

Algoritmi za urejanje podatkov

Primož Lah

Mentor: dr. José Antonio Montero Aguilar

UL PEF, DU Ma-Ra

Matematične tehnologije



PEF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Pedagoška fakulteta

Kazalo

1 Definicije

- Algoritem za urejanje podatkov
- O -notacija

Kazalo

1 Definicije

- Algoritem za urejanje podatkov
- O -notacija

2 Pogosti algoritmi za urejanje podatkov

- Bubble sort
- Insertion sort
- Quick sort
- Selection sort
- Counting sort
- Bogosort

Kazalo

1 Definicije

- Algoritem za urejanje podatkov
- O -notacija

2 Pogosti algoritmi za urejanje podatkov

- Bubble sort
- Insertion sort
- Quick sort
- Selection sort
- Counting sort
- Bogosort

3 Primerjava časovnih zahtevnosti

Algoritem za urejanje podatkov

Algoritem za urejanje podatkov

Definicija

Algoritem za urejanje podatkov je postopek, s katerim elemente seznama uredimo po določenem vrstnem redu.

Algoritem za urejanje podatkov

Algoritem za urejanje podatkov

Definicija

Algoritem za urejanje podatkov je postopek, s katerim elemente seznama uredimo po določenem vrstnem redu.

- Na urejenem naboru podatkov je izvajanje programov bolj učinkovito.

Algoritem za urejanje podatkov

Algoritem za urejanje podatkov

Definicija

Algoritem za urejanje podatkov je postopek, s katerim elemente seznama uredimo po določenem vrstnem redu.

- Na urejenem naboru podatkov je izvajanje programov bolj učinkovito.
- Algoritem za urejanje podatkov mora biti:
 - 1 Urejen monotono
 - 2 Permutacija vhodnega nabora elementov

Delitev algoritmov

1 Tip podatkov

- Numerični
- Leksikografski

Delitev algoritmov

1 Tip podatkov

- Numerični
- Leksikografski

2 Lokacija hrambe podatkov med izvajanjem

- Notranji
- Zunanji

Algoritem za urejanje podatkov

Delitev algoritmov

1 Tip podatkov

- Numerični
- Leksikografski

2 Lokacija hrambe podatkov med izvajanjem

- Notranji
- Zunanji

3 Princip urejanja

- Zamenjave
- Vstavljanje
- Urejanje po delih
- itd.

Algoritem za urejanje podatkov

Delitev algoritmov

4 Prostorska zahtevnost

- Urejanje na mestu
- Kopiranje nabora elementov

Algoritem za urejanje podatkov

Delitev algoritmov

4 Prostorska zahtevnost

- Urejanje na mestu
- Kopiranje nabora elementov

5 Časovna zahtevnost

- O -notacija

O-notacija

O-notacija

Definicija

Časovna zahtevnost je funkcija, ki nam pove, kako se čas izvajanja algoritma povečuje z večanjem nabora vhodnih podatkov.



O-notacija

O-notacija

Definicija

Časovna zahtevnost je funkcija, ki nam pove, kako se čas izvajanja algoritma povečuje z večanjem nabora vhodnih podatkov.

Definicija

O-notacija je matematični zapis, ki opisuje približno velikost funkcije oz. domene.

V računalništvu O-notacija opisuje časovno zahtevnost programa

O-notacija

O-notacija

- Pove, kako se čas izvajanja povečuje s številom vhodnih podatkov, ne pa točnega časa izvajanja
- Dva algoritma z enako časovno zahtevnostjo nista nujno enako hitra

O-notacija*O*-notacija

- Pove, kako se čas izvajanja povečuje s številom vhodnih podatkov, ne pa točnega časa izvajanja
- Dva algoritma z enako časovno zahtevnostjo nista nujno enako hitra

Primer

Program	Časovna zahtevnost	t[100]	t[200]
A	$O(n^2)$	2s	$4 \cdot (n = 2)^2 = 16s$
B	$O(n^2)$	2s	$4 \cdot (n = 10)^2 = 400s$

O-notacija

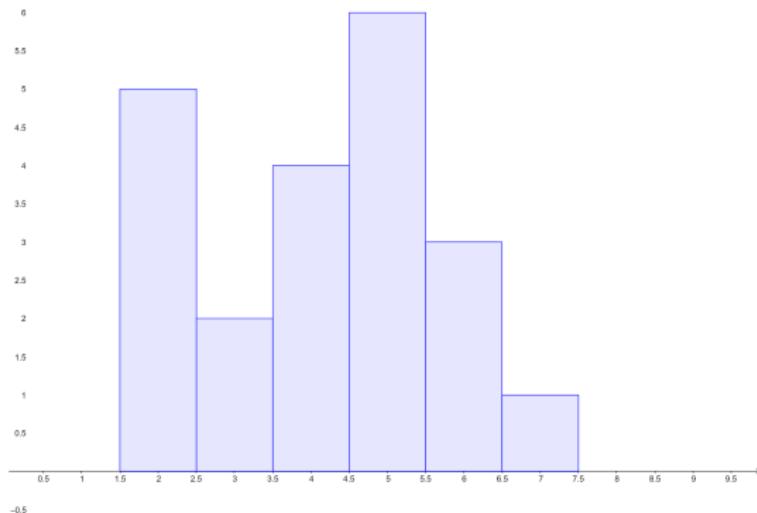
O-notacija

- Je v pomoč programerju za hitrejšo oceno učinkovitosti programa
- Program ima tako časovno zahtevnost kot najpočasnejši sestavni del

Bubble sort

- *slo.* Mehurčno urejanje
- Primerja sosednje pare elementov po velikosti
- Intuitiven, a neučinkovit
- Časovna zahtevnost:
 - Povprečno: $O(n^2)$
 - V najboljšem primeru: $O(n)$

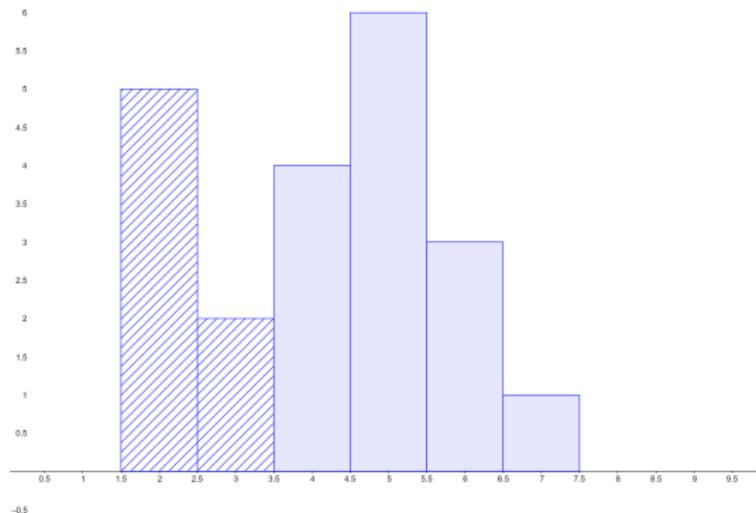
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

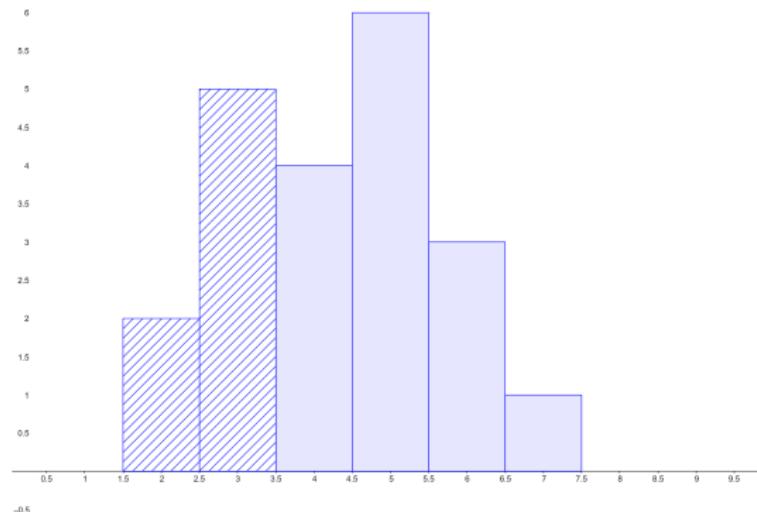
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

