

Wissenschaftliches Rechnen mit Matlab/Python

Jochen Schulz

Einheit 2

Aufgabe 1

Geben Sie die folgende Zeile ein:

```
x=1e-15; ((1+x)-1)/x
```

Wie interpretieren Sie das Ergebnis? (Testen Sie auch $x=1e-16!$)

Aufgabe 2

Differenzieren Sie $f(x) = \exp(x)$ in $x = 0$ durch den zentralen Differenzenquotienten. Plotten Sie den Approximationsfehler für die Approximation der ersten Ableitung durch den zentralen Differenzenquotienten für die Exponentialfunktion an der Stelle $x = 0$ mit doppelt logarithmischen Achsen und interpretieren sie das Ergebnis.

Tips:

1. Bauen Sie sich einen Vektor, der eine passende Anzahl von positiven h -Werten $h_1 \dots h_n$ enthält.
2. Daraus bauen Sie sich Vektoren, die die Werte $\exp(h_j)$ bzw. $\exp(-h_j)$ enthalten, und dann
3. einen Vektor, der alle zentralen Differenzenquotienten enthält.
4. Berechnen Sie dann den Vektor, der die absoluten Fehler enthält,
5. und plotten Sie ihn gegen den Vektor der h -Werte.
6. Schauen Sie in der Doku nach, wie man einen doppelt logarithmischen Plot macht.
7. Vermutlich werden Sie Gründe haben, Ihre Wahl der h_j noch einmal zu revidieren, um den Effekt klarer herauskommen zu lassen.

Aufgabe 3

Lösen Sie näherungsweise die Fixpunktgleichung

$$x_f = e^{(-x_f)}.$$

Aufgabe 4

Berechnen Sie eine Nullstelle von

$$f(x) = \cos^2(x) - x.$$

Aufgabe 5

Schreiben Sie eine Funktion, die für $n \in \mathbb{N}$ die Hilbert-Matrix $H = (h_{ij})_{i,j=1}^n$ mit $h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$ berechnet. Berechnen Sie H^{-1} für $n = 4$.

Aufgabe 6

Berechnen Sie die Nullstellen von

$$x^2 - 2, \quad x^2 - 2x + 1, \quad x^2 - 4x + 10.$$

Aufgabe 7

Die Fibonacci-Folge ist definiert durch

$$f_1 := 1, \quad f_2 := 1, \quad f_{k+2} := f_{k+1} + f_k, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Schreiben Sie ein Programm, das

$$g_k := \frac{f_{k+1}}{f_k}, \quad k \in \mathbb{N}$$

berechnet. Stoppen Sie, falls $|g_k - g_{k+1}| \leq TOL$. Geben Sie für $TOL = 10^{-3}$ und $TOL = 10^{-4}$ das entsprechende k und das entsprechende g_k an.

Hinweis: Benutzen Sie eine **while**-Schleife.

Aufgabe 8

Schreiben Sie eine Funktion, die einen String 'invertiert' (D.h. die Reihenfolge der Buchstaben umkehrt).

Aufgabe 9

Schreiben Sie eine Funktion, die als Input-Parameter einen String und ein Zeichen erhält und berechnet wie oft das gegebene Zeichen (`char`) in dem String auftritt.

Aufgabe 10

Speichern sie die folgende Tabelle in Matlab mithilfe eines Cell-Arrays oder in Python mithilfe eines Dictionaries.

Index	Wert
1	$\ln(1)$
2	$\ln(2)$
3	$\ln(3)$
\vdots	
10	$\ln(10)$

Erstellen Sie aus der gespeicherten Tabelle eine Liste aller Indizes und eine Liste aller Werte und geben diese mit Hilfe der print-Befehle aus.

Speichern sie alternativ in Matlab die Tabelle in structures oder in Python mit strukturierten Arrays.