Artificial Intelligence

Dr. Mubashir Ahmad (Ph.D.)

Uniform Cost Search Algorithm (UCS)

- **This algorithm is mainly used when the step costs are not the same, but we need the optimal solution to the goal state**. In such cases, we use Uniform Cost Search to find the goal and the path, including the cumulative cost to expand each node from the root node to the goal node.
- Cost from root node to current node n is g(n), which adds up individual action costs along path from root to n
- Because cheapest path length is always picked until solution is reached, first solution found is least-cost (optimal) solution

UCS/ Branch and Bound Algorithm

- Branch and bound is a search algorithm used for combinatory, discrete, and general mathematical optimization problems. It is comparable to backtracking in that it similarly implements a state-space stream to represent the solution to the problem.

Problem-solving

- In computer science, problem-solving refers to artificial intelligence techniques, including various techniques such as forming efficient algorithms, heuristics, and performing root cause analysis to find desirable solutions.
- The basic crux of artificial intelligence is to solve problems just like humans.

Problems in Artificial Intelligence Examples

- In today's fast-paced digitized world, artificial intelligence techniques are used widely to automate systems that can use the resource and time efficiently. Some of the well-known problems experienced in everyday life are games and puzzles. Using AI techniques, we can solve these problems efficiently. In this sense, some of the most common problems resolved by AI are

Problem Solving Agents in artificial intelligence

- **Problem definition:** Detailed specification of inputs and acceptable system solutions.
- **Problem analysis:** Analyze the problem thoroughly.
- **Knowledge Representation:** collect detailed information about the problem and define all possible techniques.
- **Problem-solving:** Selection of best techniques.

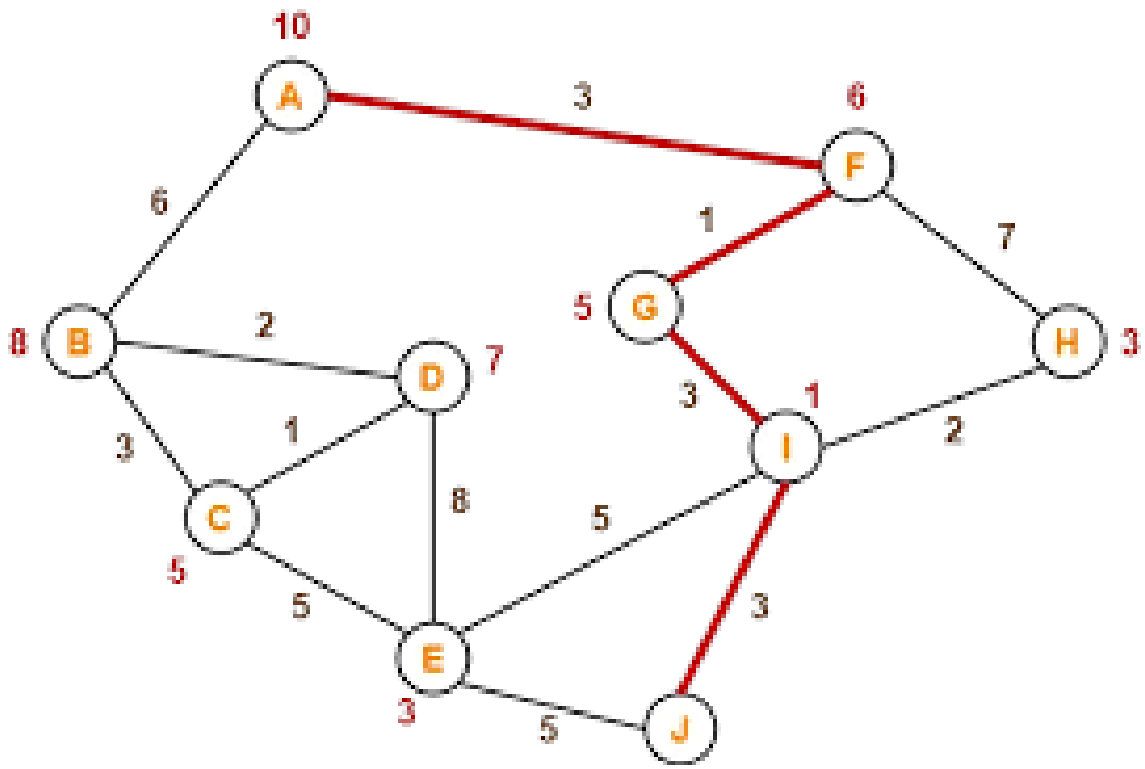
Examples of Problems in Artificial Intelligence

- Travelling Salesman Problem
- Tower of Hanoi Problem
- N-Queen Problem
- So, what are these problems?

Travelling Salesman Problem

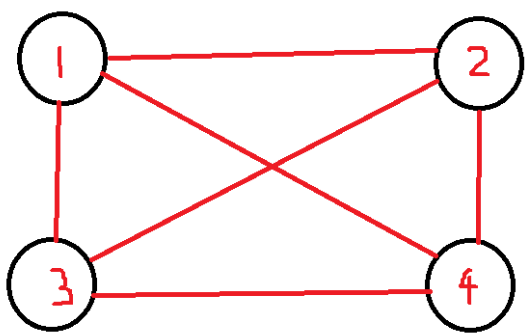
- The traveling salesman problem (TSP) is an algorithmic problem tasked with finding the shortest route between a set of points and locations that must be visited. In the problem statement, the points are the cities a salesperson might visit. The salesman's goal is to keep both the travel costs and the distance traveled as low as possible.
- Focused on optimization, TSP is often used in computer science to find the most efficient route for data to travel between various nodes. Applications include identifying network or hardware optimization methods. It was first described by Irish mathematician W.R. Hamilton and British mathematician Thomas Kirkman through the creation of a game that was solvable by finding a Hamilton cycle, which is a non-overlapping path between all nodes.

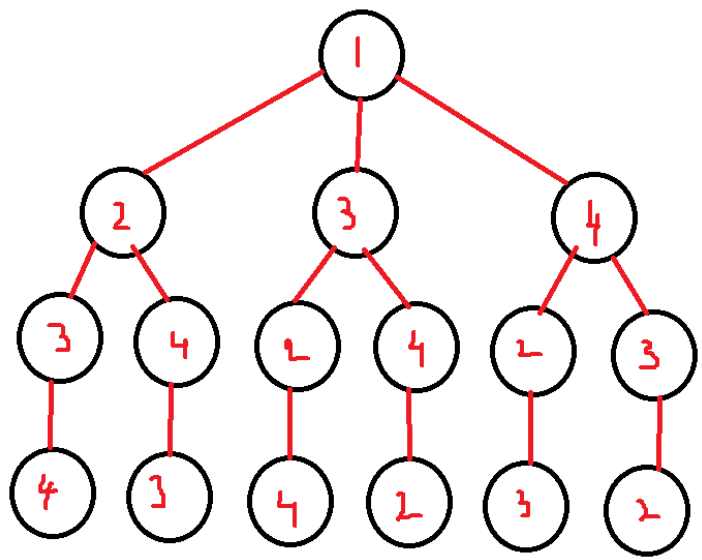
Problem Solving Agents in artificial intelligence



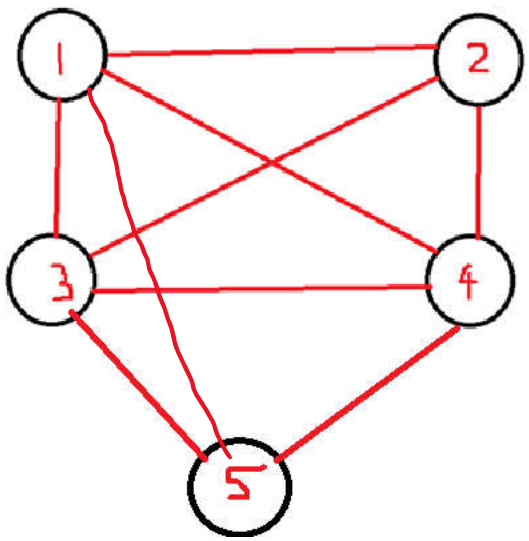
TSP with Branch and Bound

- If we have a problem





Now we are coming to our problem



	1	2	3	4	5
1	∞	20	30	10	11
2	15	∞	11	4	2
3	3	5	∞	2	4
4	19	6	18	∞	3
5	16	4	7	16	∞

- Subtract minimum from rows

$$
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & \infty & 10 & 20 & 0 & 1 & 10 \\
2 & 13 & \infty & 9 & 2 & 0 & 2 \\
3 & 1 & 3 & \infty & 0 & 2 & 2 \\
4 & 16 & 3 & 15 & \infty & 0 & 3 \\
5 & 12 & 0 & 3 & 12 & \infty & 4 \\
\hline
 & & & & & & 21
\end{array}
$$

