

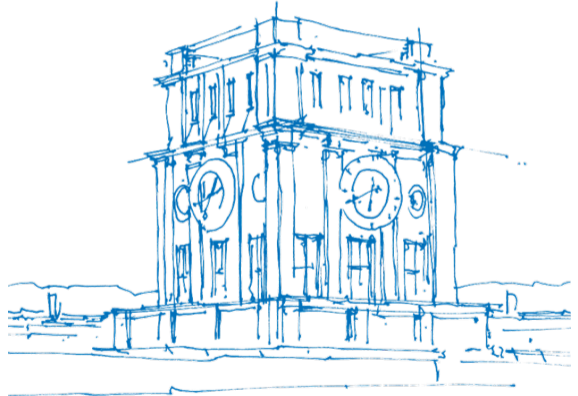
# Übung 14: SAT und Physical Design

Einführung in die Rechnerarchitektur

**Niklas Ladurner**

School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

30. Januar 2026



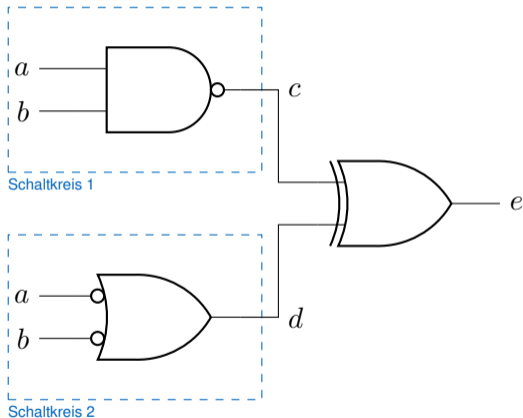
*TUM Uhrenturm*

Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien.  
Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien recht!

- „Satisfiability“, d.h. Erfüllbarkeit einer booleschen Funktion herausfinden:
  - „Existiert eine Belegung  $x_0, \dots, x_n$  sodass  $f(x_0, \dots, x_n) \equiv 1$ ?“
  - „Gibt es in der Wahrheitstabelle mindestens eine Zeile mit Ergebnis 1?“
- moderne Solver können sichere Aussage über Erfüllbarkeit bzw. Nicht-Erfüllbarkeit treffen, ohne alle Variablenbelegungen durchzuprobieren
- Übertragung verschiedenster Probleme auf SAT, Formulierung als KNF<sup>1</sup>: OR in den Klauseln, AND zwischen Klauseln

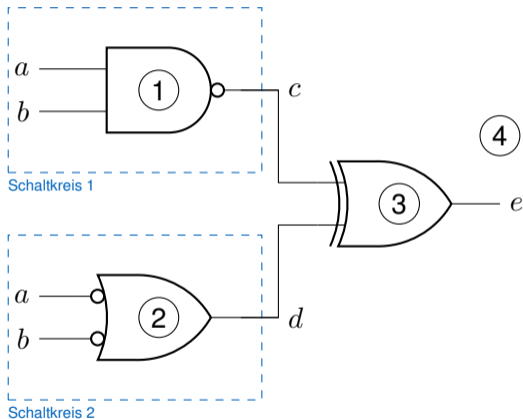
---

<sup>1</sup> Konjunktive Normalform, CNF



$c$	$d$	$e = c \oplus d$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- existiert eine Belegung von  $a, b$  sodass  $e = 1$ , dann sind die beiden Schaltkreise für diese Belegung nicht äquivalent
- eine solche Schaltung heißt Miter
- KNF kann durch Tseitin-Transformation aufgestellt werden



- ①  $\overline{(a \wedge b)} \leftrightarrow c \wedge$
- ②  $(\bar{a} \vee \bar{b}) \leftrightarrow d \wedge$
- ③  $(c \oplus d) \leftrightarrow e \wedge$
- ④  $e$

