Einführung in Matlab - Einheit 1 Streifzug durch Matlab, Vektoren und Matrizen

Jochen Schulz

Georg-August Universität Göttingen



Organisatorisches

- Anmeldung → StudIP
 https://www.studip.uni-goettingen.de/
 Einführung in Matlab (Mathematische Anwendersysteme)
- Alle Unterlagen (Aufgabenblätter, Vorlesungsfolien, Beispiele, Musterlösungen) → StudIP

Organisatorisches

- Anmeldung → StudIP
 https://www.studip.uni-goettingen.de/
 Einführung in Matlab (Mathematische Anwendersysteme)
- \bullet Alle Unterlagen (Aufgabenblätter, Vorlesungsfolien, Beispiele, Musterlösungen) \to StudIP

Dozent

Jochen Schulz

NAM, Zimmer 04 (Erdgeschoß)

Telefon: 39-4525

Email: schulz@math.uni-goettingen.de

XMPP: schulz@jabber.num.math.uni-goettingen.de

Ablauf der Veranstaltung

- Blockveranstaltung vom 17.9 28.9.2012
- Vorlesung: 9.15 11.30 (MN67)
- Übungsbetrieb/Praktikum: 11:30 18:00 (NAM-CIP-Räume)
 - 1 Übungszettel/Tag.
 - Besprechung Aufgaben vom Vortag (individuell)
 - Betreuung: Hilfestellung beim Bearbeiten der Aufgaben
- Klausur: 5.10.2012; 10:00 11:30; Anmeldung über FlexNow.

Inhalt der Vorlesung

- 1. Tag Organisatorisches, Streifzug durch Matlab
- 2. Tag Programmieren, Datenstrukturen
- 3. Tag Rekursionen, Grafik
- 4. Tag Polynome, Interpolation, Visualisieren, Debugging
- Tag Mehrdimensionale Arrays, Funktionen, Numerische Lineare Algebra, Dünnbesetzte Matrizen
- 6. Tag Numerische Mathematik, Profiler
- 7. Tag Grafik-Handle, GUIs
- 8. Tag Schnittstelle zu C (Optional)
- 9. Tag Wunschvorlesung
- **10.** Tag Fragestunde

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

MATLAB

- MATLAB steht für Matrix laboratory; ursprünglich speziell Matrizenrechnung.
- Entwickelt von Cleve Moler Ende der 70'er in FORTRAN.
- Heutige Version ist in C/C++ programmiert.
- Interaktives System für numerische Berechnungen und Visualisierungen.
- Kein Computer-Algebra-System (Aber erweiterbar durch symbolic math toolbox)

Vorteile von MATLAB

- High-Level Sprache:
 - Programmieren ist leicht.
 - Schnelle Erfolge.
 - Sehr geeignet f
 ür Prototyping und Debugging.
- Vielfältige Visualisierungsmöglichkeiten.
- MATLAB-Programme sind vollständig portierbar zwischen Architekturen (cross-plattform).
- zusätzliche Toolboxes (Symb. Math T., PDE T., Wavelet T.)
- Ausgereifte Oberfläche.

Nachteile von MATLAB

- Kostenintensiv.
- Nicht unbedingt gut für grosse numerische Berechnungen geeignet.
- Oberfläche langsam (Remote Desktop).
- Ein/Ausgabe von Dateien kann umständlich sein.
- Funktionsumfang macht manche Programmierung schwer.

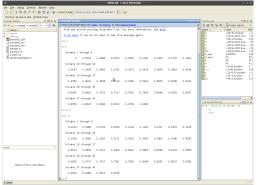
Literatur

- Matlab online-help :-).
- Matlab Guide, D.J. Higham, N.J. Higham, SIAM, 2000,
- Introduction to Scientific Computing, C.F. van Loan, Prentice Hall, New Jersey, 1997,
- Scientific Computing with MATLAB, A. Quarteroni, F. Saleri, Springer, 2003,
- Using MATLAB, offizielle Handbücher.

