

# 1

---

## *Simulación numérica de un modelo neokeynesiano de expectativas racionales*

---

**Eddy Lizarazu Alanez**

*UAM-Iztapalapa*

### CONTENIDO

1.1	Introducción .....	3
1.2	Las ecuaciones estructurales .....	6
1.3	El método de Klein .....	10
1.4	Simulaciones de las funciones impulso-respuesta .....	15
1.5	Comentarios finales .....	23
	Referencias .....	26

**ABSTRACT**

From a teaching perspective, this chapter has a double purpose: (i) to deduce a numerical solution of a macroeconomic model with rational expectations; and (ii) to simulate the impulse-response functions in the presence of different classes of stochastic disturbances. The numerical simulation is based on known parameters for the economies of the United States and Mexico. The results of the simulation show that the adjustment of the Mexican economy requires more periods of time with respect to the economy of the United States. One possible explanation for this result is Mexico's greater degree of price flexibility with respect to the United States, in addition to the fact that the real interest rate in Mexico probably have little impact on aggregate spending on goods and services.

**Keywords:** Impulse-response function, numerical simulations, rational expectations, Schur decomposition, Taylor's rule.

**JEL Classification:** B41, E4, E5, C15

**RESUMEN**

Desde una perspectiva pedagógica, este capítulo tiene un doble propósito: (i) deducir una solución numérica de un modelo macroeconómico con expectativas racionales; y (ii) simular las funciones impulso-respuesta en presencia de diferentes clases de disturbios estocásticos. La simulación numérica se basa en los parámetros conocidos para las economías de Estados Unidos y México. Los resultados de la simulación muestran que el ajuste de la economía mexicana exige de más períodos de tiempo respecto a la economía de los Estados Unidos. Una posible explicación de este resultado es el mayor grado de flexibilidad de precios de México con relación a los Estados Unidos, además de que probablemente la tasa de interés real en México apenas incide en el gasto agregado de bienes y servicios.

**Palabras clave:** Descomposición de Schur, expectativas racionales, función impulso respuesta, regla de Taylor, simulaciones numéricas.

**Clasificación JEL:** B41, E4, E5, C15

---

---

### 1.1. Introducción

En los últimos cuarenta años, hemos sido testigos de cambios profundos en la teoría macroeconómica. Sargent-Wallace (1975) analizaron las consecuencias de la hipótesis de expectativas racionales en un modelo macroeconómico de demanda y oferta agregadas. La hipótesis de expectativas racionales parecía implicar la ‘proposición de ineficacia’ de la política económica. Como los agentes privados no son ingenuos, sino más bien son capaces de entender el funcionamiento de la economía, así como la formulación de la política económica; las autoridades de gobierno entonces no podrían manipular sistemáticamente los niveles de producción y empleo. Es decir, dado la información disponible, incluyendo el nuevo entorno económico, los efectos reales de la política económica, de algún modo, serían neutralizados por las decisiones de los agentes privados. Sin embargo, mediante un contra ejemplo, Fisher (1977) y Phelps & Taylor (1977) mostraron que las expectativas racionales, aunado a una rigidez salarial traslapada intertemporal, implican el falseamiento de la proposición de invariabilidad de la política económica. En otras palabras, bajo la hipótesis de expectativas racionales, en el corto plazo, la política macroeconómica tiene efectos reales, de modo que la pertinencia de la política macroeconómica está salvaguardada aún si los agentes están ‘bien informados’. En las décadas de los 1980 y 1990 las diferentes líneas de investigación siguieron su curso, gestándose a principios de los 2000, una ‘nueva síntesis neoclásica’ de la macroeconomía. La metodología de los modelos de ciclos monetarios, ciclos reales y crecimiento económico se aplicaron a la macroeconomía de las rigideces de precios. El ejemplo más promisorio de esta metodología es Woodford (2003) en el contexto de la macroeconomía moderna basada en los principios de la microeconomía intertemporal estocástica y expectativas racionales. La racionalidad de la maximización restringida de las funciones de utilidad y de beneficios en un horizonte temporal (finito o infinito) pronto dio sus frutos. La ecuación de Euler permitió la deducción de la ‘nueva ecuación IS’ y la fijación de precios escalonada coadyuvó en la extracción de la ‘nueva curva de Phillips’.

La ‘nueva síntesis neoclásica’ hizo manifiesto el análisis de la política monetaria. Estos progresos revivieron la agenda de investigación de Poole (1970) con respecto a la política monetaria bajo incertidumbre. Si el banco central minimiza una función de pérdida social sujeto a la estructura macroeconómica se puede deducir una regla monetaria óptima para la tasa de interés. La nueva macroeconomía aceptó la idea de que los modelos macroeconómicos deben incorporar explícitamente objetivos de inflación por parte de la autoridad monetaria a fin de analizar sus implicaciones en el comportamiento de

la economía y la política económica. Estos avances pronto se vieron reflejados en la enseñanza de la macroeconomía. Romer (2000) mostró que el dinero es endógeno y que la ecuación monetaria, por ende, es secundaria si el banco central tiene un objetivo de inflación.

El ‘núcleo’ de la macroeconomía moderna descansa en tres ecuaciones principales: la ‘nueva ecuación IS’, la ‘nueva curva de Phillips’ y la ‘regla monetaria óptima’. El aporte de Taylor (1993) de una regla de interés es sólo una reflexión empírica en términos de los datos disponibles y la política monetaria en los Estados Unidos.<sup>1</sup> Una introspección teórica, además de un resumen bien expuesto, se encuentra en Clarida, *et. al* (1999) a propósito de los avances en la ciencia de la política monetaria. En dicho documento se hace un análisis algebraico riguroso con relación al proceso de conducción de política monetaria a partir de las ‘ecuaciones núcleo’ de la macroeconomía moderna, siendo una referencia obligada para cualquier estudioso de la disciplina.

Sin embargo, los modelos de expectativas racionales de la macroeconomía moderna no siempre cuentan con una solución cerrada, aún si pertenecen a la clase de modelos lineales de expectativas racionales. Los estudiantes y los que desean digerir los avances de la macroeconomía moderna necesitan una guía de resolución de modelos estocásticos. Este capítulo es una contribución a la difusión de los métodos de solución de los modelos lineales de expectativas racionales al interior de los “modelos de equilibrio general dinámicos estocásticos” (DSGE, por sus siglas en inglés). A modo de ejemplo, estudiamos un modelo lineal de macroeconomía cerrada caracterizado por la hipótesis de expectativas racionales. Pero, además, admitimos inercias en algunas variables agregadas, lo que de por sí dificulta obtener una solución analítica. Por otro lado, aceptamos la existencia de procesos estocásticos exógenos de la clase ‘ruido blanco’.<sup>2</sup> El modelo neokeynesiano estudiado descansa principalmente en la premisa de que las relaciones agregadas reflejan la fundamentación microeconómica, lo que también tiene su alcance en el diseño de una regla monetaria óptima por parte del banco central.

Ciertos modelos macroeconómicos estocásticos se resuelven directamente iterando los términos de expectativas racionales. En otros modelos, es posible encontrar una solución analítica mediante el método de coeficientes indeterminados. Sin embargo, los métodos anteriores no garantizan una solución única, más aún si el modelo consta de muchas ecuaciones o relaciones no-lineales. En estos casos es evidente que resulta más complejo de lo esperado. Como

---

<sup>1</sup>La regla de Taylor es una ecuación empírica para los Estados Unidos, por ende, es necesario no confundirla con la regla monetaria óptima para la tasa de interés. A lo mucho, la regla de Taylor podría concebirse como una aproximación de esta última.