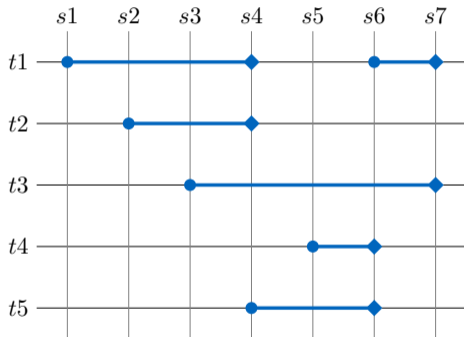
nach Umformung zu KNF und Berechnung mittels eines SAT-Solvers erhalten wir UNSAT, die Schaltkreise sind also äquivalent<sup>2</sup>

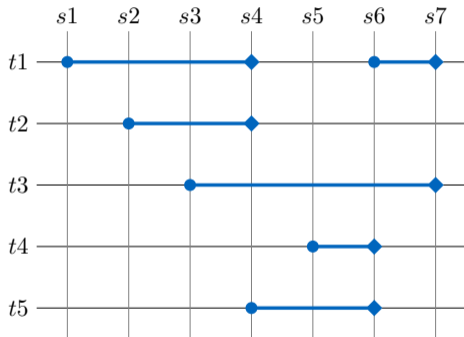
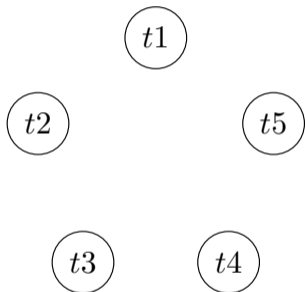
<sup>2</sup>mittels De-Morgan einfach nachprüfbar:  $\overline{a \cdot b} \equiv \bar{a} + \bar{b}$

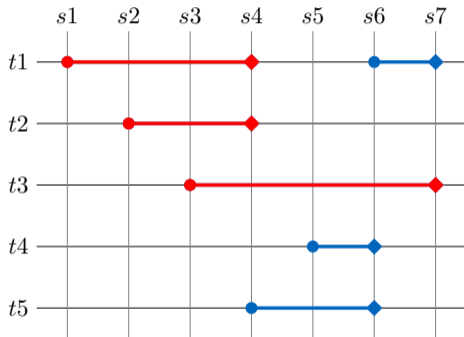
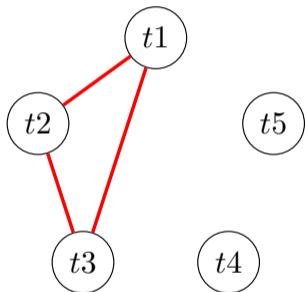
s1:  $t1 = 1$   
s2:  $t2 = 5$   
s3:  $t3 = 7$   
s4:  $t5 = t1 + t2$   
s5:  $t4 = t3 + t5$   
s6:  $t1 = t4 + t5$   
s7:  $t2 = t1 + t3$

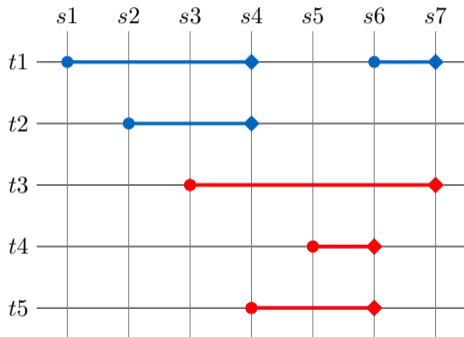
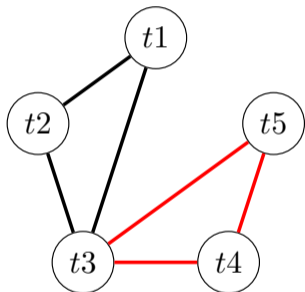
	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7
t1							
t2							
t3							
t4							
t5							

