

# Übung 13: SAT und Physical Design

## Einführung in die Rechnerarchitektur

**Niklas Ladurner**

School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

24. Januar 2025



*TUM Uhrenturm*

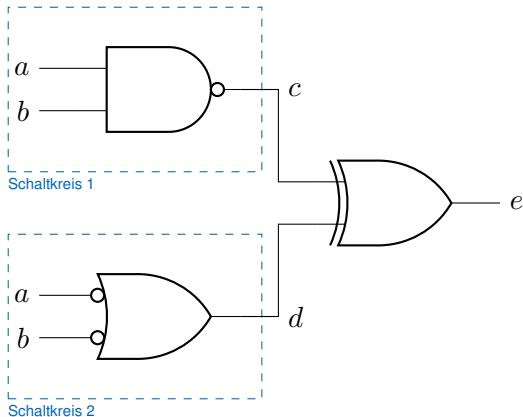
Keine Garantie für die Richtigkeit der Tutorfolien.  
Bei Unklarheiten/Unstimmigkeiten haben VL/ZÜ-Folien recht!

- Satisfiability  $\rightarrow$  Erfüllbarkeit einer booleschen Funktion feststellen
- moderne Solver können sichere Aussage über SAT/UNSAT treffen, ohne alle Variablenbelegungen durchzuprobieren  $\rightarrow$  einigermaßen effizient lösbar<sup>1</sup>
- DPLL und Konfliktgraphen nicht mehr relevant für ERA
- Formulierung als KNF (Konjunktive Normalform, CNF): OR in den Klammern, AND dazwischen, z.B.:

$$(x_1 + x_2 + x_3) \cdot (\overline{x}_2 + x_4 + x_5) \cdot (\overline{x}_1 + x_3 + \overline{x}_5)$$

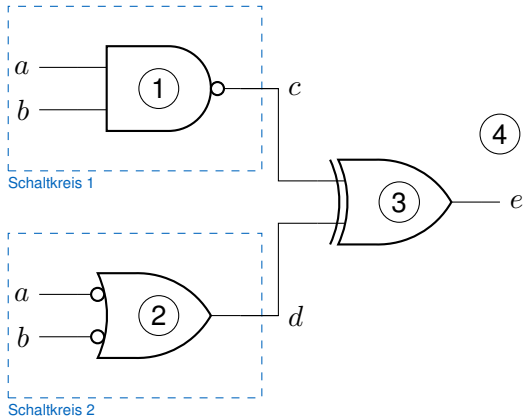
---

<sup>1</sup> SAT ist und bleibt aber trotzdem NP-vollständig :)



$c$	$d$	$e = c \oplus d$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- existiert eine Belegung von  $a, b$ , sodass  $e = 1$ , dann sind die beiden Schaltkreise für diese Belegung nicht äquivalent
- eine solche Schaltung heißt Miter
- KNF kann durch Tseitin-Transformation aufgestellt werden



$$\textcircled{1} \quad \overline{(a \wedge b)} \leftrightarrow c \wedge$$

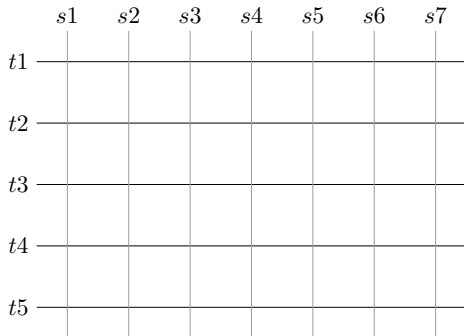
$$\textcircled{2} \quad (\bar{a} \vee \bar{b}) \leftrightarrow d \wedge$$

$$\textcircled{3} \quad (c \oplus d) \leftrightarrow e \wedge$$

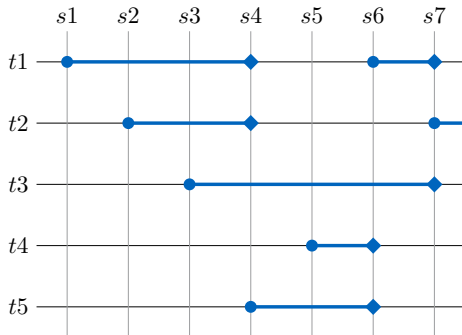
$$\textcircled{4} \quad e$$

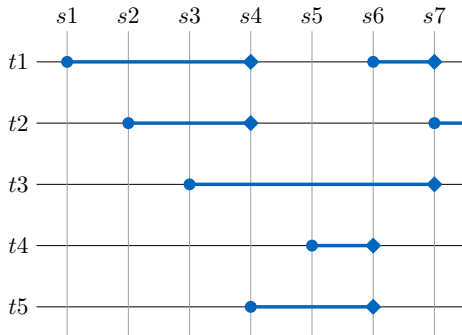
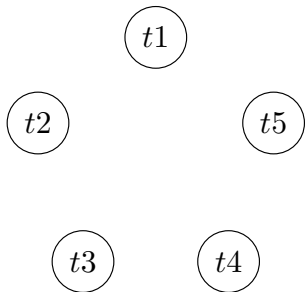
nach Umformung zu KNF und Berechnung  
mittels eines SAT-Solvers erhalten wir UNSAT,  
die Schaltkreise sind also äquivalent

