

Einführung in Matlab - Einheit 4

Polynome u. Interpolation, Visualisieren, In- Output, Debugging

Jochen Schulz

Georg-August Universität Göttingen 

1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

3 In- und Output

4 Etwas Debugging

1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

3 In- und Output

4 Etwas Debugging

Polynomiale Interpolation

Suche ein Polynom vom Grad 3

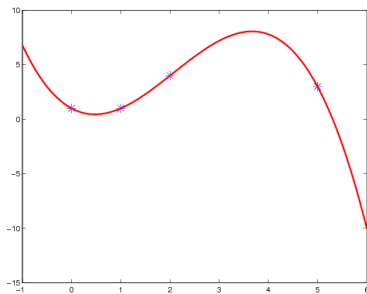
$$p(x) = p_0 + p_1x + p_2x^2 + p_3x^3,$$

dass durch die vier Punkte $(0, 1)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(5, 3)$ verläuft.

$$\Rightarrow p(0) = 1, p(1) = 1, p(2) = 4, p(5) = 3$$

\Rightarrow Lineares GLS $Ap = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & 2^3 \\ 1 & 5 & 5^2 & 5^3 \end{pmatrix}, \quad p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix},$$



Polynomiale Interpolation II

Suche ein Polynom vom Grad n

$$p(x) = p_0 + p_1x + p_2x^2 + p_3x^3 + \cdots + p_nx^n,$$

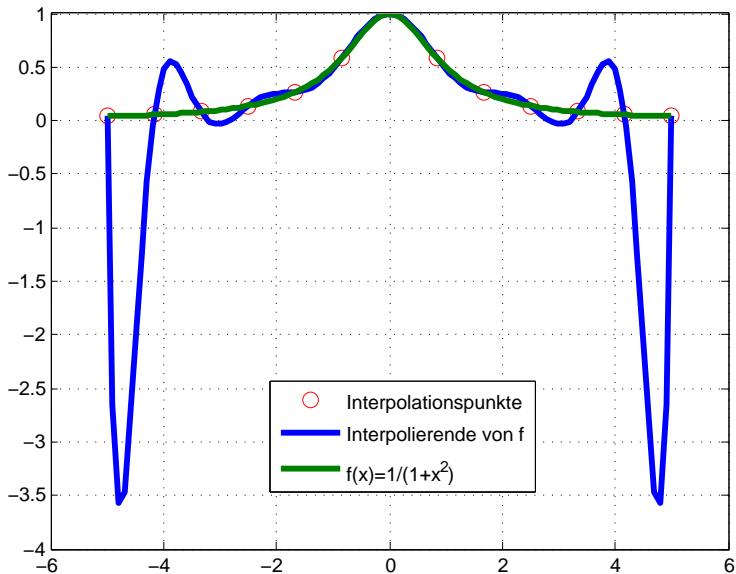
dass durch die $n + 1$ Punkte $(x_i, y_i)_{i=0}^n$ verläuft.

Beispiel: Interpolation von

$$(x_i, y_i)_{i=0}^{12}$$

mit `x=linspace(-5,5,13)` und $y_i = \frac{1}{1+x_i^2}$.

Polynomiale Interpolation: Beispiel



Programm 1

```
function p=interpol2(x,y)
% interpol2 berechnet zu n+1 Punkten (x_i,y_i)
%           das Polynom n-ten Grades, das durch die
%           n+1 Punkte verläuft
%           INPUT: Vektoren x,y
%           OUTPUT: Koeffizientenvektor p
%   Gerd Rapin      23.11.2003

% Aufstellen des lin. GLS
A=vandermonde(x);

% Lösen des lin GLS
p=A\y';
```

Programm 2

```
% berechnet die polynomiale Interpolation fuer 1/(1+x^2)
% Gerd Rabin 23.11.2003

% Stuetzstellen
x = linspace(-5,5,13);
y = 1./(1+x.*x);
plot(x,y,'or','Markersize',8);
hold on;

% Berechnen der Koeffizienten
p = interpol2(x,y);

% Plotten
x1 = linspace(-5,5,100);
y1 = ausw_poly2(p',x1);
y2 = 1./(1+x1.*x1);
plot(x1,y1,x1,y2,'Linewidth',3);
xlim([-6,6]);grid on; box on;
legend('Interpolationspunkte',...
       'Interpolierende von f','f(x)=1/(1+x^2)');
hold off
```


1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

3 In- und Output

4 Etwas Debugging

In MATLAB werden Polynome

$$p(x) = p_1x^n + p_2x^{n-1} + \dots + p_{n+1}$$

repräsentiert durch einen Zeilenvektor $p = [p(1) \ p(2) \ \dots \ p(n+1)]$.