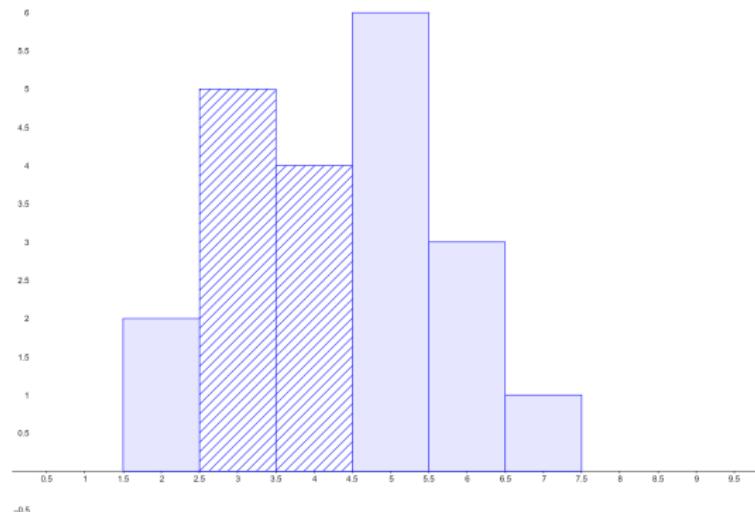
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

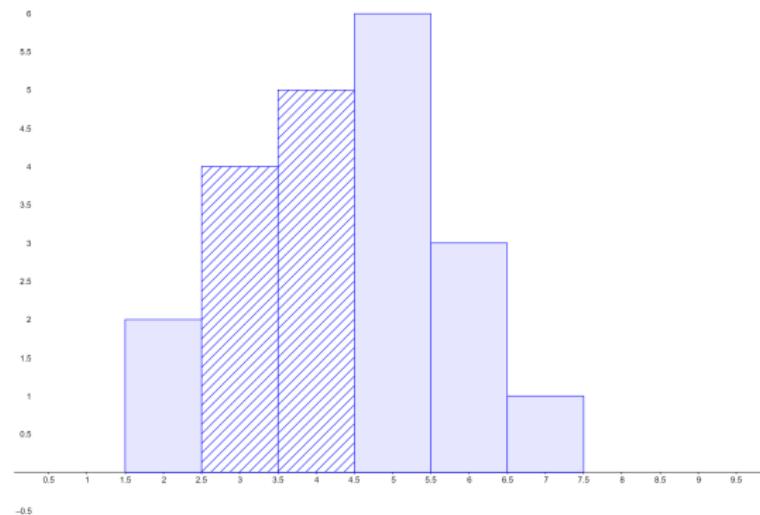
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

Delovanje

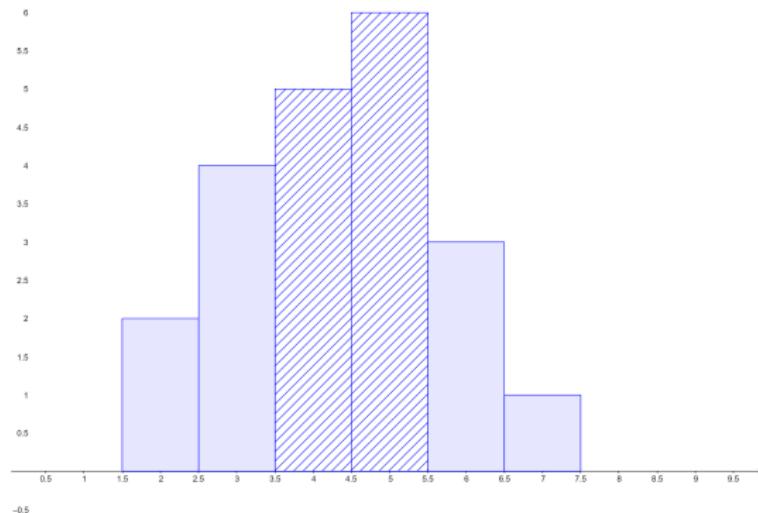


Slika: Delovanje algoritma Bubble sort



Bubble sort

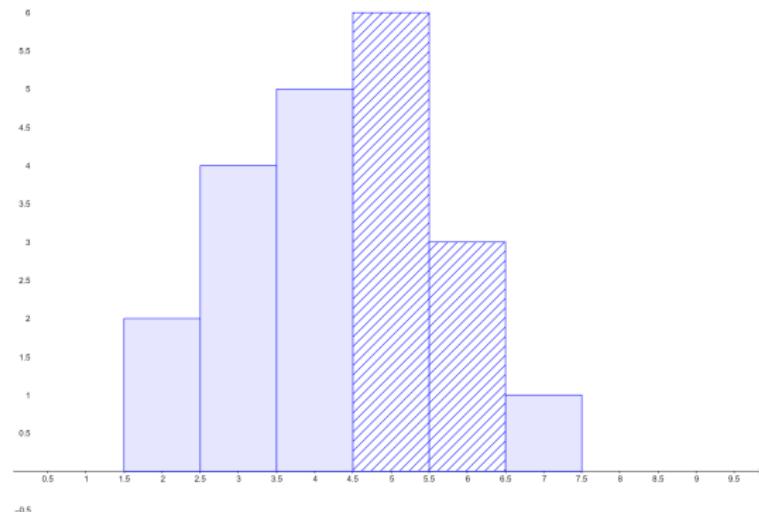
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

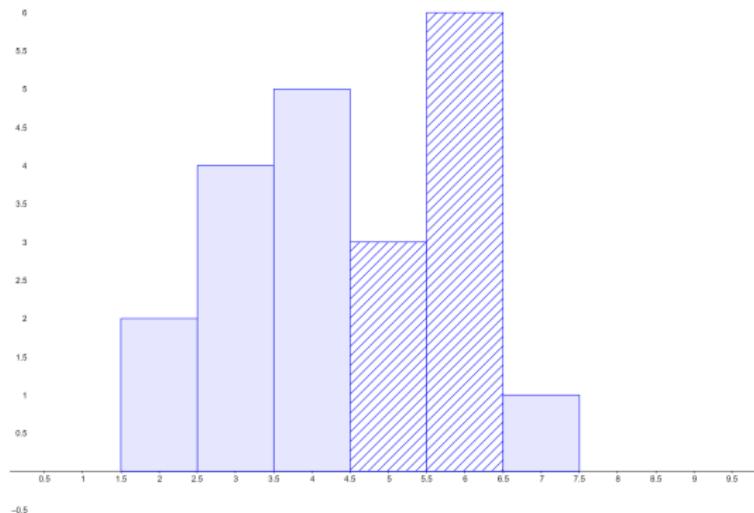
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

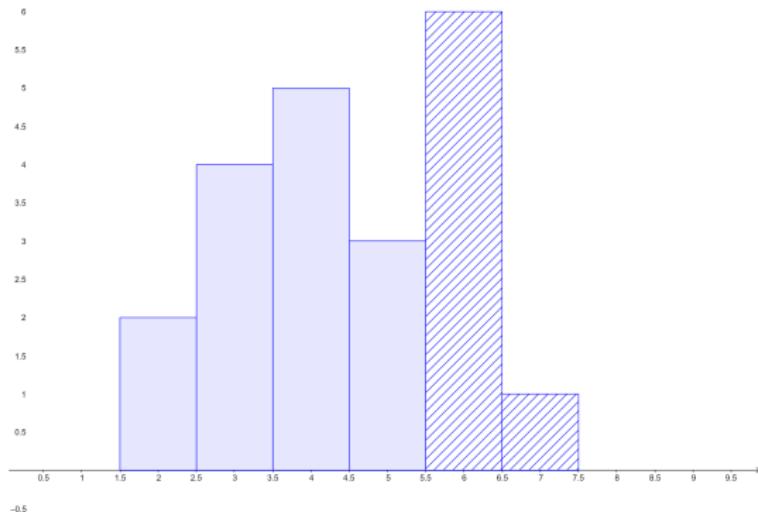
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

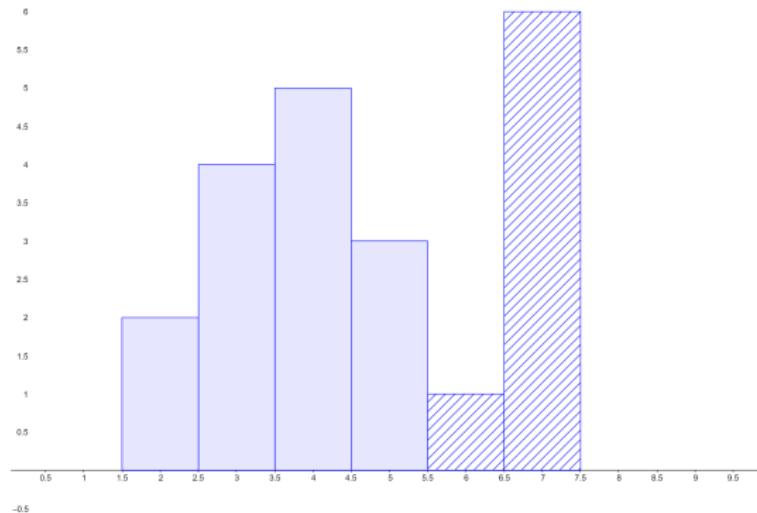
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