s1:  $t1 = 1$   
s2:  $t2 = 5$   
s3:  $t3 = 7$   
s4:  $t5 = t1 + t2$   
s5:  $t4 = t3 + t5$   
s6:  $t1 = t4 + t5$   
s7:  $t2 = t1 + t3$

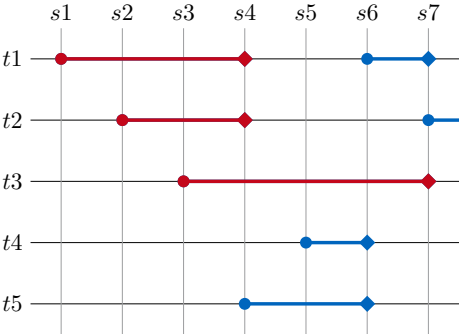
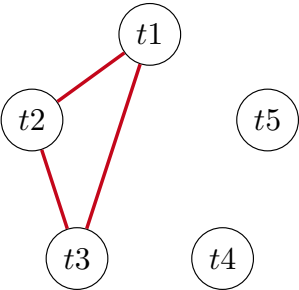


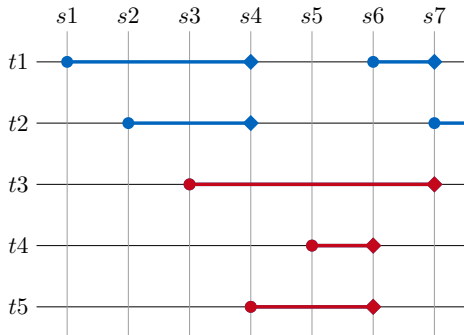
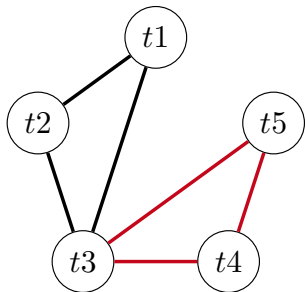
s1:  $t1 = 1$   
s2:  $t2 = 5$   
s3:  $t3 = 7$   
s4:  $t5 = t1 + t2$   
s5:  $t4 = t3 + t5$   
s6:  $t1 = t4 + t5$   
s7:  $t2 = t1 + t3$

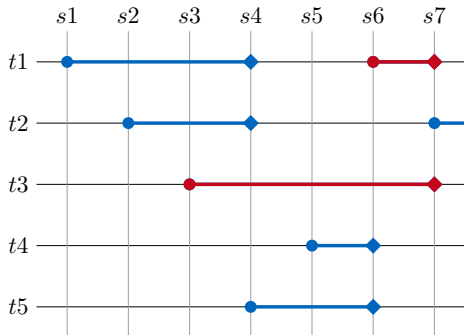
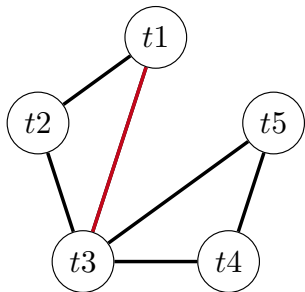


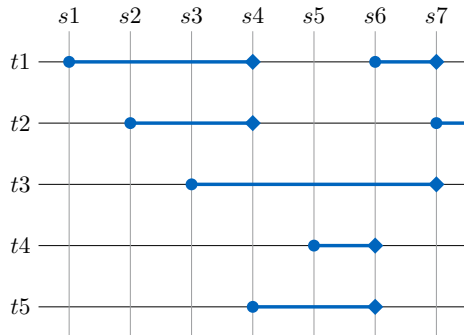
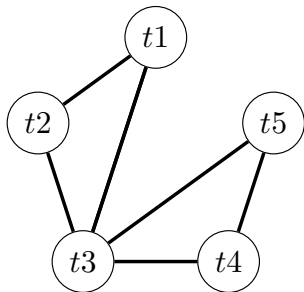


