Einführung in Matlab - Einheit 2

Programmieren, Datenstrukturen

Jochen Schulz

Georg-August Universität Göttingen

Aufbau

1. **Programmieren**
   - Schleifen
   - Bedingungen
   - Allgemeines
2. **Datenstrukturen**
   - Zahlen
   - Container
   - Chars und Strings

Gültigkeitsbereich von Variablen

- Variablen in Skript-Files
  - globaler Workspace (d.h. bereits vorhandene Variablen können direkt benutzt oder überschrieben werden)
  - gültig bis explizit gelöscht
- Variablen in Function-Files
  - innerhalb der Funktion definiert und werden bei Verlassen der Funktion gelöscht.
  - Variablen des globalen Workspace können nicht benutzt werden.

Aufbau

for - Schleife

```
for <variable> = <Ausdruck>
  <Befehle>
end
```

Bemerkungen:

- Der Ausdruck ist normalerweise von der Form `i:s:j`.
- Die *Befehle* werden eingerückt.
- auch weitere Schleifen-Konstrukte wie **`while`** und **`switch`** sind verfügbar.

Schleifen - Beispiele

- Berechne $\sum_{i=1}^{1000} \frac{1}{i}$

```
sum=0; for j=1:1000, sum=sum+1/j; end, sum
```

```
sum =  7.4855
```

- Berechnen dreier Werte

```
for x=[pi/6 pi/4 pi/3], sin(x), end
```

```
ans =    0.5000
ans =    0.7071
ans =    0.8660
```

- Matrix als *Ausdruck*

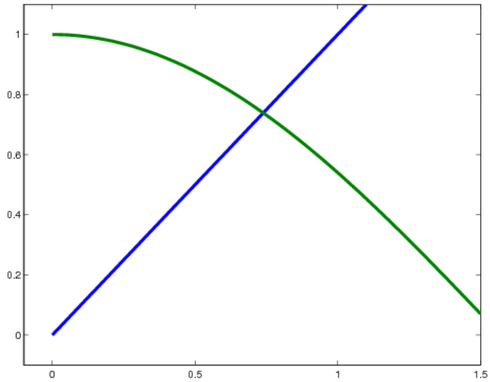
```
for x=eye(3),  x' ,end
```

```
ans =     1     0     0
ans =     0     1     0
ans =     0     0     1
```

Fixpunkt

Suche ein $x_f \in \mathbb{R}$ so dass

$$x_f = \cos(x_f)$$



Voraussetzung: Abbildung kontrahierend

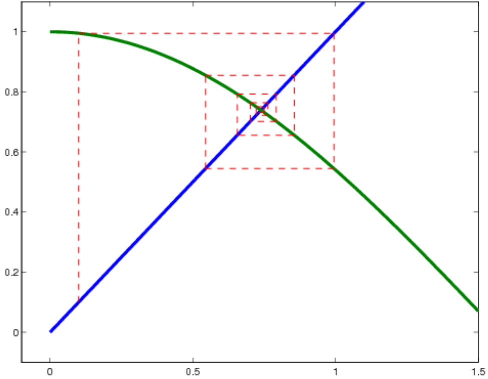
$$|f(x) - f(y)| \leq C\,|x - y|\,,\ C < 1\,\forall x, y \in I$$

Fixpunkt-Iteration

Fixpunkt-Iteration

$$x_{k+1} = cos(x_k)$$

bei geeignetem Startwert x_0.



(Funktioniert wenn die Abbildung kontrahierend ist)

Fixpunkt-Iteration - Implementation

```
% Plot 1
x = linspace(0,1.5,50);
y = cos(x);
plot(x,x,x,y,'LineWidth',3),
axis([-0.1 1.5 -0.1 1.1]);
hold on;
pause; % stoppt bis eine Taste gedrückt wird
z(1) = 0.1; % Anfangswert
it_max = 10; % Iterationsschritte
for i = 1:it_max
    z(i+1) = cos(z(i));
    plot([z(i) z(i)], [z(i) z(i+1)],'r--','LineWidth',1);
    pause;
    plot([z(i) z(i+1)],[z(i+1) z(i+1)],'r--','LineWidth'
        ,1);
    hold on;
    pause; % stoppt bis eine Taste gedrückt wird
end;
```

Einige Grafikbefehle

- `figure`
  startet ein Grafik-Fenster.
- `hold on`
  alle Grafiken in einem Fenster werden übereinander gezeichnet.
- `hold off` (Standard)
  bestehende Grafik wird gelöscht und durch die neue Grafik ersetzt.