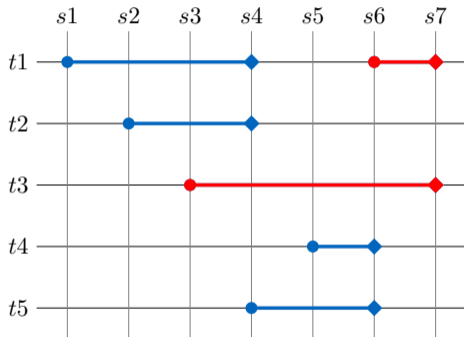
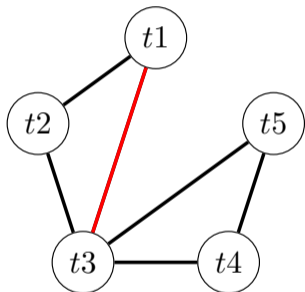
s1:  $t1 = 1$   
s2:  $t2 = 5$   
s3:  $t3 = 7$   
s4:  $t5 = t1 + t2$   
s5:  $t4 = t3 + t5$   
s6:  $t1 = t4 + t5$   
s7:  $t2 = t1 + t3$

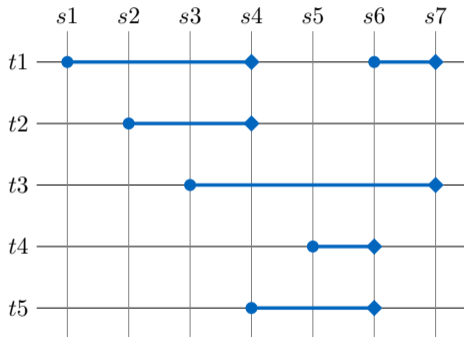
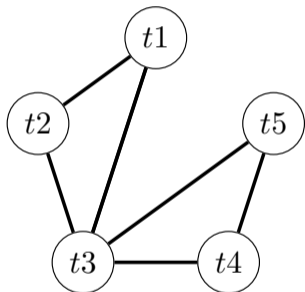


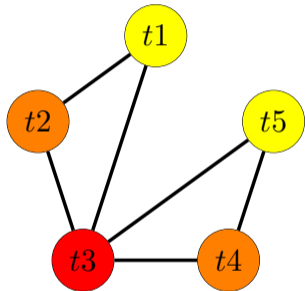




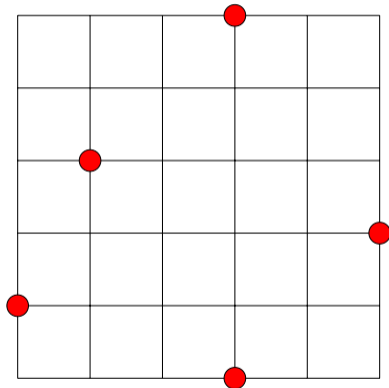




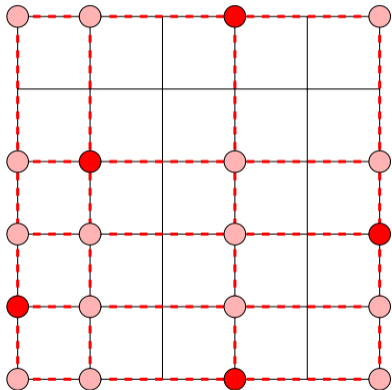




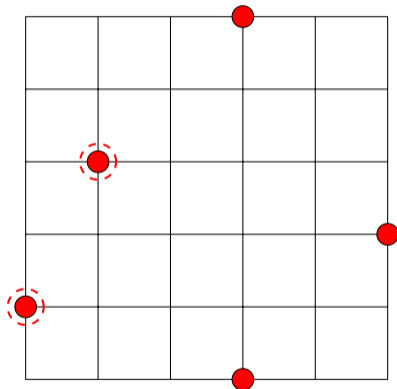
- In Register ●  $a0: t1, t5$
- In Register ●  $a1: t2, t4$
- In Register ●  $a2: t3$