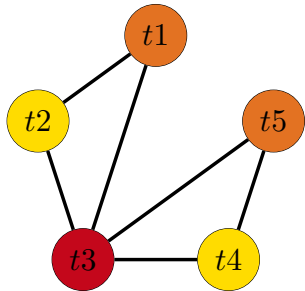




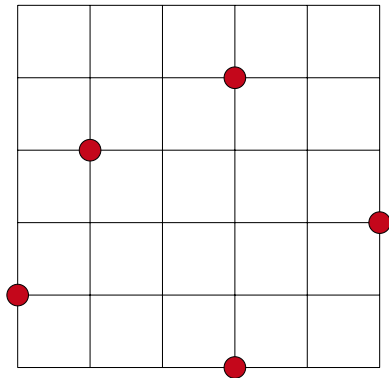




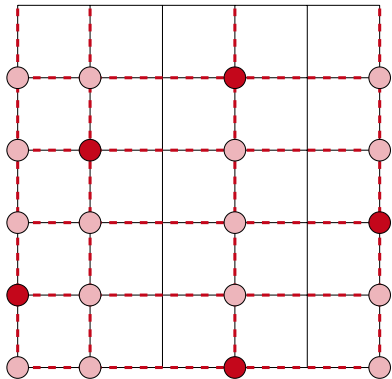




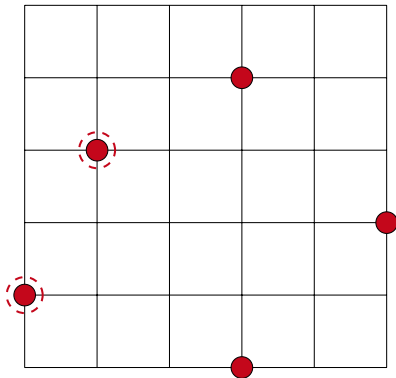
- In Register ●  $a0: t2, t4$
- In Register ●  $a1: t1, t5$
- In Register ●  $a2: t3$



- Ziel: Verbindung von Terminalen mit kürzesten Pfaden
- rektilinear (geradlinig): nur horizontale/vertikale Verbindungen



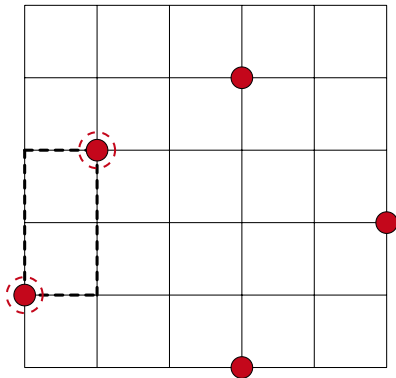
- Hanan-Punkte: mögliche Steinerknoten (Abzweigungen im Steinerbaum)
- Schnittpunkte von Geraden durch Terminalknoten
- Reduziert Menge an Abzweigungspunkten, die betrachtet werden müssen



## Konstruktion des Steinerbaums:

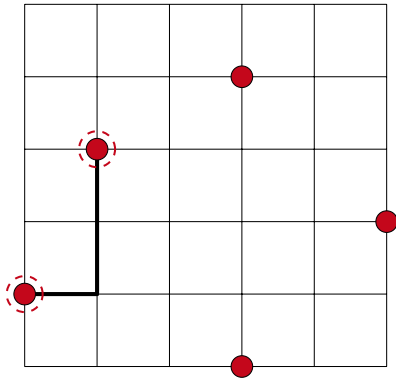
1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz





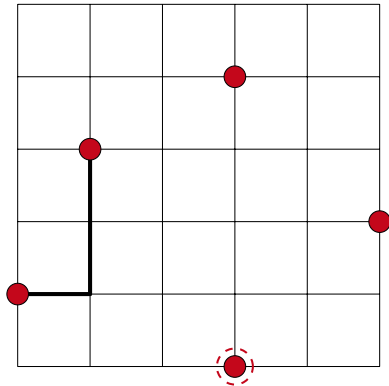
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)



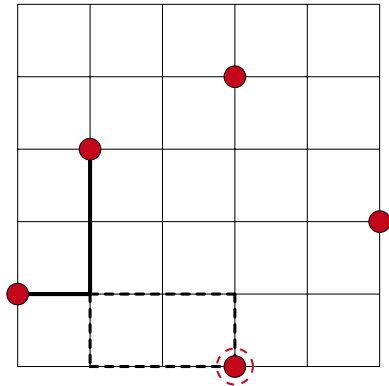
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat



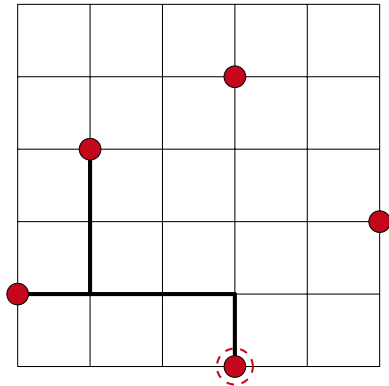
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



