Einführung in Sage - Einheit 9

Strings, interaktive Grafiken, GeoGebra, Komplexe Beispiele

Jochen Schulz

Georg-August Universität Göttingen

Aufbau

1. Umgang mit Strings
2. Interaktive (grafische) Elemente
3. GeoGebra
4. Vertiefung Programmierung

Klausur

- Zeit: 01.03.2010 von 10:00 - 12:00
- Ort: HS1 (A bis J) und AudiMax (K bis Z)
- Hilfsmittel: Schreibgerät(e) und Unterlagen in Papierform
- Studenten-Ausweis mitbringen

Aufbau

Strings

- Zeichenketten (engl. strings) sind eine geordnete Aneinanderreihung von Zeichen. Zeichen sind z.B. Buchstaben, Ziffern, Sonderzeichen,...
- Mit ihnen kann man in Sage Texte gestalten. Sie sind wichtig für die Ausgabe der Ergebnisse.
- Sie haben den Datentyp `str`.
- Sie werden innerhalb von Hochkommas oder Anführungszeichen angegeben.

Beispiele für Strings

```
text1 = 'Dies ist ein String.'; text1
```

```
'Dies ist ein String.'
```

```
text2 = "Dies ist noch ein String."; text2
```

```
'Dies ist noch ein String.'
```

```
type(text1)
```

```
<type 'str'>
```

Zugriff

- Mit dem Indexoperator [ ] können einzelne Zeichen einer Zeichenkette extrahiert werden.

```
text1[0], text1[3], text1[4]
```

```
('D', 's', ' ')
```

- Ersetzungen innerhalb des Strings:

```
text1.replace('Dies','Das')
```

```
'Das ist ein String.'
```

Operationen für Strings I

- Zusammenhängen von Strings

```
A='Letzte '; B='Vorlesung'; A+B
```

```
'Letzte Vorlesung'
```

- `len` gibt die Anzahl der Zeichen in einer Zeichenkette an.

```
a=len(A+B); a
```

```
16
```

Operationen für Strings II

- neue Zugriffsmöglichkeit

```
(A+B)[-1:]
```

```
'g'
```

- Beliebige Sage-Objekte können durch `str()` in einen String verwandelt werden.

```
str(x^2+2), str([1,2,3])
```

```
('x^2 + 2', '[1, 2, 3]')
```

Operationen für Strings III

- Aufspalten von Texten

```
text = 'Dies ist ein Satz, und ein Nebensatz'
text.split()
```

```
['Dies', 'ist', 'ein', 'Satz,', 'und', 'ein', '
    Nebensatz']
```

```
text.split('i')
```

```
['D', 'es ', 'st e', 'n Satz, und e', 'n Nebensatz']
```

Vertiefung print und Formate

```
print 'Text %<format> und %<format> ... ' % (x,y,...)
```

`<format>`:

```
%[<flag>][<minwidth>][.<precision>]converter
```

- `flag`: 0 für das Auffüllen mit Nullen
- `minwidth`: Minimale Breite der Darstellung
- `precision`: Genauigkeit (Nachkommastellen)
- `converter`:

`'i'`	ganze Zahl mit Vorzeichen
`'e'`	Gleitkommazahl mit exponentialformat (kleingeschrieben).
`'f'`	Gleitkommazahl im Dezimalformat.
`'g'`	Gleitkommazahl. Benutzt kleingeschriebene Exponentialform wenn der Exponent kleiner als -4 oder der Genauigkeit ist, ansonsten Dezimalformat.

print - Beispiele

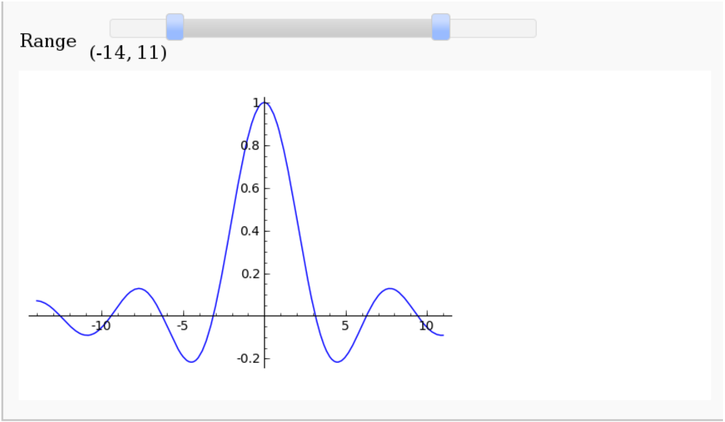
```
print '%5s | %7s' % ('Index','Wert')
for k in srange(1,25,9.55):
    print '%5i | %07.3f' % (k,k^2)
```

```
Index |    Wert
    1 | 001.000
   10 | 111.303
   20 | 404.010
```

