Einführung in MATLAB

Jochen Schulz

Einheit 6

Aufgabe 1

Lösen Sie die Dgl. $\frac{d}{dt}y(t) = f(y)$ mit

$$f(y_1, y_2) = (y_1 - y_1 y_2, -y_2 + y_2 y_1)$$

und Anfangswert $y(0) = (0.5, 0.5)$. Plotten Sie die Lösung im $y_1 y_2$-Diagramm.

Aufgabe 2

Betrachten Sie das folgende System gewöhnlicher Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} y_1'(t) &= -0.04 y_1(t) + 10^4 y_2(t) y_3(t) \\ y_2'(t) &= 0.04 y_1(t) - 10^4 y_2(t) y_3(t) - 3 \cdot 10^7 y_2(t)^2 \\ y_3'(t) &= 3 \cdot 10^7 y_2(t)^2. \end{aligned}$$

Lösen Sie das System zum Anfangswert $(1, 0, 0)$ an 0 auf dem Zeitintervall $0 \leq t \leq 3$. Nutzen Sie die Solver `ode45` und `ode15s` und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 3

Führen Sie einen Vergleich zwischen einer numerischen und analytischen Differentiation anhand der Funktion $f(x) = \sin(\beta x)$, $\beta, x \in \mathbb{R}$ durch. Fügen Sie den Werten der Funktion einen normalverteilten Fehler hinzu (Hinweis: `randn`) und wählen sie verschiedene Schrittweiten h. Stellen Sie beide Ableitungen grafisch dar. Denken sie über die Gründe der Unterschiede nach.

Aufgabe 4

Betrachten sie das eindimensionale Integral

$$\int_0^1 \phi(x) e^{-|x-y|} \sin(|x-y|)^2 dx \, , \in \mathbb{R}$$

für $x, y \in [0, 1]$ mit der Dichte $\phi(x) \in \mathbb{R}$. Schreiben Sie das Integral für diskrete Werte um in die Gleichung

$$A\phi = f$$

mit $f(x) = \sin(x), x \in [0, 1]$ und entsprechend konstruierter Matrix A.

- Lösen Sie das Gleichungssystem nach ϕ.
- Machen Sie einen Konsistenz-Check (ist die rechte Seite rekonstruierbar?)
- Werten Sie das Integral für $y \in [2, 4]$ aus.
- Plotten Sie die Werte.

Aufgabe 5

Schauen Sie sich die Funktion `interpolation.m` aus den M-Files von der Vorlesung Einheit 04 an und nutzen sie den Profiler mit der Funktion $f(x) = x^2$.

- Finden Sie heraus wo die Geschwindigkeit der Funktion (und der dort aufgerufenen, selbstgeschriebenen Funktionen) verbesserbar wäre.
- Vergleichen Sie die dort genutzte Funktion `vandermonde` mit `vandermonde2` (welche for-Schleifen nutzt).
- Vergleichen Sie ebenso unsere selbstgebaute Polynom-Interpolation mit der von Matlab.
- Versuchen Sie die Gesamtlaufzeit der Funktion bei gleicher Funktionalität möglichst stark zu reduzieren.

Aufgabe 6

Vergleichen Sie die Fixpunktiteration mit dem Newton-Verfahren für das Beispiel des Newton-Verfahrens aus der Vorlesung. Plotten sie beide Fehler in einer Grafik. Schauen Sie sich dann verschiedene Startwerte und die Geschwindigkeit beider Algorithmen an.