Bubble sort

Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bubble sort

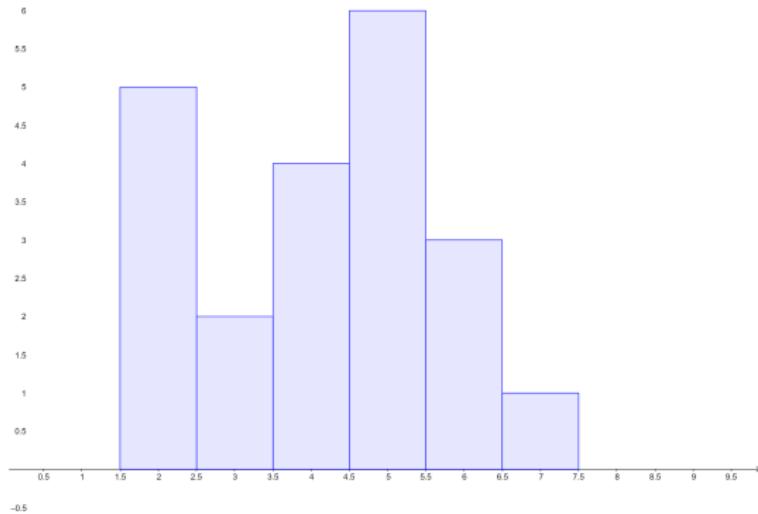
Insertion sort

Insertion sort

- *slo.* Urejanje z navadnim vstavljanjem
- Simulira, kako človek ureja podatke
- Časovna zahtevnost: $O(n^2)$

Insertion sort

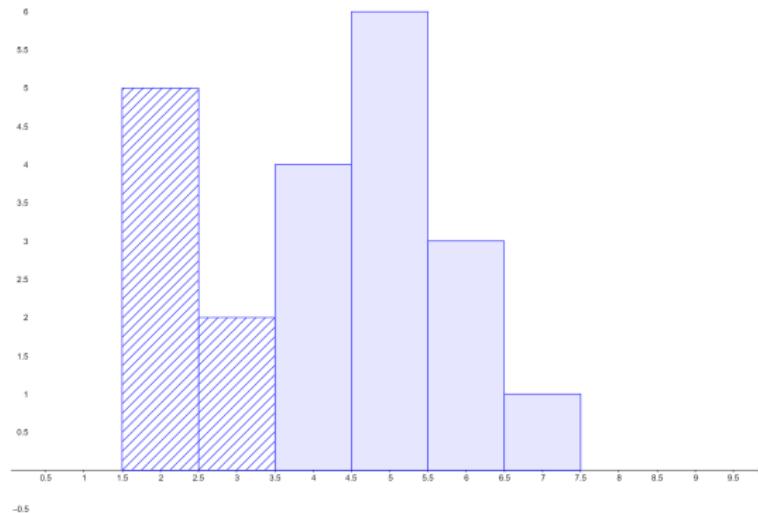
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

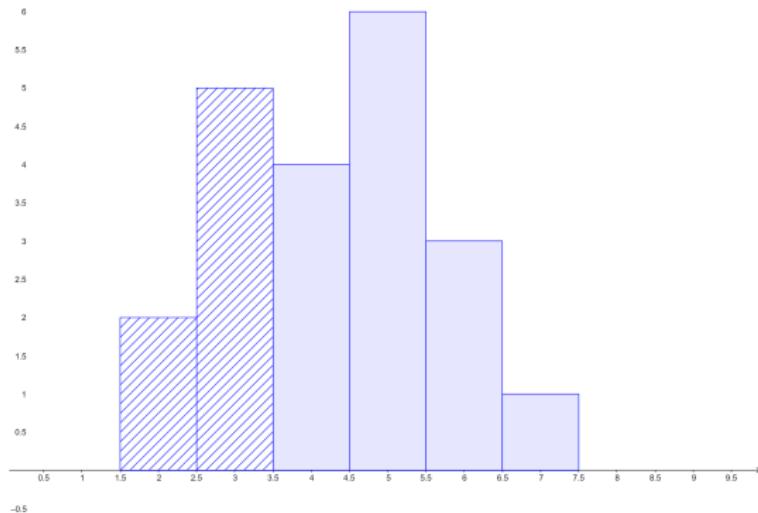
Insertion sort

Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

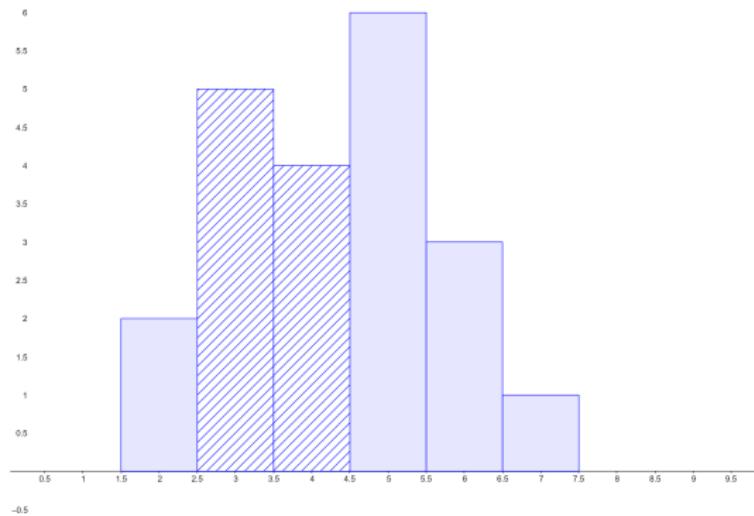
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

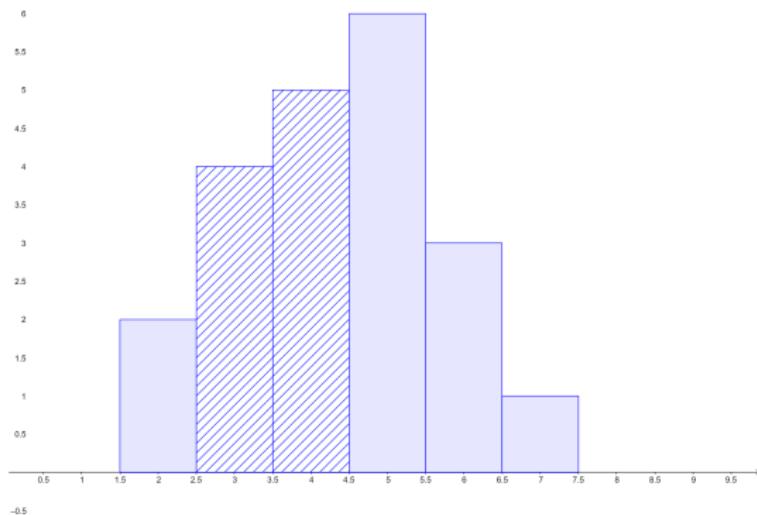
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

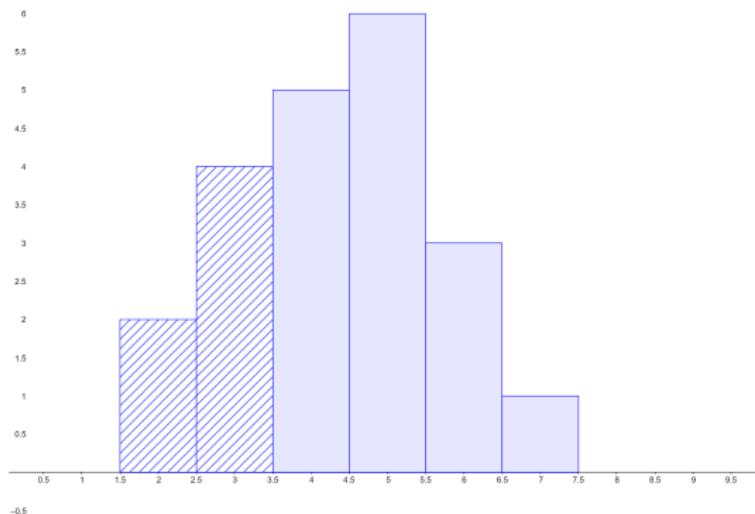
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