- Subtract minimum from columns

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & 10 & 20 & 0 & 1 \\
2 & 13 & \infty & 9 & 2 & 0 \\
3 & 1 & 3 & \infty & 0 & 2 \\
4 & 16 & 3 & 15 & \infty & 0 \\
5 & 12 & 0 & 3 & 12 & \infty
\end{array}
$$

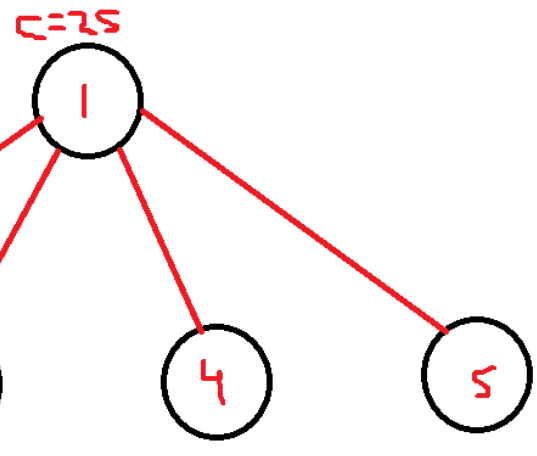
- At least the cost of the tour and now it's a reduced matrix…

	1	2	3	4	5
1	∞	10	17	0	1
2	12	∞	6	2	0
3	0	3	∞	0	2
4	15	3	12	∞	0
5	11	0	0	12	∞
	1	0	3	0	0

=4

Total cost
=> 21 + 4 = 25

- Now we will draw a states space tree..
- Upper bound
- Cost of first matrix = 25 will update upper at this node we reached.



$$\begin{bmatrix} \infty & 10 & 17 & 0 & 1 \\ 12 & \infty & 6 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & \infty & 0 & 2 \\ 15 & 3 & 12 & \infty & 0 \\ 11 & 0 & 0 & 12 & \infty \end{bmatrix}$$

- Upper bound
- Cost of first matrix = 25 will update upper at this node we reached.
- C(1, 2) =
- First row and second column will be infinity and C(2, 1) =

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	6	2	0
3	0	∞	∞	0	2
4	15	∞	12	∞	0
5	11	∞	0	12	∞

- Minimum from rows

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	~~0~~
2	∞	∞	6	2	0	0
3	0	∞	∞	0	2	0
4	15	∞	12	∞	0	0
5	11	∞	0	12	∞	0
						0

- Minimum from columns

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	6	2	0
3	0	∞	∞	0	2
4	15	∞	12	∞	0
5	11	∞	0	12	∞
	0	~~0~~	0	0	0

= 0

- Cost of this node after reduction= 0 + 0 = 0

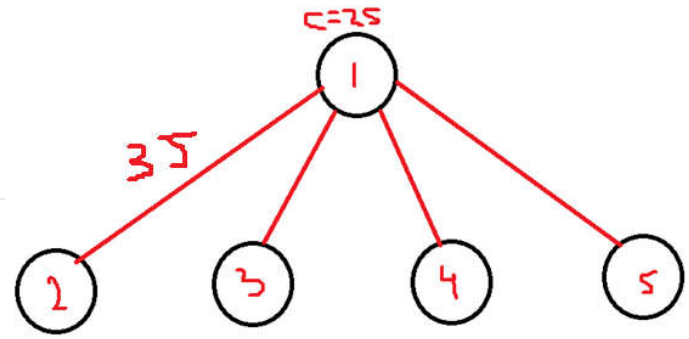
$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & \infty & \infty & 6 & 2 & 0 \\
3 & 0 & \infty & \infty & 0 & 2 \\
4 & 15 & \infty & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & \infty & 0 & 12 & \infty
\end{array}
\quad r = 0
$$

- Whole cost of this node is

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	6	2	0
3	0	∞	∞	0	2
4	15	∞	12	∞	0
5	11	∞	0	12	∞

$\hat{r} = 0$

$Cost(1, 2) = c(1, 2) + r + \hat{r}$
$\Rightarrow 10 + 25 + 0 = 35$



	1	2	3	4	5
1	∞	10	17	0	1
2	12	∞	6	2	0
3	0	3	∞	0	2
4	15	3	12	∞	0
5	11	0	0	12	∞

Total cost
$\Rightarrow 21 + 4 = 25$

- Upper bound
- Cost of first matrix = 25 will update upper at this node we reached.
- Fist row and second column will be infinity and C(3, 1) =
- Reduced matrix is as follows….

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & 10 & 17 & 0 & 1 \\
2 & 12 & \infty & 6 & 2 & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & 2 \\
4 & 15 & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & 12 & \infty
\end{array}
$$

Total cost
=> 21 + 4 = 25

- Cost(1, 3) =

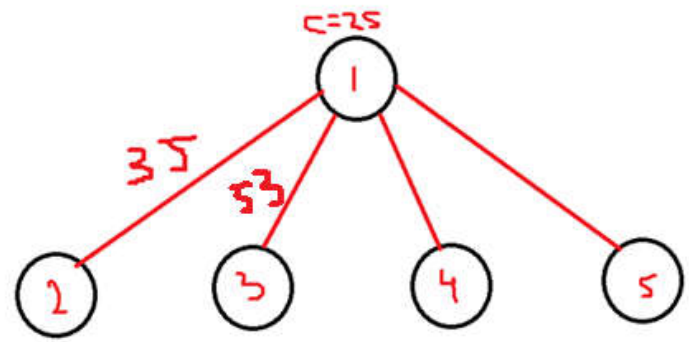
	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	12	∞	∞	2	0	0
3	∞	3	∞	0	2	0
4	15	3	∞	∞	0	0
5	11	0	∞	12	∞	0
						0

- Subtract minimum from columns

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	∞	∞	2	0
3	∞	3	∞	0	2
4	4	3	∞	∞	0
5	0	0	∞	12	∞
	11	0		0	0

= 11

- Cost of the node cost (1, 3) = 53



	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	∞	∞	2	0
3	∞	3	∞	0	2
4	4	3	∞	∞	0
5	0	0	∞	12	∞

$$\text{Cost}(1,3) = c(1,3) + r + \hat{r}$$
$$=> 17 + 25 + 11 = 53$$

	1	2	3	4	5
1	∞	10	17	0	1
2	12	∞	6	2	0
3	0	3	∞	0	2
4	15	3	12	∞	0
5	11	0	0	12	∞

Total cost
=> 21 + 4 = 25

- Upper bound =
- Cost of first matrix = 25 will update upper at this node we reached.
- C(1, 4) =
- Fist row and 4th column will be infinity and C(4, 1) =
- Reduced matrix is as follows….

