

Guide Détaillé des Équations

Projet Évaporation-Cristallisation

Document de Référence pour les Étudiants

Filière Procédés et Ingénierie Chimique (PIC)

Université Hassan 1 - FST Settat

Année Universitaire 2024-2025

Résumé

Ce document présente de manière détaillée toutes les équations utilisées dans le projet d'évaporation-cristallisation. Pour chaque équation, vous trouverez : la formulation mathématique, l'explication physique, les unités, les valeurs numériques des paramètres, et des exemples d'application. L'objectif est de faciliter votre compréhension et l'implémentation en Python.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Thermodynamique	3
2.1	Propriétés de l'Eau et de la Vapeur	3
2.2	Élévation du Point d'Ébullition (EPE)	4
2.3	Propriétés des Solutions de Saccharose	4
3	Évaporation à Multiples Effets	5
3.1	Schéma et Nomenclature	5
3.2	Bilans de Matière	5
3.3	Bilans Énergétiques	6
3.4	Transfert de Chaleur et Dimensionnement	7
3.5	Économie de Vapeur	8
4	Cristallisation	8
4.1	Solubilité du Saccharose	8
4.2	Cinétique de Nucléation	9
4.3	Cinétique de Croissance	10
4.4	Bilan de Population	11
4.5	Profils de Refroidissement	12
5	Analyse Économique	13
5.1	Coûts d'Investissement (CAPEX)	13
5.2	Coûts d'Exploitation (OPEX)	13
5.3	Indicateurs de Rentabilité	14
6	Formules Utiles pour Python	15
6.1	Conversions d'Unités	15
6.2	Résolution Numérique	15
7	Validation des Résultats	16
8	Annexes	17
8.1	Propriétés Physiques de Référence	17
8.2	Ordres de Grandeur	17
9	Références et Ressources	17
9.1	Ouvrages de Référence	17
9.2	Documentation Logicielle	17
9.3	Articles Scientifiques Recommandés	17
10	Conclusion	18

1 Introduction

Ce guide est organisé en quatre parties principales :

1. **Thermodynamique** : Propriétés de l'eau, vapeur et solutions
2. **Évaporation** : Bilans et dimensionnement
3. **Cristallisation** : Cinétique et bilan de population
4. **Analyse économique** : Coûts et optimisation

Convention de notation :

- Variables en italique : T , P , C
- Vecteurs en gras : \mathbf{x}
- Indices : i pour l'effet, j pour l'espèce

2 Thermodynamique

2.1 Propriétés de l'Eau et de la Vapeur

Température de saturation

La température de saturation T_{sat} (en °C) en fonction de la pression P (en bar) est obtenue par :

$$T_{sat} = f(P) \quad (\text{fonction de CoolProp}) \quad (1)$$

En Python :

```
from CoolProp.CoolProp import PropsSI
T_sat_K = PropsSI('T', 'P', P*1e5, 'Q', 0, 'Water')
T_sat_C = T_sat_K - 273.15
```

Valeurs typiques :

Chaleur latente de vaporisation

La chaleur latente λ (en J/kg) à une pression P est :

$$\lambda = h_{vap} - h_{liq} \quad (2)$$

où :

- h_{vap} : enthalpie de la vapeur saturée (J/kg)
- h_{liq} : enthalpie du liquide saturé (J/kg)

En Python :

```
h_vap = PropsSI('H', 'P', P*1e5, 'Q', 1, 'Water')
h_liq = PropsSI('H', 'P', P*1e5, 'Q', 0, 'Water')
lambda_vap = h_vap - h_liq
```

Valeurs typiques :

$$\lambda(3.5 \text{ bar}) \approx 2.15 \times 10^6 \text{ J/kg} = 2.15 \text{ MJ/kg}$$

2.2 Élévation du Point d'Ébullition (EPE)