Vorsicht: Normalerweise werden Polynome in der Form $\sum_{i=0}^n p_i x^i$ dargestellt. In MATLAB dagegen ist die Darstellung invers und beginnt bei 1.

1. **Auswerten:** Bei gegebenen Koeffizienten, das zugehörige Polynom an bestimmten Stellen auswerten.
2. **Nullstellenbestimmung:** Bestimme zu gegebenen Koeffizienten die Nullstellen des zugehörigen Polynoms.
3. **Interpolation:** Bestimme zu einer gegebenen Menge von Punkten $(x_i, y_i)_{i=0}^n$ ein Polynom n -ten Grades, das durch diese Punkte verläuft.

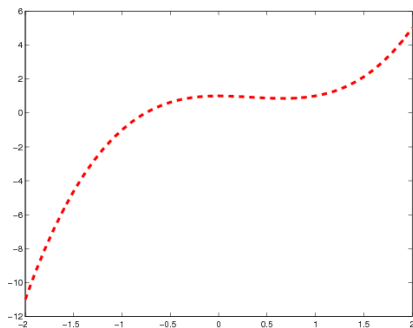
Auswerten

```
y = polyval(<p>,<x>)
```

mit Koeffizientenvektor p und Ort x berechnet die Funktionswerte y . (x kann eine Matrix sein)

Beispiel: $p(x) := x^3 - x^2 + 1$

```
x = -2:0.1:2;  
y = polyval([1 -1 0 1],x);  
plot(x,y,'r--','Linewidth',3);
```



Bestimmung von Nullstellen

```
z = roots(<p>)
```

Nullstellen z mit Koeffizientenvektor p .

Beispiel:

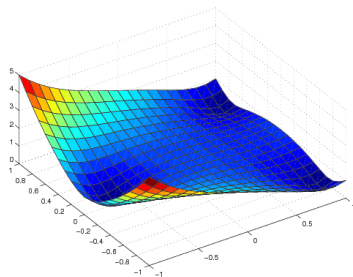
$$p(x) := x^3 - x^2 + 1$$

```
roots([1 -1 0 1])
```

```
ans =
```

```
0.8774 + 0.7449i  
0.8774 - 0.7449i  
-0.7549
```

```
x = -1:0.1:1;  
[X,Y] = meshgrid(x,x);  
Z=abs(polyval([1 -1 0 1],X+i*Y));  
surf(X,Y,Z)
```



1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

3 In- und Output

4 Etwas Debugging

Suche zu ein Polynom p gegebenen Punkten $(x_i, y_i)_{i=0}^n$ m -ten Grades

```
p = polyfit(x,y,m)
```

- $m = n$:

$p(x_i) = y_i$ für $i = 0, \dots, n$.

- $m < n$:

Least Square Lösung, d.h. das Polynom p der Ordnung m , welches

$$\sum_{i=0}^n (p(x_i) - y_i)^2$$

minimiert.

```
yi = interp1(x,y,xi,<method>)
```

Dabei sind (x, y) die gegebenen Punkte, x_i sind die Stellen, an die die Interpolante berechnet wird und y_i sind die entsprechenden Funktionswerte.

<method>:

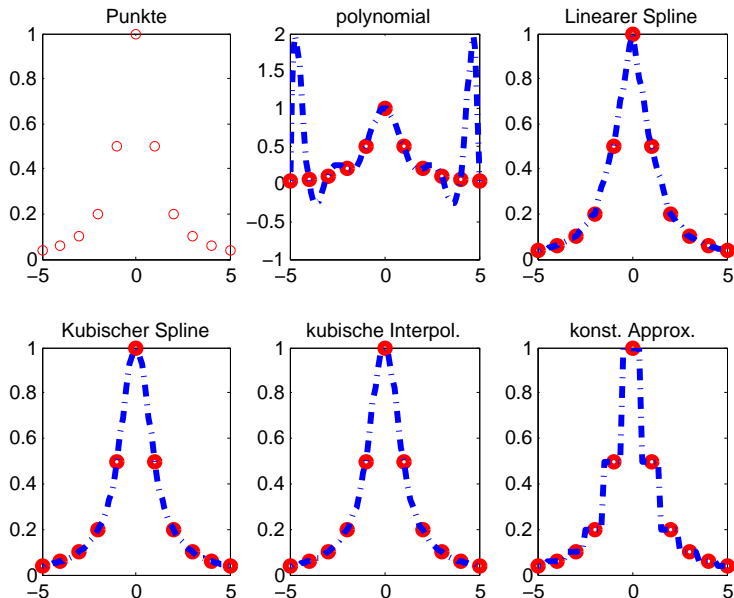
'nearest' stückweise konstante Approximation

