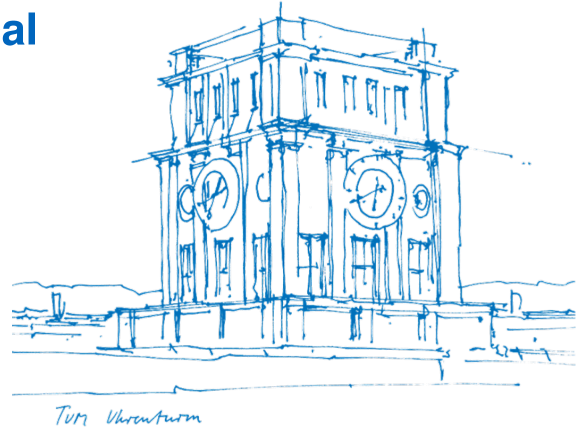
Übung 13: SAT und Physical Design

Einführung in die Rechnerarchitektur

Niklas Ladurner

School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

24. Januar 2025



Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien.

Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien recht!

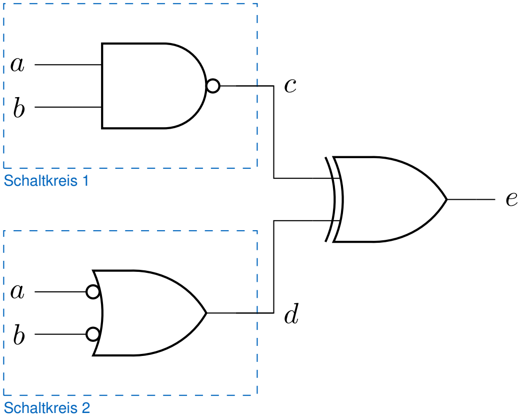
SAT

- Satisfiability $\rightarrow$ Erfüllbarkeit einer boolschen Funktion feststellen
- moderne Solver können sichere Aussage über SAT/UNSAT treffen, ohne alle Variablenbelegungen durchzuprobieren $\rightarrow$ einigermaßen effizient lösbar[1]
- DPLL und Konfliktgraphen nicht mehr relevant für ERA
- Formulierung als KNF (Konjunktive Normalform, CNF): OR in den Klammern, AND dazwischen, z.B.:

$$(x_1 + x_2 + x_3) \cdot (\overline{x}_2 + x_4 + x_5) \cdot (\overline{x}_1 + x_3 + \overline{x}_5)$$

[1] SAT ist und bleibt aber trotzdem NP-vollständig :)

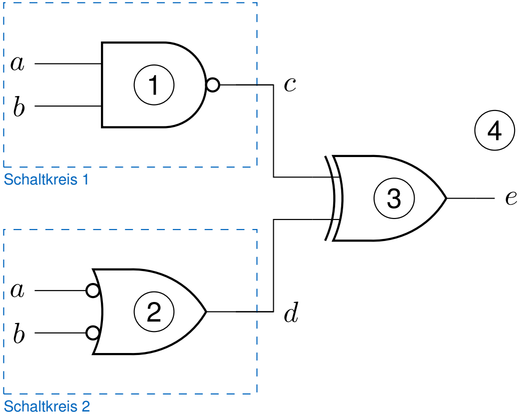
SAT: Schaltkreisäquivalenz



c	d	$e = c \oplus d$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- existiert eine Belegung von a, b, sodass $e = 1$, dann sind die beiden Schaltkreise für diese Belegung nicht äquivalent
- eine solche Schaltung heißt Miter
- KNF kann durch Tseitin-Transformation aufgestellt werden

