightarrow A \vee B$$

A	B	$A \lor B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND-Gatter

$$\mathbf{B} - A \wedge B$$

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NOT-Gatter

$$A \longrightarrow \neg A$$

A	$\neg A$
0	1
1	0

Boolesche Funktionen



- Alternative Schreibweisen: x + y für OR, $x \cdot y$ für AND, \overline{x} für NOT
- Gatter in europäischer Norm einfacher zu zeichnen und besser unterscheidbar \rightarrow in Klausur einheitlich verwenden!
- weitere wichtige Funktionen (bekannt aus DS): ⊕ (XOR), → (Implikation), ↔ (Bikonditional, Iff, XNOR)
- Funktionale Vollständigkeit: Menge $\mathcal F$ sodass alle boolschen Funktionen als Kombination von $f_i \in \mathcal F$ darstellbar sind. Beispiel: $\{\land, \neg\}$

Gesetze der Booleschen Algebra



- Identität: x + 0 = x, $x \cdot 1 = x$
- Idempotenz: x + x = x, $x \cdot x = x$
- Komplementärgesetz: $x + \overline{x} = 1$, $x \cdot \overline{x} = 0$
- Involution: $\overline{\overline{x}} = x$
- De Morgan: $\overline{x+y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$ und $\overline{x \cdot y} = \overline{x} + \overline{y}$
- Absorption: $x + (x \cdot y) = x$, $x \cdot (x + y) = x$
- Distributivität: $x \cdot (y+z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ und $x + (y \cdot z) = (x+y) \cdot (x+z)$

Normalformen



- Konjunktive Normalform (OR in den Klammern, AND dazwischen): $(x + y) \cdot (x + \overline{y})$
- Disjunktive Normalform (AND in den Klammern, OR dazwischen): $(x\cdot y)+(x\cdot \overline{y})$

Α	В	С	Ergebnis	Klausel	
.,			2.3351110		
0	0	0	0	AVBVC	
0	0	1	0	A v B v ¬C	
0	0	1	0	AVBV-C	^
0	1	0	1	¬A ∧ B ∧ ¬C	⊢
					_//
0	1	1	1	¬A∧B∧C	X/
1	0	0	0	¬A∨B∨C	/\\\
1	0	1	1	A∧¬B∧C	(v
1	1	0	0	¬A v ¬B v C	
				71 510	/
1	1	1	1	АлВлС	
DNF: (¬Δ ∧ Β ∧	¬C) v (-	A A B A C) V	(A ∧ ¬B ∧ C) ∨ (A A B A C) = -
KNF: (/	AVBVO	C) A (A V	B v ¬C) ∧ (¬	$A \lor B \lor C) \land (\neg A$	、∨¬B∨C) ◀



Fragen?

Artemis-Hausaufgaben



- H05 Wasserstandskontrolle bis 26.11.2023 23:59 Uhr
- Wahrheitstabelle, boolsche Funktion und Schaltung in Logisim

Links



- Zulip: "ERA Tutorium Mi-1600-MI4" bzw. "ERA Tutorium Fr-1100-MW2"
- Logische Grundschaltungen
- Halb- und Volladdierer
- Logisim Evolution
- Konjunktive Normalform



Übung 05: Boolesche Algebra und kombinatorische Schaltungen

Einführung in die Rechnerarchitektur

Niklas Ladurner

School of Computation, Information and Technology Technische Universität München

17 November 2023