'linear' Lineare Interpolation

'spline' stückweise kubischer Spline u ($u \in \mathcal{C}^2$, $u|_{[x_i, x_{i+1}]} \in \mathbb{P}_3$)

'cubic' kubische Hermite Interpolation

Beispiel



- Nur für die Spline-Methoden können bei `interp1` auch Stellen außerhalb des Interpolationsintervalls berechnet werden.
- Data Fitting kann auch über die Oberfläche durchgeführt werden. Plotten Sie die Daten und wählen Sie `Basic Fitting` im Menü `Tools`.

1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

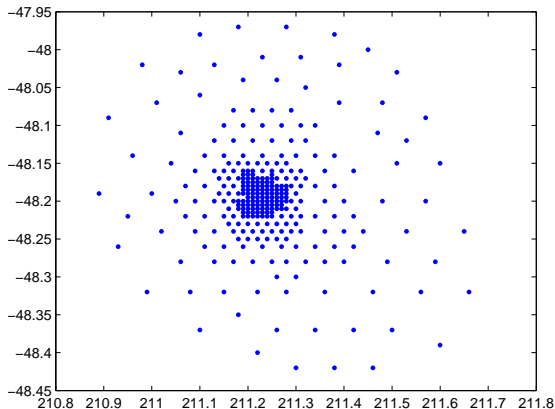
3 In- und Output

4 Etwas Debugging

- Daten liegen häufig in Form von Vektoren (x, y, z) vor. Man möchte eine Funktion F mit $z(i) = F(x(i), y(i))$ plotten.
- Befehle `surf` und `mesh` funktionieren nur wenn die Einträge in x und y monoton sind und die Daten auf einem kartesischen Gitter vorliegen.
- Ausweg: Interpolieren der Daten auf ein entsprechendes Gitter.

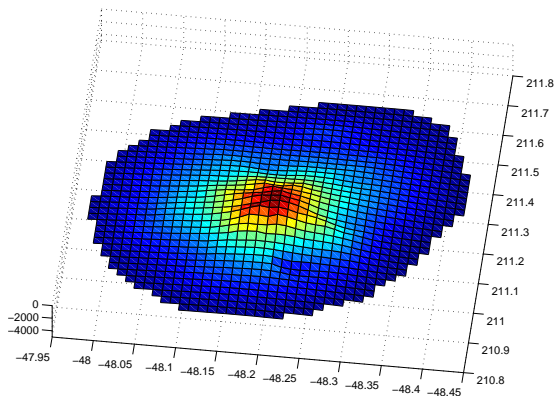
Beispiel

```
load seamount  
plot(x,y, '.', 'markersize', 10)  
figure, plot3(x,y,z, '.')
```



Beispiel

```
xi = linspace(min(x),max(x),40);  
yi = linspace(min(y),max(y),40);  
[XI,YI] = meshgrid(xi,yi);  
F = TriScatteredInterp(x,y,z,'linear');  
ZI = F(XI,YI);  
surf(XI,YI,ZI)
```



```
F = TriScatteredInterp(<x>,<y>,<z>,<methode>);  
ZI = F(<XI>,<YI>);
```

- Vektoren x, y, z enthalten Werte $(x(i), y(i), z(i))$.
- Interpolationsstellen $(XI(i, j), YI(i, j))$ mit Matrizen XI, YI .
- Funktionsauswertung mit F : Ergebnis $ZI(i, j)$.
- Art des Interpolierens:
 - **'nearest'**: stückweise konstant
 - **'linear'**: linear
 - **'natural'**: natürliche Nachbarn (Voronoi-Diagramm)
- Es wird nur innerhalb der konvexen Hülle der Punkte $(x(i), y(i))$ interpoliert. Ansonsten Funktionswert **NaN**.

