

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
כ	כ	א	כ	כ	כ	כ	כ	א	א
כ	כ	א	א	א	א	א	א	כ	כ
כ	כ	א	א	א	א	א	א	כ	כ

# פתרון מח"ח 05

מאיש: אירון אסטסול

בכל אחת מהשאלות הבאות מופיעה טענה.

סמנו: א - אם הטענה נכונה ; ב - אם הטענה לא נכונה

## שאלה 1

כל גרף פשוט על 6 צמתים שבו 11 קשתות הוא קשיר

שאלה 1

אך קשיר, כלומר, קיים מסלול בין כל שתי צמתים, בערך, דהיינו, אפשרות קשת אחת  
אם כל שתי צמתים, אם יש שתי צמתים, הן לא נחשבות או קשתות מקבילות, מכאן  
שכל קשת בהכרח בין שתי צמתים, ולכן כל שתי צמתים שביניהם יותר מקשת אחת.

בהנחה שכל שתי צמתים, 6 צמתים, אילו נקשר ביניהם לבין כל צומת אחת, כל צומת  
מספר הקשתות יפחת באחד, כלומר, המעלה של כל צומת תהיה 5, שאתה תוסיף את קשת

מכאן, שנקבל, 15 קשתות (האם קליל), כעת, כדי לתת צומת אחת נאלץ  
לחזק 5 קשתות, במיוחד אלו שבהן המעלה היא 5, כלומר, קשתות.

א. נכון

## שאלה 2

אם  $G = (A \cup B, E)$  הוא גרף דו-צדדי (כמו בהגדרה 1.5) אז  $\sum_{v \in A} \deg_G(v) = |E|$

שאלה 2

באופן דו-צדדי הצמתים יכולים להתחלק ל-2 קבוצות כאשר אין קשת בין שתי צמתים  
בצדדים, כלומר, כל שתי צמתים  $G=(V,E)$  סכום המעלות בכל צד  
שווה ל- $|E|$ , אף נכון,  $\sum_{v \in A} \deg(v) = |E|$  נכון, קבוצת A קבוצת B  
כל צומת אחת, אילו  $\sum_{v \in A} \deg(v) = |E|$  נכון, קבוצת A קבוצת B  
כל שתי צמתים, היא A-היא B, כלומר,  $|A|+|B|=|V|$ , כלומר,  $|A|+|B|=|V|$   
כלומר, שכל צומת,  $\sum_{v \in A} \deg(v) = |E|$  נכון, קבוצת A קבוצת B, כלומר,  $|A|+|B|=|V|$   
היא כל צומת,  $\sum_{v \in A} \deg(v) = |E|$  נכון, קבוצת A קבוצת B, כלומר,  $|A|+|B|=|V|$

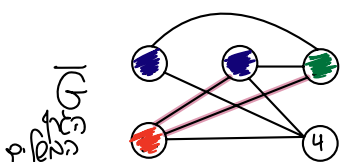
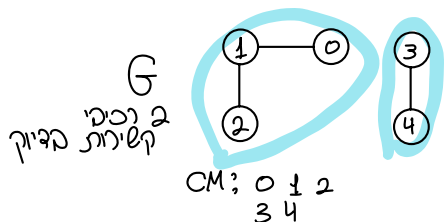
א. נכון

## שאלה 3

אם לגרף  $G$  יש שני מרכיבי קשירות בדיוק, אז הגרף המשלים  $\bar{G}$  הוא דו-צדדי

שאלה 3

כדי קשירות של שתי צמתים, כלומר, תת-גרף קשיר מקסימלי, בערך, נשאר, כלומר, מתחבר  
היה קשתות.



אילו ננסה לבדוק את השאלה, נראה שיש צמתים אלו שזאת  
ב-2 צמתים (כלומר, שני צמתים) נראה שזאת

א. נכון, לא בהכרח דו-צדדי: א. לא נכון

שאלה 4

אם  $G$  הוא גרף דו-צדדי אז הגרף המשלים  $\bar{G}$  יש שני מרכיבי קשירות בדיוק,

עלה 4

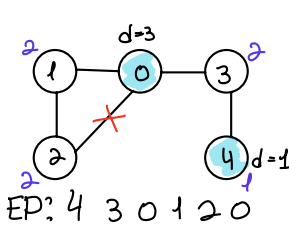
אך דו"צ מחלק את הצמתים לשתי קבוצות זרות, כך שלא קיימת קשת בין  
 נוס. צמתים (ש"כ) ואותה קב. היות ואין מחו, בעת הפוך הקשתות יתכן  
 ונקל אחרת 2.