Einschub: Tseitin-Transformation

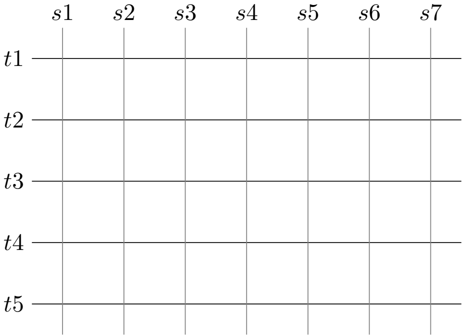


$$
\begin{aligned}
&① \quad \overline{(a \wedge b)} \leftrightarrow c \ \wedge \\
&② \quad (\overline{a} \vee \overline{b}) \leftrightarrow d \ \wedge \\
&③ \quad (c \oplus d) \leftrightarrow e \ \wedge \\
&④ \quad e
\end{aligned}
$$

nach Umformung zu KNF und Berechnung mittels eines SAT-Solvers erhalten wir `UNSAT`, die Schaltkreise sind also äquivalent

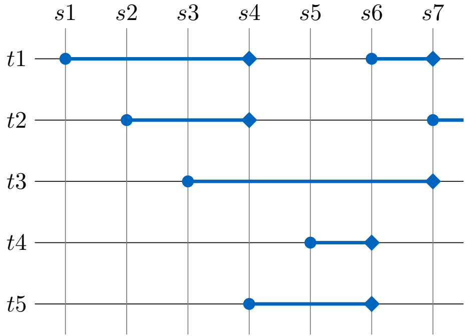
SAT: Registerallokation

```
s1: t1 = 1
s2: t2 = 5
s3: t3 = 7
s4: t5 = t1 + t2
s5: t4 = t3 + t5
s6: t1 = t4 + t5
s7: t2 = t1 + t3
```

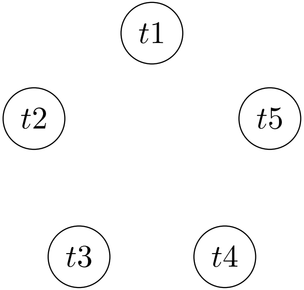


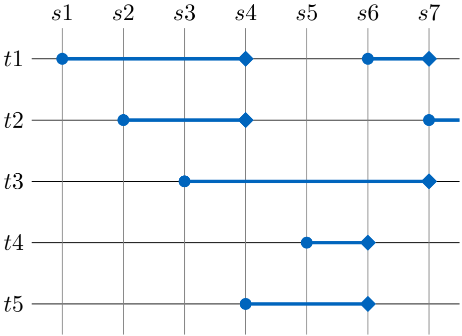
SAT: Registerallokation

```
s1: t1 = 1
s2: t2 = 5
s3: t3 = 7
s4: t5 = t1 + t2
s5: t4 = t3 + t5
s6: t1 = t4 + t5
s7: t2 = t1 + t3
```