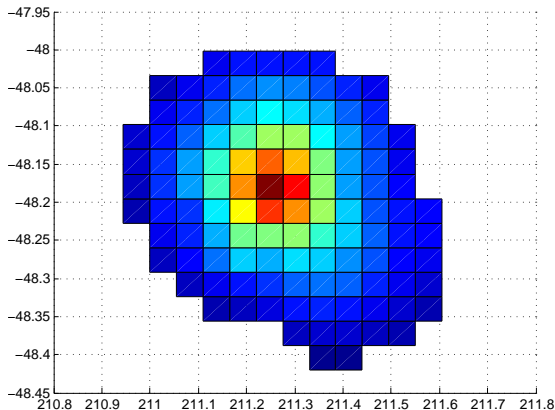
- Der Interpolation liegt eine **Delaunay** Triangulation zugrunde. Die Werte $(x(i), y(i))$ sind Eckpunkte der entstehenden Dreiecksmenge.
- Danach werden mit Hilfe der Dreiecke Funktionen definiert, die entsprechende Werte besitzen.
- Mittels **TriScatteredInterp** ist die Technik auch auf höhere Dimensionen anwendbar. Dreiecke werden durch entsprechende höher-dimensionale Simplizes ersetzt.
(In 3D: Tetraeder)


```
ZI = interp2(<X>,<Y>,<Z>,<XI>,<YI>,<methode>)
```

- Allgemein sind X, Y, Z Matrizen. Dabei ist $Z(i, j)$ der Funktionswert an $(X(i, j), Y(i, j))$. X und Y sind in der Regel durch `meshgrid` erzeugt.
- Es wird an den Stellen $(XI(i, j), YI(i, j))$ interpoliert. Das Ergebnis ist $ZI(i, j)$. Die Einträge von XI bzw. YI können beliebig sein.
- Art des Interpolierens:
 - `'nearest'`: stückweise konstant
 - `'linear'`: linear
 - `'cubic'`: bikubische Splines

Interp2 - Beispiel

```
xip = linspace(min(x),max(x),15); yip = linspace(min(y),  
    max(y),15);  
[XIp,YIp] = meshgrid(xip,yip);  
ZIp = interp2(XI,YI,ZI,XIp,YIp,'linear');  
surf(XIp,YIp,ZIp)
```



1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

3 In- und Output

4 Etwas Debugging

Input und Output

- Benutzereingabe
- einfache und formatierte Ausgabe
- Schreiben in Dateien
- Einlesen von Daten aus Dateien
- Speichern und Laden von Variablen
- `help iofun`: Übersicht über alle Ein- und Ausgabe - Befehle

- Standardeingabe:

```
input
```

- Informationssteuerung durch die Maus:

```
ginput
```

- Anhalten der Prozedur bis eine Tastatureingabe erfolgt:

```
pause
```

input

Das Kommando

```
ein = input('Text'[, 's'])
```

fragt eine Eingabe vom Benutzer ab. Dabei wird 'Text' angezeigt. Die Eingabe kann hinter 'Text' erfolgen und wird durch Return abgeschlossen. Durch die Option 's' wird ein String abgefragt.

Beispiele:

```
startwert = input('Bitte geben Sie den Startwert ein: ')
```

```
Bitte geben Sie den Startwert ein: 56
startwert =
    56
```

```
f = input('Eingabe einer Funktion: ', 's')
```

```
Eingabe einer Funktion: sin(x)*cos(x)
f =
    sin(x)*cos(x)
```