Vandermonde-Matrix I

Berechne zu einem gegebenen Vektor $x = (x_1, \ldots, x_n)$ die Vandermonde-Matrix

$$V := \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \ldots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \ldots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \ldots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Vandermonde-Matrix II

```
function V = vandermonde2(x)
% vandermonde2 berechnet die Vandermonde Matrix zu einem
%              Vektor x
%
%             INPUT:
%             x Zeilenvektor
%             OUTPUT:
%             V Vandermonde-Matrix
%  Gerd Rapin      8.11.2003

n = length(x);

V = zeros(n,n);
for i = 1:n
    for j = 1:n
        V(i,j) = x(i)^(j-1);
   end
end
```

Aufbau

Quadratische Gleichung

$$\begin{cases} \text{Suche } x \in \mathbb{R}, \text{ so dass} \\ x^2 + px + q = 0 \end{cases}$$

Fallunterscheidung für $d := \frac{p^2}{4} - q$:

Fall a) : $d > 0$ 2 Lösungen: $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{d}$

Fall b) : $d = 0$ 1 Lösung: $x = -\frac{p}{2}$

Fall c) : $d < 0$ keine Lösung

Implementierung

```
function [anz_loesungen, loesungen]=quad_gl(p,q)
%-----------------------------------------------------
% quad_gl berechnet die Loesungen der quadratischen
%         Gleichung x^2 + px + q =0
%           INPUT:   Skalare   p
%                              q
%
%           OUTPUT: anz_loesungen   Anzahl der Loesungen
%                   loesungen       Vektor der Loesungen
%
%  Gerd Rapin      8.11.2003
%-------------------------------------------------------
d=p^2/4-q; % Diskriminante
```

Implementierung II

```
% 2 Loesungen
if d>0
    anz_loesungen=2;
    loesungen=[-p/2-sqrt(d) -p/2+sqrt(d)];
end

% 1 Loesung
if d==0
    anz_loesungen=1;
    loesungen=[-p/2];
end

% 0 Loesungen
if d<0
    anz_loesungen=0;
    loesungen=[];
end
```

Logische Operationen

- Es gibt in MATLAB logische Variablen. Der Datentyp ist *logical*.
- Variablen dieses Typs sind entweder TRUE (1) oder FALSE (0).
- Numerische Werte ungleich 0 werden als TRUE gewertet.

```
a = (1<2)
```

```
a = 1
```

```
b = ([ 1 2 3 ] < [ 2 2 2 ])
```

```
b =    1      0      0
```

```
whos
```

```
Name  Size  Bytes   Class
a      1x1   1   logical array
b      1x3   3   logical array
```

Vergleichs-Operatoren

```
a=[1 1 1], b=[0 1 2]
```

Operation	Bedeutung	Ergebnis
`a == b`	gleich	`0 1 0`
`a ~= b`	ungleich	`1 0 1`
`a < b`	kleiner	`0 0 1`
`a > b`	größer	`1 0 0`
`a <= b`	kleiner oder gleich	`0 1 1`
`a >= b`	größer oder gleich	`1 1 0`

Bem: 1 = wahre Aussage, 0 = falsche Aussage

Bem: Komponentenweise Vergleiche sind auch für Matrizen gleicher Größe möglich!

Logische Operatoren

`&`	logisches und	`~`	logisches nicht
`|`	logisches oder	`xor`	exklusives oder

Beispiele:

```
x=[-1 1 1]; y=[1 2 -3];
```

```
>> (x>0) & (y>0)
ans =
     0     1     0
```

```
>> ~( (x>0) & (y>0))
ans =
     1     0     1
```

```
>> (x>0) | (y>0)
ans =
     1     1     1
```

```
>> xor(x>0,y>0)
ans =
     1     0     1
```

Bedingung

Einfache Bedingung

```
if  <Ausdruck>
   <Befehle>
end
```

Bed. mit Alternative

```
if  <Ausdruck>
   <Befehle>
else
   <Befehle>
end
```

Die Befehle zwischen `if` und `end` werden ausgeführt, wenn der *Ausdruck* wahr (`TRUE`) ist. Andernfalls werden (soweit vorhanden) die Befehle zwischen `else` und `end` ausgeführt.
Ausdruck ist wahr, wenn alle Einträge von *Ausdruck* ungleich 0 sind.