<sup>2</sup>Un proceso ‘ruido blanco’ se caracteriza porque cada variable aleatoria no correlacionada tiene media cero y varianza constante.

no siempre los modelos lineales de expectativas racionales tienen una solución analítica es recomendable proceder en primera instancia bajo el supuesto de que son conocidos los valores numéricos de los parámetros del modelo.<sup>3</sup> En este caso, calculamos directamente la solución numérica del modelo lineal de expectativas racionales.

Considerando lo anterior, en este capítulo, se pretende alcanzar dos objetivos: (i) deducir una solución de los modelos lineales de expectativas racionales mediante la descomposición de Schur, y (ii) simular numéricamente las funciones impulso-respuesta del modelo macroeconómico.<sup>4</sup> Las funciones impulso-respuesta permiten mostrar el comportamiento económico implicado por el modelo macroeconómico como consecuencia de la presencia de los disturbios estocásticos exógenos, incluyendo la respuesta óptima de la autoridad monetaria y de los agentes privados. Para ciertos valores de los parámetros de la economía de Estados Unidos y México, la simulación numérica de las funciones impulso-respuesta, por ejemplo, muestra que el ajuste de la economía de México es mucho más prolongado —desde una perspectiva temporal— de lo que sucede en la economía de los Estados Unidos.

Este capítulo está organizado en cinco secciones. En la segunda sección presentamos el modelo macroeconómico de economía cerrada con expectativas racionales que sirve para nuestra reflexión. Explicamos de manera concisa la naturaleza de las diferentes ecuaciones que conforman el modelo macroeconómico. En la tercera sección nos concentramos en el método de Klein (2000) y la descomposición de Schur para la clase de modelos lineales con expectativas racionales. En la cuarta sección reportamos las simulaciones numéricas de las funciones impulso-respuesta para las economías de Estados Unidos y México. En el *software R Package* calculamos todas las descomposiciones de Schur de las matrices involucradas, así como los valores de las funciones impulso-respuesta. En el caso de Estados Unidos consideramos los parámetros calibrados por Walsh (2003), mientras que en el caso de México realizamos una estimación restringida por máxima verosimilitud de algunos parámetros de

---

<sup>3</sup>Por supuesto, es posible estimar los parámetros del modelo macroeconómico a través de algún método estadístico. Otra alternativa es calibrar los parámetros. Las técnicas de calibración descansan ocasionalmente en propiedades teóricas de la microeconomía fundamentada; en otros casos la calibración concierne a los momentos de las distribuciones de probabilidad de los datos simulados mediante un proceso de selección de parámetros al procurar empatar éstos con los datos reales.

<sup>4</sup>Los valores de los parámetros se toman de la calibración realizada por algunos estudiosos. Si no hay información se decidió por la estimación estadística de los parámetros. Este es el caso de la economía mexicana sobre todo en el período en el que aplica la formulación de la política monetaria por objetivos de inflación.

interés a partir de algunos otros parámetros reportados por Best (2013).<sup>5</sup> Por último, en la sexta sección vertimos algunos comentarios de conclusión.

---

## 1.2. Las ecuaciones estructurales

El modelo consta de cinco ecuaciones, todas las variables se miden en desviaciones de sus valores estacionarios.<sup>6</sup> Diversos autores explican la deducción microeconómica de las relaciones agregadas de este modelo macroeconómico.<sup>7</sup> Con todo, el escenario que consideramos es el más simple posible, al menos, respecto a las variables exógenas estocásticas ya que asumimos son procesos estocásticos exógenos de la clase ‘ruido blanco’. Por otro lado, admitimos ciertas inercias en algunas variables endógenas importantes. Esta inserción tiene por objeto mostrar cómo proceder si no es posible separar directamente el conjunto de las *variables predeterminadas* y *no-predeterminadas*.

Las ecuaciones de abajo constituyen el modelo macroeconómico a estudiar.

$$y_t = \eta y_{t-1} - \alpha r_t + \epsilon_{1t}, \quad \eta > 0, \alpha > 0 \quad (1.1)$$

$$r_t = i_t - E_t \pi_{t+1} \quad (1.2)$$

$$\pi_t = (1 - \beta) \pi_{t-1} + \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa y_t + \epsilon_{2t}, \quad \beta \in (0, 1), \kappa > 0 \quad (1.3)$$

$$i_t = \lambda y_t + \frac{1}{\beta} E_t \pi_{t+1} + \epsilon_{3t}, \quad \lambda > 0 \quad (1.4)$$

$$E_t \pi_{t+1} = E[\pi_{t+1} | \Omega_t] \quad (1.5)$$

La simbología es prácticamente conocida, el significado de las variables está indicado en el Tabla 1.1. Además, el modelo macroeconómico incluye un conjunto de cinco parámetros  $\{\alpha, \beta, \eta, \kappa, \lambda\}$ , los que se deben estimar o calibrar. El significado económico de estos parámetros se indica en la Tabla 1.2.

La ecuación (1.1) representa a la ecuación IS dinámica caracterizada por una inercia en la brecha de producción, además de la presencia de un choque de demanda agregada. El gasto agregado depende de forma positiva de la brecha

---

<sup>5</sup>La estimación restringida se realizó en el *software Stata*, el cual tiene un módulo para estimación bajo el principio de máxima verosimilitud.

<sup>6</sup>Los valores estacionarios del modelo macroeconómico estocástico se denotan principalmente por su contraparte determinista. Por ejemplo, si  $y_t$  es la desviación del PIB respecto de su nivel de producto natural, donde esta última variable es el valor estacionario, el cual, a su vez, corresponde a la solución del modelo macroeconómico en ausencia de choques estocásticos.

<sup>7</sup>Véase, por ejemplo, Fane (1985), Fisher (2008), Gali (2008), Kerr-King (1996), Koenig (1989, 1993 a,b), McCallum (1989), Roberts (1985). La lista es enorme, aquí se incluye solo algunos autores.

**Tabla 1.1**

Simbología de las variables

---

$i_t$ :	tasa de interés nominal para el período $t$
$r_t$ :	tasa de interés real para el período $t$
$y_t$ :	brecha del producto real para el período $t$
$\pi_t$ :	tasa de inflación para el período $t$
$E_t\pi_{t+1}$ :	expectativas de inflación para el período $t + 1$
$\epsilon_{1t}$ :	choque de demanda agregada en el período $t$
$\epsilon_{2t}$ :	choque de oferta agregada en el período $t$
$\epsilon_{3t}$ :	choque de política monetaria en el período $t$

---

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 1.2**

Simbología de los parámetros

---

$\alpha$ :	Grado de sustitución intertemporal entre consumo presente y futuro
$\beta$ :	Tasa de descuento por parte de las empresas fijadoras de precios
$\eta$ :	Parámetro de inercias en el gasto agregado
$\kappa$ :	Grado de rigidez de precios
$\lambda$ :	Grado de respuesta de la política monetaria a la brecha de producción
$\sigma_{\epsilon_1}^2$ :	Varianza del choque de demanda agregada en el período $t$
$\sigma_{\epsilon_2}^2$ :	Varianza del choque de oferta agregada en el período $t$
$\sigma_{\epsilon_3}^2$ :	Varianza choque de política monetaria en el período $t$

---

Fuente: Elaboración propia

de producción del período pasado y se relaciona de manera inversa con la tasa de interés real. La naturaleza estocástica de la ecuación IS descansa en el hecho de que las variables tienen cierta distribución de probabilidad, más aún si el choque demanda agregada es un ruido blanco gaussiano:  $\epsilon_{1t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_1}^2)$ . La ecuación (1.2) es la ecuación de Fisher que mide la tasa de interés real en términos de la diferencia entre la tasa de interés nominal y la tasa de inflación esperada. El símbolo  $E_t(\cdot)$  es el operador de expectativas racionales, donde  $(\cdot)$  es alguna variable. De esta manera,  $E_t\pi_{t+1}$  es la expectativa formada en el período  $t$  de la tasa de inflación en el período  $t + 1$ .