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & 10 & 17 & 0 & 1 \\
2 & 12 & \infty & 6 & 2 & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & 2 \\
4 & 15 & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & 12 & \infty
\end{array}
$$

Total cost
=> 21 + 4 = 25

- Cost of the node cost (1, 4) =

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & 10 & 17 & 0 & 1 \\
2 & 12 & \infty & 6 & 2 & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & 2 \\
4 & 15 & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & 12 & \infty
\end{array}
$$

Total cost
=> 21 + 4 = 25

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & 12 & \infty & 11 & \infty & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & \infty & 2 \\
4 & \infty & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & \infty & \infty
\end{array}
$$

- Minimum from rows

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	12	∞	11	∞	0	0
3	0	3	∞	∞	2	0
4	∞	3	12	∞	0	0
5	11	0	0	∞	∞	0
						0

- Minimum from columns

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & 12 & \infty & 11 & \infty & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & \infty & 2 \\
4 & \infty & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & \infty & \infty \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & & 0
\end{array}
= 0
$$

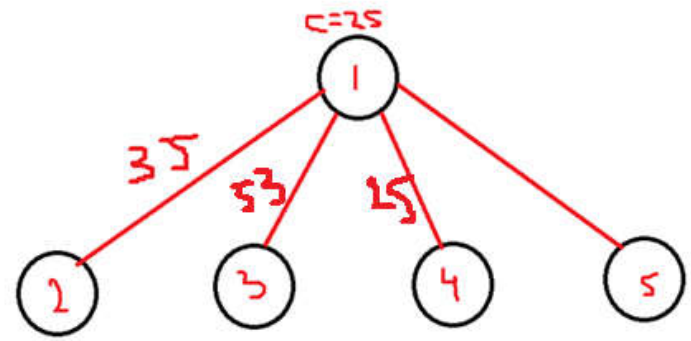
- Reduced cost of this matrix

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	12	∞	11	∞	0	0
3	0	3	∞	∞	2	0
4	∞	3	12	∞	0	0
5	11	0	0	∞	∞	0
	0	0	0		0	$= 0 = \hat{\gamma}$

- Cost(1, 4) = 25

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	12	∞	11	∞	0	0
3	0	3	∞	∞	2	0
4	∞	3	12	∞	0	0
5	11	0	0	∞	∞	0
	0	0	0		0	= 0 = $\hat{r}$

$$\text{Cost}(1,4) = c(1,4) + r + \hat{r}$$
$$=> 0 + 25 + 0 = 25$$



	1	2	3	4	5
1	∞	10	17	0	1
2	12	∞	6	2	0
3	0	3	∞	0	2
4	15	3	12	∞	0
5	11	0	0	12	∞

Total cost
=> 21 + 4 = 25

- Cost (1, 5) =

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & 10 & 17 & 0 & 1 \\
2 & 12 & \infty & 6 & 2 & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & 2 \\
4 & 15 & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & 12 & \infty
\end{array}
$$

Total cost
=> 21 + 4 = 25

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & 12 & \infty & 11 & 2 & \infty \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & \infty \\
4 & 15 & 3 & 12 & \infty & \infty \\
5 & \infty & 0 & 0 & 12 & \infty
\end{array}
$$

$$
\Rightarrow
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
2 & 10 & \infty & 9 & 0 & \infty & 2 \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & \infty & 0 \\
4 & 12 & 0 & 9 & \infty & \infty & 3 \\
5 & \infty & 0 & 0 & 12 & \infty & 0 \\
 & & & & & & = 5
\end{array}
$$

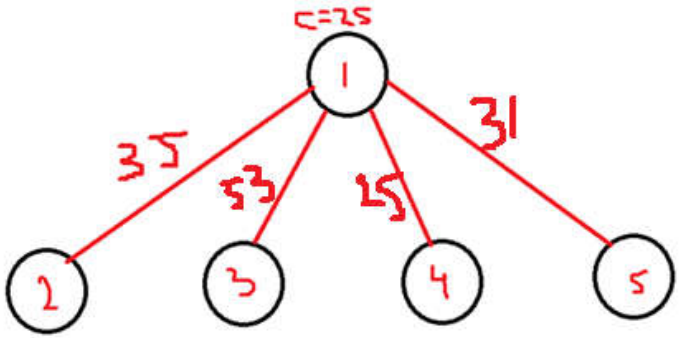
- Minimum from columns = 0
- Total reduction = 0+5 = 5

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & 10 & \infty & 9 & 0 & \infty \\
3 & 0 & 3 & \infty & 0 & \infty \\
4 & 12 & 0 & 9 & \infty & \infty \\
5 & \infty & 0 & 0 & 12 & \infty \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 0 &
\end{array}
= 0
$$

- Total cost after reduction cost(1, 5)

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	10	∞	9	0	∞
3	0	3	∞	0	∞
4	12	0	9	∞	∞
5	∞	0	0	12	∞

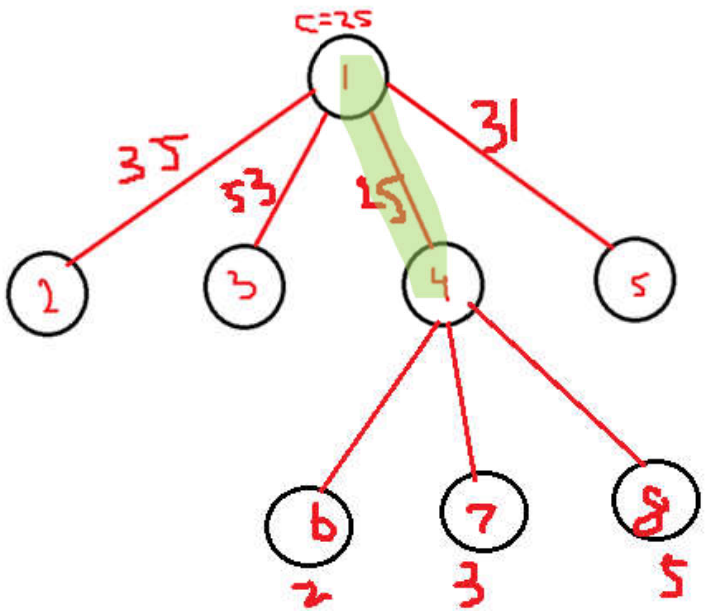
$$\text{Cost}(1,5) = c(1,5) + r + \hat{r}$$
$$=> 1 + 25 + 5 = 31$$



	1	2	3	4	5
1	∞	10	17	0	1
2	12	∞	6	2	0
3	0	3	∞	0	2
4	15	3	12	∞	0
5	11	0	0	12	∞

Total cost
=> 21 + 4 = 25

- Now we found that node (1, 4) has minimum cost, we will go through this node and leave other nodes..



- Now the reduced matrix is as follows as (1, 4)

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	11	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

- Cost(4, 2) = 4th row and 2nd column make it infinity

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

- Subtract minimum from rows

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	-
2	∞	∞	11	∞	0	0
3	0	∞	∞	∞	2	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	∞	0	∞	∞	0
						= 0

- Subtract minimum from columns

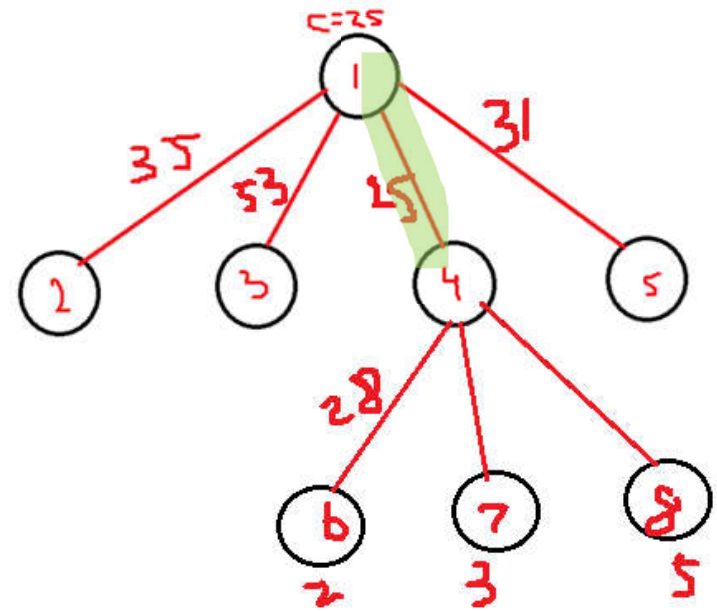
	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	∞	∞	11	∞	0	
3	0	∞	∞	∞	2	
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	∞	0	∞	∞	
	0		0		0	= 0

- Total cost 0f this node = 0 and cost(4, 2) =

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	∞	∞	11	∞	0	0
3	0	∞	∞	∞	2	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	∞	0	∞	∞	0
	0		0		0	= 0

$\text{Cost}(4, 2) = c(4, 2) + r + r$

$=> 3 + 25 + 0 = 28$



	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	11	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

- Cost(4, 3)

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & 12 & \infty & 11 & \infty & 0 \\
3 & 0 & 3 & \infty & \infty & 2 \\
4 & \infty & 3 & 12 & \infty & 0 \\
5 & 11 & 0 & 0 & \infty & \infty
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & 12 & \infty & \infty & \infty & 0 \\
3 & \infty & 3 & \infty & \infty & 2 \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
5 & 11 & 0 & \infty & \infty & \infty
\end{array}
$$