אין לא נכון

בשאלות 9-5  $G$  הוא גרף שבו קיים מסלול אוילר שאינו מעגל ו-  $G_1$  הוא גרף קשיר המתקבל מ-  
 $G$  לאחר מחיקת קשת אחת המחברת בין שני צמתים שונים של  $G$ .

שאלה 5

בגרף  $G_1$  אין מסלול אוילר שאינו מעגל



נראה שכן שני מסלול אוילר שאינו מעגלי  
 צמתים 4ם בעל דרגה א', ואם לא מתקיים מעל  
 אחר.

עלה 5

אך מסלול אוילר שאינו מעגל אמ"א יש בו בדיוק שני צמתים מדרגה א'.  
 מסלול, אילו נסיר קשת בין צומת שדרגתה א' לבד, שדרגתה זוגית, עדין יהיו  
 שני צמתים מדרגה א', דהיינו, מסלול אוילר שאינו מעגל.

א"י הפרטט אילו, נסיר את הקשת בין 0 א-2, נכאן  $\deg_G(2)=1$   $\deg_G(0)=2$   
 ומסלול נדרגתה: 4 3 0 1 2.

אין לא נכון

שאלה 6

$G_1$  אינו אוילרי

עלה 6

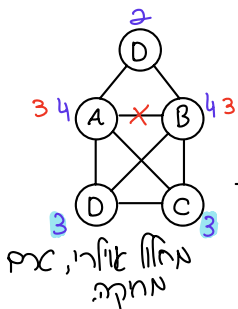
בשאלה 5, הראנו  $G_1$  איננו,

אין לא נכון

שאלה 7

$G_1$  הוא גרף אוילרי

עלה 7

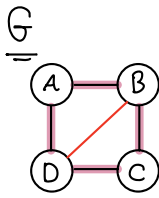


אך אוילרי מסל בדיוק 0 או 2 צמתים בעלי דרגה א'.  
 נקט שכן בעל  
 4 צמתים מדרגה  
 א' →  
 אין לא  
 אחר

אין לא נכון

## שאלה 8

אם  $G_1$  המילטוני אז גם  $G$  המילטוני

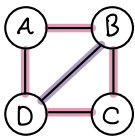


שאלה 8  
גוף המילטוני הוא גוף המקיים תנאי המילטוני.  
אם לאחר הוספת הקשת, לדיון קיים אותו תנאי המילטוני.

אכן, נכון

## שאלה 9

בגרף  $G$  קיים מסלול המילטוני



שאלה 9  
האם המילטוני, נראה בהירות שנעמר קצומות אחת פלס נוספת (צמתים B, D).

אכן, לא נכון

בשאלות 10-14 נתייחס לעצים המתייגים שבהם הצמתים מסומנים במספרים עוקבים  $1, 2, 3, \dots$  שהם בעלי סדרת פרופר מהצורה  $(3, 3, k, 5, 5)$ , כאשר  $k$  מספר שלם חיובי.

## שאלה 10

כל עץ כזה הוא בעל 5 צמתים בדיוק

שאלה 10

אם ה' סדרת פרופר, נוס' הצמתים הוא  $n-2=5$  אוקר,  $n-2=5$  אוקר,  $n=7$   
אכן, לא נכון

## שאלה 11

מספר העצים המקיימים את התנאים הנתונים הוא 7

שאלה 11

נתון עץ שהצמתים שלו 1 עד 7, מכאן שיש לנו 7 אפשרויות לבחירת  $k$ , סומר 7 עצים.

אכן, נכון

## שאלה 12

לכל העצים הנ"ל יש אותו מספר עלים.