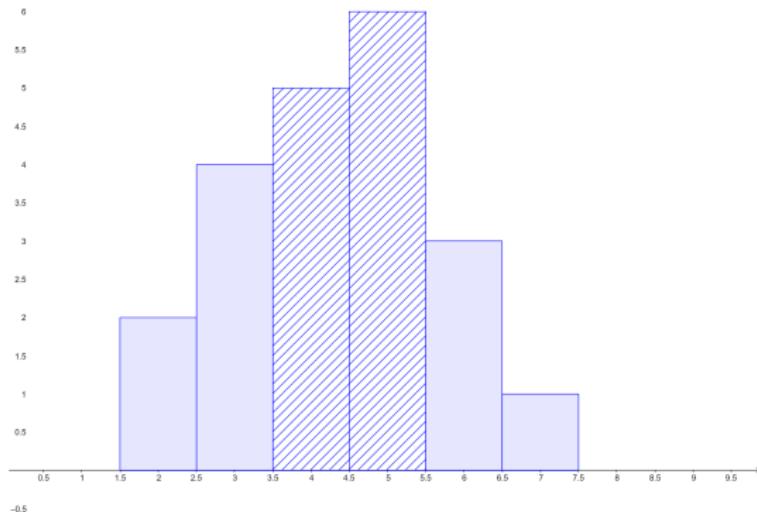
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

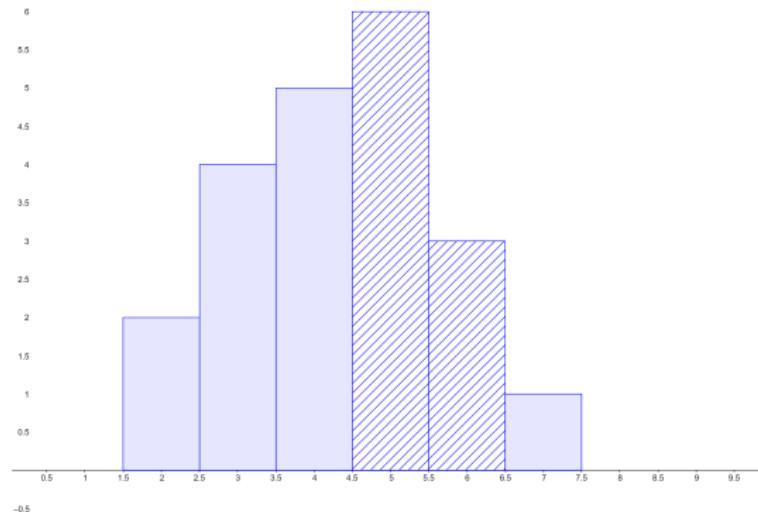
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

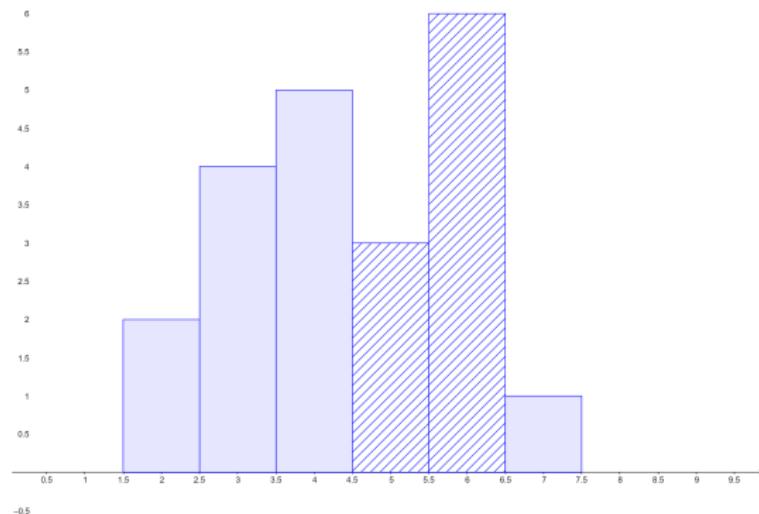
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

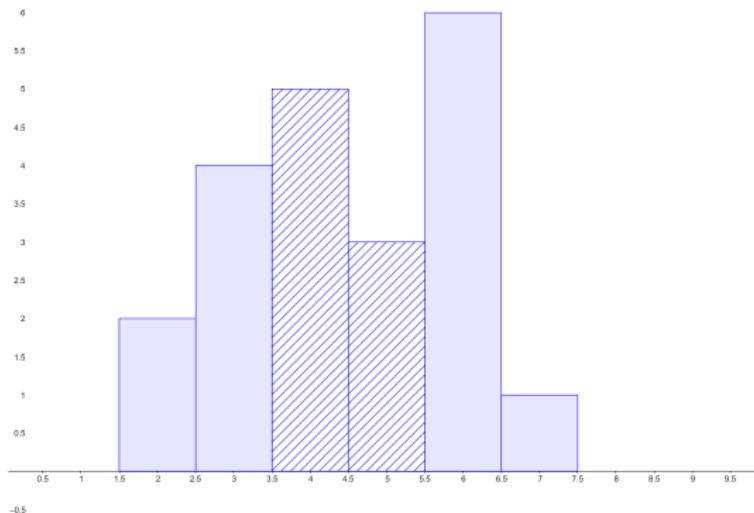
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

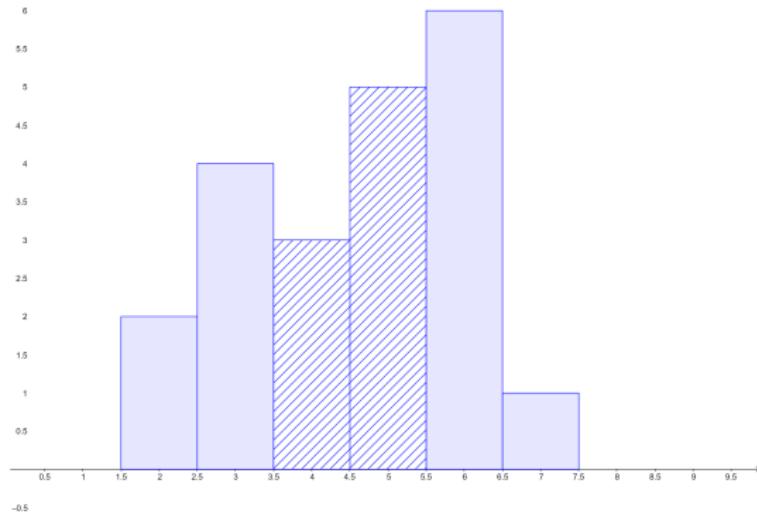
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

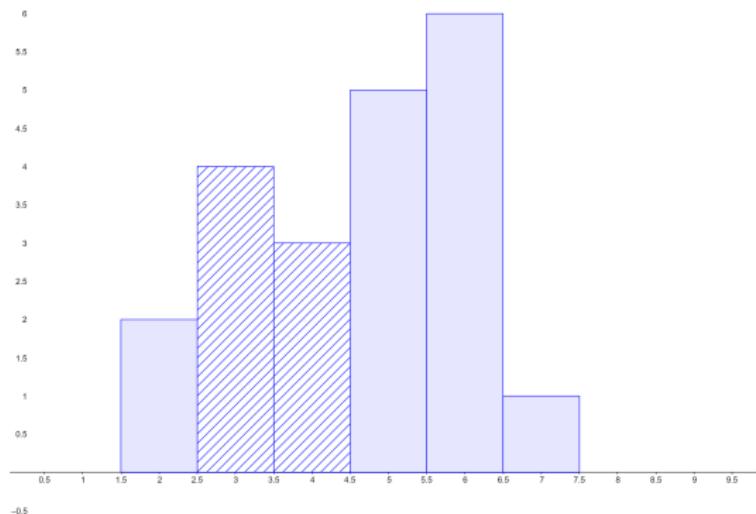
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

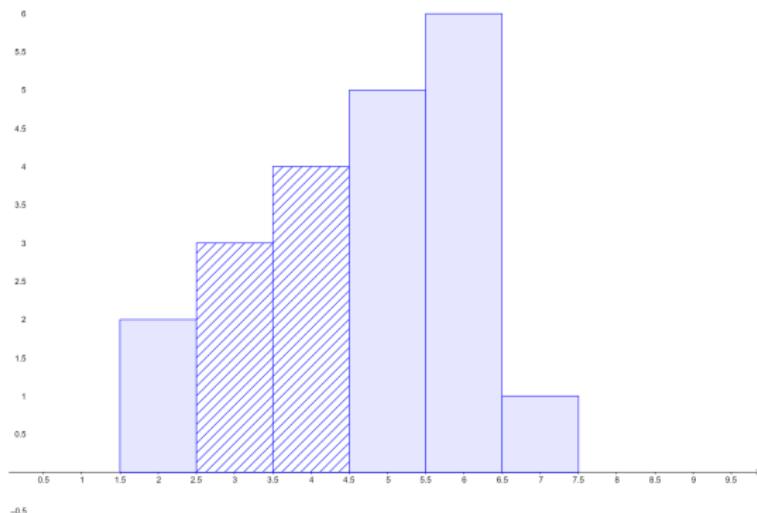
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