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- 2 Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

MATLAB Fenster-Aufbau

Starten von MATLAB: Eingabe von matlab & (in einem Terminal).



- Launch Pad: Startmenü
- Command Window: Befehlseingabe und Standardausgabe

- Workspace: Ansicht von Variablen und deren Art und Grösse; Ändern der Einträge
- Grafik: normalerweise in separaten Fenstern

Command Window - Befehle

Erster Befehl

```
>> 2+2
ans = 4
```

- Editieren alter Eingaben: \uparrow , \downarrow (wie in Unix)
- Mit; am Ende jeder Befehlszeile wird Standardausgabe unterdrückt.

```
>> 2+2;
```

- Hilfe zu Befehlen: help <command> oder doc <command>
- Zuweisung

```
>> a = 2+2;
```

Funktionsaufruf

```
>> sin(2)
ans = 0.9093
```

Verlassen von MATLAB: quit oder exit

Workspace - globale Variablen

- Alle definierten (globalen) Variablen werden im Workspace gespeichert.
- Zugriff während einer MATLAB-Sitzung.
- Inhalt des Arbeitsspeichers: whos oder who

```
>> whos
Name Size Bytes Class
ans 1x1 8 double
```

Löschen von Variablen : clear <var>;
 clear löscht den gesamten Arbeitsspeicher (Workspace).

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Erste Schritte

 MATLAB als Taschenrechner (Ergebnis wird in ans gespeichert.)

```
>> 1+(sin(pi/2)+ exp(2))*0.5
ans = 5.1945
```

• Eingabe von (Zeilen-)Vektoren

```
>> x = [1 2 3]
```

Transponieren und speichern in Variable b

```
>> b = transpose(x)
```

Erste Schritte II

• Erzeugen einer Matrix

• Lösen des Gleichungssystems $A \cdot z = b$

$$z = A \setminus b$$

Probe

Erste Schritte III

Berechnen der Determinante von A

```
det(A)
```

• Hilfe zu det

```
help det
```

```
DET    Determinant.
    DET(X) is the determinant of the square matrix X.
    Use COND instead of DET to test for matrix
        singularity.
```

• Erzeugen einer Einheitsmatrix

```
B = eye(3,3)
```

Erste Schritte IV

Matrizenoperationen

Anwendung von Vektoren

```
y = sqrt(x)
```

Erste Schritte V

Komponentenweise Multiplikation

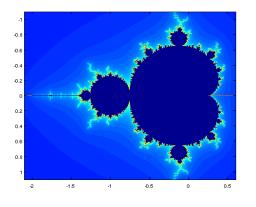
• Zeilenvektor mit Werten von 1 bis 100

• Berechne $\sum_{j=1}^{100} \frac{1}{j^2}$

ans =
$$1.6350$$

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Die Mandelbrot-Menge



Die Mandelbrot-Menge ist die Menge von Punkten $c \in \mathbb{C}$ bei denen die Folge $(z_n)_n$, die durch

$$z_0 := c$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad n \in \mathbb{N}$$

definiert ist, beschränkt ist.

Die Mandelbrot-Menge

```
x = linspace(-2.1, 0.6, 601);
y = linspace(-1.1, 1.1, 401);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
C = complex(X,Y);
it_max = 50;
Z = C; Anz = zeros(size(Z));
for k = 1:it max
   Z = Z.^2+C;
   Anz = Anz + isfinite(Z);
   waitbar(k/it max);
end
image(x,y,Anz);
title('Mandelbrot Set', 'FontSize', 16);
```

Verwendete Befehle

- linspace(a,b,n) ist ein Vektor mit n Einträgen der Form $a, a + (b-a)/(n-1), \ldots, b$
- [X,Y] = meshgrid(x,y)
 erzeugt Matrizen