שאלה 12

לא, בדבר חלוי מה נצב ק-א  
אכן, לא נכון

### שאלה 13

כל שניים מן העצים הנתונים הם איזומורפיים (לפי הגדרה 2.8)

שאלה 13

אפי הע' סדרת פחור, נאמר כי ישנם  $n=7 \rightarrow n-2=5$  צמתים, כמו כן, 3 או 5 אינם אלים, נוסף אלה קיים שנבחר בו להיות א.

מכאן, שאלו א שנה א-3 או 5 האלים הינם  $\{1,2,4,6,7\}$ , מצב שני אילו נבחר א להיות אחד מהאלים הקיימים נקבל 4 אלים. אכן, אין בהכרח של חוצים איזומורפיים אכן, לא נכון

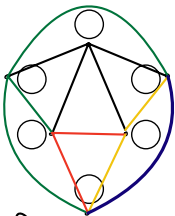
### שאלה 14

כל שניים מן העצים הנתונים הם לא איזומורפיים (לפי הגדרה 2.8)

שאלה 14

כל סדרת פחור שנה מתאימה אלף שנה, מכאן של יבול להיות של שני צמתים שהם שניים בלץ אחד, יהיו שניים אם בלץ השני אכן הם בהכרח לא עצים איזומורפיים.

אכן, נכון



בשאלות 15 - 20  $G$  הוא גרף פשוט על 6 צמתים שבו הדרגה של כל צומת היא 4.

### שאלה 15

$G$  הוא גרף אוילרי

שאלה 15

אם צומת בגרף  $G$  דרגה זוגית, אפי תכונת גרף אילרי,  $G$  הוא גרף אילרי.

### שאלה 16

$G$  הוא גרף המילטוני

אכן, נכון

שאלה 16

גרף פשוט, דהיינו, גרף ללא אולאות או קשתות מקבילות, כאשר בן כל זוג צמתים קיימת קשת אחת אלא היותר. אפי אצפה 1.3

אם  $G$  הוא גרף פשוט, אז  $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$ . מכאן, אם  $\sum_{v \in V} \deg(v) = 24$ , אז  $|E| = 12$ .

נקבל  $\sum_{v \in V} \deg(v) = 24 \rightarrow 6 \cdot 4 = 24 \rightarrow |E| = 12$  אפי נניח, קשתות בגרף.

אפי אקרון שוקר הונס, אם יש 6 צמתים אותם יש להתאים א-12 קשתות בהכרח אלא צומת תותאם  $\frac{12}{6} = 2$  קשת אחת. מכאן שיתקיים מסלול בין כל זוג צמתים.

### שאלה 17

קיים ב-  $G$  זיווג מושלם

אכן, נכון

שאלה 17

גרף יכול להיות זיווג מושלם רק כאשר גרף יש מספר זוגי של צמתים, מכאן, שהגרף הנתון, בו 6 צמתים קיים זיווג מושלם.

אכן, נכון

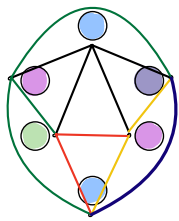
שאלה 18

בגלל מישורי פשוט בעל  $3 \leq n$  צמתים יש אף היותר 6- $n$  קשתות.  
בהתאם ל-6,  $3 \cdot 6 - 6 = 12$  מחסור, ניתן שהצורה בכל צומת היא 4,  
בהתאמה למספרה 5.5, אפ"ה בעל גל מישורי פשוט יש צומת שצורתו ק'אנ  
או שווה ל-5, אף הגל היו מישורי.

אכן, נכון

שאלה 19

כל גל מישורי ניתן לצביעה ב-4 צבעים, כאמור, אילו המספר הכחמס' (מספר  
מינימלי של צבעים כך שכל ק'אן קיים צמתים שכל צבעים ליה) גדול  
מ-4 הגל אינו מישורי, נראה זאת בשרטוט



$$\chi(G)=4$$

ניתן להסתפק תאמר השאלה 18 או ב-19 לעור 2 השאלות  
הזו.

אכן, לא נכון

מספר הצביעה של G הוא 5

שאלה 20

המספר בשאלה 19,  $\chi(G)=4$

אכן, לא נכון