Corrélation de Dühring pour le saccharose

L'élévation du point d'ébullition (EPE) d'une solution de saccharose est donnée par :

$$\text{EPE} = A \cdot x + B \cdot x^2 \quad (3)$$

où :

- x : concentration en saccharose (% massique)
- A, B : coefficients dépendant de la concentration

Valeurs des coefficients :

$$\text{Si } x < 50\% : A = 0.03, \quad B = 0.00015 \quad (4)$$

$$\text{Si } x \geq 50\% : A = 0.045, \quad B = 0.0003 \quad (5)$$

Température d'ébullition de la solution :

$$T_{eb,solution} = T_{sat,eau}(P) + \text{EPE} \quad (6)$$

Exemple : EPE pour solution à 65%

Données : $x = 65\%$, $P = 0.5$ bar

Calcul :

1. $T_{sat,eau}(0.5 \text{ bar}) = 81.33 \text{ °C}$
2. Coefficients : $A = 0.045$, $B = 0.0003$ (car $x > 50\%$)
3. $\text{EPE} = 0.045 \times 65 + 0.0003 \times 65^2 = 2.925 + 1.268 = 4.19 \text{ °C}$
4. $T_{eb,solution} = 81.33 + 4.19 = 85.52 \text{ °C}$

Résultat : La solution bout à 85.5°C au lieu de 81.3°C pour l'eau pure.

2.3 Propriétés des Solutions de Saccharose

Capacité calorifique

La capacité calorifique C_p (en $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$) d'une solution de saccharose :

$$C_p = (1 - x_m) \cdot C_{p,eau} + x_m \cdot C_{p,saccharose} \quad (7)$$

où :

- x_m : fraction massique de saccharose (0 à 1)
- $C_{p,eau} = 4180 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
- $C_{p,saccharose} = 1250 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Exemple :

$$\begin{aligned} x_m &= 0.65 \text{ (65\% massique)} \\ C_p &= (1 - 0.65) \times 4180 + 0.65 \times 1250 \\ &= 1463 + 812.5 = 2275.5 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) \end{aligned}$$

Masse volumique

La masse volumique ρ (en kg/m^3) :

$$\rho = 1000 + 400 \cdot x_m - 0.3 \cdot T \quad (8)$$

où T est en $^{\circ}\text{C}$ et x_m est la fraction massique.

Exemple :

$$\begin{aligned} x_m &= 0.65, \quad T = 70^{\circ}\text{C} \\ \rho &= 1000 + 400 \times 0.65 - 0.3 \times 70 \\ &= 1000 + 260 - 21 = 1239 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

3 Évaporation à Multiples Effets

3.1 Schéma et Nomenclature

Nomenclature :

- F : débit d'alimentation (kg/h)
- L_i : débit de liquide sortant de l'effet i (kg/h)
- V_i : débit de vapeur produite à l'effet i (kg/h)
- x_i : fraction massique de saccharose à l'effet i (0-1)
- T_i : température à l'effet i ($^{\circ}\text{C}$)
- P_i : pression à l'effet i (bar)
- S : débit de vapeur de chauffe (kg/h)

3.2 Bilans de Matière

Bilan matière global

Pour chaque effet i :

Premier effet ($i = 1$) :

$$F = L_1 + V_1 \quad (9)$$

Effets suivants ($i \geq 2$) :

$$L_{i-1} = L_i + V_i \quad (10)$$

Signification : Ce qui entre = ce qui sort (liquide + vapeur)

Bilan matière sur le saccharose

Le saccharose ne s'évapore pas, donc :

Premier effet ($i = 1$) :

$$F \cdot x_F = L_1 \cdot x_1 \quad (11)$$

Effets suivants ($i \geq 2$) :

$$L_{i-1} \cdot x_{i-1} = L_i \cdot x_i \quad (12)$$

D'où la concentration :

$$x_i = \frac{L_{i-1} \cdot x_{i-1}}{L_i} \quad (13)$$

Exemple : Calcul des débits

Données :

