

# Einführung in MATLAB

Dr. J. Schulz

Einheit 1

*Hinweis:* Alle Aufgaben (bis auf Aufgabe 7) sollen ohne Verwendung von Schleifen gelöst werden.

## Aufgabe 1 :

Finde die Lösung  $x$  von  $Ax = b$  mit

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \\ 2 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 2 :

Finde die Lösung  $x$  von  $Ax = b$  mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad b := \begin{pmatrix} 6 \\ 15 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 3 :

Sind die folgenden Vektoren linear unabhängig?

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

## Aufgabe 4 :

Geben Sie die folgende Zeile ein:

```
>> x=1e-15; ((1+x)-1)/x
```

Wie interpretieren Sie das Ergebnis? (Testen Sie auch  $x=1e-16$ !)

## Aufgabe 5 :

Berechnen Sie  $\sum_{j=2}^{1000} \frac{1}{\log(j)j}$  und  $\sum_{j=1}^{1000} \frac{1}{j}$ .

## Aufgabe 6 :

Welchen Grenzwert hat  $\frac{1}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2}$ ?

## Aufgabe 7 :

Betrachten Sie die Mandelbrot-Menge in  $[-1, -0.4] \times [-0.6, 0]$ !

### Aufgabe 8 :

Interpretieren Sie das Ergebnis der Eingabe

```
>> a=100:2:200; b=[1 4 10]; a(b)
```

### Aufgabe 9 :

Erzeugen Sie die  $(100 \times 100)$  - Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

und berechnen Sie ihre Determinante.

### Aufgabe 10 :

Zerlegen Sie das Intervall  $[0, 1]$  durch  $0:(1/101):1$ . Berechnen Sie mit Hilfe von Finiten Differenzen eine approx. Lösung von

$$\begin{aligned} -u''(x) &= 1, & x \in (0, 1) \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

### Aufgabe 11 :

Erzeugen Sie eine Hilbert Matrix der Größe 50. (Befehl `hilb`) Addieren Sie die Einträge der dritten Spalte!

### Aufgabe 12 :

Berechnen Sie die Frobenius-Norm

$$\|A\|_F := \sqrt{\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^2}, \quad A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

der Vandermonde Matrix `vander(0:0.02:1)`

### Aufgabe 13 :

Ändern Sie in Aufgabe 10 die rechte Seite 1 in  $\sin(4\pi x)$  und berechnen Sie eine Näherungslösung.

### Aufgabe 14 :

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 30 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 15 & -4 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ -3 & 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie auch die  $QR$ -Zerlegung.

### Aufgabe 15 :

Sei `A=hilb(n)` und `x=ones(n,1)`. Berechnen Sie für  $n = 5$  und  $n = 15$  den Vektor  $b = A * x$ , `norm(x-A\b)` und die Kondition von  $A$ . Was stellen Sie fest? Erklären Sie das Ergebnis!