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_n \\ & \vdots & \\ x_1 & \dots & x_n \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 & \dots & y_1 \\ & \vdots & \\ y_n & \dots & y_n \end{pmatrix}$$

• C = complex(X,Y) erzeugt $C = (C(j,k))_{jk}$ mit C(j,k) = X(j,k) + i Y(j,k)

Verwendete Befehle

- B = isfinite(A)
 Matrix B hat gleiche Größe wie A. Die Einträge sind 1, wenn der entsprechende Eintrag von B finit ist und 0 sonst.
- image(x,y,A)
 erzeugt eine Grafik auf der Basis des Gitters (x, y) mit Werten A.
 Durch den entsprechenden Eintrag von A wird die Farbe bestimmt.
- title
 Überschrift der Grafik.
- for, end Schleife (Details später).

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Motivation Skript-File

Probleme beim Mandelbrot:

- Bei jeder Änderung von z.B. it_max muss alles erneut im interaktiven Modus eingegeben werden.
- Abrufen der Befehle bei späteren Sitzungen ist kaum möglich.
- Bei komplexen Algorithmen wird es unübersichtlich.

Ausweg: Die Befehlsfolge wird in einer Datei abgelegt. MATLAB arbeitet dann sukzessive die einzelnen Kommandos ab.

Erzeugen eines Programms

Starten des Editors:

```
edit datei_name
```

öffnet die Datei datei_name.

- Speichern der Datei mit Hilfe des Menüs: File->Save bzw.
 File->Save As oder per Shortcut.
- Kommentarzeilen beginnen mit %.

Achtung: Alle MATLAB-Dateien haben die Endung '.m'. Man spricht deswegen auch von *m*-Files.

Struktur von Skript-Files

- Skript-Files bestehen aus einer Sequenz von Befehlen, die nacheinander abgearbeitet werden.
- Am Anfang des Files als Kommentar:
 - Name des Programms
 - (kurze) Beschreibung
 - Autor-Informationen und Datum
- operiert auf Variablen im Workspace.
- Gestartet wird das Programm name.m durch Eingabe von name.
- Beschreibung des Skript-Files:

```
help plot_poly

-----
plot_poly.m
zeichnet den Graphen eines Polynoms
Gerd Rapin 1.11.2003
```

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Functions - Graph eines Polynoms

Aufgabe:

Zeichnen Sie den Graphen eines Polynoms

$$p(x) = \sum_{i=0}^{N} a_i x^i, \quad a_i \in \mathbb{R}$$

Problem:

Zu Werten $(x_i)_{i=1}^n$ muß man $(p(x_i))_{i=1}^n$ berechnen, d.h. Funktionswerte müssen sehr oft berechnet werden.

Lösung:

Funktionen

Skalare Version

```
function y=ausw_poly1(a,x)
  ausw poly berechnet den Funktionswert von
            p(x)=a 1 + a 2 x + a 3 x^2 + ... + a^n x^{(n-1)}
            INPUT: a Vektor der Koeffizienten
                    x auszuwertender Punkt
            OUTPUT: y Funktionswert (y=p(x))
  Gerd Rapin
                  1.11.2003
n = length(a);
aux_vector = x.^(0:n-1);
y = aux_vector*transpose(a);
```

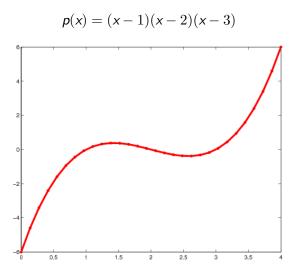
Vektorielle Version

```
function y = ausw poly2(a,x)
  ausw poly berechnet den Funktionswert von
            p(x)=a 1 + a 2 x + a 3 x^2 + ... + a n x^{(n-1)}
            INPUT: a Vektor der Koeffizienten
                    x Vektor der auszuwertenden Punkte
            OUTPUT: y Vektor der Funktionswerte
  Gerd Rapin
               1.11.2003
n = length(a);
k = length(x);
A = repmat(transpose(x),1,n);
B = repmat(0:(n-1),k,1);
y = (A.^B)*transpose(a);
```