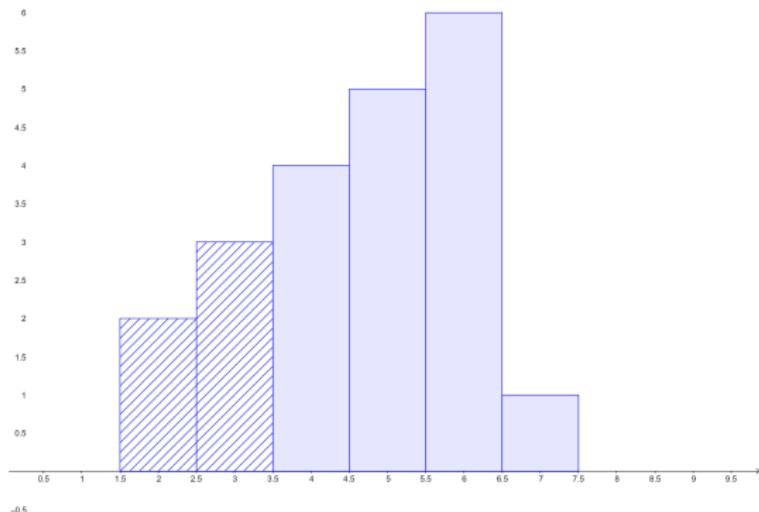
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

Insertion sort

Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Insertion sort

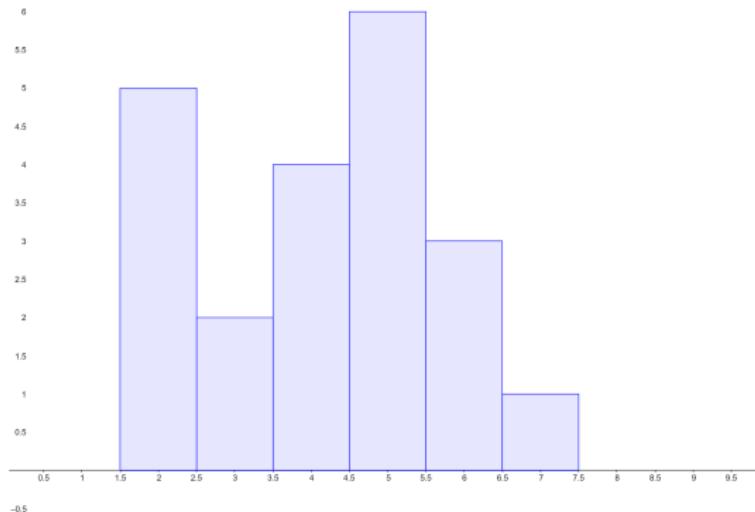
Quick sort

Quick sort

- *slo.* Hitro urejanje
- Podoben delovanju iskanja z bisekcijo
- Časovna zahtevnost:
 - V najslabšem primeru: $O(n^2)$
 - Povprečno: $O(n \log(n))$

Quick sort

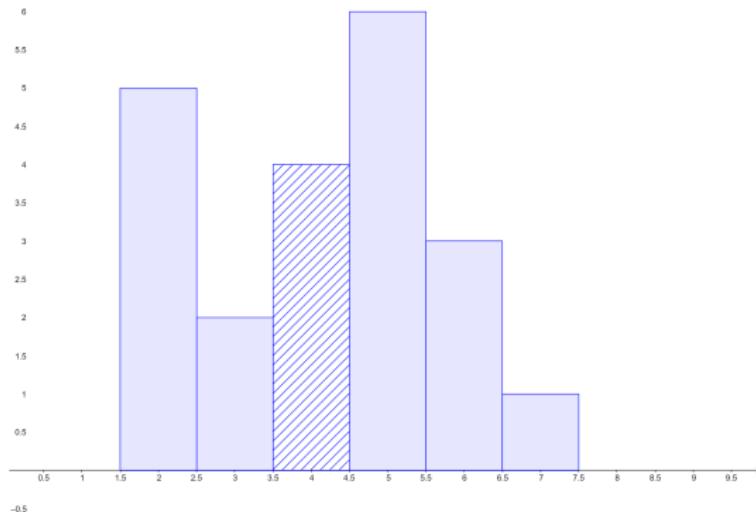
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

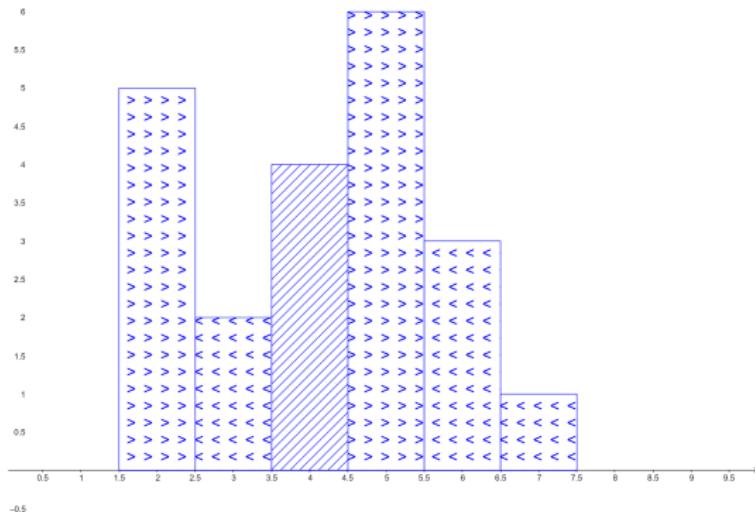
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

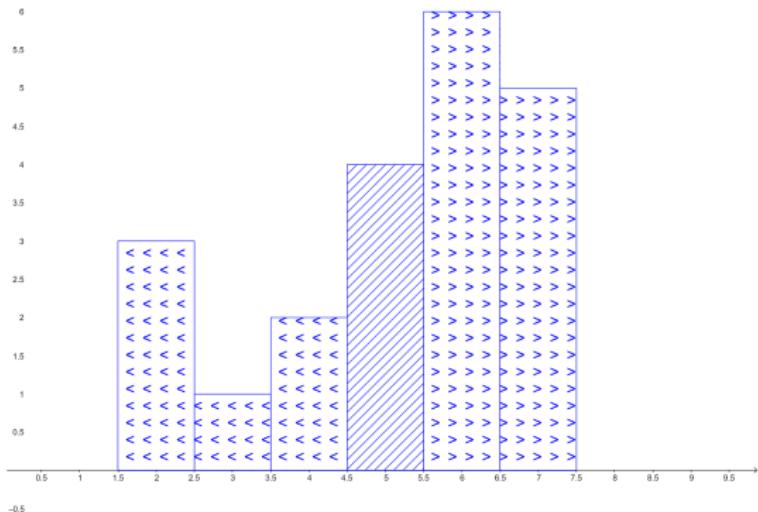
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

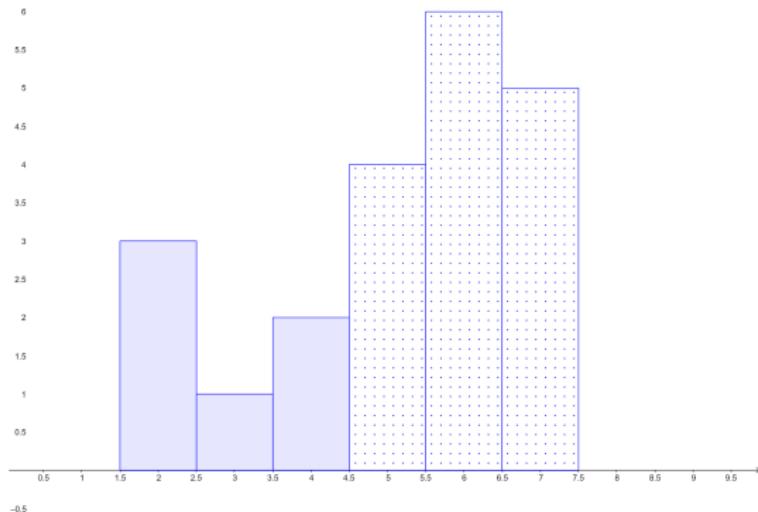
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