- Ziel: Verbindung von Terminalen mit kürzesten Pfaden
- rektilinear (geradlinig): nur horizontale/vertikale Verbindungen

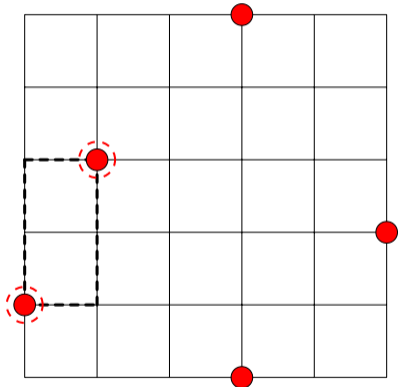


- Hanan-Punkte: mögliche Steinerknoten (Abzweigungen im Steinerbaum)
- Schnittpunkte von Geraden durch Terminalknoten
- Reduziert Menge an Abzweigungspunkten, die betrachtet werden müssen



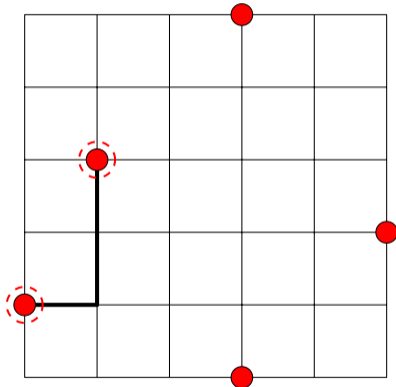
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler  
Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$



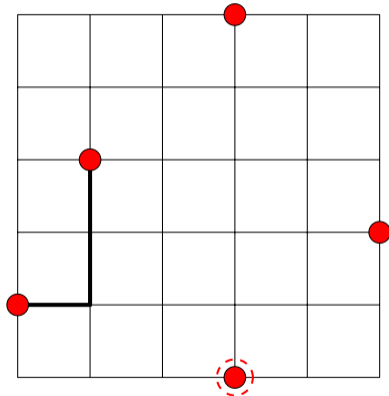
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)



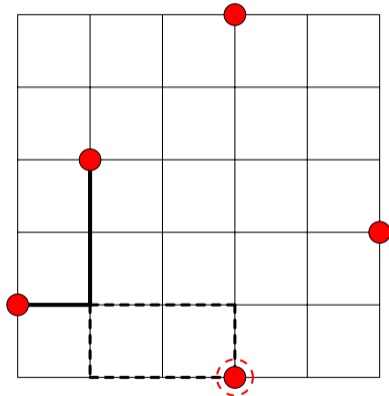
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt



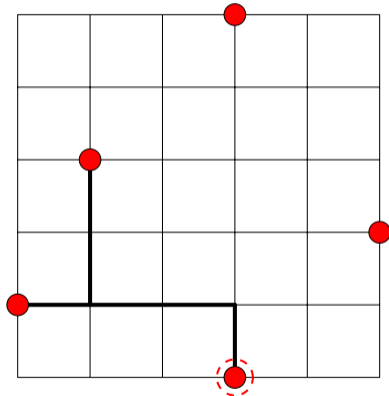
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



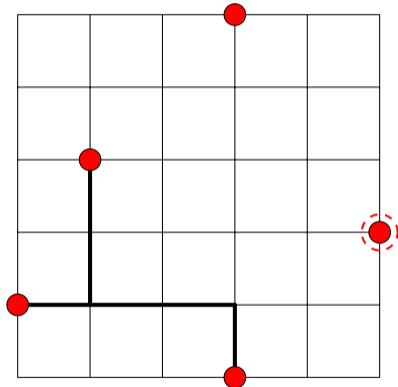
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



