# Lista de Exercícios 4

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Pato Branco
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Controle Ótimo e Multivariável
Professor Dr. Rafael Cardoso

## Cálculo Variacional Aplicado a Controle Ótimo

**Ex. 1** — Determine as condições de contorno envolvidas na resolução das equações oriundas da condição necessária para o controle ótimo para os seguintes casos:

1) Problemas com tempo final definido;

2) Problemas com tempo final livre.

.

**Ex. 2** — Mostre que, para o problema do regulador linear quadrático com $\mathbf{x}(t_f)$ livre, a matriz $K(t)$ satisfaz a equação de Riccati

$$\dot{K}(t)_{=} - K(t)A(t) - A^T(t)K(t) - Q(t) + K(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)K(t)$$

com condições de contorno $K(t_f) = H$. Também mostre que a matriz $K(t)$ é simétrica. Dica: derive $\mathbf{p}^*(t) = K(t)\mathbf{x}^*(t)$.

**Ex. 3** — O sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2(t)\\ \dot{x}_2 &= 2x_1(t) - x_2(t) + u(t)\end{aligned}$$

deve ser controlado para minimizar o índice de desempenho

$$J(u) = [x_1(T) - 1]^2 + \int_0^T \left\{[x_1(t) - 1]^2 + 0,0025u^2(t)\right\} dt$$

onde o tempo final $T = 15\ s$ e $\mathbf{x}(T)$ é livre. Os estados admissíveis e o controle não são limitados. Elabore um programa para resolver o problema de LTP.

**Ex. 4** — O sistema

$$\dot{x}_1 = x_2(t)$$
$$\dot{x}_2 = 2x_1(t) - x_2(t) + u(t)$$

deve ser controlado para minimizar o índice de desempenho

$$J(u) = \int_0^T \left\{ [x_1(t) - 0,2t]^2 + 0,0025u^2(t) \right\} dt$$

onde o tempo final $T = 15\ s$ e $\mathbf{x}(T)$ é livre. Os estados admissíveis e o controle não são limitados. Elabore um programa para resolver o problema de LTP.