La ecuación (1.3) es una curva de Phillips dinámica por lo que la tasa de inflación del período corriente depende de la inflación del período pasado y se relaciona también de manera positiva con la brecha de producción. La curva de Phillips también es estocástica debido a la presencia de choques de oferta agregada de la clase ruido blanco gaussiano  $\epsilon_{2t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_2}^2)$ .

La ecuación (1.4) es la regla monetaria óptima que el banco central sigue para conducir su política monetaria. La tasa de interés nominal se ajusta

dependiendo de la brecha de producción y de las expectativas de inflación. Además, suponemos que la regla monetaria está sujeta a cierta incertidumbre debido a la presencia de choques monetarios (tasa de interés) capturados por otro ruido blanco gaussiano  $\epsilon_{3t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_3}^2)$ .

La ecuación (1.5) es la definición de expectativas racionales para la tasa de inflación en el sentido ‘fuerte’ de su definición. La expectativa subjetiva es igual a la expectativa condicional, donde  $\Omega_t$  es el conjunto de información al que los agentes económicos tienen acceso.<sup>8</sup>

Para hallar una solución a este modelo macroeconómico es conveniente reducir el número de ecuaciones tanto como sea posible con el propósito de expresar a las variables endógenas como función de las variables exógenas y parámetros. La Tabla 1.3 contiene la clasificación de las variables endógenas y exógenas.

**Tabla 1.3**

Clasificación de variables

Endógenas:	$i_t, r_t, y_t, \pi_t, E_t \pi_{t+1}$
Endógenas. rezagadas:	$y_{t-1}, \pi_{t-1}$
Exógenas:	$\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \epsilon_{3t}$
Parámetros:	$\alpha, \beta, \eta, \kappa, \lambda$

Fuente: Elaboración propia

Existen varios procedimientos de solución de expectativas racionales, por ejemplo, el método de Blanchard-Khan, el método de Klein o el método de coeficientes indeterminados. En los dos primeros procedimientos es imperioso la distinción entre las variables: *no-predeterminadas* (*forward-looking*) y *predeterminadas* (*backward-looking*).<sup>9</sup> En este documento explicaremos el método de Klein (2000), por lo que aceptamos la siguiente definición:

**Definición 1** *Se dice que  $\bar{x}_t$  es una variable predeterminada (backward-looking) si cumple con las siguientes dos condiciones: (i) su error de pronóstico un período adelantado es exógeno; y (ii) su valor inicial está exógenamente dado, es decir,  $\bar{x}_{t+1} - E_t \bar{x}_{t+1}$  es exógeno y  $\bar{x}_0$  es conocido.*

Por lo general, una variable predeterminada en  $t$  es función de variables conocidas en  $t$ , más el choque exógeno, el cual es conocido en  $t + 1$ . Sin embargo,

<sup>8</sup>La expectativa subjetiva es conocida como la versión ‘débil’ de la hipótesis de expectativas racionales y nos dice que los agentes económicos usan eficientemente la información disponible.

<sup>9</sup>Blanchard-Khan (1980) transmiten la idea de que una variable predeterminada satisface la propiedad  $\bar{x}_{t+1} - E_t \bar{x}_{t+1}$ , mientras que una variable no-predeterminada cumple con la ecuación,  $\bar{x}_{t+1} = E_t \bar{x}_{t+1} + \eta_{t+1}$ , donde  $\eta_{t+1}$  denota un error de expectativas. Por su parte, Buiter (1987) sostiene que  $\bar{x}_t$  es una variable no-predeterminada si es una función de expectativas de variables endógenas y/o exógenas futuras.



a diferencia de las *variables predeterminadas*, el valor de una variable no-predeterminada  $\tilde{x}_{t+1}$  en  $t + 1$ , depende de la realización de otras variables endógenas en  $t + 1$ . Las *variables no-predeterminadas* también se llaman variables de salto (*forward-looking*) y difieren de las *variables predeterminadas* porque su error de pronóstico y valor inicial son precisamente endógenos. Con esto en mente, sustituimos (1.4) en (1.2) para obtener la ecuación de abajo.

$$r_t = \lambda y_t + \frac{1 - \beta}{\beta} E_t \pi_{t+1} + \epsilon_{3t} \quad (1.6)$$

Es conveniente ahora reemplazar (1.6) en la ecuación (1.1) para arribar a la siguiente ecuación:

$$(1 + \alpha\lambda)y_t + \frac{\alpha(1 - \beta)}{\beta} E_t \pi_{t+1} = \eta y_{t-1} + \epsilon_{1t} - \alpha\epsilon_{3t} \quad (1.7)$$

Las ecuaciones (1.3) y (1.7) contienen a dos *variables predeterminadas* y una *variable no-predeterminada*. En esta situación es conveniente incorporar una ecuación auxiliar para alcanzar coherencia interna de modo que sea evidente distinguir a las *variables predeterminadas* y *no-predeterminadas*. La ecuación auxiliar es trivial.

$$\pi_t = \pi_t \quad (1.8)$$

De esta manera, las ecuaciones (1.3), (1.7) y (1.8) implican el siguiente sistema matricial:

$$AE_t x_{t+1} = Bx_t + C\epsilon_t \quad (1.9)$$

donde,

$$A = \begin{bmatrix} -\kappa & 1 & -\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 + \alpha\lambda & 0 & \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 - \beta & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ \eta & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_{t+1} = \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \\ \pi_{t+1} \end{bmatrix} \quad x_t = \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ \pi_{t-1} \\ \pi_t \end{bmatrix} \quad \epsilon_t = \begin{bmatrix} \epsilon_{2t} \\ 0 \\ \epsilon_{1t} - \alpha\epsilon_{3t} \end{bmatrix}$$

Ahora bien, es posible calcular la inversa de la matriz asociada a la ecuación matricial.

$$E_t x_{t+1} = \mathbb{A} x_t + \mathbb{B} \epsilon_t \quad (1.10)$$

donde,

$$\mathbb{A} = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{\beta^2 \eta}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\alpha(1-\beta)^2}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\alpha(1-\beta)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\beta\eta\kappa}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\beta(1-\beta)(1+\alpha\lambda)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\beta(1+\alpha\lambda)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{B} = A^{-1}C = \begin{bmatrix} \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\alpha(1-\beta)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\beta^2}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\beta(1+\alpha\lambda)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & \frac{\beta(1+\alpha\lambda)}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} & -\frac{\beta\kappa}{\beta^2(1+\alpha\lambda) - \alpha\kappa(1-\beta)} \end{bmatrix}$$

El método de Blanchard-Khan descansa en el hecho de que la matriz  $A$  es de rango completo. En cualquier caso, se hace explícito la separación de las *variables predeterminadas* y *no-predeterminadas*. Las *variables predeterminadas* están insertadas en los siguientes vectores:

$$\bar{x}_{t+1} = \begin{bmatrix} y_t \\ \pi_t \end{bmatrix}, \quad \bar{x}_t = \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ \pi_{t-1} \end{bmatrix}$$

Por otro lado, las *variables no-predeterminadas* se anotan en las siguientes expresiones:

$$E_t \tilde{x}_{t+1} = E_t \pi_{t+1}, \quad \tilde{x}_t = \pi_t$$

Nótese que  $\pi_t$  de cierta manera está contenida simultáneamente en ambas clases de variables endógenas. Esto se debe a que el modelo se caracteriza por la existencia de algunas inercias en algunas de sus variables endógenas. De otra manera, esta dificultad estaría ausente y la separación de las variables endógenas sería inmediata.