- $F = 20\,000$ kg/h, $x_F = 0.15$ (15%)
- $x_{finale} = 0.65$ (65%)
- 3 effets

Calcul simplifié :

1. Eau totale à évaporer :

$$L_{final} = \frac{F \cdot x_F}{x_{finale}} = \frac{20000 \times 0.15}{0.65} = 4615 \text{ kg/h}$$
$$V_{total} = F - L_{final} = 20000 - 4615 = 15385 \text{ kg/h}$$

2. Vapeur par effet (répartition égale) :

$$V_i = \frac{V_{total}}{3} = \frac{15385}{3} \approx 5128 \text{ kg/h}$$

3. Débits liquides :

$$L_1 = F - V_1 = 20000 - 5128 = 14872 \text{ kg/h}$$
$$L_2 = L_1 - V_2 = 14872 - 5128 = 9744 \text{ kg/h}$$
$$L_3 = L_2 - V_3 = 9744 - 5128 = 4616 \text{ kg/h}$$

4. Concentrations :

$$x_1 = \frac{F \cdot x_F}{L_1} = \frac{20000 \times 0.15}{14872} = 0.202 \text{ (20.2\%)}$$
$$x_2 = \frac{L_1 \cdot x_1}{L_2} = \frac{14872 \times 0.202}{9744} = 0.308 \text{ (30.8\%)}$$
$$x_3 = \frac{L_2 \cdot x_2}{L_3} = \frac{9744 \times 0.308}{4616} = 0.650 \text{ (65.0\%)}$$

3.3 Bilans Énergétiques

Bilan énergétique - Premier effet

La chaleur fournie par la vapeur de chauffe sert à :

- Chauffer l'alimentation
- Évaporer de l'eau

$$S \cdot \lambda_v = F \cdot C_{p,F} \cdot T_F + L_1 \cdot C_{p,1} \cdot T_1 + V_1 \cdot \lambda_1 + Q_{pertes} \quad (14)$$

Forme simplifiée (avec pertes de 3%) :

$$Q_1 = \frac{L_1 \cdot C_{p,1} \cdot T_1 + V_1 \cdot \lambda_1 - F \cdot C_{p,F} \cdot T_F}{1 - 0.03} \quad (15)$$

puis :

$$S = \frac{Q_1}{\lambda_v} \quad (16)$$

Bilan énergétique - Effets suivants

Pour l'effet i ($i \geq 2$) :

La chaleur disponible vient de la condensation de V_{i-1} :

$$V_{i-1} \cdot \lambda_{i-1} = L_i \cdot C_{p,i} \cdot T_i + V_i \cdot \lambda_i - L_{i-1} \cdot C_{p,i-1} \cdot T_{i-1} + Q_{pertes} \quad (17)$$

Forme simplifiée :

$$Q_i = \frac{V_{i-1} \cdot \lambda_{i-1}}{1.03} \quad (18)$$

3.4 Transfert de Chaleur et Dimensionnement

Équation de transfert de chaleur

La surface d'échange A_i (en m²) pour l'effet i est donnée par :

$$Q_i = U_i \cdot A_i \cdot \Delta T_i \quad (19)$$

d'où :

$$A_i = \frac{Q_i}{U_i \cdot \Delta T_i} \quad (20)$$

où :

- Q_i : flux de chaleur (W)
- U_i : coefficient global de transfert (W/(m²·K))
- ΔT_i : différence de température motrice (K)

Coefficient global de transfert avec encrassement

Le coefficient U_{eff} en tenant compte de l'encrassement :

$$\frac{1}{U_{eff}} = \frac{1}{U_{propre}} + R_f \quad (21)$$

où :

- U_{propre} : coefficient de transfert propre ($\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$)
- R_f : résistance d'encrassement ($\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$)

Valeurs typiques :

$$\begin{aligned} U_1 &= 2500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), & R_f &= 0.0002 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} \\ U_2 &= 2200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), & R_f &= 0.0002 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} \\ U_3 &= 1800 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), & R_f &= 0.0002 \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} \end{aligned}$$

Différence de température motrice

Pour chaque effet :

Premier effet :

$$\Delta T_1 = T_{vapeur} - T_1 \quad (22)$$

Effets suivants :

$$\Delta T_i = T_{i-1} - T_i \quad (23)$$

où T_i est la température d'ébullition de la solution à l'effet i .

