

Übung 12: Optimierung

Einführung in die Rechnerarchitektur

Niklas Ladurner

School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

17. Januar 2025



TUM Uhrenturm

Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien.
Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien recht!

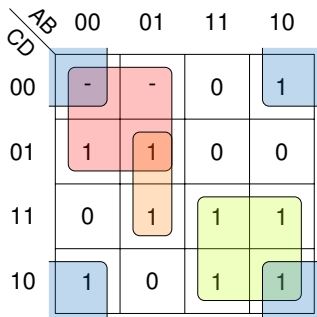
- Realisierung: boolesche Funktion \rightarrow Schaltung
- naive Synthese (direkte Übertragung der Wahrheitstabelle) nicht skalierbar
- verschiedene Verfahren zur Optimierung und Reduktion von Funktionen auf ihr Minimalpolynom

Minimalpolynom

Ein Polynom p ist Minimalpolynom einer booleschen Funktion f , falls $\psi(p) \equiv f$ (d.h. p eine Formel für f ist) und es keine weitere Vereinfachungen gibt.

Karnaugh-Veitch-Diagramme¹

- rechteckiges Schema, in dem alle Literalkombinationen (positiv und negativ) vorkommen
- nebeneinander liegende Zeilen/Spalten dürfen sich immer nur in 1 Bit unterscheiden (Gray-Code)!
- Zusammenfassen von Einsen in 2^n -Blöcken. Don't Care können als 0 oder 1 gewählt werden.
- Jedes maximal große Päckchen steht für einen Primimplikanten der Funktion → alle Päckchen zusammen ergeben ein Minimalpolynom



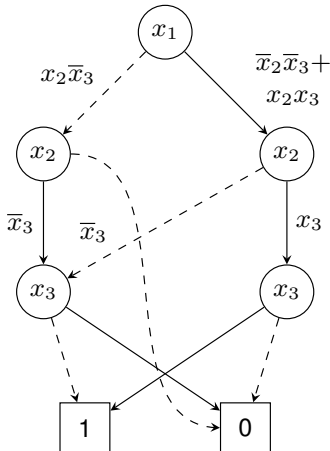
$$f = \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{d} + ac + \bar{a}bd$$

¹ Oft auch als K-Maps bezeichnet

Binary Decision Diagrams (BDDs)

- Darstellung einer booleschen Funktion als gerichteter azyklischer Graph (DAG)
- Knoten repräsentieren Teilfunktionen, 2 ausgehende Kanten: 0, 1
- Aufbau bspw. mittels Shannon-Zerlegung:
 $f(x_0, x_1) \rightarrow f_{x_0=0}(x_1), f_{x_0=1}(x_1)$
- ROBDDs sind kanonisch (eindeutig)!

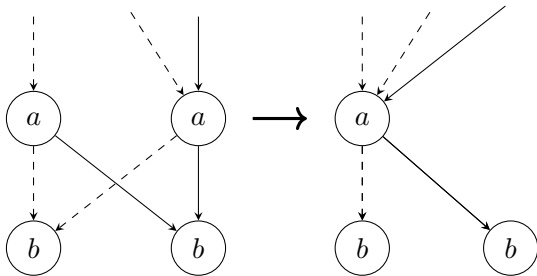
$$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$



Variablenordnung: $x_1 \prec x_2 \prec x_3$

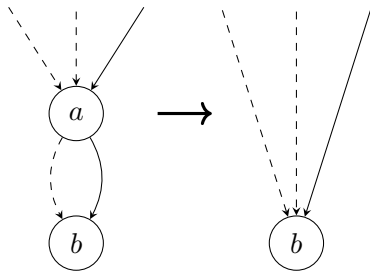
I-Reduktion

Zusammenführung isomorpher Knoten



S-Reduktion

Überflüssige Knoten entfernen



Fragen?

- „H12 – K-Maps und BDDs“ bis 26.01.2025 23:59 Uhr
- Operationen auf BDDs
- Finden eines Minimalpolynoms mittels K-Map

- Zulip: „ERA Tutorium - Do-1600-1“ bzw. „ERA Tutorium - Fr-1500-2“
- ERA-Moodle-Kurs
- ERA-Artemis-Kurs
- Wikipedia zu BDDs

Übung 12: Optimierung

Einführung in die Rechnerarchitektur

Niklas Ladurner

School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

17. Januar 2025



TUM Uhrenturm