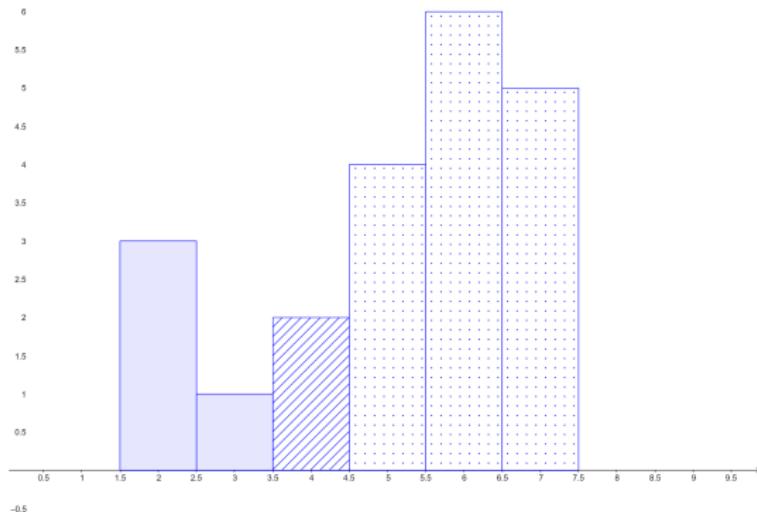
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

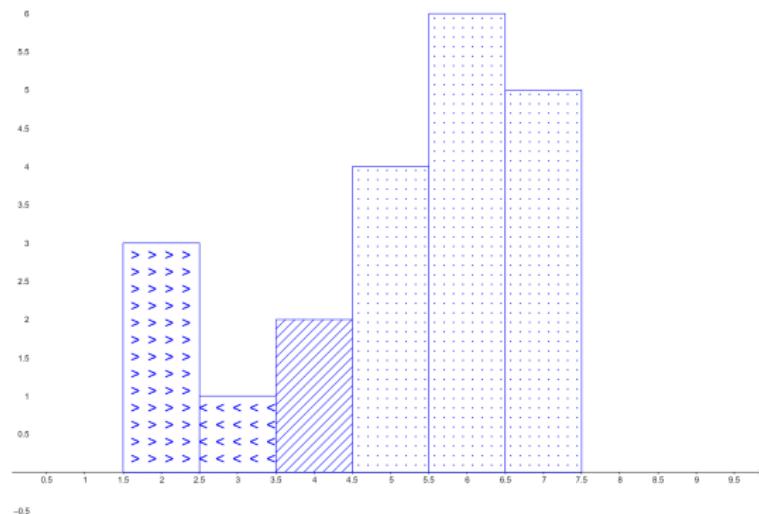
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

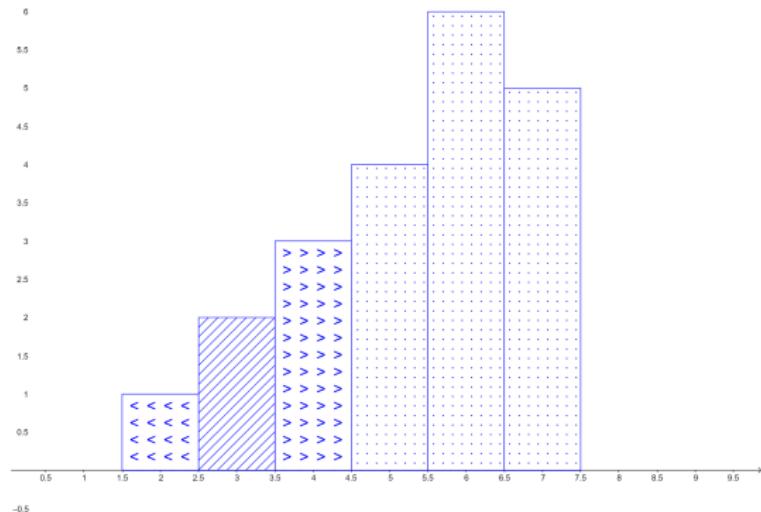
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

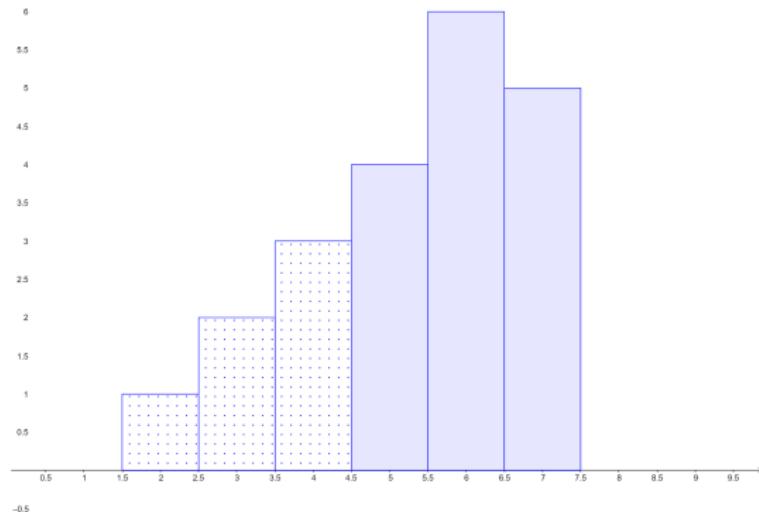
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

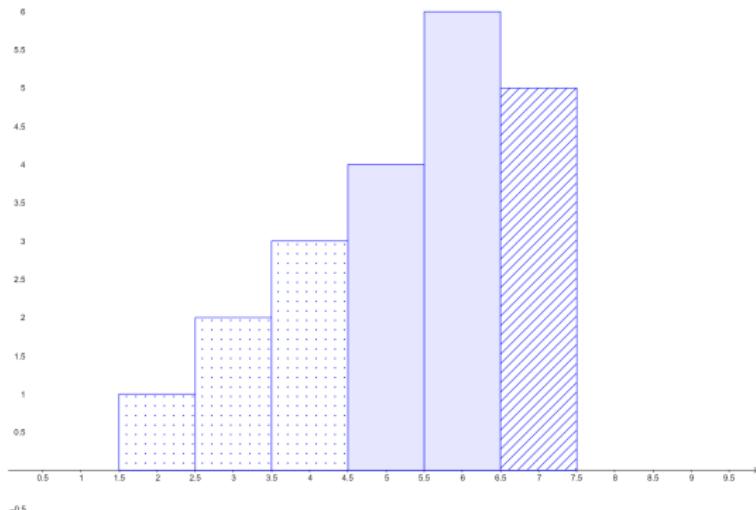
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

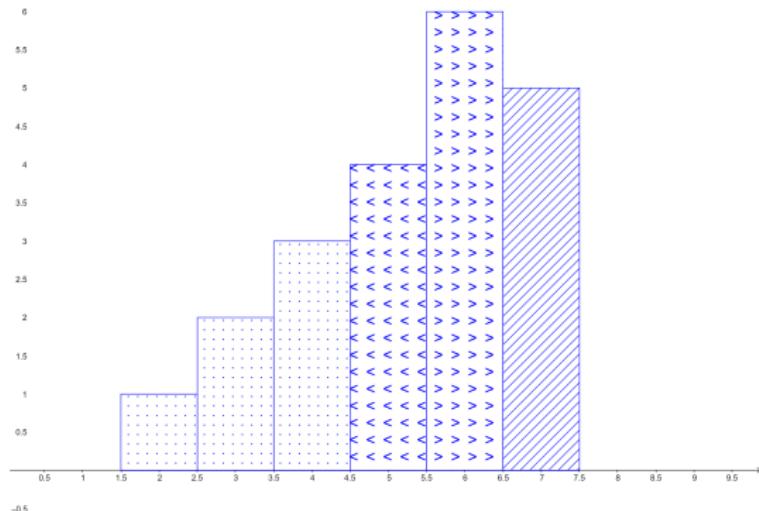
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