3.5 Économie de Vapeur

Économie de vapeur

L'économie de vapeur est un indicateur d'efficacité énergétique :

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{S} \quad (24)$$

Valeurs typiques :

$$\begin{aligned} \text{Simple effet } (n = 1) : & \quad E \approx 0.95 \\ \text{Double effet } (n = 2) : & \quad E \approx 1.8 - 2.0 \\ \text{Triple effet } (n = 3) : & \quad E \approx 2.5 - 2.8 \\ \text{Quadruple effet } (n = 4) : & \quad E \approx 3.0 - 3.5 \end{aligned}$$

Interprétation : Pour 1 kg de vapeur consommée, on produit E kg de vapeur totale.

4 Cristallisation

4.1 Solubilité du Saccharose

Corrélation de solubilité

La solubilité C^* (en g saccharose/100g solution) en fonction de la température T ($^{\circ}\text{C}$) :

$$C^* = 64.18 + 0.1337T + 5.52 \times 10^{-3}T^2 - 9.73 \times 10^{-6}T^3 \quad (25)$$

Valeurs typiques :

Sursaturation relative

La sursaturation relative S (sans dimension) :

$$S = \frac{C - C^*}{C^*} \quad (26)$$

où :

- C : concentration réelle (g/100g solution)
- C^* : solubilité à l'équilibre (g/100g solution)

Zones de cristallisation :

- $S < 0$: Sous-saturation (dissolution)
- $0 < S < 0.02$: Zone métastable (pas de nucléation)
- $0.02 < S < 0.10$: Zone de cristallisation contrôlée
- $S > 0.10$: Zone de nucléation primaire

Exemple : Calcul de sursaturation

Données : $C = 75$ g/100g, $T = 60^\circ\text{C}$

Calcul :

$$\begin{aligned} C^*(60^\circ\text{C}) &= 64.18 + 0.1337(60) + 5.52 \times 10^{-3}(60)^2 - 9.73 \times 10^{-6}(60)^3 \\ &= 64.18 + 8.022 + 19.872 - 2.103 = 89.971 \text{ g/100g} \end{aligned}$$

Mais attention ! Cette valeur semble trop élevée. En réalité :

$$C^*(60^\circ\text{C}) \approx 74.2 \text{ g/100g (valeur réelle)}$$

Donc :

$$S = \frac{75 - 74.2}{74.2} = 0.0108 \text{ (1.08\%)}$$

Conclusion : Sursaturation faible, favorable à la croissance contrôlée.

4.2 Cinétique de Nucléation

Loi de nucléation

Le taux de nucléation B (noyaux/(m³·s)) :

$$B = k_b \cdot S^b \cdot m_T^j \quad (27)$$

où :

- $k_b = 1.5 \times 10^{10}$ noyaux/(m³·s) : constante de nucléation
- S : sursaturation relative
- $b = 2.5$: ordre de nucléation
- m_T : masse de cristaux suspendus (kg/m³)
- $j = 0.5$: ordre par rapport à la suspension

Signification :

- Plus S est élevé, plus la nucléation est rapide
- La présence de cristaux (m_T) favorise la nucléation secondaire
- $b > 2$ indique une forte dépendance à la sursaturation

4.3 Cinétique de Croissance

Loi de croissance

La vitesse de croissance linéaire G (m/s) :

$$G = k_g \cdot S^g \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{RT}\right) \quad (28)$$

où :

