

# Lista de Exercícios 1

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Pato Branco  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Controle Ótimo e Multivariável  
Professor Dr. Rafael Cardoso

## Descrição de Sistemas e Avaliação de Desempenho

**Ex. 1** — Realizar uma resenha do artigo: F. J. ELLERT, C. W. MERRIAM III, "Synthesis of Feedback Controls Using Optimization Theory - An Example", *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 89-103, 1963.

**Ex. 2** — Um veículo autônomo utiliza um motor CC para sua movimentação. A energia necessária é provida por baterias recarregáveis. Um modelo simplificado é ilustrado na figura 1. A saída do regulador de tensão é um sinal de controle  $e(t)$ . O torque desenvolvido é  $\lambda(t) = K_t i_f(t)$ , onde  $K_f$  é uma constante conhecida;  $\lambda_L(t)$  é o torque de carga. A velocidade do veículo deve ser o mais próxima possível de 5 Km/h sem necessitar de energia excessiva na saída do regulador de tensão de forma a prolongar a vida útil das baterias. Sejam  $i_f(t)$  e  $\dot{\theta}(t)$  as variáveis de estado.

- a) Escreva as equações de estado do sistema.
- b) Determina um conjunto de restrições fisicamente razoáveis para os estados e controle.
- c) Sugira um índice de desempenho se:
  - i)  $L_f = 0$ .
  - ii)  $L_f \neq 0$ .

**Ex. 3** — Considere o problema de controle de atitude de um espaçonave controlada por um sistema de expulsão de gás ilustrada na figura (2). Considere com variáveis de estado a posição  $\theta(t)$  e a velocidade angular  $\dot{\theta}(t)$  e como controle o torque produzido pelos jatos de gás  $\lambda(t)$ . Suponha que o objetivo é mudar a atitude de uma condição inicial arbitrária para um ângulo

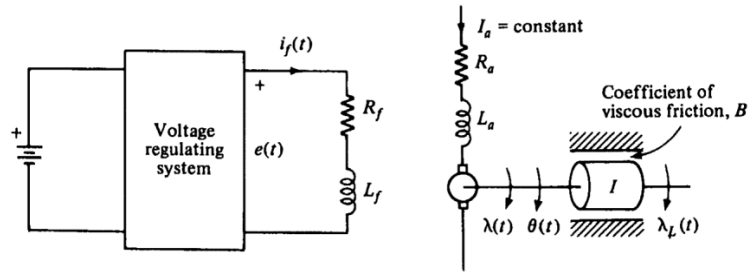


Figura 1: Modelo simplificado de veículo autônomo.

de  $+15^\circ \pm 0,1^\circ$  em relação ao eixo de referência ilustrado. Esta manobra deve ser completada em 30 s com gasto mínimo de combustível.

- Determine as restrições de estados e controle.
- Sugira um critério de desempenho apropriado.

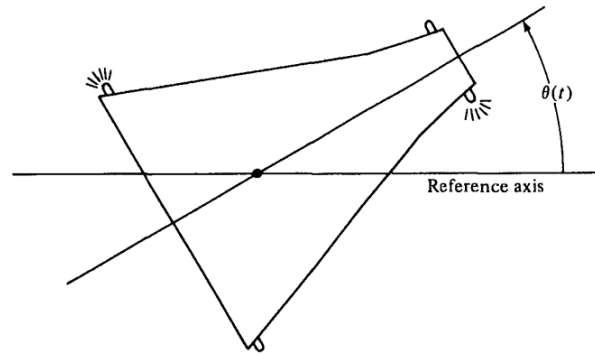


Figura 2: Controle de atitude de espaçonave.

**Ex. 4** — Repita o exercício 3 considerando que a manobra deve ser completada em tempo mínimo.

**Ex. 5** — A figura 3 mostra um foguete que é aproximado por uma partícula de massa instantânea  $m(t)$ . A velocidade instantânea é  $v(t)$ ,  $T(t)$  é o empuxo e  $\beta$  é o ângulo de empuxo. Desconsiderando as forças gravitacionais, os efeitos aerodinâmicos e definindo  $x_1 \triangleq x$ ,  $x_2 \triangleq \dot{x}$ ,  $x_3 \triangleq y$ ,  $x_4 \triangleq \dot{y}$ ,  $x_5 \triangleq m$ ,  $u_1 \triangleq T$ ,  $u_2 \triangleq \beta$ , as equações de estado são

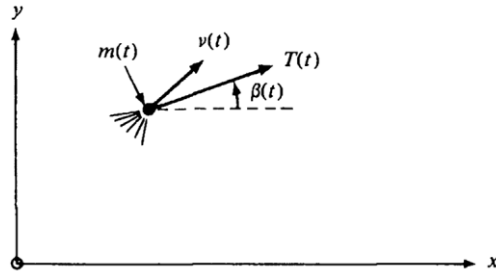


Figura 3: Representação simplificada de um foguete.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{u_1(t) \cos u_2(t)}{x_5(t)} \\ \dot{x}_3(t) &= x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{u_1(t) \sin u_2(t)}{x_5(t)} \\ \dot{x}_5(t) &= -\frac{1}{c}u_1(t)\end{aligned}$$

onde  $c$  é uma constante de proporcionalidade. O foguete parte do repouso no ponto  $x = 0$ ,  $y = 0$ .

- Determine um conjunto de restrições de estado e controle fisicamente razoáveis.
- Sugira um critério de desempenho, e quaisquer restrições adicionais, se o objetivo for atingir  $y(t_f) = 3 \text{ Km}$  e maximizar  $x(t_f)$  para  $t_f$  especificado.
- Sugira um critério de desempenho, e quaisquer restrições adicionais, se o objetivo for atingir  $x = 500 \text{ Km}$ ,  $y = 3 \text{ Km}$  em  $2,5 \text{ min}$  com a máxima massa possível do veículo.