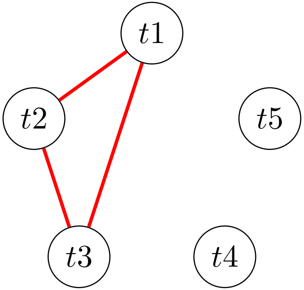


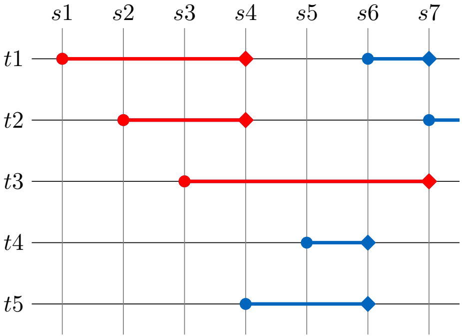
SAT: Registerallokation



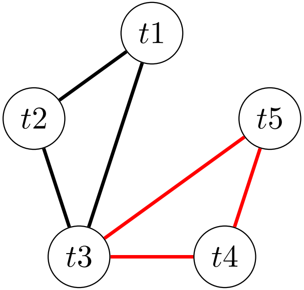


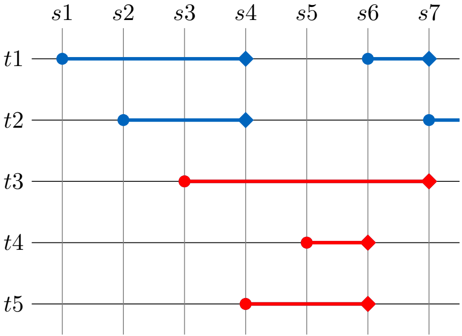
SAT: Registerallokation



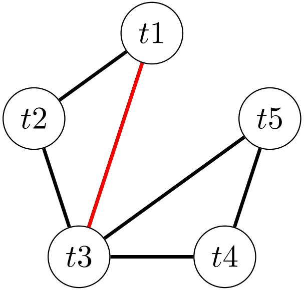


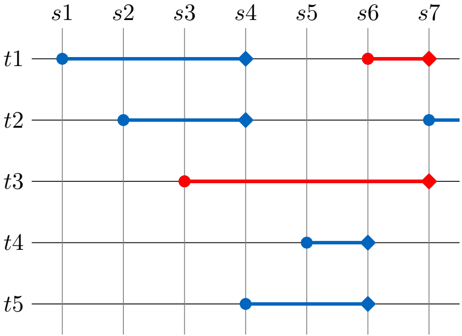
SAT: Registerallokation



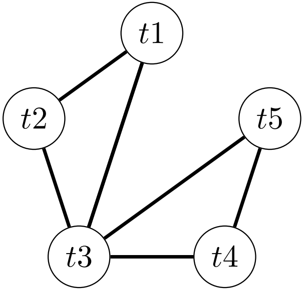


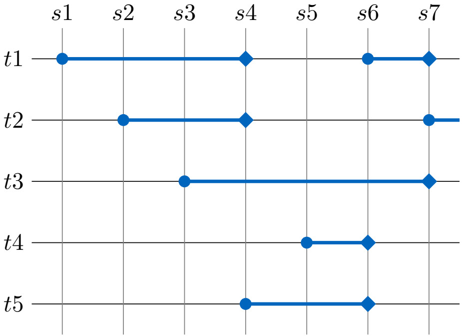
SAT: Registerallokation



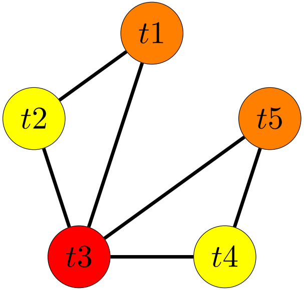


SAT: Registerallokation



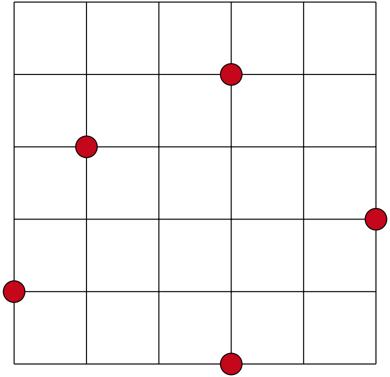


SAT: Registerallokation



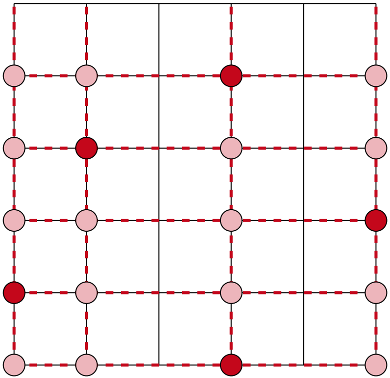
- In Register $a0$: $t2, t4$
- In Register $a1$: $t1, t5$
- In Register $a2$: $t3$