Aufbau

interact

```
@interact
def _(b = range_slider(-20, 20, 1, default=(-19,3), label
    ='Range')):
     plot(sin(x)/x, b[0], b[1]).show(xmin=b[0],xmax=b[1])
```



interact

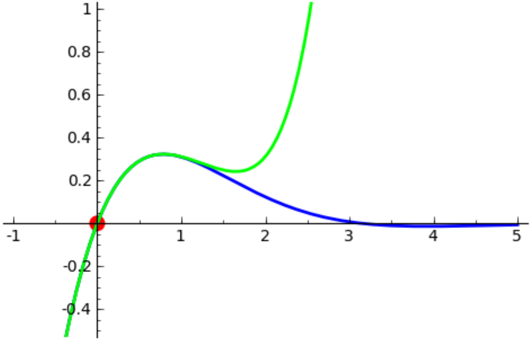
- ```
  u=slider(vmin, vmax=, step_size=1, default=, label=)
  ```
  Regler mit Werten von vmin bis vmax
- ```
  u=range_slider(vmin, vmax=, step_size=1, default=,
      label=)
  ```
  Regler eines Intervalles
- ```
  u=checkbox(default=True, label=)
  ```
  Eine Ankreuzfeld
- ```
  u=selector(values, label=, nrows=, ncols=, buttons=
      False)
  ```
  Ein Aufklappmenü oder Knöpfe (Knöpfe wenn nrows, ncols, oder buttons gesetzt ist, sonst Aufklappmenü)
- ```
  u=text_control(value='')
  ```
  Ein Textblock
  ```

interact - Taylor

order 1

$$f(x) = e^{(-x)} \sin(x)$$

$$\hat{f}(x;0) = \frac{1}{90}\,x^6 - \frac{1}{30}\,x^5 + \frac{1}{3}\,x^3 - x^2 + x + O(x^7)$$



interact - Taylor

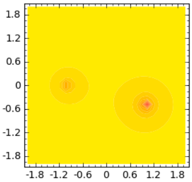
```
var('x')
x0  = 0
f   = sin(x)*e^(-x)
p   = plot(f,-1,5, thickness=2)
dot = point((x0,f(x=x0)),pointsize=80,rgbcolor=(1,0,0))
@interact
def tayl(order=slider(1,12,1,label='order')):
    ft = f.taylor(x,x0,order)
    pt = plot(ft,-1, 5, color='green', thickness=2)
    html('f(x)\;=\;%s'%latex(f))
    html('\hat{f}(x;%s)\;=\;%s+\mathcal{O}(x^{%s})'%(x0,
        latex(ft),order+1))
    show(dot + p + pt, ymin = -.5, ymax = 1)
```

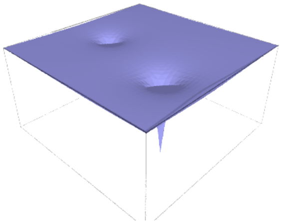
interact - Grafiken von einer Abstandsfunktion

q1 -1.0040080160320806

q2 -2.0020040080160495

cmap autumn





interact - Grafiken von einer Abstandsfunktion

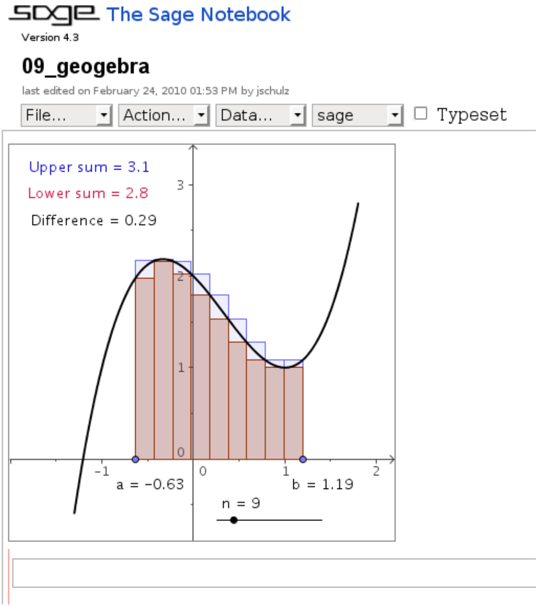
```
@interact
def _(q1=slider(-3,3,default=-1), q2=slider(-3,3,default
    =-2),
      cmap=['autumn', 'bone', 'cool', 'copper', 'gray', '
         hot', 'hsv',
           'jet', 'pink', 'prism', 'spring', 'summer', '
              winter']):
    x,y = var('x,y')
    f = q1/sqrt((x+1)^2 + y^2) + q2/sqrt((x-1)^2+(y+0.5)
       ^2)
    C = contour_plot(f, (x,-2,2), (y,-2,2), plot_points
       =30, contours=15, cmap=cmap)
    show(C, figsize=3, aspect_ratio=1)
    show(plot3d(f, (x,-2,2), (y,-2,2)), figsize=5,
       viewer='tachyon')
```

Aufbau

GeoGebra einbetten

- In GeoGebra: Erstellen eines Objektes
- In GeoGebra: File> Export> Dynamic worksheet.
- In Sage notebook: Data> Die .jar (von GeoGebra) und die .ggb hochladen.
- Aus dem Exportierten .html den Teil mit <applet> kopieren und im worksheet in Sage unter Edit kopieren(Edit> Paste).
- Im Editier-tab die codebase zu "./data/"ändern
- Fertig!

GeoGebra einbetten



Aufbau

1. Umgang mit Strings
2. Interaktive (grafische) Elemente
3. GeoGebra
4. **Vertiefung Programmierung**

Größter gemeinsamer Teiler (ggT)

Berechnung des ggT von natürlichen Zahlen a und b mit Hilfe des euklidischen Algorithmus.

Idee: Es gilt:

1. $ggT(a, b) = ggT(a, b - a)$ für $a < b$.
2. $ggT(a, b) = ggT(b, a)$.
3. $ggT(a, a) = a$.

Algorithmus:
Wiederhole, bis $a = b$

- Ist $a > b$, so $a = a - b$.
- Ist $a < b$, so $b = b - a$

ggT - Implementierung

