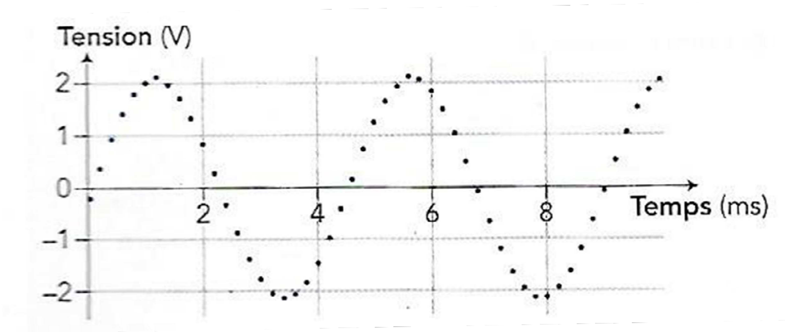
Correction exercices sur la numérisation du signal

Exercice 1 : Calculer une fréquence d'échantillonnage

Un signal sonore converti en signal numérique est représenté ci-dessous :



1°/ Déterminer la fréquence f du signal sonore étudié.

Mesure de la période

Echelle 1,5 cm => 2 ms

Mesure 3,4 cm=> 4,5 ms

Calcul de la période :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4{,}5.10^{-3}} = 220\ Hz$$

2°/ Définir la fréquence d'échantillonnage f_e.

Le CAN mesure la valeur de la tension à intervalles de temps égaux appelés période d'échantillonnage (notée Te). On parle plus souvent de la période d'échantillonnage notée $f_e = \frac{1}{T_e}$.

3°/ Calculer sa valeur et comparer à celle de f.

Echelle 1,5 cm => 2 ms

Mesure 0,2 cm=> 0,27 ms

$$f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{1}{0{,}27.10^{-3}} = 3700\ Hz$$

4°/ Comment doit évoluer la fréquence d'échantillonnage pour que le signal numérisé soit le plus fidèle possible au signal réel.

La fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois supérieur à la fréquence du signal numérisé. Plus la fréquence d'échantillonnage est élevée plus le signal numérisé sera fidèle au signal analogique.

Exercice 2 : Calculer le pas d'un CAN

Le convertisseur analogique numérique d'une carte d'acquisition possède les caractéristiques suivantes :

$$Calibre = \pm 4{,}5\ V\ ; n = 12\ bits$$

1°/ Indiquer la plage de mesure de ce CAN.

La plage de mesure est de 9,0 V.

2°/ A quoi correspond le pas d'un convertisseur ? Quelle est sa valeur ?

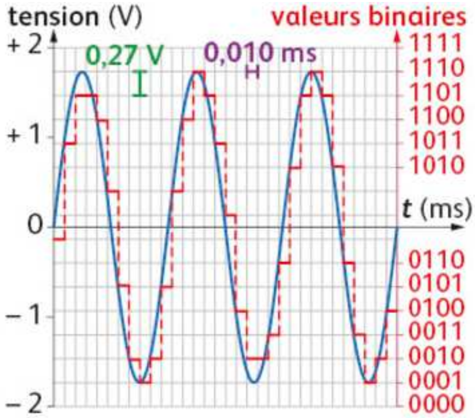
Le pas du convertisseur est la plus petite tension séparant deux paliers de valeurs numérisées.

$$p = \frac{9{,}0}{2^{12}} = 2{,}2.10^{-3}\ V$$

Donnée : $p = \frac{plage\ de\ mesure}{2^n}$

Exercice 3 : Caractéristique d'une numérisation

On a effectué la numérisation d'une tension à l'aide de la carte d'acquisition d'un ordinateur. Le graphique ci-dessous représente le signal analogique ainsi que le signal numérisé :



Le calibre utilisé est $[-2{,}0\ V\ ;\ +2{,}0V]$.

1°/ A quelle courbe correspond le signal numérisé ? Le signal analogique ? Justifier.

La courbe continue est celle du signal analogique car elle est continue justement. Celle par palier et celle du signal numérisé car elle est discontinue.

2°/ Indiquer la résolution (nombre n de bits) de la carte d'acquisition utilisée.

La nombre de bits utilisés est 4 ici.

3°/ A l'aide du graphique déterminer le pas p de la conversion ainsi que la fréquence d'échantillonnage f_e.

$$f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{1}{0{,}010.10^{-3}} = 1{,}0.10^5\ Hz$$

Le pas correspond au plus petit écart entre deux paliers de tensions d'après le graphique on lit :

Le pas de conversion est de 0,27V

4°/ Préciser le réglage des deux paramètres de la question précédente pour que la numérisation soit la plus fidèle possible.

Il faut que la fréquence d'échantillonnage soit la plus élevée possible et le pas le plus petit possible.

Exercice 4 : Echantillonnage et CD

Afin de pouvoir restituer correctement un son la fréquence d'échantillonnage doit être au moins le double de la fréquence de l'harmonique le plus haut de ce son.