Single-Net Routing



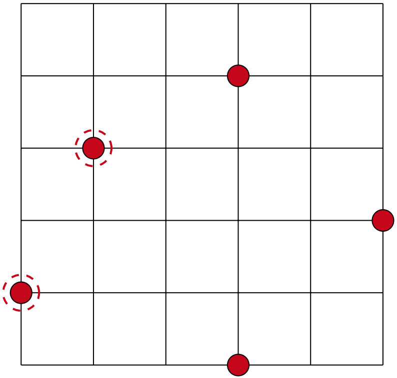
- Ziel: Verbindung von Terminalen mit kürzesten Pfaden
- rektilinear (geradlinig): nur horizontale/vertikale Verbindungen

Single-Net Routing



- Hanan-Punkte: mögliche Steinerknoten (Abzweigungen im Steinerbaum)
- Schnittpunkte von Geraden durch Terminalknoten
- Reduziert Menge an Abzweigungspunkten, die betrachtet werden müssen

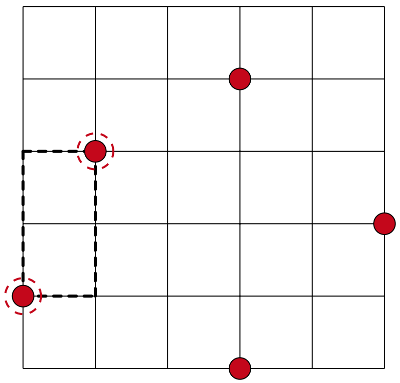
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$

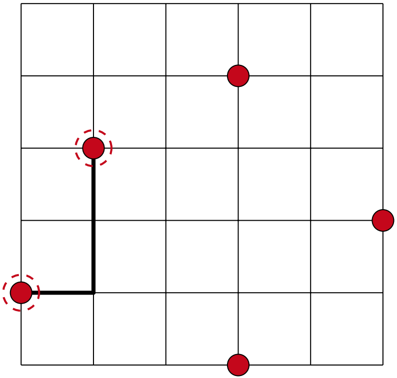
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)

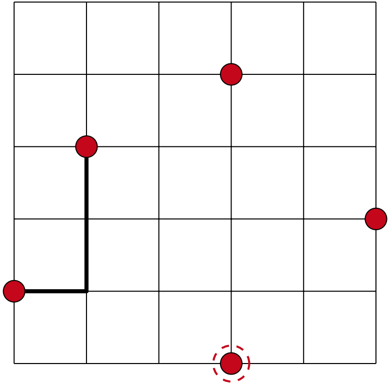
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat

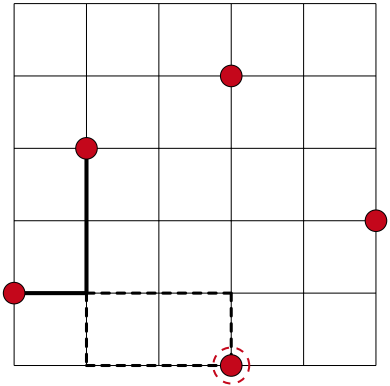
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

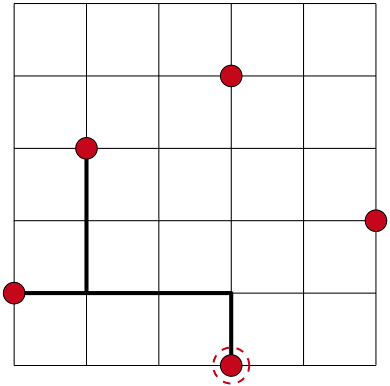
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

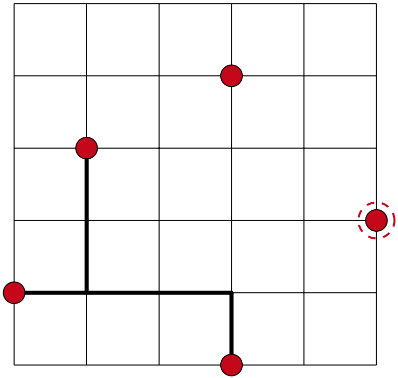
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