- Subtract the rows with minimum

$$
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
2 & 12 & \infty & \infty & \infty & 0 & 0 \\
3 & \infty & 3 & \infty & \infty & 2 & 2 \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
5 & 11 & 0 & \infty & \infty & \infty & 0 \\
\hline
 & & & & & & = 2
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
2 & 12 & \infty & \infty & \infty & 0 & 0 \\
3 & \infty & 1 & \infty & \infty & 0 & 2 \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
5 & 11 & 0 & \infty & \infty & \infty & 0 \\
\hline
 & & & & & & = 2
\end{array}
$$

- Subtract the column with minimum

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	∞	∞	0
3	∞	1	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	0	∞	∞	∞
	11	0			0

= 11

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	1	∞	∞	∞	0	0
3	∞	1	∞	∞	0	2
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	0	0	∞	∞	∞	0
	11	0			0	

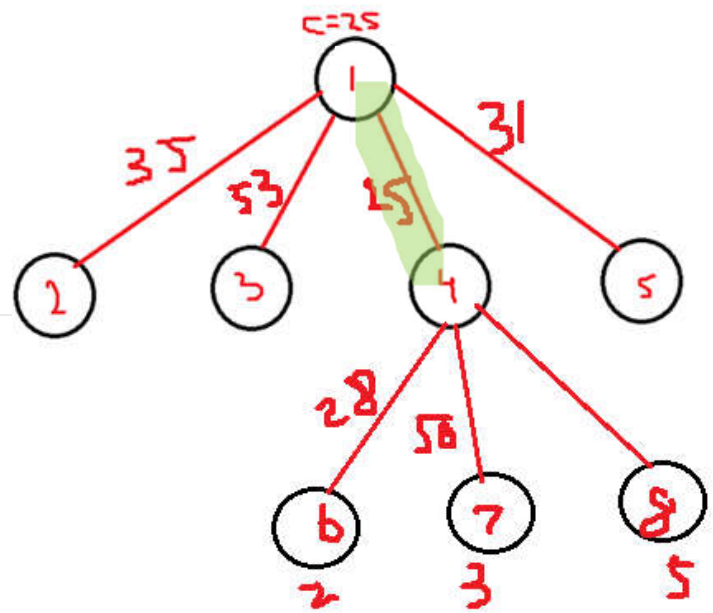
= 11 + 2

=> 13

- Cost of this node = 50
- Cost(4, 3) = 50

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	1	∞	∞	∞	0	0
3	∞	1	∞	∞	0	2
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	0	0	∞	∞	∞	0
	11	0			0	= 11 + 2 => 13

$$\text{Cost}(4, 3) = c(4, 3) + r + r'$$
$$=> 12 + 25 + 13 = 50$$



	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	11	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

- Cost(4, 5) =
- Subtract Minimum from rows

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	11	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	1	∞	1	∞	∞	11
3	0	3	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	0	0	∞	∞	0
						= 11

- Subtract Minimum from columns

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	1	∞	1	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	1	∞	1	∞	∞	11
3	0	3	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	0	0	∞	∞	0
	0	0	0			= 11 + 0

- Cost(4, 5) = 37

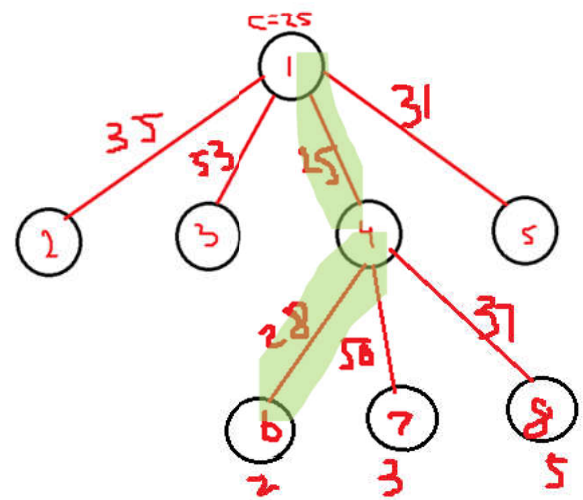
	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	12	∞	0	∞	∞	11
3	0	3	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	0	0	∞	∞	0
	0	0	0			11 + 0

γ

$\hat{\gamma}$

$cost(4,5) = c(4,5) + \gamma + \hat{\gamma}$

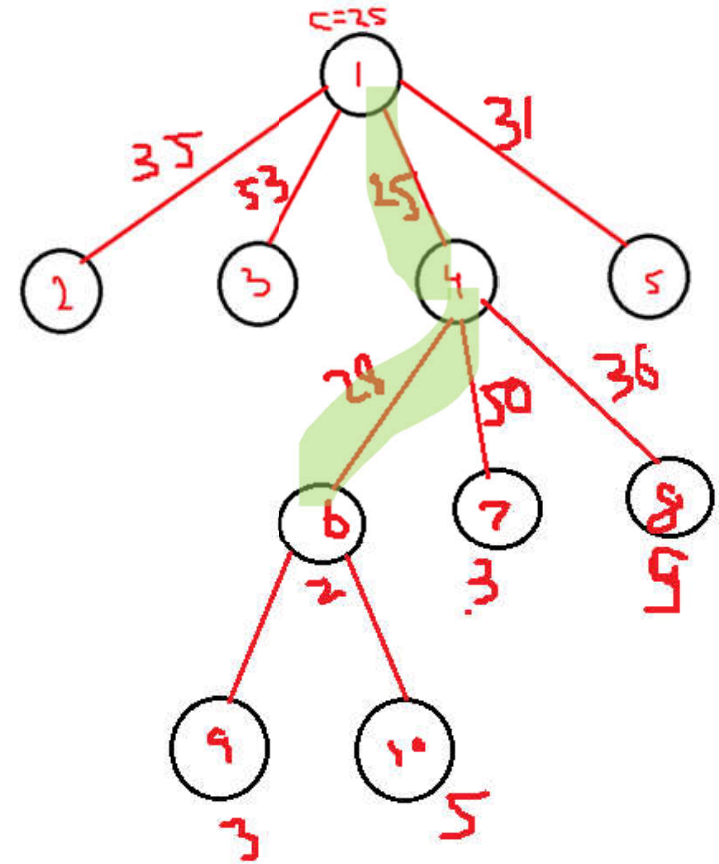
$= 0 + 25 + 11 = 37$



	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	12	∞	11	∞	0
3	0	3	∞	∞	2
4	∞	3	12	∞	0
5	11	0	0	∞	∞

- For next solution we will follow
- Now we use the c(4, 2) reduced mat

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞



- Cost(2, 3) =
- Now reduced matrix is

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

- Cost(2, 3)
- Subtract min from rows

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
3 & 0 & \infty & \infty & \infty & 2 \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
5 & 11 & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
2 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
3 & 0 & \infty & \infty & \infty & 2 & 0 \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
5 & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & 11 \\
\hline
 & & & & & & = 11
\end{array}
$$

- Cost(2, 3)

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	∞	∞	∞	∞	∞	
3	0	∞	∞	∞	0	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	0	∞	∞	∞	∞	11
	0				2	= 11 + 2 = 13

- Cost(2, 3) = 52
- Subtract min from columns

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	0
2	∞	∞	∞	∞	∞	0
3	0	∞	∞	∞	0	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	0
5	0	∞	∞	∞	∞	11
	0				2	= 11 + 2 = 13

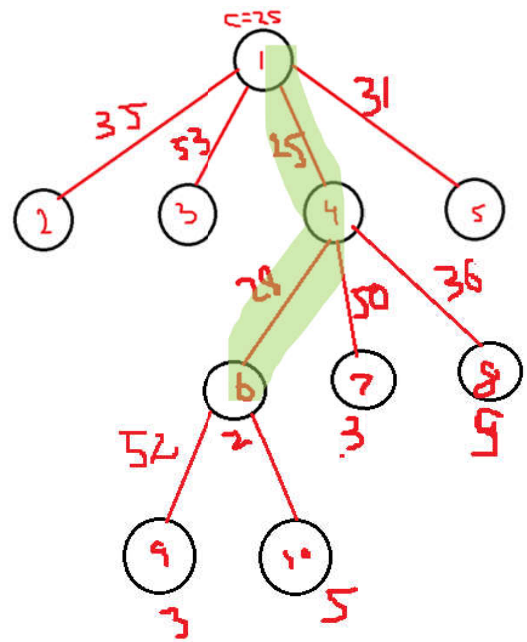
$$\text{Cost}(2,3) = c(2,3) + r + r$$
$$=> 11 + 28 + 13 = 52$$