While-Schleifen

```
while <Ausdruck>
   <Befehle>
end
```

Die Befehle werden wiederholt, so lange die Bedingung *Ausdruck* wahr ist. *Ausdruck* ist wahr, wenn alle Einträge von *Ausdruck* ungleich 0 sind.

Beispiel: Berechne $\sum_{i=1}^{1000} \frac{1}{i}$.

```
n = 1000; sum = 0; i = 1;
while (i <= n)
  sum = sum+(1/i);
  i = i+1;
end
sum
```

Größter gemeins. Teiler (ggT)

Berechnung des ggT von natürlichen Zahlen a und b mit Hilfe des euklidischen Algorithmus

Idee: Es gilt $ggT(a, b) = ggT(a, b - a)$ für $a < b$.

Algorithmus:
Wiederhole, bis $a = b$

- Ist $a > b$, so $a = a - b$.
- Ist $a < b$, so $b = b - a$

Implementierung

```
function a = ggt(a,b)
%----------------------------------------------------
% ggt berechnet den groessten gemeinsamen Teiler (ggT)
%         zweier natuerlichen Zahlen a und b
%           INPUT:   natuerliche Zahlen  a
%                                        b
%
%           OUTPUT: ggT
%
%  Gerd Rapin      11.11.2003
%------------------------------------------------------
while (a ~= b)
  if (a > b)
    a = a-b;
  else
    b  =b-a;
  end
end
```

break

- Der Befehl **break** verläßt die **while** oder **for**-Schleife.

```
x=1;
while 1
  xmin=x;
  x=x/2;
  if x==0
    break
  end
end
xmin
```

```
xmin = 4.9407e-324
```

continue

- Durch `continue` springt man sofort in die nächste Iteration der Schleife, ohne die restlichen Befehle zu durchlaufen.

```
for i=1:10
  if i<5
    continue
  end
  x(i)=i;
end
x
```

```
x =    0    0    0    0    5    6    7    8    9    10
```

Aufbau

Operator Rangfolge

Level	Operator
1	Exponent (`^`, `.^`), `transpose`
2	logische Verneinung (`~`)
3	Multiplikation (*,.*), Division (`/`,`./`,`\`, `.\`)
4	Addition (+), Subtraktion (-)
5	Doppelpunktoperator (:)
6	Vergleichsoperatoren (`<`,`>`,`<=`,`>=`,`==`,`~=`)
7	Logisches und (`&`)
8	Logisches oder (|)

Bei gleicher Rangfolge wertet MATLAB von links nach rechts aus.

Die Rangfolge kann durch Klammersetzung geändert werden.

Warnung

Wiederholte Anwendung von Script-Files kann zu Fehlern führen!

Programm

```
% plotte_sin.m

disp(['Plot der Sinus'...
  'Funktion auf [0,10]']);
n = input(['Plot an '...
   'wievielen Punkten?']);
x = linspace(0,10,n);
for i=1:n
y(i) = sin(x(i));
end;
plot(x,y);
```

Aufruf

```
>> plotte_sin
 Plot der Sinus Funktion auf [0,10]
 Plot an wievielen Punkten?20
>> plotte_sin
 Plot der Sinus Funktion auf [0,10]
 Plot an wievielen Punkten?10
 ??? Error using ==> plot
 Vectors must be the same lengths.

 Error in ==> plotte_sin.m
On line 9  ==> plot(x,y);
```

globale Variablen

Mittels des Befehls `global` können Variablen des globalen Workspace auch für Funktionen manipulierbar gemacht werden.