1°/ Quelle fréquence d'échantillonnage minimale faut-il choisir pour numériser correctement les sons perceptibles par l'oreille humaine.

$$f_e = 2 \times 2.10^4 = 4.10^4\ Hz$$

2°/ Les standards d'enregistrement sur CD codent les sons sur 16 bits. Combien de niveau d'intensité sonore différents peut-on coder ?

Il est possible de prendre $2^{16} = 65536$ niveaux d'intensité possible.

3°/ Quelle est la durée maximale d'enregistrement disponible sur un CD dont la capacité de stockage est de 700 Moi (1 Moi=2^{20} octets).

La période d'échantillonnage est de :

$$T_e = 2{,}5.10^{-5}\ s$$

Toutes les $2{,}5.10^{-5}$ s le convertisseur lit 2 octets (16 bits).

On a donc :

$$T = \frac{2{,}5.10^{-5} \times 700 \times 2^{20}}{2} = 9200\ s = 150\ min$$

Exercice 5 : Casque anti-bruit

1°/ Le 2ème graphique nous montre que 10 mesures sont réalisées entre 0,005 s et 0,010 s.

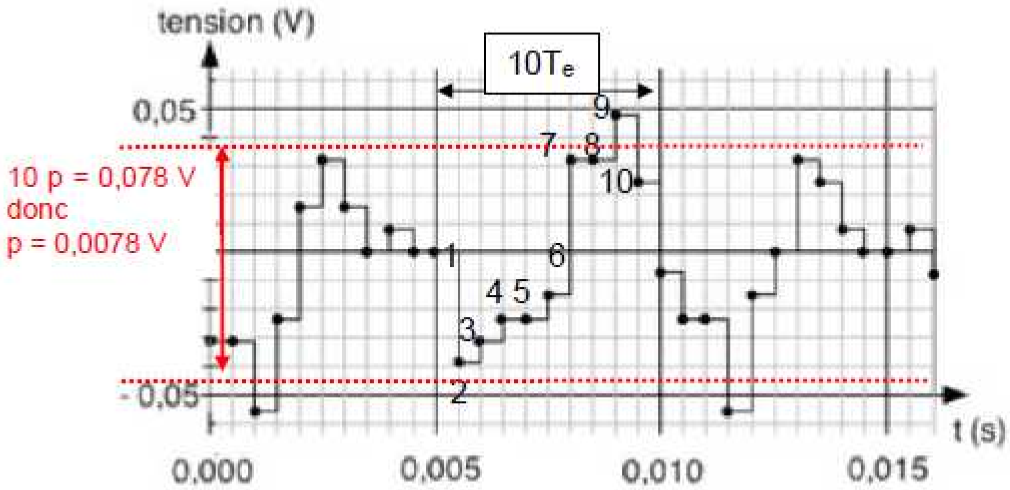
La période d'échantillonnage est donc Te = 0,0005 s soit $5{,}0 \times 10^{-4}$ s. La fréquence d'échantillonnage (nombre d'échantillons par seconde) est $f_e = \frac{1}{T_e}$ donc :

$$f_e = \frac{1}{5{,}0 \times 10^{-4}} = 2{,}0.10^3\ Hz$$

Le pas de quantification est la valeur de la plus petite variation de tension du signal numérisé.

Sur le deuxième graphique, on lit p = 0,0078 V que l'on arrondit à 0,01 V vu le manque de précision pour cette lecture graphique.

Rq : l'énoncé demandait juste d'estimer la valeur de p.



2°/ D'après les données $p = \frac{\Delta U}{2^n}$ avec $\Delta U = 2\ V$

Si n=8 bits $p = \frac{\Delta U}{2^n} = \frac{2}{2^8} = 0{,}0078\ V$

Si n=16 bits $p = \frac{\Delta U}{2^n} = \frac{2}{2^{16}} = 0{,}000031\ V$

On a estimé que p ≈ 0,01 V, il s'agit donc d'un codage sur 8 bits.

3.1°/ Pas de formule « magique » de cours à appliquer pour répondre !

La fréquence d'échantillonnage est 20 kHz : cela signifie qu'il y a 20×10^3 échantillons par seconde.

À partir de la durée Δt de l'enregistrement et de la fréquence d'échantillonnage f_e (nombre d'échantillons par seconde), on peut déterminer le nombre d'échantillons N_e : $N_e = f_e \times \Delta t$

De plus, chaque échantillon est codé sur 8 bits soit 1 octet.

La quantité de données numériques d'une séquence de durée Δt est donc $n = f_e \times \Delta t$ $(n \; en \; octets)$

$$n = 20 \times 10^3 \times 6{,}4 \times 10^{-3} = 128 \; octets = 1{,}3.10^2 \; octets$$

3.2°/ D'après le théorème de Shannon (données), la fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal, afin de le numériser correctement.

Ici, la fréquence d'échantillonnage étant de 20 kHz, on peut numériser correctement jusqu'à une fréquence de 10 kHz ce qui est suffisant pour les bruits dont les spectres sont indiqués sur les documents 1 et 2 (8 kHz et 5 kHz environ pour la fréquence maximale).