Das Kommando

```
[x,y]=ginput(n)
```

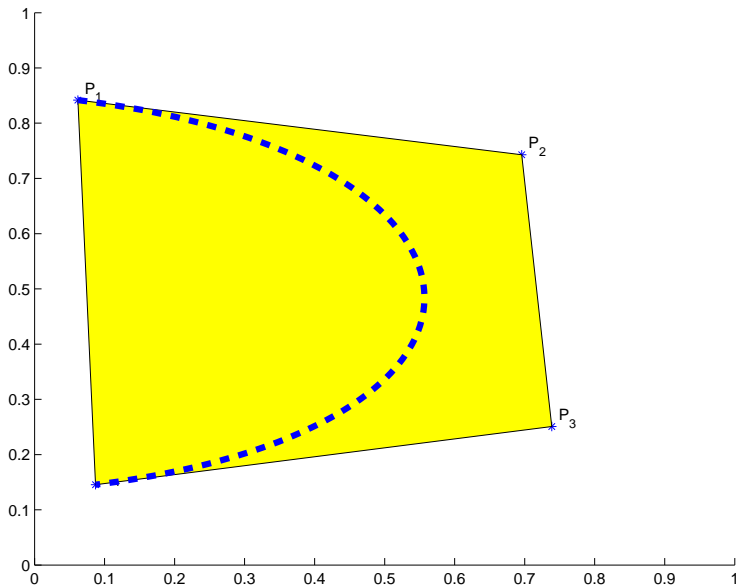
gibt die Vektoren x und y der Koordinaten der nächsten n Maus-Klicks zurück, an denen sich die Maus im aktuellen Grafik-Fenster befindet.

- `[x,y]=ginput` sammelt so lange Daten ein, bis die Return-Taste gedrückt wird.
- `[x,y,taste]=ginput(n)` gibt auch den Vektor `taste` zurück, der aus Werten 1 (linke Maustaste), 2 (mittlere Maustaste) oder 3 (rechte Maustaste) besteht.

$$z(t) := \sum_{i=0}^n \mathbf{b}_i B_i^n(t), \quad t \in [0, 1]$$

- $z(t) : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ist das *Bezier-Polynom*.
- $\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^2$ sind die vorgegebenen *Kontrollpunkte*.
- $B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$ sind *Bernstein-Polynome*.

Bezier-Polynom



Bezier-Polynom

```
% Eingabe der 4 Kontrollpunkte
axis([0 1 0 1]);
hold on;
for k = 1:4
    [x(k),y(k)] = ginput(1);
    plot(x(k),y(k),'*');
    text(x(k)+0.01,y(k)+0.01, strcat('P_', num2str(k)));
end;

% Zeichnen der Kontrollpolygons
fill(x,y,'y')

u = 0:0.01:1;
umat = [(1-u).^3; 3.*u.*(1-u).^2; 3.*u.^2.*(1-u);u.^3];
plot(x*umat, y*umat, '--', 'Linewidth',4);
hold off;
```

Ausgabe

- Angeben einer Variable ohne Semicolon:

```
text=['Pi mit 5 signifikanten Stellen : ' num2str(pi  
    ,6)]
```

```
text =  
Pi mit 5 signifikanten Stellen : 3.14159
```

- Ausgabe des Strings X durch disp(X)

```
disp(text)
```

```
Pi mit 5 signifikanten Stellen : 3.14159
```

- Ausgabe durch fprintf()

```
fprintf('Pi mit %1.0f Nachkomma-Stellen : %6.4f \n'  
    ,4,pi)
```

```
Pi mit 4 Nachkomma-Stellen : 3.1416
```

fprintf- Formatierte Ausgabe

```
fprintf( <Format>, <Argument1>, <Argument2>, ... )
```

Format: Output-Form der Argumente (Werte der Variablen):

```
' <*>%<(-|+)> <v1.n1><typ1><*>%<(-|+)> <v2.n2><typ2><*>.. '
```

<*> Hier kann beliebiger Text eingegeben werden.

<(-|+)> '+' : Vorzeichen-Anzeige erzwungen.

'-' : linksbündige Ausgabe.

Weglassen von <(-|+)>: rechtsbündige Ausgabe ohne Anzeige des '+' Zeichens.

vi Anzahl der insgesamt dargestellten Zeichen von Argument*i*.

ni Anzahl von Nachkommastellen.

typi Datentyp und Darstellungsformat von Argument*i*:

- **f** (Standarddarstellung von Gleitkommazahlen)
- **e** (Exponentialdarstellung von Gl.)
- **g** (entweder Darst. *f* oder *e*)
- **s** (Strings),...

Bemerkungen zu fprintf

- Die formatierte Ausgabe ist an den Ansi-C Standard angelehnt.
- Durch `'\n'` wird ein Zeilenumbruch bewirkt. `'%'` erzeugt `%`.
- `sprintf` funktioniert wie `fprintf`. Allerdings wird die Ausgabe als String zurückgegeben.
- Ist ein Argument eine Matrix, so wird fprintf 'vektoriert'.