```python
def ggT(a,b):
    """Bestimme den ggT von a und b"""
    while a<>b:
        if a>b:
            a = a-b
        else:
            b = b-a
    return a
ggT(6,9)
```

3

Berechnung von Primzahlzwillingen

```
T = []; anz = 0
for i in [2..100]:
    if (is_prime(i) and is_prime(i+2)):
        anz += 1
        T.append([i,i+2])
print('Anzahl = %s' % anz);T
```

```
Anzahl = 8
[[3, 5], [5, 7], [11, 13], [17, 19], [29, 31], [41, 43],
    [59, 61], [71,
73]]
```

Betrag

```
def betrag(a):
    if a in ZZ or a in QQ or a in RR:
        if a>0:
            y = a
        else:
            y = -a
    elif a in CC:
        y = sqrt(real(a)^2+imag(a)^2)
    else:
        return 'Falscher Eingabetyp'
    return y
betrag([1,2]), betrag(2+I*2)
```

```
('Falscher Eingabetyp', 2*sqrt(2))
```

Gültigkeit von Variablen

- Mit der Gültigkeit von Variablen ist die Bestandsdauer von Variablen bzw. der Werten dieser Variablen gemeint.
- globale Variablen: Im aktuellen Worksheet sind alle Variablen/Funktionen global, d.h. die den Variablen zugewiesenen Werte bleiben für die gesamte Laufzeit vom jeweiligen worksheet erhalten bis sie geändert werden. Man kann auf die Variablen jederzeit zugreifen und die Werte der Variablen ändern.
- lokale Variablen: Diese sind nur innerhalb einer Prozedur/Funktion gültig. Nach Beenden der Prozedur werden diese Variablen wieder gelöscht.

Mandelbrot-Menge

Die Mandelbrot-Menge ist die Menge von Punkten $c \in \mathbb{C}$ bei denen die Folge $(z_n)_n$, die durch

$$z_0 := c, \qquad z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad n \in \mathbb{N}$$

definiert ist, beschränkt ist.

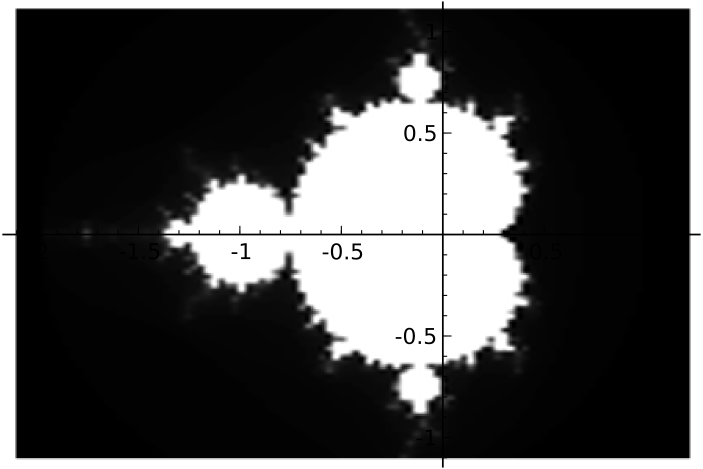
Programm - Mandelbrot