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

- Cost(2, 3) = 52
- Subtract min from columns

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	0
2	∞	∞	∞	∞	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	0
5	0	∞	∞	∞	∞	11
	0	0	0	0	2	= 11 + 2 = 13

$\text{Cost}(2,3) = c(2,3) + r + r$
$\Rightarrow 11 + 28 + 13 = 52$



	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

- Cost(2, 5) =
- reduced matrix is

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

- Cost(2, 5) =
- Subtract minimum from rows and columns

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

→

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	∞	∞	∞	∞	∞	
3	0	∞	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	∞	0	∞	∞	0
	0		0			= 0 + 0 = 0

γ_2

- Cost(2, 5) = 28

$$
\begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
2 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
3 & 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \\
5 & 11 & \infty & 0 & \infty & \infty & 0 \\
\hline
 & 0 & & 0 & & & = 0 + 0 = 0
\end{array}
$$

$\hat{r}$

$\text{Cost}(2, 5) = c(2, 5) + r + \hat{r}$

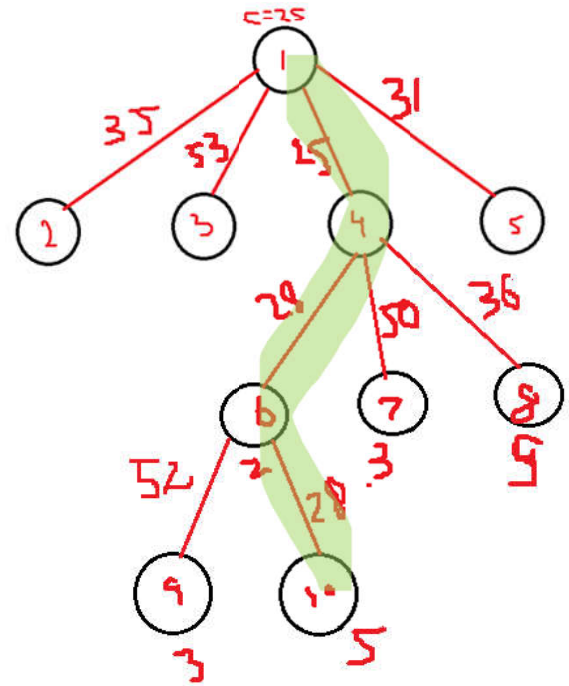
$=> 0 + 28 + 0 = 28$

- Cost(2, 5) = 28

	1	2	3	4	5	
1	∞	∞	∞	∞	∞	
2	∞	∞	∞	∞	∞	
3	0	∞	∞	∞	∞	0
4	∞	∞	∞	∞	∞	
5	11	∞	0	∞	∞	0
	0		0			= 0+0=0

$\text{Cost}(2,5) = c(2,5) + r + \hat{r}$

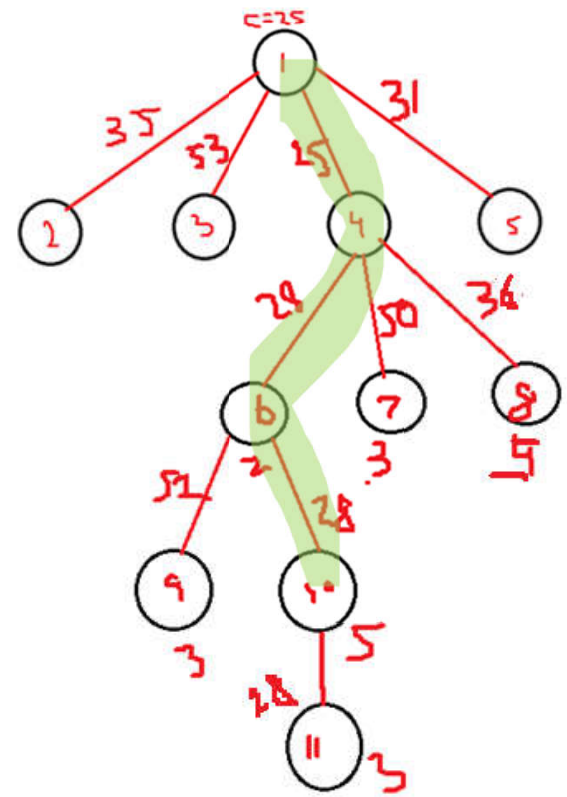
$=> 0 + 28 + 0 = 28$



	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	11	∞	0
3	0	∞	∞	∞	2
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

- We will go through this path
- Now we will follow the reduced matrix
- Cost(5, 3) =

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	∞	∞	∞
3	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞



- We will go through this path to find Cost(5, 3) = 28
- Now we will follow the reduced matrix

	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	∞	∞	∞
3	0	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	11	∞	0	∞	∞

→

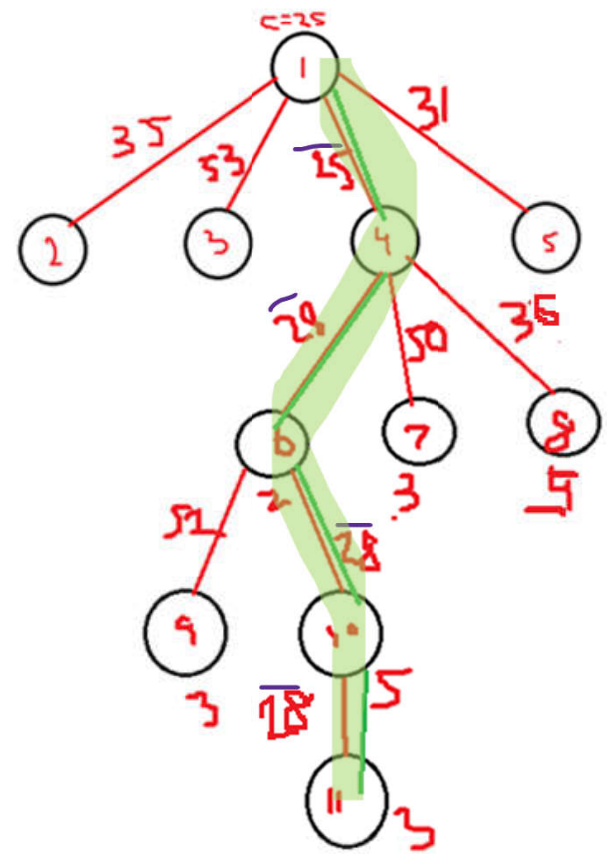
	1	2	3	4	5
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	∞	∞	∞	∞
3	[illegible]	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	∞	∞	∞	∞

- If we go from (3, 1) then it will be infinit

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
3 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{array}
$$

$$\Downarrow$$

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
\hline
1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
3 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{array}
$$

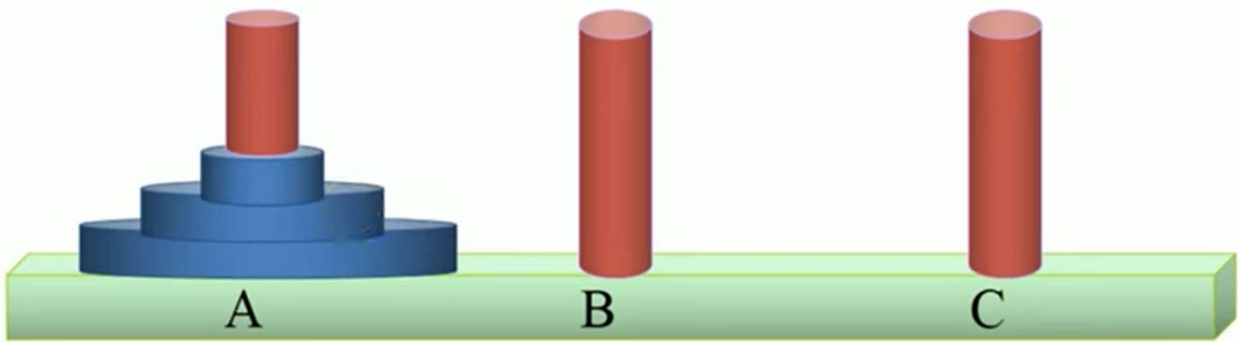


Tower of Hanoi Problem

- Tower of Hanoi is a mathematical puzzle where we have three rods (**A**, **B**, and **C**) and **N** disks. Initially, all the disks are stacked in decreasing value of diameter i.e., the smallest disk is placed on the top and they are on rod **A**. The objective of the puzzle is to move the entire stack to another rod (here considered **C**), obeying the following simple rules:
- Only one disk can be moved at a time.
- Each move consists of taking the upper disk from one of the stacks and placing it on top of another stack i.e. a disk can only be moved if it is the uppermost disk on a stack.
- No disk may be placed on top of a smaller disk.