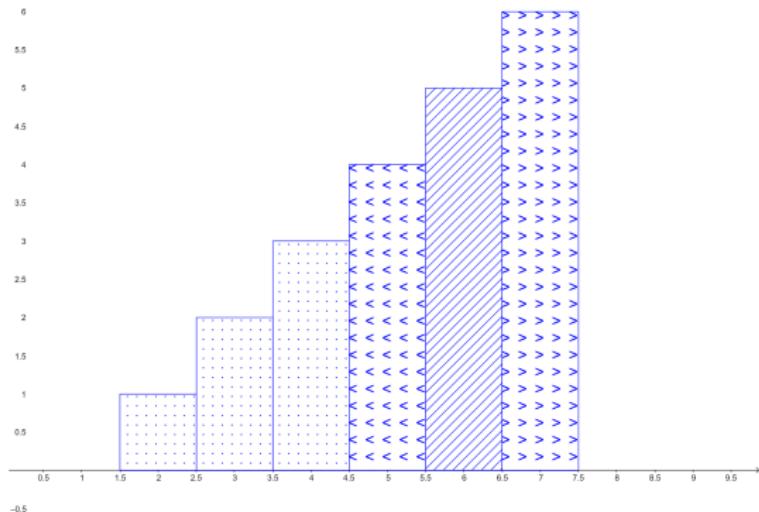
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

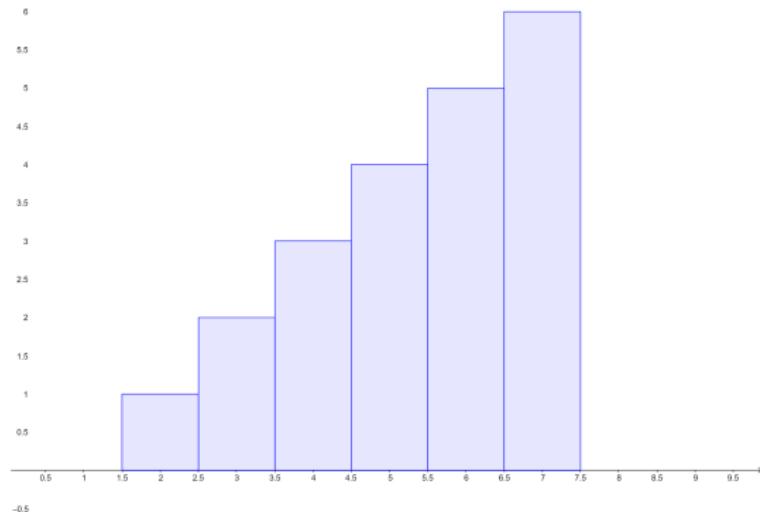
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Quick sort

Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Quick sort

Selection sort

Selection sort

- *slo.* Urejanje z navadnim izbiranjem
- Postopno premika najmanjši element na začetek
- Časovna zahtevnost:
 - Povprečno: $O(n^2)$

Selection sort

Selection sort

- *slo.* Urejanje z navadnim izbiranjem
- Postopno premika najmanjši element na začetek
- Časovna zahtevnost:
 - Povprečno: $O(n^2)$
 - V najboljšem primeru: $O(n^2)$

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega Minimum od ostalih Zamenjava

2 5 4 3 1

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega

Minimum od ostalih

Zamenjava

2 5 4 3 1

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega

2 5 4 3 1

Minimum od ostalih

2 4 3 5 1

Zamenjava

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2		

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5
1 2 4 3 5		

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5
1 2 4 3 5	1 2 4 3 5	

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5
1 2 4 3 5	1 2 4 3 5	1 2 3 4 5

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5
1 2 4 3 5	1 2 4 3 5	1 2 3 4 5
1 2 3 4 5		

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5
1 2 4 3 5	1 2 4 3 5	1 2 3 4 5
1 2 3 4 5	X	

Selection sort

Delovanje

Delovanje

Preveri prvega	Minimum od ostalih	Zamenjava
2 5 4 3 1	2 4 3 5 1	1 5 4 3 2
1 5 4 3 2	1 5 4 3 2	1 2 4 3 5
1 2 4 3 5	1 2 4 3 5	1 2 3 4 5
1 2 3 4 5	X	X

Counting sort

Counting sort

- *slo.* Urejanje s štetjem
- Neprimerjalen algoritem
- Porabi več prostora, a manj časa
- Časovna zahtevnost:
 - $O(n + k)$, k največji element vhodnega seznama

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 1

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 1
...	...

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 1
...	...
2 5 3 0 2 3 0 3	

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 1
...	...
2 5 3 0 2 3 0 3	2 0 2 2 0 1

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 1
...	...
2 5 3 0 2 3 0 3	2 0 2 2 0 1
2 5 3 0 2 3 0 3	

Counting sort

Delovanje

Uporaba začasnega seznama

Začetni seznam	Začasni seznam
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 0 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 0
2 5 3 0 2 3 0 3	0 0 1 0 0 1
...	...
2 5 3 0 2 3 0 3	2 0 2 2 0 1
2 5 3 0 2 3 0 3	2 0 2 3 0 1

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam

Odgovor

2 0 2 3 0 1

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam

2 0 2 3 0 1

Odgovor

- - - - -

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam

2 0 2 3 0 1

2 0 2 3 0 1

Odgovor

- - - - -

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
----------------	---------

2 0 2 3 0 1	- - - - -
-------------	-----------

2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
-------------	-----------

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
----------------	---------

2 0 2 3 0 1	- - - - -
-------------	-----------

2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
-------------	-----------

2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
-------------	-----------

2 0 2 3 0 1	
-------------	--

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - -

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - -
2 0 2 3 0 1	

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -
2 0 2 3 0 1	

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -
2 0 2 3 0 1	

Counting sort

Delovanje

Začetni seznam: 2 5 3 0 2 3 0 3

Izpis rezultata

Začasni seznam	Odgovor
2 0 2 3 0 1	- - - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 - - -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 -
2 0 2 3 0 1	0 0 2 2 3 3 3 5

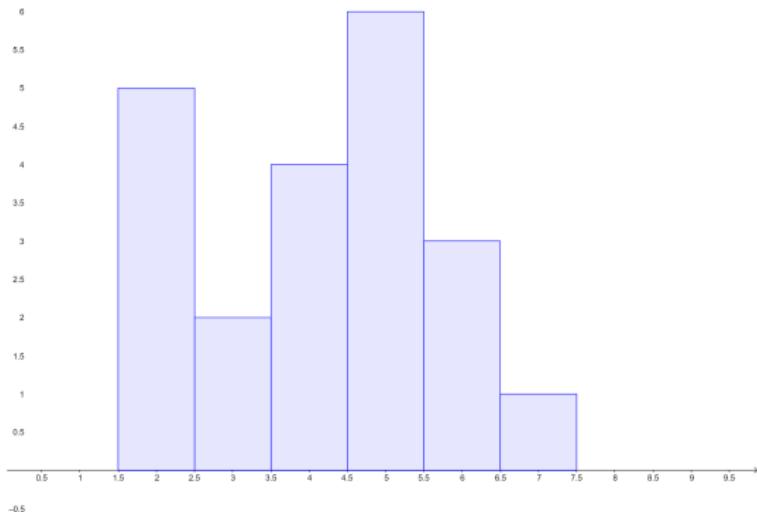
Bogosort

Bogosort

- slo. Naključno preverjanje
- Po principu *poskusi in preveri*
- Časovna zahtevnost:
 - $O(n \cdot n!)$

Bogosort

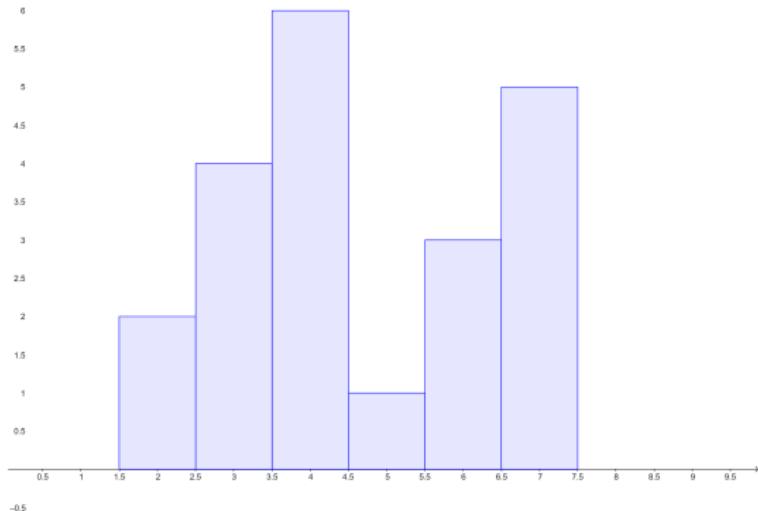
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bogosort