---

### 1.3. El método de Klein

Como vimos en la sección anterior, el sistema de ecuaciones en diferencias estocástica lineal de primer orden implicado se puede reescribir de manera

general como  $AE_t x_{t+1} = Bx_t + C\epsilon_t$ . La ventaja del método de Klein es que la matriz  $A$  podría ser singular y todavía deducir una solución. No es el caso de este modelo macroeconómico que estamos analizando, sin embargo, el método de Klein procede a través de la descomposición de Schur de las matrices  $A$  y  $B$ .

Conviene, entonces, enunciar el siguiente teorema:

**Teorema 1** *Dado dos matrices  $A$  y  $B$  de números reales de  $n \times n$ , existen matrices unitarias ortogonales  $Q$  y  $Z$  tal que  $Q^T AZ$  es una matriz Schur real superior y  $Q^T BZ$  es matriz triangular superior:*

$$Q^T AZ = S \quad (1.11)$$

$$Q^T BZ = T \quad (1.12)$$

El par de matrices  $(S, T)$  se dice que tienen la forma de Schur real generalizada.

La demostración de este teorema se encuentra en Schott (2017). En lugar de concentrarnos en su validez, más bien, nos preocuparemos en sus implicaciones. Con la ayuda de la matriz  $Z$  se puede proceder a realizar algunas transformaciones:

$$Zw_{t+1} = x_{t+1} \quad (1.13)$$

$$Zw_t = x_t \quad (1.14)$$

donde,

$$w_{t+1} = \begin{bmatrix} s_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix}, \quad w_t = \begin{bmatrix} s_t \\ u_t \end{bmatrix}$$

Las variables  $s_t$  y  $u_t$  son variables auxiliares y respectivamente se asocian a las entradas de los vectores implicados.

Sustituimos (1.13) y (1.14) en (1.9), luego multiplicamos el resultado por  $Q^T$  y después utilizamos (1.11) y (1.12) para simplificar.

$$AZw_{t+1} = BZw_t + C\epsilon_t \quad (1.15)$$

$$Q^T AZw_{t+1} = Q^T BZw_t + Q^T C\epsilon_t \quad (1.16)$$

$$Sw_{t+1} = Tw_t + D\epsilon_t \quad (1.17)$$

donde,

$$w_{t+1} = \begin{bmatrix} s_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix}, \quad w_t = \begin{bmatrix} s_t \\ u_t \end{bmatrix}, \quad D = Q^T C$$

Los valores propios del sistema (1.17) están en la diagonal de la matriz  $S^{-1}T$ , es decir

$$\lambda(A, B) = \frac{T(i, i)}{S(i, i)} \quad (1.18)$$

donde,  $T(i, i)$  y  $S(i, i)$  son elementos de la diagonal principal del producto de las matrices  $S^{-1}T$ .

En el ejemplo ilustrado tenemos tres raíces ya que las matrices  $A$  y  $B$  tienen rango completo. De manera que es suficiente que las primeras raíces sean inferiores a la unidad para que el sistema económico sea estable. La condición Blanchard-Khan, en particular, nos dice que existe una solución estable única de la clase denominada “punto de silla” si el número de valores propios fuera del círculo unitario es igual al número de *variables predeterminadas*.

Dado que es posible calcular los valores propios, entonces es relativamente fácil agrupar a las raíces que tienen un módulo inferior a la unidad y a las que tienen un valor mayor a la unidad. Siguiendo esta idea consideremos la siguiente partición de las matrices:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ 0 & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_t \\ u_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \epsilon_t \quad (1.19)$$

Al multiplicar por la inversa matriz implicada, tenemos<sup>10</sup>

$$\begin{bmatrix} s_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1} & -(S_{11}S_{22})^{-1}S_{12} \\ 0 & S_{22}^{-1} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_t \\ u_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \epsilon_t \right\} \quad (1.20)$$

Al manipular alcanzamos la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_{11}^{-1}T_{11} & S_{11}^{-1}T_{12} - (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}T_{22} \\ 0 & S_{22}^{-1}T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_t \\ u_t \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} S_{11}^{-1}D_1 - (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}D_2 \\ S_{22}^{-1}D_2 \end{bmatrix} \epsilon_t \end{aligned} \quad (1.21)$$

En el caso de que se cumpla condición Blanchard-Khan, en las entradas  $S_{11}^{-1}T_{11}$  y  $S_{22}^{-1}T_{22}$ , tenemos las raíces estables y no-estables, respectivamente. Este es

<sup>10</sup>En los cálculos de la inversa se puede verificar el cumplimiento de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} S_{11}^{-1}S_{12} - (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}S_{22} &= S_{11}^{-1}S_{12} - S_{11}^{-1}S_{22}^{-1}S_{12}S_{22} \\ &= S_{11}^{-1}S_{12} - S_{11}^{-1}S_{12}S_{22}^{-1}S_{22} = 0 \end{aligned}$$

La explicación reside en el hecho de  $S_{11}$  es una matriz  $2 \times 2$ , mientras que  $S_{22}$  es un escalar  $1 \times 1$ , mientras que  $S_{12}$  es un vector  $2 \times 1$ . Similarmente, estas indicaciones aplican a las particiones  $T_{11}$ ,  $T_{12}$  y  $T_{22}$ , respectivamente.

el motivo de usar las variables auxiliares  $s_t$  y  $u_t$  para asociarlas a las raíces estables y no-estables, respectivamente.

Si nos ocupamos de la porción inestable y manipulamos algebraicamente tenemos

$$S_{22}^{-1}T_{22}u_t + S_{22}^{-1}D_2\epsilon_t = u_{t+1} \quad (1.22)$$

$$S_{22}^{-1}T_{22}u_t = u_{t+1} - S_{22}^{-1}D_2\epsilon_t \quad (1.23)$$

$$T_{22}u_t = S_{22}u_{t+1} - D_2\epsilon_t \quad (1.24)$$

$$u_t = T_{22}^{-1}S_{22}u_{t+1} - T_{22}^{-1}D_2\epsilon_t \quad (1.25)$$

La ecuación anterior aplica, por ejemplo, también a los primeros tres períodos de tiempo.

$$u_{t+1} = T_{22}^{-1}S_{22}u_{t+2} - T_{22}^{-1}D_2\epsilon_{t+1} \quad (1.26)$$

$$u_{t+2} = T_{22}^{-1}S_{22}u_{t+3} - T_{22}^{-1}D_2\epsilon_{t+2} \quad (1.27)$$

$$u_{t+3} = T_{22}^{-1}S_{22}u_{t+4} - T_{22}^{-1}D_2\epsilon_{t+3} \quad (1.28)$$

Al reemplazar (1.28) en (1.27) y sustituir el resultado otra vez en las ecuaciones (1.26) y (1.25) se obtiene

$$\begin{aligned} u_t &= (T_{22}^{-1}S_{22})^3 u_{t+3} \\ &\quad - T_{22}^{-1} \left[ (S_{22}T_{22}^{-1})^2 D_2\epsilon_{t+2} + (S_{22}T_{22}^{-1}) D_2\epsilon_{t+1} + D_2\epsilon_t \right] \end{aligned} \quad (1.29)$$

Si el sistema es estable, entonces es necesario que se cumpla  $\lim_{k \rightarrow \infty} (T_{22}^{-1}S_{22})^k = 0$ , por lo que si sigue iterando hacia adelante se alcanza el siguiente resultado:

$$u_t = -T_{22}^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} (S_{22}T_{22}^{-1})^k D_2\epsilon_{t+k} \quad (1.30)$$

En este punto, es conveniente considerar la porción estable del sistema (1.21), el cual es igual a

$$\begin{aligned} s_{t+1} &= S_{11}^{-1}T_{11}s_t + \left[ S_{11}^{-1}T_{12} - (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}T_{22} \right] u_t \\ &\quad + \left[ S_{11}^{-1}D_1 - (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}D_2 \right] \epsilon_t \end{aligned} \quad (1.31)$$

