

Einführung in MATLAB und Python

Jochen Schulz

Einheit 5

Aufgabe 1

Schreiben Sie eine Funktion, die Funktionen $f : [-1, 1] \times [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ plottet. Das Intervall $[-1, 1]$ soll dabei jeweils in N Punkte zerlegt werden. Die Funktion f soll als function-handle übergeben werden. Schreiben Sie die Funktion so, dass wahlweise nur die Funktion f übergeben werden kann (dann $N = 50$) oder aber f und N .

Aufgabe 2

Berechnen Sie mit Hilfe von `integral2` approximativ

$$\int_{-3}^3 x^3 dx, \quad \text{und} \quad \int_1^4 x^2 \sin(\pi x) dx$$

für $N = 50$.

Aufgabe 3

Sind die folgenden Vektoren linear unabhängig?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4

Schreiben sie das Programm `randwertaufgabe` um in eine Funktion welche als Inputparameter den Parameter n erhält. Die Funktion soll prüfen ob der Parameter n in dem Bereich 20-200 liegt und falls nicht die Funktion abbrechen. Das Resultat der Berechnung soll als Vektor zurückgeben werden.

Hinweis: das Abbrechen der Funktion kann mit `return` erreicht werden.

Aufgabe 5

Berechnen Sie die Frobenius-Norm (Schauen Sie in der Hilfe nach wie das geht)

$$\|A\|_F := \sqrt{\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^2}, \quad A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

der Vandermonde Matrix `vander(0:0.02:1)` | `vander(arange(0,1,0.02))`

.....
Aufgabe 6

Zerlegen Sie das Intervall $[0, 1]$ durch `0:(1/101):1` | `arange(0,1,1./101)`. Berechnen Sie mit Hilfe von Finiten Differenzen eine approx. Lösung von

$$\begin{aligned} -u''(x) &= 1, & x \in (0, 1) \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

.....
Aufgabe 7

Ändern Sie in Aufgabe 6 die rechte Seite 1 in $\sin(4\pi x)$ und berechnen Sie eine Näherungslösung.

.....
Aufgabe 8

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 30 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 15 & -4 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ -3 & 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie auch die *QR*-Zerlegung.

.....
Aufgabe 9

- Interpolieren Sie mit Polynom-Interpolation an den durch `x=linspace(-5,5,13)` gegebenen Stellen die Funktion $f(x) := x^2 \exp(-|x|)$.
- Berechnen Sie approximativ den maximalen absoluten und relativen Fehler zwischen f und ihrer Interpolierenden auf $[-5, 5]$. (Hinweis: Befehl `max`)
- Ändern Sie den Vektor der Stützstellen `x=linspace(-5,5,13)`, so dass

$$x_i = -5 \cos(\pi(i-1)/12), \quad i = 1, \dots, 13.$$

Berechnen Sie erneut den maximalen Fehler.

- Betrachten Sie auch die Stützstellen

$$x_i = -5 \cos(\pi(i-1)/49), \quad i = 1, \dots, 50.$$