Bogosort

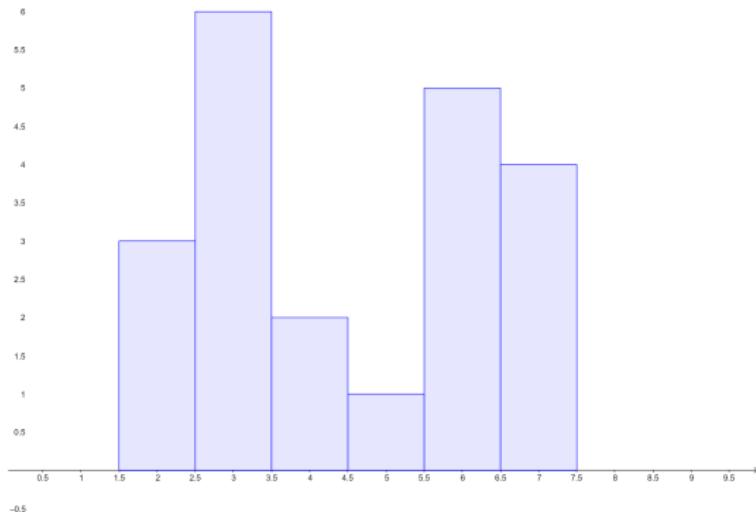
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bogosort

Bogosort

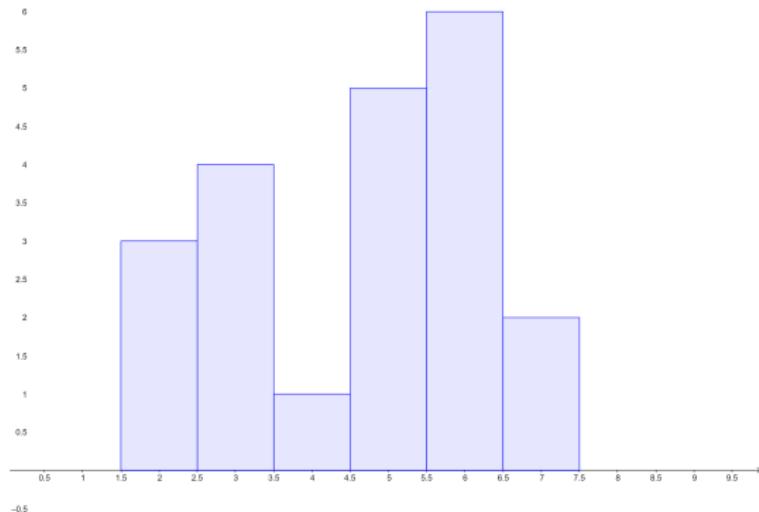
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bogosort

Bogosort

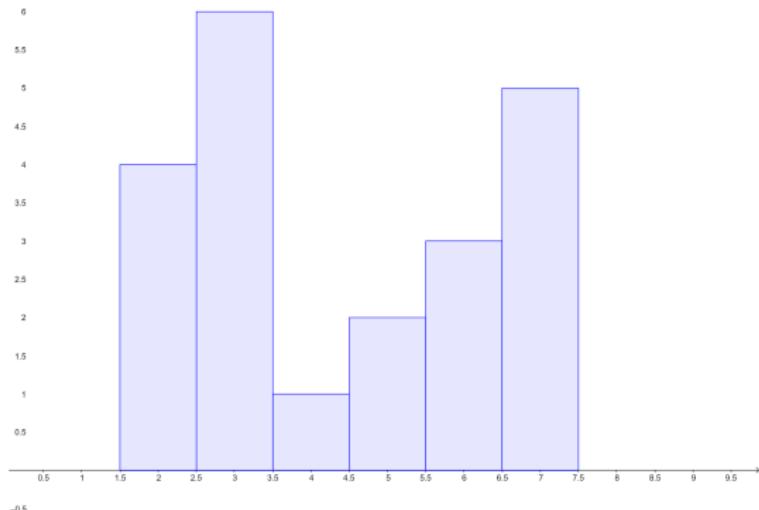
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bogosort

Bogosort

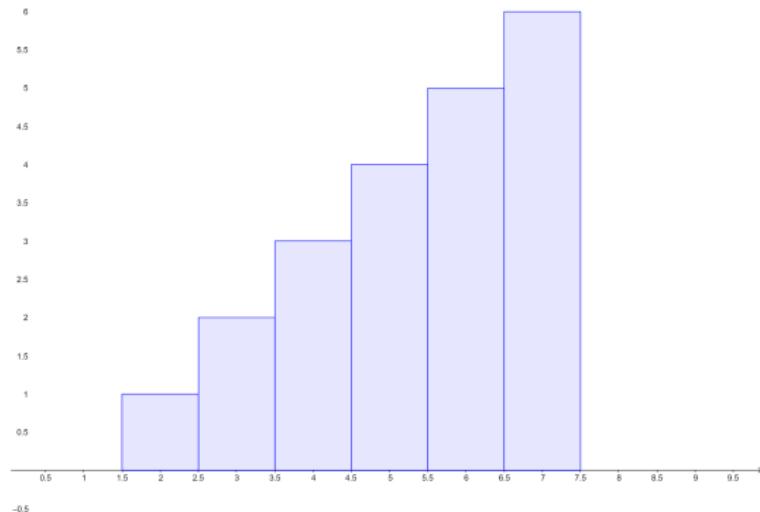
Delovanje



Slika: Delovanje algoritma Bogosort

Bogosort

Delovanje



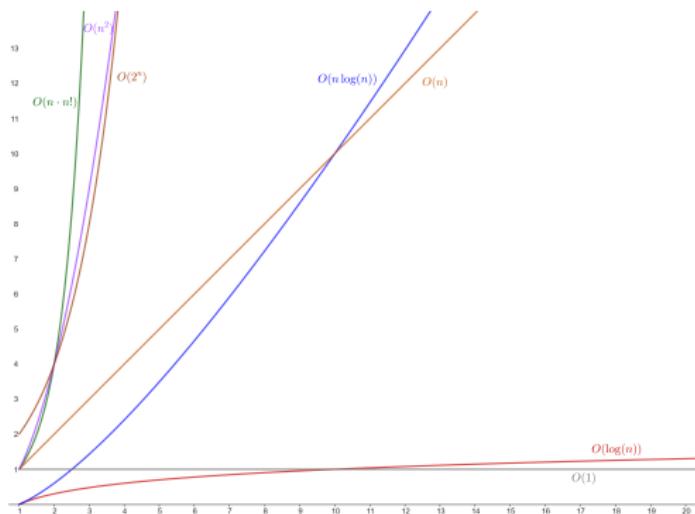
Slika: Delovanje algoritma Bogosort

Časovne zahtevnosti

Algoritem	Povprečna časovna zahtevnost
Bubble sort	
Insertion sort	$O(n^2)$
Selection sort	
Quick sort	$n \log(n)$
Counting sort	$O(n + k)$
Bogosort	$O(n \cdot n!)$

Tabela: Časovne zahtevnosti predstavljenih algoritmov

Primerjava grafov



Slika: Grafi funkcij časovne zahtevnosti

Viri

- [1] Brilliant.org. *Counting Sort*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2026. URL: <https://brilliant.org/wiki/counting-sort/>.
- [2] Brilliant.org. *Sorting Algorithms*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2026. URL: <https://brilliant.org/wiki/sorting-algorithms/>.
- [3] Geeks for Geeks. *Sorting Algorithms*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2025. URL: <https://www.geeksforgeeks.org/dsa/sorting-algorithms/>.
- [4] John Long. *Understanding Sorting Algorithms*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. Dec. 2017. URL: <https://medium.com/jl-codes/understanding-sorting-algorithms-af6222995c8>.
- [5] Tom Scott. *Why My Teenage Code Was Terrible: Sorting Algorithms and Big O Notation*. Jan. 2020. URL: https://www.youtube.com/watch?v=RGuJga2G1_k.
- [6] VisualGO. *Sorting*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2015. URL: <https://visualgo.net/en/sorting>.
- [7] Wikipedia contributors. *Big O notation — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2025. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Big_O_notation&oldid=1330480633.
- [8] Wikipedia contributors. *Sorting algorithm — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2026. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Sorting_algorithm&oldid=1331211744.
- [9] Wikipedija. *Algoritmi za urejanje podatkov — Wikipedija, prosta enciklopedija*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2016. URL: https://sl.wikipedia.org/w/index.php?title=Algoritmi_za_urejanje_podatkov&oldid=4610223.
- [10] Wikipedija. *Časovna zahtevnost — Wikipedija, prosta enciklopedija*. [Na spletu; pridobljeno januar-2026]. 2022. URL: https://sl.wikipedia.org/w/index.php?title=%C4%8Casovna_zahetvnost&oldid=5794524.