Funktion

```
function f=myfun(x)
% myfun.m
% f(x)=x^alpha sin(1/x)

global alpha
f=x.^alpha.*sin(1./x);
```

Plotten

```
% plot_myfun
global alpha
alpha_w=[0.4 0. 6 1 1.5
   2];
for i = 1:length(alpha_w)
    alpha = alpha_w(i);
    fplot(@myfun,[0.1,1])
    hold on;
end
hold off;
```

Ein Guter Stil

- Alle Programme sollten zu Beginn einen Kommentar enthalten, in dem beschrieben wird, was das Programm macht. Insbesondere sollten die Eingabe- und Ausgabevariablen genau beschrieben werden.
- Vor und nach logischen Operatoren und $=$ sollte ein Leerzeichen gesetzt werden.
- Man sollte pro Zeile nur einen Befehl verwenden.
- Befehle in Strukturen, wie `if`, `for` oder `while`, sollten eingerückt werden.

Ein Guter Stil

- Die Namen der Variablen sollten, soweit möglich, selbsterklärend sein.
- Verfasst man umfangreiche Programme, so sollten M-Funktionen, die eine logische Einheit bilden in einem separaten Unterverzeichnis gespeichert sein. Die Verzeichnisse können durch `addpath` eingebunden werden.
- Potenzielle Fehler sollten, soweit möglich, aufgefangen werden. Speziell sollten die Eingabeparameter der Funktionen geprüft werden.

Aufbau

Datenstrukturen

- In MATLAB gibt es verschiedene Datentypen. Sie werden bestimmt durch ihre Eigenschaften.
- Einzelne Elemente eines Datentyps werden Objekte genannt.
- Ein Objekt besteht meist aus drei Teilen: Bezeichner, Referenzen und Werte des Objekts.
- Variablen sind Datenobjekte deren Werte während eines Programmablaufs verändert werden können.

Datentypen in MATLAB

- Alle Variablen sind Felder (Array). Ein Skalar ist eine 1×1-Matrix.
- Zuweisung des Datentyps *implizit*.
- Den Datentyp eines Objekts *a* kann durch den Befehl `class(a)` bestimmt werden.

Datentypen in MATLAB

- Gleitkommazahlen (Komplexe Zahlen)
- Characters und Strings
- Strukturen
- Cell Arrays
- Funktionen
- Sparse Matrizen
- Integer-Zahlen
- Logische Ausdrücke

Aufbau

1. Programmieren
   - Schleifen
   - Bedingungen
   - Allgemeines
2. Datenstrukturen
   - Zahlen
   - Container
   - Chars und Strings

Gleitkommazahlen / Maschinengenauigkeit

- Standard-Datentyp ist ein Array von Gleitkommazahlen (`double`).
- Abstand von 1 zur nächsten Gleitkommazahl: $\epsilon = 2^{-52}$ (vgl. `eps`)
- Sei $x \in \mathbb{R}$ eine reelle Zahl und $\tilde{x}$ die Darstellung in MATLAB. Dann gilt für den Rundungsfehler
$$\frac{|x - \tilde{x}|}{|x|} \leq \frac{1}{2}\epsilon.$$
- Die größte bzw. kleinste in MATLAB darstellbare positive Zahl ist in `realmin` bzw. `realmax` gespeichert.

Ausnahmen

- Ist eine Zahl größer als `realmax`, so meldet MATLAB einen 'Overflow' und gibt als Ergebnis `Inf` zurück.

```
realmax*1.1
```

```
  ans =    Inf
```

- Bei Operationen wie $0/0$ oder ∞/∞, erhält man als Ergebnis `NaN` (*Not a Number*).

```
0/0
```

```
Warning: Divide by zero.
ans =    NaN
```

Umgang mit NaN und Inf

- Mit Hilfe von `isinf` und `isnan` kann auf ∞ bzw. NaN getestet werden.

```
isnan(0/0), isinf(1.2*realmax)
```

```
ans =    1   ans =    1
```

- Test auf NaN durch $==$ ist nicht möglich

```
0/0 == NaN
```

```
ans =      0
```

- Bei Inf ist der Test durch $==$ möglich!

```
(1.2*realmax)==Inf
```

```
ans =      1
```

Single

- Ähnlich wie in C gibt es den Datentyp `single`. Es ist eine Darstellung in geringerer Genauigkeit.
- Durch den Befehl `single()` wird eine `double`-Zahl in eine `single`-Zahl konvertiert.
- Arithmetische Operationen mit `double`- und `single`-Objekten ergeben `single`-Objekte.