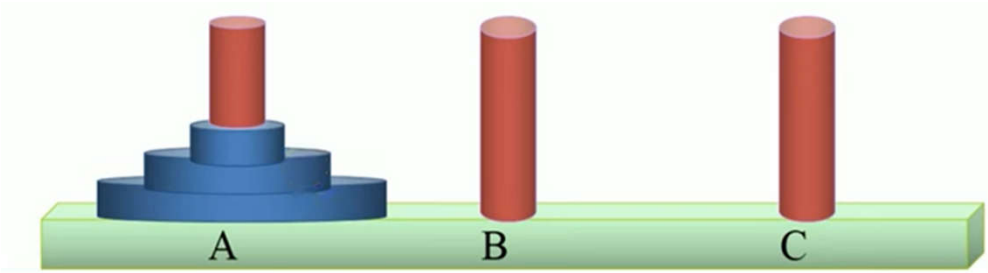
Tower of Hanoi Problem using problem Reduction

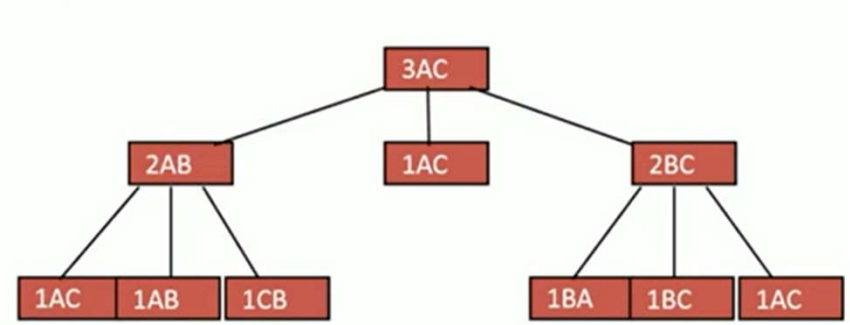
- In a problem reduction space, the **nodes** represent problems to be solved or goals to be achieved, and the **edges** represent the decomposition of the problem into subproblems.
- This is best illustrated by the example of the Towers of Hanoi problem.



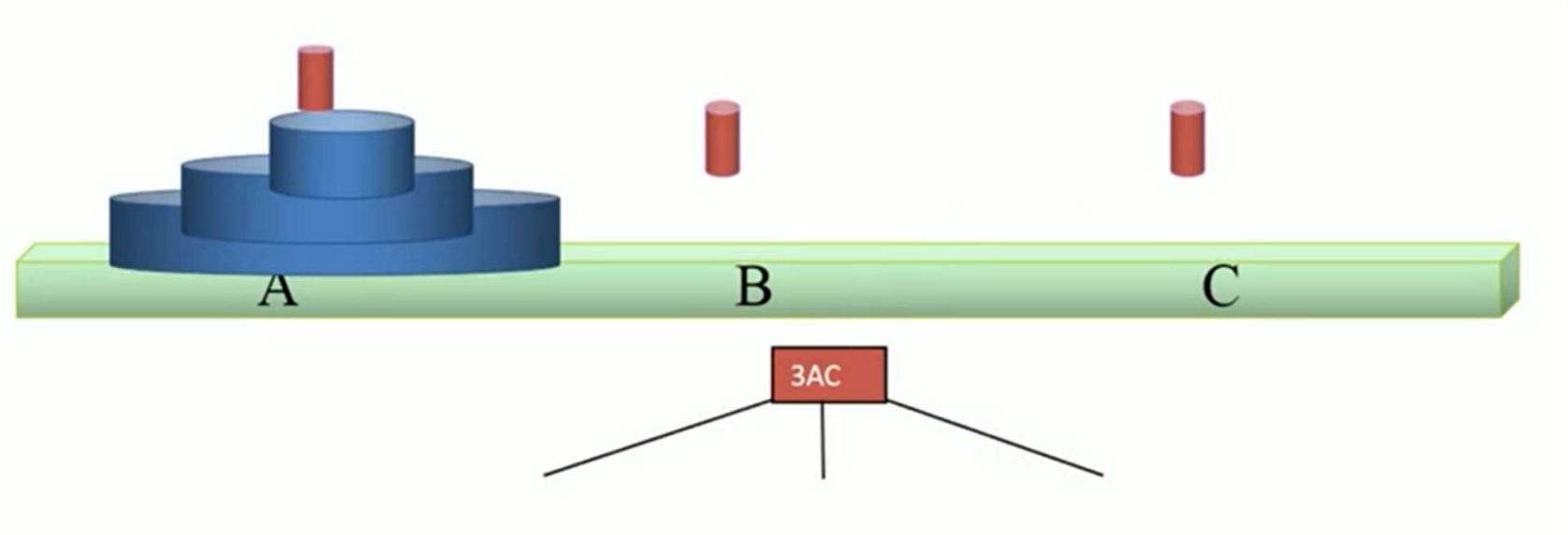
Tower of Hanoi Problem

- The root node, labeled "3AC" represents the original problem of transferring all 3 disks from tower A to tower C.
- The goal can be decomposed into three subgoals: 2AB, 1AC, 2BC. In order to achieve the goal, all 3 subgoals must be achieved.