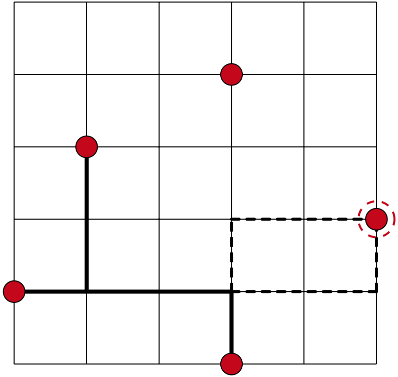
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

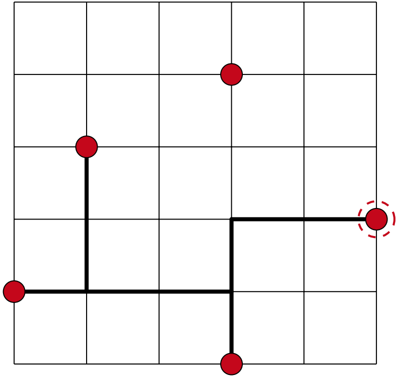
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

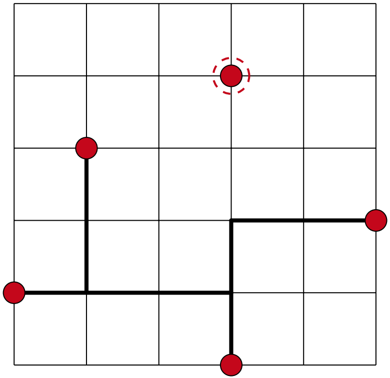
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

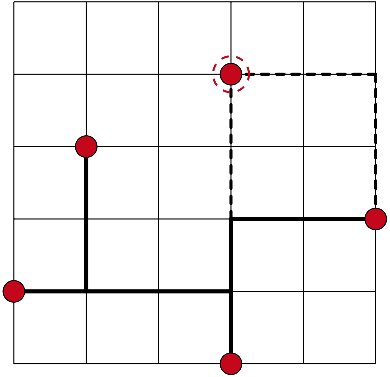
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

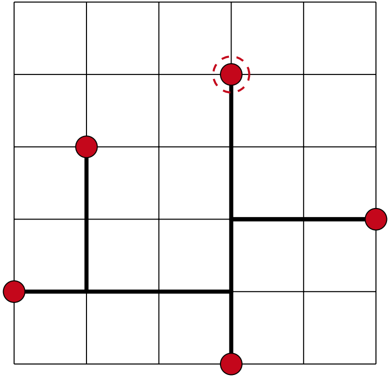
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

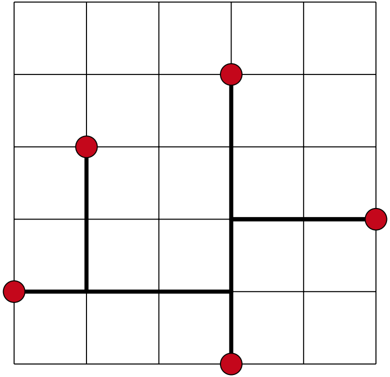
Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

Single-Net Routing



Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhatten-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

Fragen?

Die Slides zur Registerallokation wurden von Bjarne Hansen übernommen

Artemis-Hausaufgaben

- „H13 – Verifikation mit SAT“ bis 02.02.2025 23:59 Uhr
- Finden der KNFs für zwei Miter-Schaltungen
- letzte Hausaufgabe – Notenbonus ab 80% (exklusive Bonuspunkte)

Links

- Zulip: „ERA Tutorium - Do-1600-1“ bzw. „ERA Tutorium - Fr-1500-2“
- ERA-Moodle-Kurs
- ERA-Artemis-Kurs

Übung 13: SAT und Physical Design

Einführung in die Rechnerarchitektur

Niklas Ladurner

School of Computation, Information and Technology
Technische Universität München

24. Januar 2025