Single

```
a = sqrt(2); b = single(a);
c = a+b; d = a-b
```

```
d =
  2.4203e-08
```

```
whos
```

```
  Name      Size          Bytes  Class
  a         1x1             8  double
  b         1x1             4  single
  c         1x1             4  single
  d         1x1             4  single
```

```
[realmax, single(realmax)], realmax
```

```
ans =
   Inf    Inf
ans =
  1.7977e+308
```

Darstellungsformate am Beispiel $1/7$

`format short`	0.1429
`format short e`	1.4286e-01
`format short g`	0.14286
`format long`	0.142857142857143
`format long g`	0.142857142857143
`format long e`	1.428571428571428e-01

Das Default-Format ist `short`.

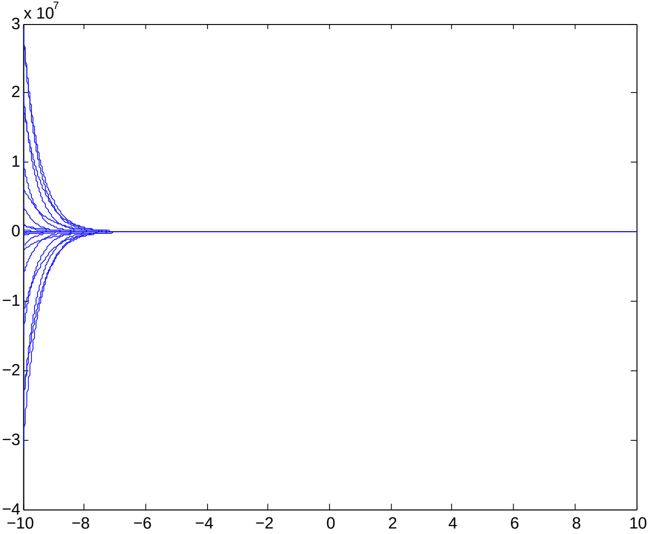
Beispiel - Berechnung von e

Approximation der Exponentialfunktion durch eine Taylor-Reihe

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \frac{x^j}{j!}$$

```
x = -10:0.01:10; % die x-Werte
expx = exp(x); % die wahre Exponentialfunktion
for n=0:1:25
    % so viele Nullen wie x Elemente hat
    sum=zeros(size(x));
    for j=0:n
        % das berechnet die Partialsumme
        sum=sum+x.^j/factorial(j);
    end
    % plottet relativen Fehler
    plot(x,(sum-expx)./expx);
    % wir plotten alles uebereinander
    hold on
end
```

Berechnung von e - Figure



Auslöschung

```
% Ausloeschung, mit 6 Dezimalstellen
format long g % sorgt fuer lange Ausgabezahlen
x = 0.344152
xwahr = 0.344152*1.0000001 % das ergibt 0.01% relativen
    Fehler
relfx = abs(xwahr-x)/xwahr
y = 0.344135
z = x-y
zwahr = xwahr-y
relfz = abs(z-zwahr)/abs(zwahr) % relativer Fehler von z
```

```
 x
xwahr
relf x
y
z
zwahr
relf z
=
=
```

Komplexe Zahlen

Komplexe Zahlen $z \in \mathbb{C}$ haben die Form

$$z = x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

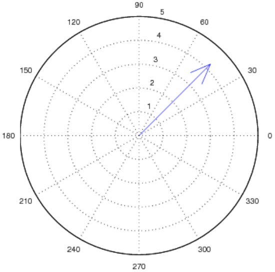
mit $i = \sqrt{-1}$.

- $\sqrt{-1}$ ist in MATLAB vordefiniert in den Variablen *i,j*.
- Durch `complex(x,y)` kann aus $x, y \in \mathbb{R}$ die komplexe Zahl $x + iy$ erzeugt werden.
- Für $z = x + iy \in \mathbb{C}$ erhält man den Realteil mit $real(z)$ und den Imaginärteil durch $imag(z)$.