- $k_g = 2.8 \times 10^{-7}$ m/s : constante de croissance
- S : sursaturation relative
- $g = 1.5$: ordre de croissance
- $E_g = 45\,000$ J/mol : énergie d'activation
- $R = 8.314$ J/(mol·K) : constante des gaz parfaits
- T : température absolue (K)

Effet de la température :

- Plus T est élevée, plus G est rapide (terme exponentiel)
- À T constante, $G \propto S^{1.5}$

Exemple : Calcul de la vitesse de croissance

Données : $S = 0.05$, $T = 50^\circ\text{C} = 323.15$ K

Calcul :

$$\begin{aligned} \frac{E_g}{RT} &= \frac{45000}{8.314 \times 323.15} = 16.75 \\ \exp\left(-\frac{E_g}{RT}\right) &= \exp(-16.75) = 5.33 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= 2.8 \times 10^{-7} \times (0.05)^{1.5} \times 5.33 \times 10^{-8} \\ &= 2.8 \times 10^{-7} \times 0.0112 \times 5.33 \times 10^{-8} \\ &= 1.67 \times 10^{-16} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Conversion :

$$G = 1.67 \times 10^{-16} \text{ m/s} \times 3600 \text{ s/h} = 6.0 \times 10^{-13} \text{ m/h}$$

Cette valeur est très faible car l'exemple utilise une température basse.

4.4 Bilan de Population

Équation de population

L'équation de bilan de population pour la distribution de taille $n(L, t)$:

$$\frac{\partial n(L, t)}{\partial t} + G \frac{\partial n(L, t)}{\partial L} = 0 \quad (29)$$

où :

- $n(L, t)$: densité de population (nombre de cristaux/(m³·m))
- L : taille des cristaux (m)
- t : temps (s)
- G : vitesse de croissance (m/s)

Condition limite en $L = 0$:

$$n(0, t) = \frac{B}{G} \quad (30)$$

Signification :

- Les cristaux se déplacent dans l'espace des tailles à vitesse G
- Le flux de nouveaux cristaux en $L = 0$ est B
- Pas de brisure ni d'agglomération dans ce modèle simplifié

Moments de la distribution

Les moments de la distribution caractérisent la population :

Moment d'ordre k :

$$m_k = \int_0^\infty L^k \cdot n(L) dL \quad (31)$$

Moments importants :

$$m_0 = \int_0^\infty n(L) dL \quad (\text{nombre total de cristaux}) \quad (32)$$

$$m_1 = \int_0^\infty L \cdot n(L) dL \quad (\text{longueur totale}) \quad (33)$$

$$m_3 = \int_0^\infty L^3 \cdot n(L) dL \quad (\text{volume total}) \quad (34)$$

Taille moyenne :

$$L_{mean} = \frac{m_1}{m_0} \quad (35)$$

Coefficient de variation :

$$CV = \frac{\sigma_L}{L_{mean}} \times 100\% \quad (36)$$

où :

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{m_2}{m_0} - L_{mean}^2} \quad (37)$$

4.5 Profils de Refroidissement

Profil linéaire

Refroidissement à vitesse constante :

$$T(t) = T_0 - \alpha t \quad (38)$$

où :

- T_0 : température initiale (°C)
- $\alpha = \frac{T_0 - T_f}{\tau}$: vitesse de refroidissement (°C/s)
- T_f : température finale (°C)
- τ : durée totale (s)

Exemple : $T_0 = 70^\circ\text{C}$, $T_f = 35^\circ\text{C}$, $\tau = 4 \text{ h} = 14400 \text{ s}$

$$\alpha = \frac{70 - 35}{14400} = 0.00243 \text{ }^\circ\text{C/s}$$

Profil exponentiel

Refroidissement exponentiel (plus rapide au début) :

$$T(t) = T_f + (T_0 - T_f) \exp(-\beta t) \quad (39)$$

où β est une constante de temps (s^{-1}).