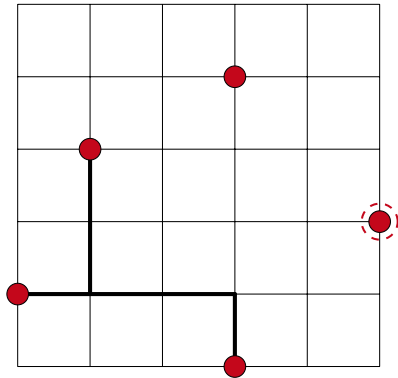
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



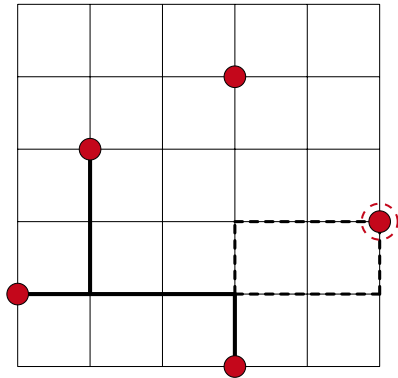
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



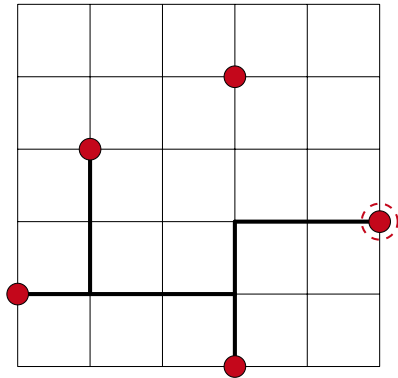
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



## Konstruktion des Steinerbaums:

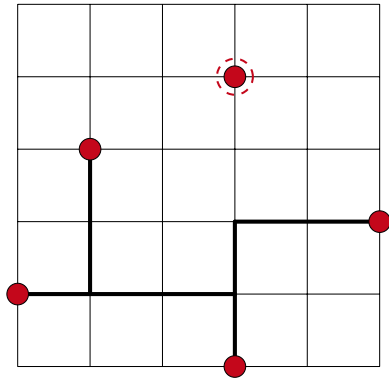
1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



## Konstruktion des Steinerbaums:

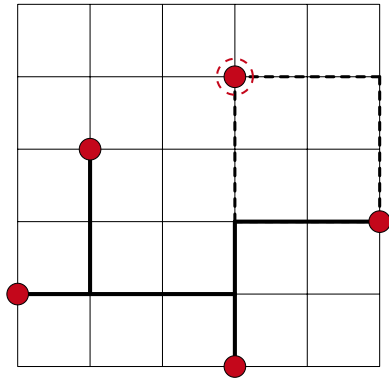
1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort





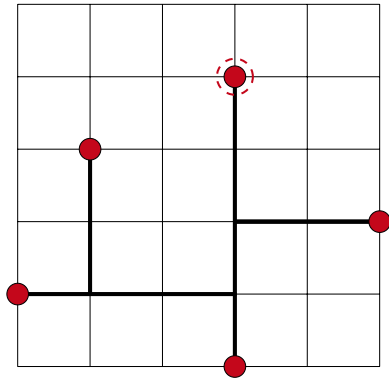
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



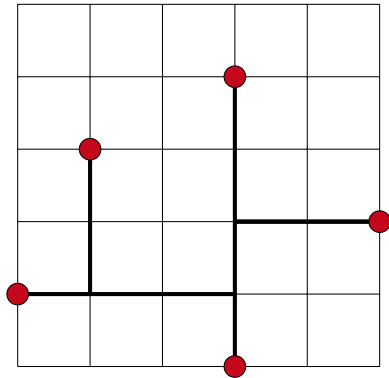
## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort



## Konstruktion des Steinerbaums:

1. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz
2. Konstruiere die kürzesten Verbindungen (bounding box)
3. Wähle die Verbindung, welche den geringsten Abstand zu einem der anderen Terminalknoten hat
4. Finde Terminale mit minimaler Manhattan-Distanz zur konstruierten Verbindung und fahre mit Schritt 2 fort

# Fragen?

Die Slides zur Registerallokation wurden von Bjarne Hansen übernommen

- „H13 – Verifikation mit SAT“ bis 02.02.2025 23:59 Uhr
- Finden der KNFs für zwei Miter-Schaltungen
- letzte Hausaufgabe – Notenbonus ab 80% (exklusive Bonuspunkte)

- Zulip: „ERA Tutorium - Do-1600-1“ bzw. „ERA Tutorium - Fr-1500-2“
- ERA-Moodle-Kurs
- ERA-Artemis-Kurs

# Übung 13: SAT und Physical Design

## Einführung in die Rechnerarchitektur

**Niklas Ladurner**

School of Computation, Information and Technology  
Technische Universität München

24. Januar 2025



*TUM Uhrenturm*