

# Einführung in MATLAB

Dr. J. Schulz

Einheit 2

## Aufgabe 1 :

Finde die Lösung  $x$  von  $Ax = b$  mit

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \\ 2 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 2 :

Finde die Lösung  $x$  von  $Ax = b$  mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 3 :

Sind die folgenden Vektoren linear unabhängig?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 4 :

Schreiben sie das Programm **randwertaufgabe** um in eine Funktion welche als Inputparameter den Parameter  $n$  erhält. Die Funktion soll prüfen ob der Parameter  $n$  in dem Bereich 20-200 liegt und falls nicht das programm abbrechen. Das Resultat der Berechnung soll als Vektor zurückgeben werden.

*Hinweis:* das Abbrechen des Programms kann mit **return** erreicht werden.

## Aufgabe 5 :

Lösen Sie näherungsweise die Fixpunktgleichung

$$x_f = e^{(-x_f)}.$$

## Aufgabe 6 :

Berechnen Sie eine Nullstelle von

$$f(x) = \cos^2(x) - x.$$

## Aufgabe 7 :

Schreiben Sie eine Funktion, die für  $n \in \mathbb{N}$  die Hilbert-Matrix  $H = (h_{ij})_{i,j=1}^n$  mit  $h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$  berechnet. Berechnen Sie  $H^{-1}$  für  $n = 4$ .

### Aufgabe 8 :

Berechnen Sie die Nullstellen von

$$x^2 - 2, \quad x^2 - 2x + 1, \quad x^2 - 4x + 10.$$

### Aufgabe 9 :

Die Fibonacci-Folge ist definiert durch

$$f_1 := 1, \quad f_2 := 1, \quad f_{k+2} := f_{k+1} + f_k, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Schreiben Sie ein Programm, das

$$g_k := \frac{f_{k+1}}{f_k}, \quad k \in \mathbb{N}$$

berechnet. Stoppen Sie, falls  $|g_k - g_{k+1}| \leq TOL$ . Geben Sie für  $TOL = 10^{-3}$  und  $TOL = 10^{-4}$  das entsprechende  $k$  und das entsprechende  $g_k$  an.

*Hinweis:* Benutzen Sie eine **while**-Schleife.

### Aufgabe 10 :

Seien  $y_1, y_2$  zwei Punkte im  $\mathbb{R}^2$ . Wir betrachten die Strecke mit Endpunkten  $y_1$  und  $y_2$ . Wir ersetzen diese Strecke durch 4 Strecken  $\overline{y_1 z_1}, \overline{z_1 z_2}, \overline{z_2 z_3}, \overline{z_3 y_2}$  mit Endpunkten  $z_1 = \frac{2}{3}y_1 + \frac{1}{3}y_2, z_3 = \frac{1}{3}y_1 + \frac{2}{3}y_2$  und

$$z_2 = \frac{\sqrt{3}}{6} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} (y_1 - y_2) + \frac{1}{2}(y_1 + y_2).$$

Analog zum Beispiel des Sierpinski-Dreiecks soll jede neue Teilstrecke wiederum mittels der gleichen Prozedur durch 4 Strecken ersetzt werden. Schreiben Sie ein Programm, dass diese Prozedur  $k$ -mal wiederholt und das Ergebnis plottet.

### Aufgabe 11 :

Zerlegen Sie das Intervall  $[0, 1]$  durch  $0:(1/101):1$ . Berechnen Sie mit Hilfe von Finiten Differenzen eine approx. Lösung von

$$\begin{aligned} -u''(x) &= 1, & x \in (0, 1) \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

### Aufgabe 12 :

Berechnen Sie die Frobenius-Norm

$$\|A\|_F := \sqrt{\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^2}, \quad A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

der Vandermonde Matrix `vander(0:0.02:1)`

### Aufgabe 13 :

Ändern Sie in Aufgabe 11 die rechte Seite 1 in  $\sin(4\pi x)$  und berechnen Sie eine Näherungslösung.

#### Aufgabe 14 :

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 30 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 15 & -4 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ -3 & 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie auch die  $QR$ -Zerlegung.

#### Aufgabe 15 :

Sei  $\mathbf{A} = \text{hilb}(n)$  und  $\mathbf{x} = \text{ones}(n, 1)$ . Berechnen Sie für  $n = 5$  und  $n = 15$  den Vektor  $\mathbf{b} = \mathbf{A} * \mathbf{x}$ ,  $\text{norm}(\mathbf{x} - \mathbf{A} \backslash \mathbf{b})$  und die Kondition von  $\mathbf{A}$ . Was stellen Sie fest? Erklären Sie das Ergebnis!