LABORATORIO Nro 2 (cursada 2023)
RESOLUCION DE SISTEMAS LINEALES

Ejercicio 1:

1.1 Use Eliminación de Gauss generando la descomposición A=LU para resolver el sistema $Ax = b$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 9 & -3 \\ -2 & -1 & 7 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$

1.2 Use la factorización LU de A computada en el inciso anterior para resolver el sistema $Ay = c$, donde

$$c = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2: Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1 ¿Qué sucede cuando se emplea Eliminación de Gauss con pivoteo parcial para resolución de sistemas $Ax = b$? ¿Crecen los elementos de la matriz transformada? ¿Qué sucede si se usa pivoteo completo en vez del parcial?

2.2 Emplee rutinas del MATLAB para resolver sistemas lineales de esta forma con el método de eliminación de Gauss con pivoteo parcial, usando del lado derecho vectores b tales que la solución sea conocida. ¿Cómo se comportan el error, el residuo y el número de condición a medida que el sistema se agranda?

2.3 Con respecto al pivoteo, qué conclusiones se pueden sacar de los experimentos realizados en 2.2?

Ejercicio 3:

Sean $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

3.1 Cuál de estas dos matrices es definida positiva? Use el cálculo de determinantes para encontrar su respuesta a esta pregunta.

3.2 Muestre que $\bar{x} = [1 \quad -1 \quad 1]^T$ es la solución de estos sistemas:
$Ax = [0 \quad -1 \quad 5]^T$ y $Bx = [-2 \quad -3 \quad 2]^T$

3.3 Resuelva estos dos sistemas usando el método de Choleski donde corresponda. Caso contrario, realice dos iteraciones por el método de Gauss Seidel comenzando con $x_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$

Ejercicio 4: Emplee los métodos de a) Jacobi y b) Gauss Seidel para resolver el sistema lineal $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$ para obtener una precisión de la solución en norma infinito menor o igual que 10^{-5}. Los elementos de $\boldsymbol{A}$ son:

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i & cuando\ j = i\ e\ i = 1,2,\dots,80 \\ 0.5i & cuando \begin{cases} j = i + 2\ e\ i = 1,2,\dots,78 \\ j = i - 2\ e\ i = 3,4,\dots,80 \end{cases} \\ 0.25i & cuando \begin{cases} j = i + 4\ e\ i = 1,2,\dots,76 \\ j = i - 4\ e\ i = 5,6,\dots,80 \end{cases} \\ 0 & caso\ contrario \end{cases}$$

Y los elementos de ***b*** son: $b_i = \pi$ para cada $i = 1,2,\dots,80$