Schreiben in Dateien - Beispiel

```
% waehrung.m
%
% Erstellt eine Umrechnungstabelle zwischen
% Euro und anderer Waehrung

waehrung_name = input('Umrechnung fuer welche Waehrung ?'
    , 's');
fprintf('Ein Euro entspricht wievielen %s ? ',
    waehrung_name);
umrechnung = input('');
a = [1 2 3 5 10 20 50 100 200 1000];
fid = fopen('umrechnung.txt', 'w');
fprintf(fid, ['Umrechnungstabelle: Euro-', waehrung_name, '\n\n']);
fprintf(fid, ['%7.2f Euro = %7.2f ', waehrung_name, '\n'], [a
    ; umrechnung*a]);
fprintf(fid, '\n\n Umrechnungskoeffizient: %3.2f \n',
    umrechnung);
fclose(fid);
```

```
fid = fopen(<dateiname>, <erlaubnis>)
```

`fopen` öffnet die Datei `dateiname` im Modus `erlaubnis` und erzeugt einen Datei-Handle `fid`. Für `erlaubnis` gibt es u.a. die folgenden Möglichkeiten:

- 'r' Lesen aus der Datei.
- 'w' Schreiben in die Datei (Erzeugen falls nötig)
- 'a' Hinzufügen (Erzeugen falls nötig)
- 'r+' Lesen und schreiben (aber nicht erzeugen)

Weitere Kommandos

- `fclose(fid)` schliesst die Datei mit dem Handle `fid`
- Mit dem Befehl

```
fprintf( <Datei-Handle>, <Format>, <Argument1>, <Argument2>, ..)
```

wird in die durch das Datei-Handle angegebene Datei gemäß der obigen Konventionen geschrieben.

- Durch ein zusätzliches Output-Argument können Fehler aufgefangen werden.

```
[fid, message]=fopen(<dateiname>, <erlaubnis>)
```

Ist die Datei nicht zu öffnen, so ist `fid=-1`.

Lesen aus einer Datei

```
% waehrung_auslesen.m
%
% Liest eine Umrechnungstabelle aus der
% Datei 'umrechnung.txt'

clear all;
fid = fopen('umrechnung.txt','r');
waehrung_name = fscanf(fid,'Umrechnungstabelle: Euro-%s')
;
daten = fscanf(fid,['%f Euro = %f ',waehrung_name],[2 inf
]);
umrechnung = fscanf(fid,'Umrechnungskoeffizient: %f');
fclose(fid);

% Ausgabe
fprintf('Umrechnung: Euro - %s: Kurs: %f \n',...
        waehrung_name,umrechnung);
fprintf(' %7.2f Euro = %7.2f \n',daten);
```

```
[daten,anz] = fscanf(<fid>,<format>,<Größe>)
```

- `fscanf` liest Daten aus der Datei mit dem Handle `fid`.
- Die Daten werden in `daten` gespeichert. Der optionale Wert `anz` gibt die Anzahl erfolgreich gelesener Daten an.
- `format` gibt das vorgegebene Suchmuster vor.
- Die `Größe` bestimmt das was gelesen wird, und damit auch die Dimension der Output-Matrix. `inf` bezeichnet dabei das Dateiende.

- Zeile aus der Datei mit Handle `fid` lesen und als String zurückgeben:

```
fgetc(fid)
```

- Prüfen ob das Dateieneende erreicht ist:

```
fgetc(fid)
```

`fgetc(fid)` gibt eine 1 zurück, falls das Dateieneende erreicht ist und 0 sonst.

Beispiel - Bubblesort

- Bubblesort durchläuft die Datenmenge von Anfang bis zum Ende und vergleicht paarweise die nebeneinanderstehenden Elemente.
- Sind zwei benachbarte Elemente nicht in der richtigen Reihenfolge, so werden sie miteinander vertauscht.
- Ist man am Ende angekommen, beginnt man wieder von vorne.
- Die Datenmenge ist sortiert, falls bei einem Durchlauf keine Vertauschungen mehr vorgenommen werden.