Como en el caso particular de  $k = 0$ , entonces la ecuación (1.30) implica:

$$u_t = -T_{22}^{-1}D_2\epsilon_t \quad (1.32)$$

De esta manera, al sustituir (1.32) en (1.31) se obtiene

$$\begin{aligned}
s_{t+1} &= S_{11}^{-1}T_{11}s_t - \left[ S_{11}^{-1}T_{12}T_{22}^{-1}D_2 + (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}T_{22}T_{22}^{-1}D_2 \right] \epsilon_t \\
&\quad + \left[ S_{11}^{-1}D_1 - (S_{11}S_{22})^{-1}S_{12}D_2 \right] \epsilon_t \\
&= S_{11}^{-1}T_{11}s_t + \left[ S_{11}^{-1}D_1 - S_{11}^{-1}T_{12}T_{22}^{-1}D_2 \right] \epsilon_t
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Ahora bien, es conveniente considerar la desagregación de la ecuación (1.14), de modo que se tiene las siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{t+1} \\ u_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{t+1} \\ \tilde{x}_{t+1} \end{bmatrix} \tag{1.34}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_t \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_t \\ \tilde{x}_t \end{bmatrix} \tag{1.35}$$

Las ecuaciones anteriores implican

$$\bar{x}_t = Z_{11}s_t + Z_{12}u_t \tag{1.36}$$

$$\tilde{x}_t = Z_{21}s_t + Z_{22}u_t \tag{1.37}$$

En vista de la ecuación (1.32) y que los agentes no esperan choques futuros, es decir,  $\epsilon_{t+k} = 0$  para toda  $k > 1$ , entonces las dos ecuaciones anteriores se convierten en las siguientes expresiones:

$$s_t = Z_{11}^{-1}\bar{x}_t + Z_{11}^{-1}Z_{12}D_2\epsilon_t \tag{1.38}$$

$$s_{t+1} = Z_{11}^{-1}\bar{x}_{t+1} \tag{1.39}$$

Reemplazando estas dos últimas ecuaciones en (1.31) se alcanza

$$\begin{aligned}
Z_{11}^{-1}\bar{x}_{t+1} &= S_{11}^{-1}T_{11} \left[ Z_{11}^{-1}\bar{x}_t + Z_{11}^{-1}Z_{12}T_{22}^{-1}D_2\epsilon_t \right] \\
&\quad + \left[ S_{11}^{-1}D_1 - S_{11}^{-1}T_{12}T_{22}^{-1}D_2 \right] \epsilon_t
\end{aligned} \tag{1.40}$$

Es decir, se obtiene la siguiente expresión:

$$\bar{x}_{t+1} = F\bar{x}_t + G\epsilon_t \tag{1.41}$$

donde,

$$\begin{aligned}
F &= Z_{11}S_{11}^{-1}T_{11}Z_{11}^{-1} \\
G &= Z_{11}S_{11}^{-1}D_1 + Z_{11}S_{11}^{-1}T_{11}Z_{11}^{-1}Z_{12}T_{22}^{-1}D_2 - Z_{11}S_{11}^{-1}T_{12}T_{22}^{-1}D_2
\end{aligned}$$

Es innegable que la ecuación (1.41) es prácticamente una solución del sistema de ecuaciones. El método de descomposición de Schur permite desglosar el sistema original y resolver el sistema en términos de las *variables predeterminadas*. La solución del sistema es un vector autorregresivo (VAR), en el que sólo aparecen *variables predeterminadas* endógenas. De este modo, se evita la manipulación de los términos de expectativas (variables esperadas) que no son observables, aunque en una etapa ulterior es posible calcular la solución de las *variables no-predeterminadas* en términos de las *variables predeterminadas*.

El procedimiento para transformar el sistema original es un proceso de dos etapas. Gracias a la propiedad de triangularización de las matrices es posible resolver en primera instancia la porción del sistema de ecuaciones que tienen que ver con las raíces inestables. En una segunda etapa se manipula la porción del sistema que tiene que ver con las raíces estables. La ventaja es que este bloque contiene únicamente al conjunto de *variables predeterminadas*.

Dado la solución del sistema lineal de expectativas racionales, en términos de un vector autorregresivo, es imperioso realizar algunas simulaciones numéricas de las funciones impulso-respuesta implicadas por el modelo macroeconómico de expectativas racionales. Esta tarea se muestra en la siguiente sección.

---

#### 1.4. Simulaciones de las funciones impulso-respuesta

En esta sección realizamos algunas simulaciones de las funciones impulso-respuesta para el modelo macroeconómico explicado en secciones previas. En tanto es una ilustración, los cálculos se basan en el conocimiento de ciertos valores de los parámetros de la economía de los Estados Unidos y México, respectivamente. En el caso de los Estados Unidos la referencia es Walsh (2003, p. 248), aunque este autor asume que las variables exógenas son procesos autorregresivos, mientras que la premisa en el modelo que estudiamos es que las variables exógenas son procesos ‘ruido blanco’.

En el caso de México consideramos como referencia el trabajo de Best (2013). Sin embargo, como las ecuaciones estimadas por este autor tienen características diferentes, es pertinente realizar una estimación restringida de algunos parámetros de interés bajo el método de máxima verosimilitud. En los resul-

tados se reportan las estimaciones restringidas, aun cuando evidentemente los cálculos son provisionales para un estudio serio y profesional.

Como se esbozó en la introducción a este capítulo, otro de los objetivos es simular las funciones impulso-respuesta que resultan de ciertos choques exógenos estocásticos que impactan en la economía, tales como un choque de demanda agregada, un choque de oferta agregada y un choque de política monetaria. En todos los casos, la función impulso-respuesta es el instrumento inmediato e idóneo para describir el comportamiento de la economía.

**Tabla 1.4**

Parámetros estimados y calibrados

	Coefficiente	Error Estándar	$z$	$p >  z $	Intervalo 95 %	
$\beta$	0.2343041	0.0118732	19.73	0.000	0.2110331	0.2575751
$\eta$	0.7893539	0.1556967	5.07	0.000	0.484194	1.094514
$\alpha$	0.00291	(restringido)	-	-	-	-
$\kappa$	0.88	(restringido)	-	-	-	-
$\alpha$	0.37	(restringido)	-	-	-	-
$\sigma_{\epsilon_1}$	0.0256526	0.0019099	-	-	0.0219093	0.0293959
$\sigma_{\epsilon_2}$	1.309151	0.0988715	-	-	1.115367	1.502936
$\sigma_{\epsilon_3}$	4.948194	0.3567871	-	-	4.248904	5.647484

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 1.4 reporta la estimación restringida por máxima verosimilitud de los parámetros para México utilizando el *software Stata*, el cual tiene la enorme ventaja de contar con un módulo enfocado a la estimación de modelos de equilibrio general dinámicos estocásticos. El programa exige de ciertos lineamientos en su rutina de estimación, por ejemplo, que el número de valores propios inferiores a la unidad sea igual al número de variables de estado. En el caso de nuestras simulaciones, las variables de estado están representados por los choques aleatorios presentes en las ecuaciones de demanda, oferta y regla de política monetaria. Como lo hemos mencionado, en todos los casos, suponemos que los choques estocásticos son procesos ‘ruido blanco’.

Los datos utilizados en la estimación tienen como fuente a la Reserva Federal de los Estados Unidos. Por ejemplo, utilizamos la tasa de los CETES a 90 días para medir la tasa de interés nominal. La tasa de inflación se basó en el Índice Nacional de Precios al Consumidor, cuya base es el año 2012. Similarmente, los datos del PIB trimestral son a precios constantes de 2012. El cálculo de la brecha de producción se procedió a través del filtro Holdrick-Prescott con el ponderador recomendado para datos trimestrales, por otro lado, aplicamos la prueba Dickey-Fuller. En todos los casos, se rechaza la hipótesis nula de que la



serie económica es un proceso raíz unitaria. Sin embargo, en el caso de la tasa de interés nominal, existen ciertos indicios de que posiblemente sea un proceso no-estacionario. De todos modos, se procedió bajo las recomendaciones para estimar los parámetros estructurales del modelo.