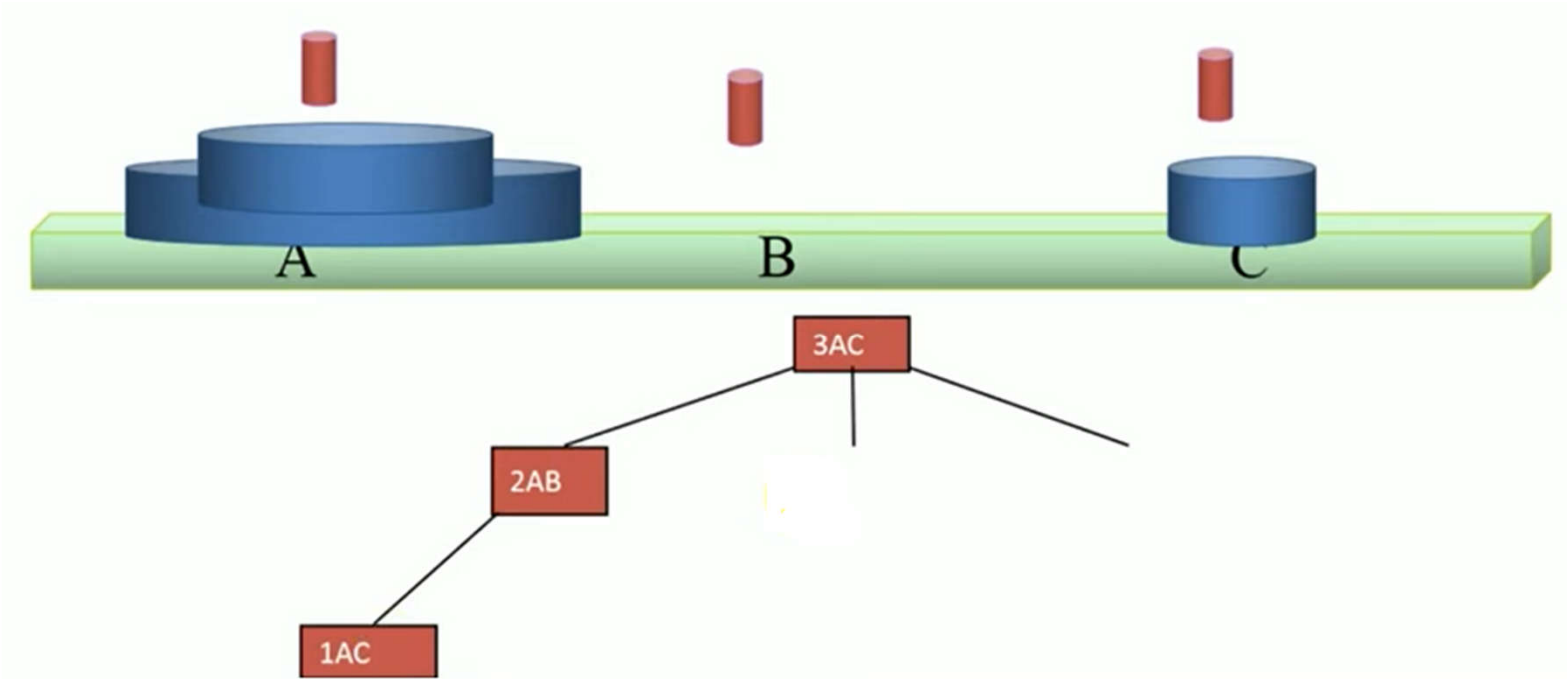




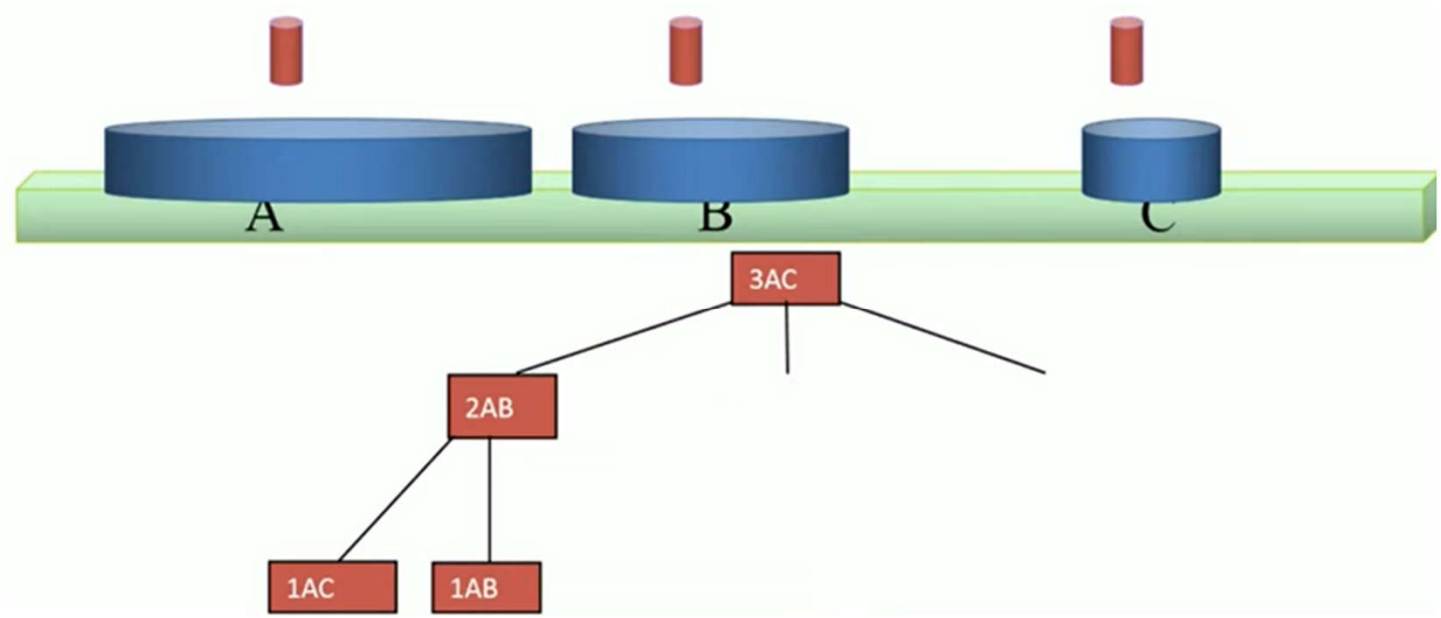
Main Task



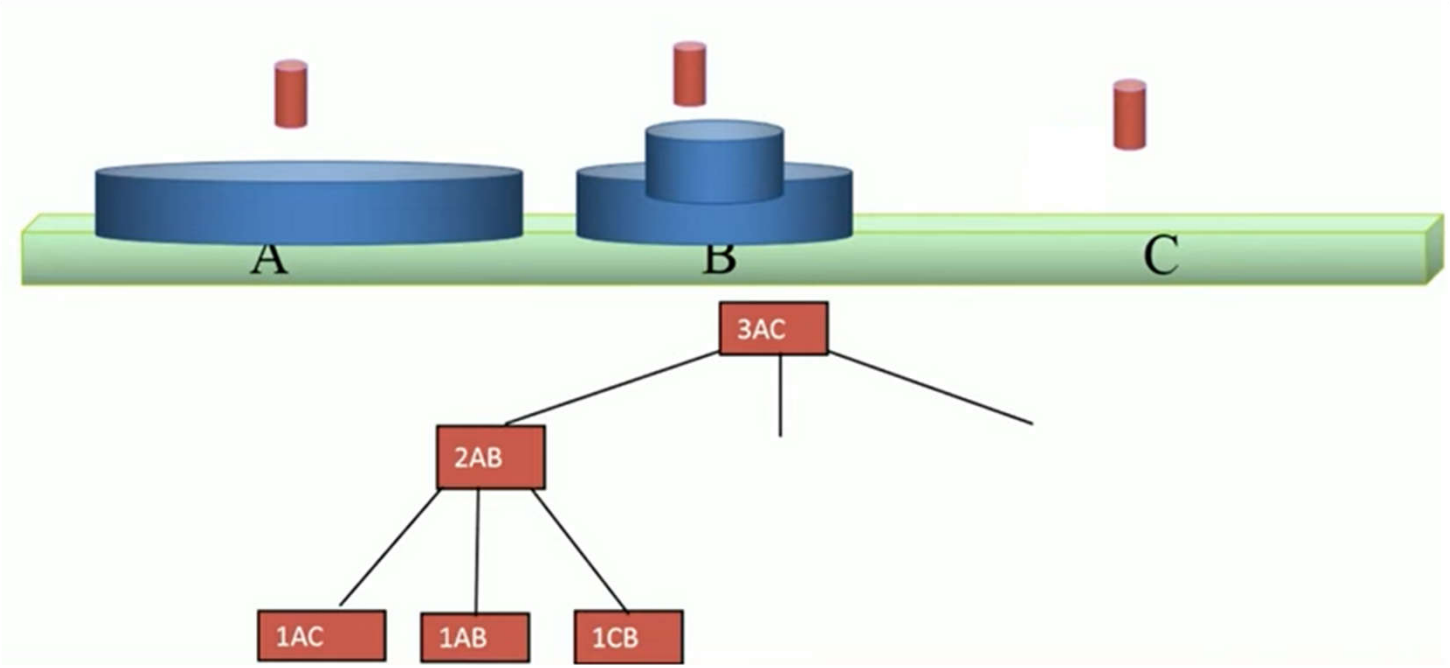
Subtask 1



