

Einführung in MATLAB

Dr. J. Schulz

Einheit 1

Hinweis: Alle Aufgaben (bis auf Aufgabe 7) sollen ohne Verwendung von Schleifen gelöst werden.

Aufgabe 1 :

Finde die Lösung x von $Ax = b$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \\ 2 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 :

Finde die Lösung x von $Ax = b$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 :

Sind die folgenden Vektoren linear unabhängig?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 :

Geben Sie die folgende Zeile ein:

```
>> x=1e-15; ((1+x)-1)/x
```

Wie interpretieren Sie das Ergebnis? (Testen Sie auch $x=1e-16!$)

Aufgabe 5 :

Berechnen Sie $\sum_{j=2}^{1000} \frac{1}{\log(j)j}$ und $\sum_{j=1}^{1000} \frac{1}{j}$.

Aufgabe 6 :

Welchen Grenzwert hat $\frac{1}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2}$?

Aufgabe 7 :

Betrachten Sie die Mandelbrot-Menge in $[-1, -0.4] \times [-0.6, 0]!$

Aufgabe 8 :

Interpretieren Sie das Ergebnis der Eingabe

```
>> a=100:2:200; b=[1 4 10]; a(b)
```

Aufgabe 9 :

Erzeugen Sie die (100×100) - Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

und berechnen Sie ihre Determinante.

Aufgabe 10 :

Zerlegen Sie das Intervall $[0, 1]$ durch $0:(1/101):1$. Berechnen Sie mit Hilfe von Finiten Differenzen eine approx. Lösung von

$$\begin{aligned} -u''(x) &= 1, & x \in (0, 1) \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 11 :

Erzeugen Sie eine Hilbert Matrix der Größe 50. (Befehl `hilb`) Addieren Sie die Einträge der dritten Spalte!

Aufgabe 12 :

Berechnen Sie die Frobenius-Norm

$$\|A\|_F := \sqrt{\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^2}, \quad A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

der Vandermonde Matrix `vander(0:0.02:1)`

Aufgabe 13 :

Ändern Sie in Aufgabe 10 die rechte Seite 1 in $\sin(4\pi x)$ und berechnen Sie eine Näherungslösung.

Aufgabe 14 :

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 30 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 15 & -4 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ -3 & 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie auch die QR -Zerlegung.

Aufgabe 15 :

Sei $A = \text{hilb}(n)$ und $x = \text{ones}(n, 1)$. Berechnen Sie für $n = 5$ und $n = 15$ den Vektor $b = A * x$, $\text{norm}(x - A \setminus b)$ und die Kondition von A . Was stellen Sie fest? Erklären Sie das Ergebnis!