Beispiel - Bubblesort

```
function sortieren(dateiname1, dateiname2)
% sortieren    Die Datei dateiname1 wird alphabetisch
               sortiert
%              und als dateiname2 abgespeichert.
% INPUT:      STRING dateiname1
%              STRING dateiname2

% Datei laden
[fid,message] = fopen(dateiname1,'r');
if fid==-1
    error('Datei nicht gefunden');
end;
% Datei lesen
anz = 0;
while feof(fid)==0
    anz = anz+1;
    inhalt{anz}=fgetl(fid);
end
fclose(fid);
```

Beispiel - Bubblesort (Forts.)

```
% Sortieren
sortierungen = 1;
while sortierungen>0
    sortierungen = 0;
    for k = 1:anz-1
        % vergleich_gr(a,b) ist 1 fuer a<b, 0 sonst
        if vergleich_gr(inhalt{k+1},inhalt{k})
            hilf = inhalt{k}; inhalt{k} = inhalt{k+1};
            inhalt{k+1} = hilf;
            sortierungen = sortierungen+1;
        end
    end
end

% Datei schreiben
fid = fopen(dateiname2,'w');
for k = 1:anz
    fprintf(fid,'%s \n',inhalt{k});
end;
fclose(fid);
```

- Es ist auch möglich temporäre Dateien zu erzeugen.
- Binäre Dateien: `fread` und `fwrite`.
- Excel-Tabellen lesen: `xlsread`
- Bilddateien importieren: `imread`.
- Audiodateien (.wav) bzw. Videodateien (.avi): `wavread` bzw. `aviread`.

Beispiel: Binäre Daten

```
%----- beispiel_bin_data.m  
A = hilb(10);  
  
% Schreibe binaere Datei  
fwriteid = fopen('hilb10.bin','w');  
count = fwrite(fwriteid,A,'double');  
fclose = (fwriteid);  
  
% Lesen binaere Datei  
freadid = fopen('hilb10.bin','r');  
B = fread(freadid, count, 'double');  
C = reshape(B,10,10);  
  
disp(norm(A - C))
```


Laden und Speichern von Variablen

- `save filename` speichert den gesamten Workspace in der Datei `filename.mat`. Einladen des Workspace ist möglich mittels `load filename`.
- Mittels `save filename A x` werden nur die Variablen `A` und `x` in der Datei `filename.mat` gespeichert. Durch `load filename` werden nun die Variablen `A` und `x` dem Workspace hinzugefügt.
- Bei `load` werden bestehende Variablen mit dem gleichen Namen überschrieben.

1 Polynome und Interpolation

- Polynomiale Interpolation selbstgemacht
- Polynome - Matlab built-in
- Interpolation

2 Visualisieren von 3D-Daten

3 In- und Output

4 Etwas Debugging

- **Syntax Fehler:** z.B. Schreibfehler oder Weglassen von Klammern. MATLAB entdeckt die meisten Syntax Fehler und gibt eine entsprechende Fehlermeldung zurück mit Angabe der Zeile.
- **Run-time Fehler:** Diese Fehler sind normalerweise algorithmischer Natur. Oft passen z.B. bei Matrixoperationen die Matrizen nicht zusammen.

Die erste Fehlermeldung zeigt bei geschachtelten Funktionsaufrufen an, in welcher Funktion der Fehler liegt.

- Fehlermeldungen

```
error(<text>)
```

Bricht das Programm ab. Insbesondere die Eingabeparameter sollten auf Fehler geprüft werden.

- Warnungen

```
warning(<text>)
```

Programm wird fortgesetzt.

Beispiel

```
function interpolation(f1,N)
```

```
...
```

```
%----- Fehlerbehandlung  
if (round(abs(N)) ~= N) | (N==0)  
    error(strcat('Bitte fuer die Anzahl der Stuetzstellen  
                ', ...  
                'eine natuerliche Zahl verwenden'));  
end  
if ~ischar(f1)  
    error('Bitte fuer die Funktion einen String verwenden  
        ');  
end
```

- **Breakpoints:** Halten das Programm an der Gegebenen Stelle an.
Aktivierung: Klick in der linken Spalte rechts neben der Zeilennummer.
- **Debug-Modus:** Menu: Debug->Stop if Errors/Warnings auf *always stop if error* setzen.
- **Step** (F10) Ein Schritt weiter im gegebenen Kontext.
- **Step in** (F11) Ein Schritt weiter im gegebenen Kontext. Wechselt zu aufgerufenen Funktionen.
- **continue** (F5) Führt das Programm normal fort.