La Tabla 1.5 precisamente contiene la información de los parámetros necesarios para la simulación numérica. Los valores paramétricos para los Estados Unidos provienen de Walsh (2003), mientras que los valores restringidos para México se apoyan en el estudio de Best (2013). Los resultados hallados por esta autora nos permiten estimar los parámetros  $\beta$  y  $\eta$ . La estimación de estos dos últimos parámetros arroja estadísticos significativos. Ambos poseen un  $p$ -valor de prácticamente cero, por lo que no tenemos reparos en rechazar la hipótesis nula.

**Tabla 1.5**

Parámetros estimados y calibrados

	Estados Unidos	México
$\alpha$	0.6	0.00291
$\beta$	0.5	0.2343041
$\eta$	0.8	0.7893539
$\kappa$	0.3	0.88
$\lambda$	0.5	0.37
Fuente: Best (2013), Walsh (2003) y cálculos propios		

Por otra parte, sin embargo, las estimaciones del parámetro  $\alpha$  son demasiados ínfimos, aunque con estadísticos de prueba significativos. Las diferentes corridas que hicimos arrojaron estimaciones inferiores a  $\alpha = 0,003$ . Debido a que detectamos que valores superiores a esta referencia dan lugar a soluciones inviables, procedimos a calibrar algunos valores de este parámetro. La calibración nos arrojó un valor muy bajo para el parámetro  $\alpha$ . En particular, dado que el objetivo es ilustrar las simulaciones de las funciones impulso-respuesta procedimos con diferentes valores para  $\alpha$  tal que el sistema tenga una solución estable de la clase ‘punto de silla’.

Lo que entonces sigue procede con la propiedad de que el sistema de ecuaciones lineales de expectativas racionales tiene una solución única y estable debido a que hay suficientes raíces estables para encontrar trayectorias para las funciones impulso-respuesta.<sup>11</sup> A este respecto, las matrices  $S$  y  $T$  bajo el teorema de Schur tienen la siguiente partición:

<sup>11</sup>Nótese que la proposición anterior es equivalente a la condición Blanchard-Khan enunciada previamente.

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ 0 & S_{22} \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix}$$

En el caso de los Estados Unidos valores calculados son:

$$S_{11}^{EU} = \begin{bmatrix} 1,2879237 & 0,3006003 \\ -0,6623182 & 1,0920239 \end{bmatrix}, \quad S_{12}^{EU} = \begin{bmatrix} -0,1829814 \\ -0,9436806 \end{bmatrix}, \quad S_{22}^{EU} = 0,292737$$

$$T_{11}^{EU} = \begin{bmatrix} 0,8254071 & 0,0000000 \\ 0,0000000 & 0,6540881 \end{bmatrix}, \quad T_{12}^{EU} = \begin{bmatrix} 0,1813059 \\ 0,4461810 \end{bmatrix}, \quad T_{22}^{EU} = 0,7408932$$

Si  $\theta_j$  denotan a las raíces  $j$ , entonces tenemos dos raíces estables y una raíz inestable.

$$\theta_1^{EU} = \frac{0,8254071}{1,2879237} < 1$$

$$\theta_2^{EU} = \frac{0,6540881}{1,0920239} < 1$$

$$\theta_2^{EU} = \frac{0,7408932}{0,292737} > 1$$

Para México los valores numéricos calculados son:

$$S_{11}^{MX} = \begin{bmatrix} 1,031568 & -1,101665 \\ 0,000000 & 0,923004 \end{bmatrix}, \quad S_{12}^{MX} = \begin{bmatrix} -0,4248849 \\ -0,6817971 \end{bmatrix}, \quad S_{22}^{MX} = 0,2375569$$

$$T_{11}^{MX} = \begin{bmatrix} 0,8701349 & 0,1593859 \\ 0,0000000 & 0,8354845 \end{bmatrix}, \quad T_{12}^{MX} = \begin{bmatrix} 0,17103817 \\ 0,09266371 \end{bmatrix}, \quad T_{22}^{MX} = 0,829874$$

$$\theta_1^{MX} = \frac{0,8701349}{1,031568} < 1$$

$$\theta_2^{MX} = \frac{0,8354845}{0,923004} < 1$$

$$\theta_2^{MX} = \frac{0,829874}{0,2375569} > 1$$

Las desigualdades cumplen con la condición Blanchard-Khan, es decir tenemos una raíz inestable y una *variable no-predeterminada*. O lo que es lo mismo, tenemos dos raíces estables y dos *variables predeterminadas*. Siendo así, entonces tenemos la seguridad de que los cálculos de las funciones impulso-respuesta son confiables. De otra manera, las funciones impulso respuesta serían carentes de utilidad, o bien, espurios.

A sabiendas de que se tiene un sistema estable, en la Figura 1.1, se considera un choque positivo de demanda agregada  $\epsilon_{1t}$ , lo que induce incrementos de la producción y la tasa de inflación. La gráfica muestra que los efectos terminan por disiparse en un lapso de 11 períodos. Además, la tasa de inflación se ajusta de manera gradual respecto de la brecha de producción, es decir, esta última se adapta a su valor estacionario de manera más brusca.

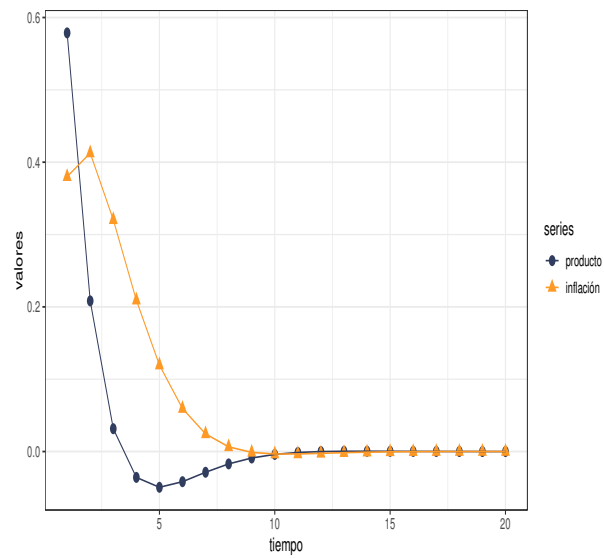


Figura 1.1: Un choque positivo de demanda agregada: función impulso-respuesta (EE.UU.).

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 1.2 se presenta un choque de oferta agregada (choque inflacionario). El efecto inmediato es que se produce un alza en la tasa de inflación acompañado de una recesión económica. La gráfica muestra que la brecha de producción se recupera más deprisa que la tasa de inflación, la cual alcanza su estado estacionario después de 10 períodos de tiempo.

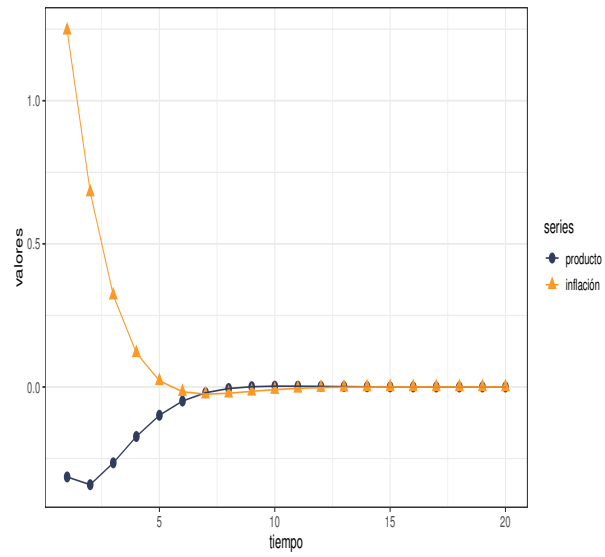


Figura 1.2: Un choque positivo de oferta agregada: función impulso-respuesta (EE.UU.).