```
def mandel(x,y):
    c = (x + I*y).n()
    z = c
    it = 0
    max_it = 150
    while abs(z)<2 and it<max_it:
        z = z^2 + c
        it += 1
    return float(it/max_it)
```

Die Funktion `mandel` gibt zu $x + iy$ die relative Anzahl der Iterationsschritte zurück.

Plot - Mandelbrot

```
density_plot(mandel, (-2.1,1.2), (-1.1,1.1), plot_points
    =100)
```



Programmierregeln

- Hilfetext: Ein Programm sollte im Hilfetext eine gute Beschreibung der Funktionsweise der Funktion enthalten. Dieser sollte insbesondere Ein- und Ausgabe-Variablen genau beschreiben.
- Kommentieren: Im Programm sollte durch Kommentare dokumentiert werden, was einzelne, wesentliche Abschnitte/Zeilen im Programm tun.
- Passende Benennung von Variablen/Funktionen: Variablen und Funktionen sollten durchdacht benannt werden, d.h. man sollte an ihnen im Optimum direkt erkennen können, welchem Zweck sie im gegebenen Kontext dienen.

Letztes Beispiel I

```
def Gadisch(x,basis):
    """Berechnung der Darstellung einer natuerlichen Zahl
x zur Basis b. Rueckgabe des Ergebnis als Liste!"""
    #Abfangen der Eingabe
    if not x in ZZ or x < 0 or basis==1:
        return 'Eingabe nicht korrekt!'
    T = []  # leere Liste
    while x>0:
        T.append(x%basis) # Rest der Division
        print '%i : %i = %i Rest %i' % (x,basis,floor(x/
            basis),x%basis)
        x = floor(x/basis) # Teiler setzen
    # Rueckgabe der Liste
    return T
```

Letztes Beispiel II

```
Gadisch(6,2)
```

```
6 : 2 = 3 Rest 0
3 : 2 = 1 Rest 1
1 : 2 = 0 Rest 1
[0, 1, 1]
```

```
Gadisch(3.4,2)
```

```
'Eingabe nicht korrekt!'
```

Allerletztes Beispiel: Kochsche Kurven I

- Seien y_1, y_2 zwei Punkte im $\mathbb{R}^2$.
- Betrachte die Strecke mit Endpunkten y_1 und y_2.
- Ersetze diese Strecke durch 4 Strecken $\overline{y_1 z_1}$, $\overline{z_1 z_2}$, $\overline{z_2 z_3}$, $\overline{z_3 y_2}$ mit Endpunkten

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \frac{2}{3} y_1 + \frac{1}{3} y_2 \\
z_2 &= \frac{\sqrt{3}}{6} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} (y_1 - y_2) + \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \\
z_3 &= \frac{1}{3} y_1 + \frac{2}{3} y_2
\end{aligned}
$$

- Dieses Prozedere wird nun für jede einzelne Teilstrecke wiederholt.

Allerletztes Beispiel II

```
def koch(y1,y2,lev):
    Listelinien = []
    if (lev == 0):
        Listelinien.append(line([(y1[0],y1[1]),(y2[0],y2
            [1])]))
    else:
        # Definieren der neuen Punkte
        z1 = 2/3 * y1 + 1/3 * y2
        z3 = 1/3 * y1 + 2/3 * y2
        z2 = sqrt(3)/6*matrix([[0, 1],[ -1, 0]])*(y1-y2)
            + 1/2 * (y1 + y2)
        # Definieren der 4 Strecken
        Listelinien.append(koch(y1, z1, lev-1))
        Listelinien.append(koch(z1, z2, lev-1))
        Listelinien.append(koch(z2, z3, lev-1))
        Listelinien.append(koch(z3, y2, lev-1))
    return add(Listelinien)
```

Allerletztes Beispiel III

```
# Einfacher Fall einer Linie
koch(vector([0,0]),vector([1,0]),4)
```