Plotten des Polynoms

```
plot_poly.m
%
%
%
%
   zeichnet den Graphen eines Polynoms
  Gerd Rapin
                   1.11.2003
% Koeffizienten
a = [9 \ 0 \ -10 \ 0 \ 1]:
x = linspace(0,4,30); % Betrachte [0,4]
y = ausw poly2(a,x);
% Plotten
plot(x,y,'r*-','LineWidth',3,'MarkerSize',4)
```

Plotten des Polynoms



Struktur von Function-Files

Beispiel: 'myfunction.m'

```
function [Out_1,..,Out_k] = myfunction(In_1,..,In_1)
% Beschreibung der Funktion
..
Out_1=..
..
Out_k=..
```

Soll keine Variable zurückgegeben werden, so besteht die erste Zeile aus

```
function myfunction(In_1,..,In_k)
```

Wichtig: Funktionsname = Dateiname.

Function-Files

- Funktionen sind mit Kommentaren zu versehen:
 - (kurze) Beschreibung
 - Input-Argumente
 - Output-Argumente
 - Autor-Informationen und Datum
- Variablen lokal, d.h.
 - Variablen des Workspace sind nicht verfügbar.
 - definierte Variablen werden nicht im Workspace gespeichert.

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Priorität beim Programmaufruf

Beispiel-Programmaufruf

name

Testet ob,..

- Variable
- **Unterfunktion**. Eine Unterfunktion ist ein Programm/Funktion, die in derselben Datei wie der Aufruf steht.
- Programm im aktuellen Verzeichnis.
- private function.
- Programm im Suchpfad.

Bei gefundenem Namen wird die Suche beendet.

Suchpfad

Der Suchpfad (Variable path) enthält Verzeichnisse in einer geordneten Liste.

- Abarbeitung erfolgt der Ordnung gemäss.
- Suchpfade hinzufügen:

```
addpath <pfadname>
```

Suchpfade entfernen:

```
rmpath <pfadname>
```

Verwalten von m-Files

- doc <name>
 öffnet grafisches Hilfefenster zum jeweiligen Programm.
- lookfor <name>
 Suche nach name in den Kommentaren zu den Funktionen (auch: grafisches Hilfefenster).
- what m-Files im aktuellen Verzeichnis.
- type <name> Inhalt von name.m (Command Window).
- which <name>
 absoluter Pfad der Datei, in dem die Funktion name gespeichert ist.
- edit <name>Ruft den Editor mit name.m auf.

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Vektoren I

Erzeugen 'per Hand'

Abfragen der Einträge von b

 $\mathsf{Index} \equiv \mathsf{Position} \; \mathsf{im} \; \mathsf{Vektor}$

Achtung: Indizes beginnen immer mit 1!

Doppelpunkt - Notation

x:s:z erzeugt einen Vektor der Form

$$(x, x + s, x + 2s, x + 3s, \dots, z).$$

```
>> a = 2:11
a =
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
>> c = -2:0.75:1
c =
-2.0000 -1.2500 -0.5000 0.2500 1.0000
```

Vektoren II

- length(a)
 Länge des Vektors a an.
- linspace(x1,x2,N) Vektor

$$x1, x1 + \frac{x2 - x1}{N - 1}, x1 + 2\frac{x2 - x1}{N - 1}, \dots, x2$$

der Länge N.

```
linspace(1,2,4)
```

```
ans = 1.0000 1.3333 1.6667 2.0000
```

logspace(x1,x2,N)
 wie linspace, nur logarith. Skalierung

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Erzeugen von Matrizen

Erzeugen 'per Hand'

```
B = [1 3 4; 5 6 7]
B = 1 3 4
```

eye(n,m) (n × m)-EinheitsMatrix)

(1 auf der Hauptdiagonalen und 0 sonst).

