

**LABORATORIO N° 1 (cursada 2023)**  
**INTRODUCCIÓN- ERRORES - ALGEBRA LINEAL**

**Ejercicio 1:**

En su computadora, evalúe las siguientes dos funciones:

a)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

b)  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

Evalúelas para un amplio muestreo de valores de  $x$  alrededor del 1, e intente reproducir el tipo de conducta explicada en las clases teóricas bajo el título: “Ruido en la evaluación de funciones.”

Compare los resultados para ambas funciones.

**Ejercicio 2:** Encuentre los autovalores y autovectores de la siguiente matriz con  $n = 20$ :

$$[A] = [a_{ij}] = \left[ \frac{1}{i+j-1} \right]; \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

**Ejercicio 3:**

3.1 Usando MATLAB escriba un programa (archivo .m) para computar un valor aproximado de la derivada de una función empleando la siguiente fórmula de diferencias finitas:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

3.2 Testee su programa usando la función  $\tan x$  para  $x = 1$ . Determine el error comparando con el cuadrado de la función incorporada  $\sec x$ .

3.3 Grafique la magnitud del error en función de  $h$ , para  $h = 10^{-k}$ ,  $k = 0, \dots, 16$ . Usted debería usar escala logarítmica para  $h$  y también para la magnitud del error.

3.4 Hay un valor mínimo para la magnitud del error?

3.5 Cómo compara el valor correspondiente para  $h$  con la regla del pulgar  $h \approx \sqrt{\varepsilon_{mach}}$ ?

3.6 Repita los incisos desde el 3.1 al 3.5 usando la aproximación por diferencias centrales:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

**Ejercicio 4:** Considere la serie infinita divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

4.1 Explique por qué sumar la serie en aritmética de punto flotante da como resultado una suma finita.

4.2 En aritmética de punto flotante, intente predecir cuándo la suma parcial dejará de cambiar en ambos sistemas de cómputo (es decir, para simple o doble precisión). Dada la velocidad de ejecución de su computadora para operaciones de punto flotante, intente predecir cuánto tiempo se necesitará para completar cada cómputo.

4.3 Escriba dos programas para calcular la suma de la serie: uno, en precisión simple y el otro, en doble precisión. Monitoree el progreso de la sumatoria imprimiendo periódicamente el índice y la suma parcial. Qué criterio de parada debería usar? Qué resultado se produce realmente en su computadora? Compare sus resultados con sus predicciones, incluyendo el tiempo de cómputo requerido.

*Observación:* Su versión con precisión simple debería terminar bastante rápido, pero la versión con precisión doble puede llevarle mucho más tiempo. Por lo tanto, podría ser

poco práctico correrla hasta q alcance su completitud, aún cuando sus recursos computacionales sean generosos.

### Ejercicio 5:

5.1 Emplee MATLAB para encontrar la inversa  $[B] = [A]^{-1}$  de la matriz  $[A]$  dada por:

$$[A] = \begin{bmatrix} \left(\frac{n+2}{2n+2}\right) & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \left(\frac{1}{2n+2}\right) \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \left(\frac{1}{2n+2}\right) & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & -\frac{1}{2} & \left(\frac{n+2}{2n+2}\right) \end{bmatrix}$$

con  $n = 50$

5.2 Encuentre  $[C] = [A][B]$  y compute la medida del error E

$$E = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |c_{ij}|, n = 50.$$

Ayuda:  $E = 50$  si la solución es correcta con  $[C] = [I]$