Fuente: Elaboración propia.

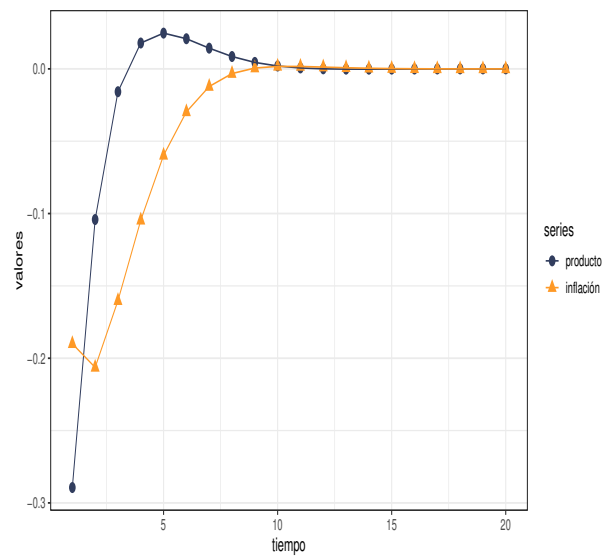


Figura 1.3: Un choque positivo de política monetaria: función impulso-respuesta (EE.UU.).

Fuente: Elaboración propia.

Similarmente, como lo ilustra la Figura 1.3 un choque positivo de política monetaria expresado en un incremento exógeno de la tasa interés de referencia implica una fuerte contracción económica acompañada de una deflación de precios. Sin embargo, gradualmente, a medida que transcurre el tiempo, ambas variables se estabilizan en los valores estacionarios.

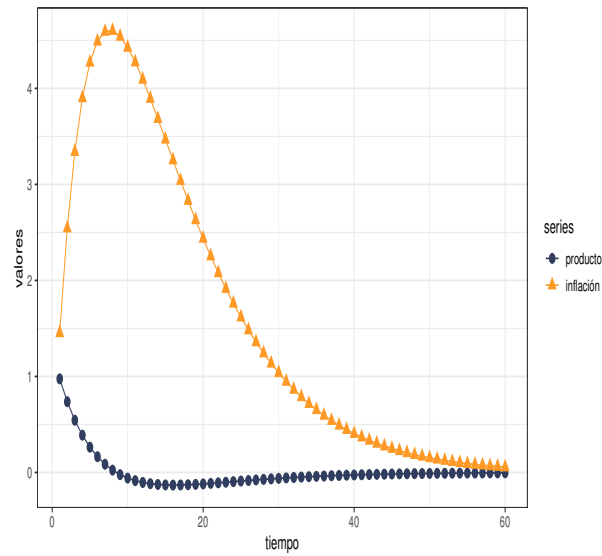


Figura 1.4: Un choque positivo de demanda agregada: función impulso-respuesta (México).

Fuente: Elaboración propia.

Para el caso de la economía de México tenemos resultados cualitativos semejantes, aunque el tiempo de ajuste es mucho más extenso en comparación con el comportamiento de los Estados Unidos. En la Figura 1.4, por ejemplo, los efectos de un choque positivo de demanda agregada son los esperados. La inflación se dispara, acompañado de una expansión de la producción por encima de su tasa natural. Sin embargo, los efectos en estas dos variables terminan por disiparse después de 60 períodos. En una primera etapa, la inflación reacciona sensiblemente, pero después se ajusta de forma gradual hacia la meta inflacionaria que tiene el banco central. La explicación de la tasa de inflación posiblemente reside en el hecho de los precios en México son mucho más volátiles respecto de los Estados Unidos, lo que probablemente se deba a la memoria inflacionaria inherente de México. Llama la atención que el ajuste de la brecha

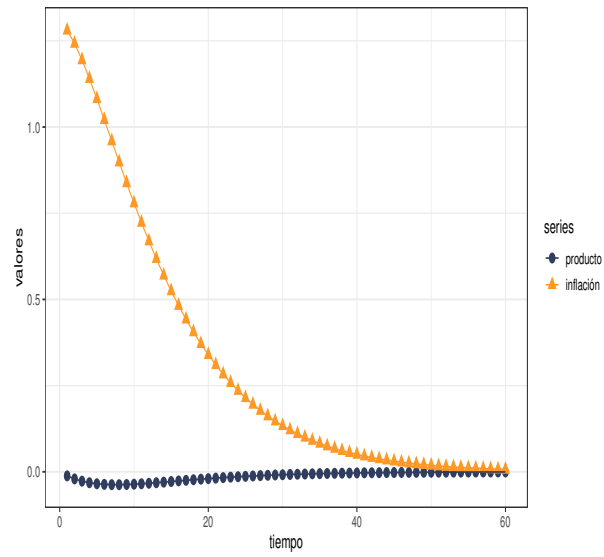


Figura 1.5: Un choque positivo de oferta agregada: función impulso-respuesta (México).

Fuente: Elaboración propia.

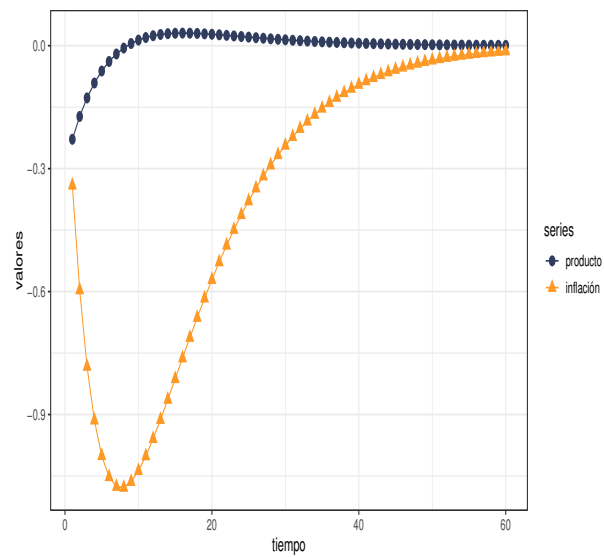


Figura 1.6: Un choque contractivo de política monetaria: función impulso-respuesta (México).

Fuente: Elaboración propia.

de producción conlleve una recesión económica leve, aunque posteriormente el producto gradualmente tienda al producto natural.

La Figura 1.5 muestra los efectos de un choque inflacionario. Las consecuencias esperadas son una tasa de inflación mayor acompañado de una contracción económica ligera. La tasa de inflación y la brecha de la producción se ajustan gradualmente de manera monótona hacia sus valores estacionarios. Este caso contrasta con el choque positivo de demanda agregada porque el ajuste está lejos de ser monótono.

En el caso de una política monetaria restrictiva, en la Figura 1.6 se manifiesta un incremento inducido en la tasa de interés nominal, los efectos iniciales son una contracción económica y una deflación de precios. A este respecto, la tasa de deflación de precios reacciona de manera más sensible con relación a la brecha de producción. Pero, por otra parte, la brecha de producción se recupera más deprisa respecto de la tasa de deflación. Al principio del horizonte temporal, la tasa de deflación se desploma de manera conspicua, por lo que hasta cierto punto es comprensible que es necesario más tiempo para una recuperación completa. Sin embargo, es curioso que el proceso deflacionario finalmente termina por disiparse en un lapso de 60 períodos. La cantidad de períodos implicado significa un total de 15 años si consideramos que hay cuatro períodos por unidad de tiempo. Este proceso de ajuste es demasiado prolongado si tomamos como referencia a los Estados Unidos. Con todo, el grado de flexibilidad de precios de México es mayor que en los Estados Unidos.

