

Einführung in Sage

Jochen Schulz

Einheit 2
WS 2010/2011

Aufgabe 1

1. Erstellen Sie von $\frac{x^2-3x+5}{x^3-2x^2+x}$ die Partialbruchzerlegung.
2. Welchen Wert hat dieser Bruch an der Stelle $x = 1$?

Aufgabe 2

Überprüfen Sie die folgenden Additionstheoreme:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1,$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta),$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta),$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

Aufgabe 3

Machen Sie sich mit dem Befehl `sum` vertraut. Beweisen Sie damit:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k\right)^2.$$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Linearfaktoren von

$$1458ax + 2430a^2 - 315a^3 + 5a^4 - 972x^2 + 126ax^2 - 189a^2x + 3a^3x - 2a^2x^2.$$

Aufgabe 5

Erzeugen sie eine Liste, die folgende Elemente enthält:

$$x^1, x^2, x^3, \dots, x^9$$

Benutzen sie dafür den `range`-Befehl.

Aufgabe 6

Geben Sie eine Näherungslösung für die Gleichung $x = \exp(-x)$ an!

.....

Aufgabe 7

Geben Sie folgende Zeilen ein:

```
[ (x == m) for m in range(1,4)]  
[ (x == m) for m in range(1,4) if is_prime(m) ]
```

Erklären Sie die beiden Ausgaben!

.....

Aufgabe 8 (testierbar)

Bestimmen sie näherungsweise die Zahl π . Nutzen sie dafür die Formel

$$\pi = 4 \frac{A_K}{A_Q}$$

mit A_K Flächeninhalt des Kreises und A_Q Flächeninhalt des Quadrates. Berechnen sie mit Hilfe einer `for`-Schleife und einer `if`-Abfrage das Verhältnis der beiden Flächen und damit die Näherung an π . Nutzen sie dafür aus, dass man für jeden beliebigen Punkt innerhalb des Quadrates bestimmen kann ob er innerhalb des Kreises liegt oder nicht.