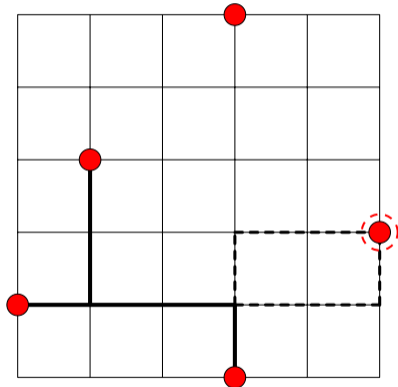
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



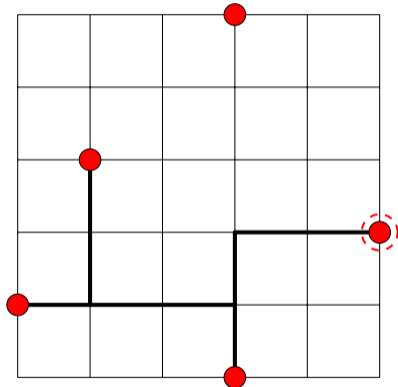
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



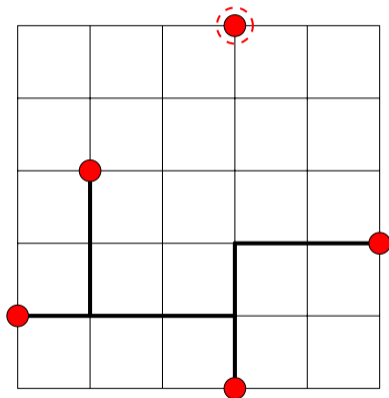
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



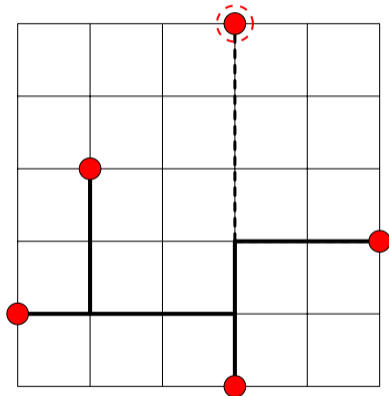
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



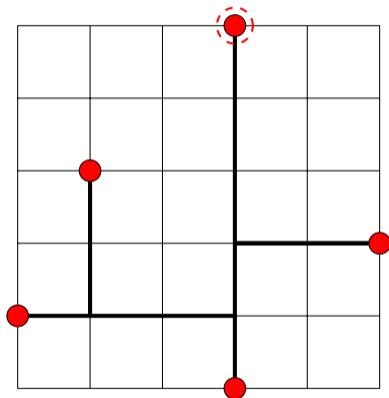
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



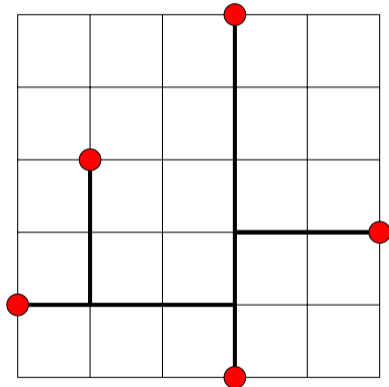
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand



## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz  $\delta = \Delta x + \Delta y$
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, auf der der Hanan-Punkt mit geringstem Abstand zu einem der anderen Terminalknoten liegt
4. Füge diese Verbindung dem Steinerbaum hinzu und fahre mit Schritt 2 fort, ausgehend vom Hanan-Punkt mit geringstem Abstand

# Fragen?

Die Slides zur Registerallokation wurden von Bjarne Hansen übernommen

- Zulip: „ERA Tutorium – Mi-1600-3“ bzw. „ERA Tutorium – Fr-1500-1“
- ERA-Moodle-Kurs
- ERA-Artemis-Kurs

# Übung 14: SAT und Physical Design

Einführung in die Rechnerarchitektur

**Niklas Ladurner**

School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

30. Januar 2026



*TUM Uhrenturm*