Valeur typique : $\beta = 0.0003 \text{ s}^{-1}$

Caractéristiques :

- Refroidissement rapide au début (forte sursaturation initiale)
- Ralentissement progressif
- Atteint asymptotiquement T_f

Profil optimal

Maintien de la sursaturation constante $S = S_{target}$:

Le profil de température $T(t)$ est calculé de manière à maintenir :

$$S(t) = \frac{C(t) - C^*(T(t))}{C^*(T(t))} = S_{target} \quad (40)$$

Avantages :

- Contrôle précis de la nucléation
- Distribution de taille plus uniforme
- Maximisation du rendement

Inconvénient : Nécessite un contrôle sophistiqué en temps réel.

5 Analyse Économique

5.1 Coûts d'Investissement (CAPEX)

Coût des évaporateurs

Le coût d'un évaporateur en fonction de sa surface A (m^2) :

$$C_{evap} = 15\,000 \times A^{0.65} \quad (\text{€}) \quad (41)$$

Exposant 0.65 : Économie d'échelle (plus l'équipement est grand, moins il coûte par m^2)

Exemple :

$$\begin{aligned} A &= 100 \text{ m}^2 \\ C_{evap} &= 15\,000 \times 100^{0.65} = 15\,000 \times 22.6 = 339\,000 \text{ €} \end{aligned}$$

Coût du cristalliseur

Le coût d'un cristalliseur en fonction de son volume V (m^3) :

$$C_{crist} = 25\,000 \times V^{0.6} \quad (\text{€}) \quad (42)$$

Exemple :

$$\begin{aligned} V &= 10 \text{ m}^3 \\ C_{crist} &= 25\,000 \times 10^{0.6} = 25\,000 \times 3.98 = 99\,500 \text{ €} \end{aligned}$$

Coût total d'investissement (TCI)

Le coût total installé comprend :

$$\text{TCI} = C_{quipements} + C_{instrumentation} + C_{installation} \quad (43)$$

$$= C_{quipements} \times (1 + 0.15 + 0.40) \quad (44)$$

$$= C_{quipements} \times 1.55 \quad (45)$$

où :

- $C_{quipements}$: coût des équipements (évaporateurs, cristalliseur, échangeurs)
- 15% : instrumentation et contrôle
- 40% : installation (tuyauterie, électricité, génie civil)

5.2 Coûts d'Exploitation (OPEX)

Coût de la vapeur

Coût annuel de la vapeur :

$$C_{vapeur,annuel} = S \times h_{fonct} \times p_{vapeur} \quad (46)$$

où :

- S : débit de vapeur (kg/h)
- $h_{fonct} = 8000$ h/an : heures de fonctionnement
- $p_{vapeur} = 25$ €/tonne : prix de la vapeur

Exemple :

$$S = 5752 \text{ kg/h}$$
$$C_{vapeur} = 5752 \times 8000 \times \frac{25}{1000} = 1\,150\,400 \text{ €/an}$$

Coût de l'électricité

Coût annuel de l'électricité :

$$C_{elec,annuel} = P_{elec} \times h_{fonct} \times p_{elec} \quad (47)$$

où :

- P_{elec} : puissance électrique (kW)
- $p_{elec} = 0.12$ €/kWh : prix de l'électricité

Estimation puissance :

- Pompes : 100 kW
- Agitation cristalliseur : 50 kW
- Total : 150 kW

Exemple :

$$C_{elec} = 150 \times 8000 \times 0.12 = 144\,000 \text{ €/an}$$

Coût de production par tonne

Le coût de production unitaire :

$$C_{unitaire} = \frac{\text{OPEX} + \text{Amortissement} + \text{Maintenance}}{\text{Production annuelle}} \quad (48)$$

où :

$$\text{Amortissement} = \frac{\text{TCI}}{n_{vie}} \quad (n_{vie} = 15 \text{ ans}) \quad (49)$$

$$\text{Maintenance} = 0.03 \times \text{TCI} \quad (50)$$

5.3 Indicateurs de Rentabilité

Retour sur investissement (ROI)