Erzeugen von Matrizen II

- zeros(n,m) $(n \times m)$ - Matrix mit 0 als Einträge.
- ones(n,m) $(n \times m)$ - Matrix mit 1 als Einträge.
- Blockmatrizen

$$C = [B zeros(2,2); eye(2,3) eye(2,2)]$$

Achtung: Matrizen in einer Zeile müssen dieselbe Zeilenanzahl haben und Matrizen in einer Spalte dieselbe Spaltenanzahl.

Erzeugen von Matrizen III

• repmat(A,n,m) Blockmatrix mit $(n \times m)$ aus A bestehenden Blöcken

```
D = repmat(B,1,2)
```

```
D =
    1    3    4    1    3    4
    5    6    7    5    6   7
```

- blkdiag(A,B)
 Blockdiagonalmatrix.
- $\operatorname{diag}(v,k)$ Matrix der Größe $(n+|k|)\times (n+|k|)$ mit den Einträgen des Vektors v(Länge n) auf der k-ten Nebendiagonalen.

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

Beispiel-Matrizen

- Überblick: help gallery
- Beispiel

```
E = gallery('moler',4)
```

- Hilfe zur Matrix 'moler' erhält man durch help private/moler
- weitere Matrizen: magic, hilb, vander

Zugriff auf Matrizen

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Abfragen eines Eintrags



Abfrage von Blöcken

```
>> A(2:3,1:2)
ans =
4    5
7    8
```

Abfrage einer Zeile

```
>> A(2,:)
ans =
4 5 6
```

Abfrage mehrerer Zeilen

```
>> A([1 3],:)
ans =

1 2 3
7 8 9
```

Löschen

Löschen einer Zeile

Löschen von Spalten

- Streifzug durch MATLAB
 - Einleitung
 - Grundlegende Bedienung
 - Erste Schritte
 - Etwas komplexeres Beispiel
 - Skript-Files und der Editor
 - Function-Files
 - Verwaltung von Dateien
- Vektoren und Matrizen
 - Erzeugen von Vektoren
 - Erzeugen von Matrizen
 - Manipulation von Matrizen
 - Matrix- und Vektoroperationen

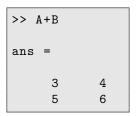
Matrizenoperationen

Standard-Matrix Operationen +,-,*

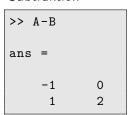
Multiplikation

>>	A*B	
ans	=	
	6	6
	14	14

Addition



Subtraktion



Andere Operatoren

- $A \setminus B$ Lösung X von A*X=B.
- A/B Lösung X von X*A=B.
- inv(A)
 Inverse von A.
- A' oder ctranspose(A): komplex Transponierte von A.
- A. '
 oder transpose(A): Transponierte von A.
- A^z (quadratische Matrizen) $\underbrace{A * A * \cdots * A}_{z-mal}$
- size(A)
 Größe einer Matrix A.

Punktnotation

$$A = [1 \ 2; \ 3 \ 4]; B = 2*ones(2,2);$$

• C(i,j) = A(i,j) * B(i,j).

C(i,j) = A(i,j)/B(i,j).

Punktnotation

• C(i,j) = B(i,j)/A(i,j).

• $C(i,j) = A(i,j)^{B(i,j)}$

Achtung: Dimension von A und B gleich.

Matrizen können durch Skalare ersetzt werden, z.B. A.^2.

Skalarprodukt

- Vektoren $a = (a_1, \ldots, a_n)$, $b = (b_1, \ldots b_n)$
- Skalarprodukt: ab^t
- Summe der Einträge von $a: (1, ..., 1)a^t$

Beispiel:

```
>> a=1:100; b=linspace(0,1,100);
>> a*transpose(b)
ans =
    3.3667e+03
>> ones(1,100)*transpose(a)
ans =
    5050
```