

ERA-Übungsblatt 06

1. a,b,c) siehe ML. In der Klausur klünteilig angeben, sodass evtl. Teilpunkte gegeben werden können!

2. a,b) siehe ML und Mitschrift WS 23/24

$$\begin{aligned}
 c) \quad & \overline{(\bar{x} \cdot y) + (\bar{y} \cdot z)} \cdot (\bar{x} \cdot z) && \text{De Morgan} \\
 & \equiv \overline{(\bar{x} \cdot y)} \cdot \overline{(\bar{y} \cdot z)} \cdot (\bar{x} \cdot z) && \text{De Morgan} \\
 & \equiv (\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{y} + \bar{z}) \cdot (\bar{x} \cdot z) && \text{Involution} \\
 & \equiv (x + \bar{y}) \cdot (y + \bar{z}) \cdot (\bar{x} \cdot z) && \text{Kommutativität und Assoziativität} \\
 & \equiv ((x + \bar{y}) \cdot \bar{x}) \cdot ((y + \bar{z}) \cdot z) && \text{Distributivität} \\
 & \equiv ((x \cdot \bar{x}) + (\bar{x} \cdot \bar{y})) \cdot ((y \cdot z) + (\bar{z} \cdot z)) && \text{Komplementengesetz und Idempotenz} \\
 & \equiv (0 + (\bar{x} \cdot \bar{y})) \cdot ((y \cdot z) + 0) && \text{Neutralität} \\
 & \equiv (\bar{x} \cdot \bar{y}) \cdot (y \cdot z) && \text{Kommutativität und Assoziativität} \\
 & \equiv \bar{x} \cdot z \cdot (\bar{y} \cdot y) && \text{Komplementengesetz und Extremengesetz} \\
 & \equiv 0. \quad \text{Also ist } f \text{ eine Kontradiktion.}
 \end{aligned}$$

d) Aus Aufgabe 2c ist bekannt, dass f eine Kontradiktion ist. Der duale Ausdruck f^D bildet sich durch Vertauschung von \wedge/\vee und $0/1$. Achtung: Variablen und Negationen bleiben unverändert!

Kontradiktion: Ausgabe immer 0
Tautologie: Ausgabe immer 1

$$\begin{aligned}
 f &= \neg((\neg x \wedge y) \vee (\neg y \wedge z)) \wedge (\neg x \wedge z) \\
 \mapsto f^D &= \neg((\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee z)) \vee (\neg x \vee z)
 \end{aligned}$$

Es gilt: $f \equiv g \Leftrightarrow f^D \equiv g^D$ und $f \equiv 0$ ist eine Kontradiktion. Daraus folgt $f^D \equiv 0^D = 1$. Also ist f^D eine Tautologie.

3. siehe ML und Mitschrift WS 23/24

4. siehe Website