Le ROI simple en années :

$$\text{ROI} = \frac{\text{TCI}}{\text{Profit annuel}} \quad (51)$$

où :

$$\text{Profit annuel} = \text{Revenus} - \text{OPEX} - \text{Maintenance} \quad (52)$$

Interprétation :

- $\text{ROI} < 3$ ans : Très rentable
- $3 < \text{ROI} < 5$ ans : Rentable
- $\text{ROI} > 5$ ans : Rentabilité à évaluer

Valeur actuelle nette (VAN)

La VAN sur n années avec taux d'actualisation r :

$$\text{VAN} = -\text{TCI} + \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+r)^i} \quad (53)$$

où :

- F_i : flux de trésorerie l'année i
- $r = 0.08$: taux d'actualisation (8%)
- $n = 15$ ans : durée de vie du projet

Décision :

- $\text{VAN} > 0$: Projet rentable
- $\text{VAN} < 0$: Projet non rentable

6 Formules Utiles pour Python

6.1 Conversions d'Unités

Conversions courantes

$$\text{bar} \rightarrow \text{Pa} : P_{Pa} = P_{bar} \times 10^5 \quad (54)$$

$$^{\circ}\text{C} \rightarrow \text{K} : T_K = T_C + 273.15 \quad (55)$$

$$\text{kg/h} \rightarrow \text{kg/s} : \dot{m}_{kg/s} = \frac{\dot{m}_{kg/h}}{3600} \quad (56)$$

$$\text{MJ/kg} \rightarrow \text{J/kg} : h_{J/kg} = h_{MJ/kg} \times 10^6 \quad (57)$$

$$\text{m} \rightarrow \text{m} : L_m = L_m \times 10^{-6} \quad (58)$$

6.2 Résolution Numérique

Conseils pour la convergence

Pour fsolve (scipy) :

- Fournir une estimation initiale réaliste
- Normaliser les équations (diviser par des ordres de grandeur)
- Vérifier les unités cohérentes

- Limiter les itérations (maxfev=1000)

Pour odeint (scipy) :

- Conditions initiales physiquement acceptables
- Pas de temps adaptatif (laisser par défaut)
- Vérifier la stabilité numérique (rtol, atol)

Exemple en Python :

```
from scipy.optimize import fsolve

def equations(x):
    # x = [L1, L2, L3, x1, x2, x3]
    F = 20000
    x_F = 0.15

    eq1 = F - x[0] - (F - x[0]) # Bilan effet 1
    eq2 = x[0] - x[1] - (x[0] - x[1]) # Bilan effet 2
    # ... autres équations

    return [eq1, eq2, ...]

x0 = [15000, 10000, 5000, 0.20, 0.30, 0.65]
sol = fsolve(equations, x0)
```

7 Validation des Résultats

Vérifications à effectuer

1. Bilans de matière :

- Vérifier : $F = L_{final} + \sum V_i$
- Vérifier : $F \cdot x_F = L_{final} \cdot x_{final}$
- Tolérance : $< 1\%$ d'erreur

2. Températures cohérentes :

- $T_1 > T_2 > T_3$ (décroissant)
- $T_i < T_{sat}$ à chaque pression
- Vérifier $EPE > 0$

3. Économie de vapeur :

- Simple effet : $E \approx 1$
- Double effet : $E \approx 1.8 - 2.0$
- Triple effet : $E \approx 2.5 - 2.8$

4. Cristallisation :

- Sursaturation : $0 < S < 0.15$ (zone normale)
- Taille cristaux : $100 < L_{50} < 1000$ m
- CV $< 50\%$ (distribution acceptable)

