Wissenschaftliches Rechnen mit Matlab/Python

Jochen Schulz

Einheit 3

Aufgabe 1

Seien y_1, y_2 zwei Punkte im $\mathbb{R}^2$. Wir betrachten die Strecke mit Endpunkten y_1 und y_2. Wir ersetzen diese Strecke durch 4 Strecken $\overline{y_1 z_1}$, $\overline{z_1 z_2}$, $\overline{z_2 z_3}$, $\overline{z_3 y_2}$ mit Endpunkten $z_1 = \frac{2}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2$, $z_3 = \frac{1}{3}y_1 + \frac{2}{3}y_2$ und

$$z_2 = \frac{\sqrt{3}}{6} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} (y_1 - y_2) + \frac{1}{2}(y_1 + y_2).$$

Analog zum Beispiel des Sierpinski-Dreiecks soll jede neue Teilstrecke wiederum mittels der gleichen Prozedur durch 4 Strecken ersetzt werden. Schreiben Sie ein Programm, dass diese Prozedur k-mal wiederholt und das Ergebnis plottet.

Aufgabe 2

Erstellen Sie eine Funktion, die zu einer gegebenen natürlichen Zahl n ein regelmäßiges n-Eck zeichnet.

Wenden Sie auf die Kanten eines regelmäßigen Sechsecks, die rekursive Funktion aus Aufgabe 1 an.

Hinweis: Die Eckpunkte (x_i, y_i) sind

$$x_i = \sin(2\pi i/n), \quad y_i = \cos(2\pi i/n), \quad i = 1, \dots, n$$

Aufgabe 3

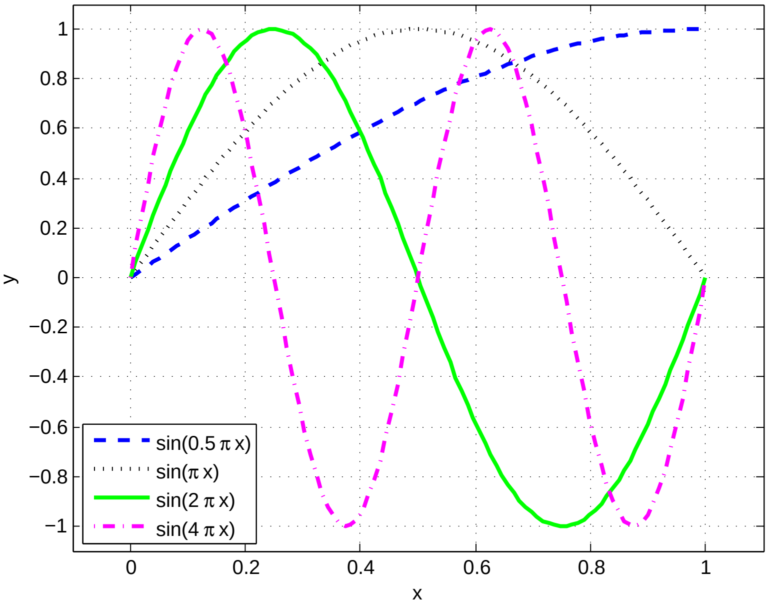
Schreiben Sie ein Programm, dass zu einem gegebenen $a > 0$ die Funktion

$$f(x) := 1/(x^2 + a)$$

auf dem Intervall $[-3, 3]$ plottet.

Aufgabe 4

Versuchen Sie die Grafik selbst zu erstellen (inklusive aller Beschriftungen). *Hinweis:* π wird durch `\pi` dargestellt.



Aufgabe 5

Berechnen Sie $\int_0^1 xe^x dx$ exakt (analytisch). Machen Sie die Probe, indem Sie das Programm `integral` modifizieren. Wie groß muß N mindestens gewählt werden, damit der absolute Fehler kleiner als 10^{-4} ist?

Aufgabe 6

Stellen Sie die Funktion

$$f(x,y,z) = \sin(4\pi x)\sin(\pi y)y^2(z^2-1), \quad (x,y,z) \in [-1,1]^3$$

grafisch dar.

Aufgabe 7

Plotten Sie mit Hilfe von `surf` bzw. plot_surface die folgenden Funktionen auf $[-1,1] \times [-1,1]$

$$\sin(\pi^2 xy),\ (x^2-1)(y^2-1),\ \sin(\pi x^2),\ \sin(-\pi e^{-x^2-y^2})$$

in einem Grafikfenster (nicht überlappend).

Aufgabe 8

Plotten Sie die Funktion

$$f(x) := 1/(x^2+\sqrt{a})$$

auf dem Intervall $[-3,3]$ für $a = 1:20$ und erstellen Sie daraus eine Animation!