---

## 1.5. Comentarios finales

La manipulación algebraica de los modelos macroeconómicos con agentes preocupados por el futuro es dificultosa debido a la presencia de los términos de expectativas. Como estas variables no son observables, la deducción de una solución analítica no es trivial, por lo que cualquier solución debe prescindir de cierto modo de los términos de expectativas. Una estrategia es proceder como si no hubiese ningún término de expectativas, pero debemos considerarlas en una etapa ulterior. Esto es lo que se hace esencialmente en la macroeconomía recursiva (Ljungqvist-Sargent, 2004).

Algunos modelos macroeconómicos son un sistema de ecuaciones en diferencias lineales estocásticas, o bien, se pueden linealizar para que lo sean. En la clase de sistemas de ecuaciones en diferencias lineales estocásticas acompañadas de variables exógenas autorregresivas, el método de iteraciones a veces es más que suficiente para hallar una solución analítica, aunque se requiere de cierta

destreza y habilidad. Otra alternativa es el método de coeficientes indeterminados, pero este depende de establecer adecuadamente una conjetura de solución. Empero, un inconveniente de este método es que no nos dice nada respecto de si el equilibrio es único y estable, o si el modelo tiene múltiples equilibrios.

Si la solución analítica no es posible, entonces la ruta de los métodos numéricos es una alternativa. En la clase de modelos lineales de ecuaciones en diferencia estocásticas, el método de Klein basado en la descomposición de Schur, no es el único, también el método de Blanchard-Khan es idóneo. Sin embargo, la ventaja del método de Klein es que nos permite manipular matrices de rango incompleto. En este artículo, las matrices numéricas tienen rango completo, así que también podríamos haber usado el método de Blanchard-Khan. La descomposición de Schur se implementa imperiosamente en algún *software* como Matlab, Octave, o bien R Package. Existen rutinas que facilitan la realización de los cálculos en tan solo algunos segundos. Es interesante es que en muchos casos la paquetería cuenta con módulos de graficar profesionalmente. A este respecto, *ggplot2* en R Package es más que suficiente para elaborar las gráficas de las funciones impulso-respuesta de manera simple, intuitiva e inmediata.

Los alcances en este artículo son, por una parte, haber reproducido ciertos resultados reconocidos en la literatura. En el caso de la economía de los Estados Unidos llegamos a la misma conclusión de Walsh (2003). En dicha economía se necesitan solo algunos pocos períodos de tiempo para que la economía se ajuste completamente a los choques inducidos exógenamente. Lo anterior nos da cierta seguridad en el procedimiento implementado, de modo que también es posible aplicarlo a cualquier otra economía de características similares. Los pocos estudios empíricos para la clase de modelos DGSE para México no nos permiten proceder directamente con la simulación por lo que es necesario una estimación econométrica en combinación con la calibración de un parámetro, de modo que las estimaciones sean estadísticamente significativas.

Usamos datos trimestrales para México de las principales variables agregadas, la tasa de interés, nivel de precios y la producción total de mercancías en la estimación econométrica. Los resultados arrojaron que se requieren demasiados períodos de tiempo para un ajuste completo de la tasa de inflación y la brecha de producción. Esta postura, por supuesto, es ilustrativa, aunque consideramos que no están alejados de la realidad. La simulación de las funciones impulso-respuesta es un precedente para las predicciones de la teoría macroeconómica asociada a diferentes choques estocásticos para describir los efectos previsible esperados a lo largo del tiempo. Los efectos se desvanecen gradualmente entre valores negativos y positivos porque consideramos procesos estacionarios. Una posible explicación de estos resultados son la mayor



flexibilidad de precios de México respecto de los Estados Unidos, además de que la tasa de interés real en México escasamente incide en el gasto agregado de bienes y servicios. Por supuesto, también hay que considerar otros elementos como el factor de descuento  $\beta$  para México, el cual es mucho menor que para los Estados Unidos.

La simulación numérica de las variables es congruente con los preceptos de la teoría macroeconómica, aunque desde luego es necesario incorporar otras características estructurales para replicar la realidad de una manera más satisfactoria. De esta manera, se abren algunas rutas de investigación inmediatas empezando con los aspectos de economía abierta y la presencia de otras variables exógenas, por ejemplo, en la forma de procesos estocásticos diversos, incluyendo el caso autorregresivo.

---

## Referencias

- Blanchard, O.J. & Khan, C.M. (1980). The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations, *Econometrica*, 48(5), 1305-1311
- Best, G. (2013). Fear of floating or monetary policy as usual? A structural analysis of Mexico's monetary policy, *North American Journal of Economics and Finance*, 24, 45-62
- Buiter, W. (1982). Predetermined and non-predetermined variables in rational expectations models. *Economics Letters*, 10(1-2), 49-54
- Clarida, R., Galí, J. & Gertler, M. (1999). The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective, *Journal of Economic Literature*, 37, 1661-1707
- Fane, G. (1985). A derivation of the IS-LM model from explicit optimizing behavior. *Journal of Macroeconomics*, 7, 493-508.
- Fisher J.D. (2008). Phillips Curve (New Views). En: Palgrave Macmillan (eds) *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Palgrave Macmillan, London.
- Fischer, S. (1977). Long-Term Contracts, Rational Expectations, and the Optimal Money Supply Rule, *Journal of Political Economy*, 85(1), 191-205
- Galí, J. (2008). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: An introduction to the New Keynesian framework*, New Jersey: Princeton University Press.
- Kerr, W. & R.G. King, R.G. (1996). Limits on interest rate rules in the IS Model. *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly* 82, 47-75.
- Klein, P. (2000). Using the generalized Schur form to solve a multivariate linear rational expectations model, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 24, 1405-1423
- Koenig, E.F. (1989). A simple optimizing alternative to traditional IS-LM analysis. Manuscript, Federal Reserve Bank of Dallas.
- Koenig, E.F. (1993a). Rethinking the IS in IS-LM: Adapting keynesian tools to non-Keynesian economies, part 1. *Economic Review*, Federal Reserve Bank

of Dallas, Third Quarter, 33–49.

Koenig, E.F. (1993b). Rethinking the IS in IS–LM: Adapting keynesian tools to non-Keynesian economies, part 2. *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Dallas, Fourth Quarter, 17–35.

Phelps, E. & Taylor, J.B. (1977). Stabilizing powers of monetary policy under rational expectations, *Journal of Political Economy*, 85(1), 163–190

Poole, W. (1970). Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Simple Stochastic Macro Model, *Quarterly Journal of Economics*, 84(2), 197–216

Roberts, J. (1995). New Keynesian economics and the Phillips curve. *Journal of Money, Credit and Banking*, 27(4), 975–984.

Romer, D. (2000). Keynesian Macroeconomics without the LM Curve, *Journal of Economic Perspectives*, 14(2), 149–169

Sargent, T.J, Wallace N. (1975). Rational Expectations, the Optimal Monetary Instrument, and the Optimal Money Supply Rule, *Journal of Political Economy*, 83(2), 241–254

Ljungqvist, L. & Sargent. T. (2004). *Recursive Macroeconomic Theory*, Second Edition, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press

McCallum, B.T. (1989). *Monetary economics*. New York: Macmillan.

Schott, J.R. (2017). *Matrix Analysis for Statistic*, (3<sup>a</sup> ed.). Hoboken: Estados Unidos, Wiley-Blackwell

Snowdon, B. & Vane, H. (2005). *Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State*, UK: Edward Elgar

Taylor, J.B. (1993). Discretion versus policy rules in practice, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39 (1), 195–214.

Walsh, C. (2003). *Monetary Theory and Policy*, Second Edition. Cambridge: The MIT Press.

Woodford, M. (2003). *Interest and Prices Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton and Oxford: Princeton University Press