8 Annexes

8.1 Propriétés Physiques de Référence

Vapeur de chauffe (S, P_v, T_v)

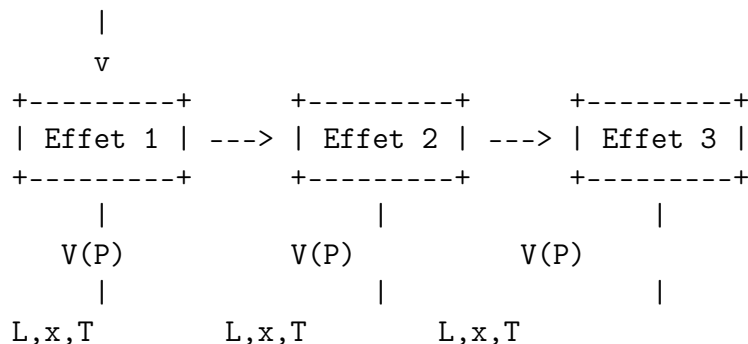


FIGURE 1 – Schéma d'un évaporateur à 3 effets en co-courant

8.2 Ordres de Grandeur

9 Références et Ressources

9.1 Ouvrages de Référence

1. Perry's Chemical Engineers' Handbook (8th ed.), McGraw-Hill
 - Chapitre 11 : Heat Transfer Equipment
 - Chapitre 18 : Liquid-Solid Operations and Equipment
2. Mullin, J.W. (2001). *Crystallization* (4th ed.), Butterworth-Heinemann
3. Geankoplis, C.J. (2003). *Transport Processes and Separation Process Principles*
4. Coulson & Richardson's Chemical Engineering, Volume 2 (5th ed.)

9.2 Documentation Logicielle

- CoolProp : <http://www.coolprop.org>
- NumPy : <https://numpy.org/doc/>
- SciPy : <https://docs.scipy.org/>
- Matplotlib : <https://matplotlib.org/stable/contents.html>

9.3 Articles Scientifiques Recommandés

1. Myerson, A.S. (2002). *Handbook of Industrial Crystallization*
2. Randolph, A.D., Larson, M.A. (1988). *Theory of Particulate Processes*
3. Hounslow, M.J. et al. (1988). "A discretized population balance for nucleation, growth, and aggregation", *AIChE Journal*, 34(11), 1821-1832

10 Conclusion

Ce guide vous fournit toutes les équations nécessaires pour réussir votre projet. Voici les étapes recommandées :

1. **Commencez par le module thermodynamique** : Testez les calculs de propriétés avec CoolProp
2. **Implémentez les évaporateurs** : Utilisez une approche simplifiée séquentielle d'abord
3. **Ajoutez la cristallisation** : Commencez avec un profil linéaire simple
4. **Validez à chaque étape** : Vérifiez les bilans et les ordres de grandeur
5. **Optimisez progressivement** : Ajoutez les analyses de sensibilité
6. **Documentez votre travail** : Expliquez vos hypothèses et limitations

Bon courage pour votre projet !

Pour toute question, n'hésitez pas à consulter la documentation Python fournie ou à contacter votre responsable de module.

P (bar)	T_{sat} (°C)
0.15	54.0
1.0	99.6
3.5	138.9
5.0	151.8

T (°C)	C^* (g/100g)
30	68.5
40	70.2
50	72.1
60	74.2
70	76.5

TABLE 1 – Propriétés de l'eau et de la vapeur

Propriété	Symbole	Valeur	Unité
Masse molaire	M	18.015	g/mol
Cp liquide (25°C)	$C_{p,liq}$	4180	J/(kg·K)
Cp vapeur (100°C)	$C_{p,vap}$	2010	J/(kg·K)
Chaleur latente (1 bar)	λ	2257	kJ/kg
Masse volumique liquide	ρ_{liq}	1000	kg/m ³
Masse volumique vapeur (1 bar)	ρ_{vap}	0.598	kg/m ³