Polarkoordinaten

$$z \in \mathbb{C}, \quad z = re^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

- `abs(z)` ergibt den Betrag r von z.
- φ erhält man durch `angle(z)`.
- grafische Darst.: `compass(z)` ($z = 3 + 3i$).



Integer

- In diesen Datentypen werden ganze bzw. natürliche Zahlen gepeichert.
- Zur effizienten Speicherung gibt es die Datentypen `int8`, `uint8`, `int16`, `uint16`, `uint16`, `int32`, `uint32`, `int64`, `uint64`.
- In den Datentypen, die mit `u` beginnen, werden natürliche Zahlen gespeichert, sonst ganze Zahlen.
- Die abschließende Zahl gibt den Speicherbedarf an. `uint8` benötigt z.B. 8-Bit. (Wertebereich $0 \ldots 2^8 - 1$).

Integer

```
a = int8(20); b = int16(20); c = int8(20);
a*c, a*b
```

```
ans =  127
??? Error using ==> mtimes
Integers can only be combined with integers
of the same class, or scalar doubles.
```

```
a+0.2
```

```
ans =   20
```

```
a+0.5
```

```
ans =   21
```

```
a*1.54
```

```
ans =   31
```

Aufbau

Structures

Structures:
Strukturen sind eine Möglichkeit verschiedene Objekte in einer Datenstruktur zu bündeln.

Beispiel: komplexe Zahlen

```
komp_Zahl.real=1;
komp_Zahl.imag=1;
komp_Zahl
```

```
komp_Zahl =

    real: 1
    imag: 1
```

Structures II

- Alternativ können Strukturen durch

  ```
  struktur = struct('Feld1',<Wert1>,'Feld2',<Wert2>,..)
  ```

  definiert werden.

- Ein Feld einer Struktur `struktur` kann durch

  ```
  struc2 = rmfield( <struktur> ,'Feld')
  ```

  gelöscht werden.

Cell Arrays

Cell Arrays:

Cell Arrays sind spezielle Matrizen, deren Einträge aus unterschiedlichen Datentypen bestehen können. Erzeugt werden sie durch geschweifte Klammern.

```
C = { 1:10, hilb(4);...
      'Hilbert Matrix', pi}
```

```
C =
       [1x10 double]     [4x4 double]
    'Hilbert Matrix'     [    3.1416]
```

Befehle für Cell Arrays

- Zugriff auf Cell-Arrays:

```
C{2,1}
```

```
ans =
Hilbert Matrix
```

```
C{1,2}(2,3)
```

```
ans =
    0.2500
```

- Durch `celldisp(C)` wird der Inhalt von C dargestellt.
- `cellplot(C)` stellt C grafisch dar.

Aufbau

1. **Programmieren**
   - Schleifen
   - Bedingungen
   - Allgemeines

2. **Datenstrukturen**
   - Zahlen
   - Container
   - Chars und Strings

Characters (char) - Zeichen

- Darstellung durch Integer
- Die Werte zwischen 0 und 128 entsprechen den ASCII Werten.
- 2 Bytes Speicherbedarf $\Rightarrow$ Zahl zwischen 0 und $2^{16} - 1$

```
s='d'
```

```
s = d
```

```
s1=double(s)
```

```
s1 =   100
```

```
s2=char(100)
```

```
s2 = d
```

Strings - Vektor von Zeichen

Die Zeichen werden wiederum durch die ASCII Werte dargestellt.

```
s='AB6de*'
```

```
s =
AB6de*
```

```
sd=double(s)
```

```
sd =
    65     66     54    100    101     42
```

```
s2=char(sd)
```

```
s2 =
AB6de*
```

Befehle für Strings

- Durch `strcat` werden Strings verbunden, z.B.

```
strcat('Hello',' world')
```

```
ans = Hello world
```

- `num2str(x,n)` konvertiert x in einen String mit n signifikanten Stellen. (Default: $n = 4$)
- `int2str(x)` rundet x und konvertiert es in einen String.
- `strcmp(s,t)` vergleicht die Strings s und t.
- Durch `help strfun` erhält man eine Liste aller Befehle im Zusammenhang mit Strings.