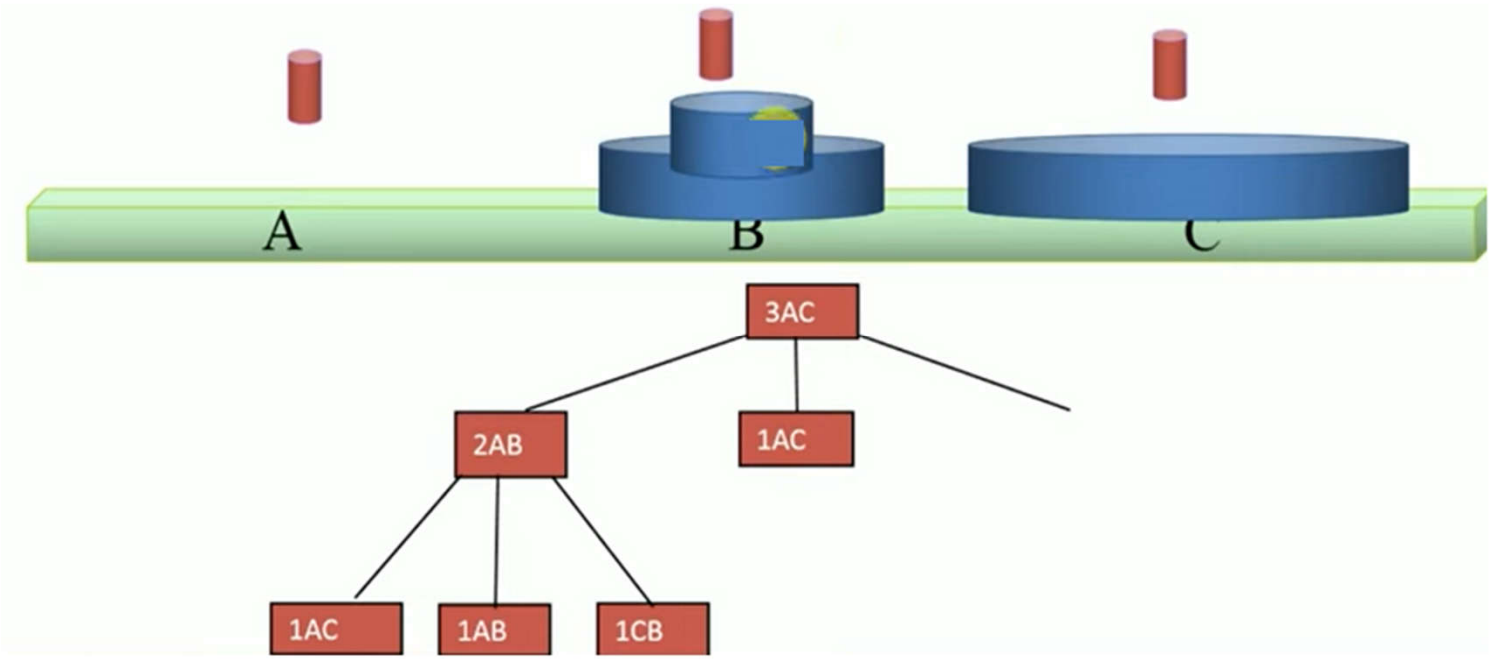
Subtask 2



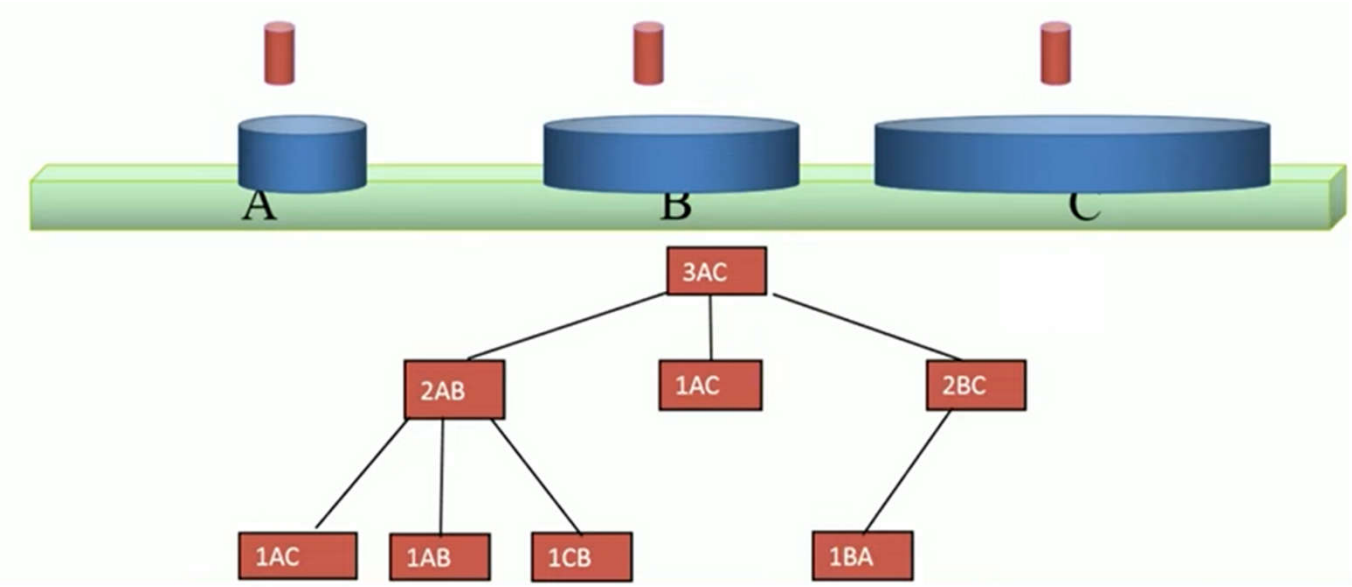
Subtask 3



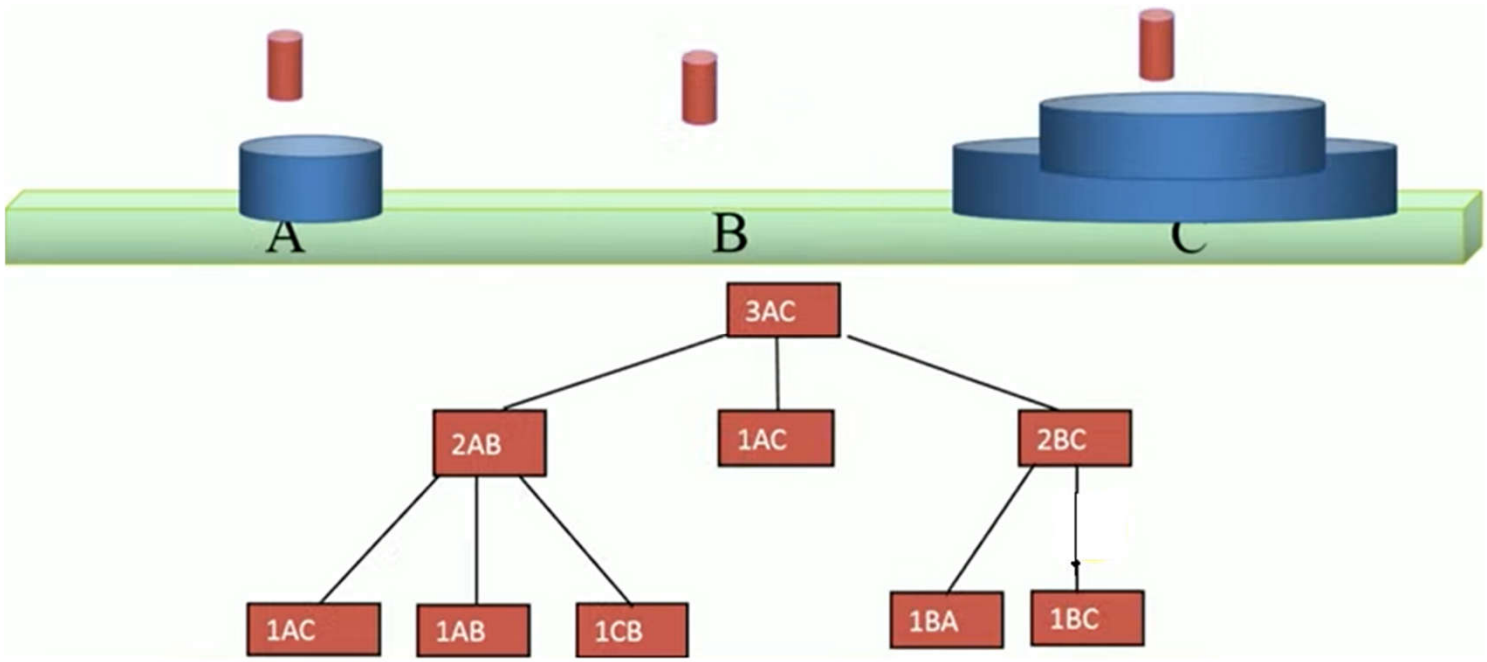
Subtask 4



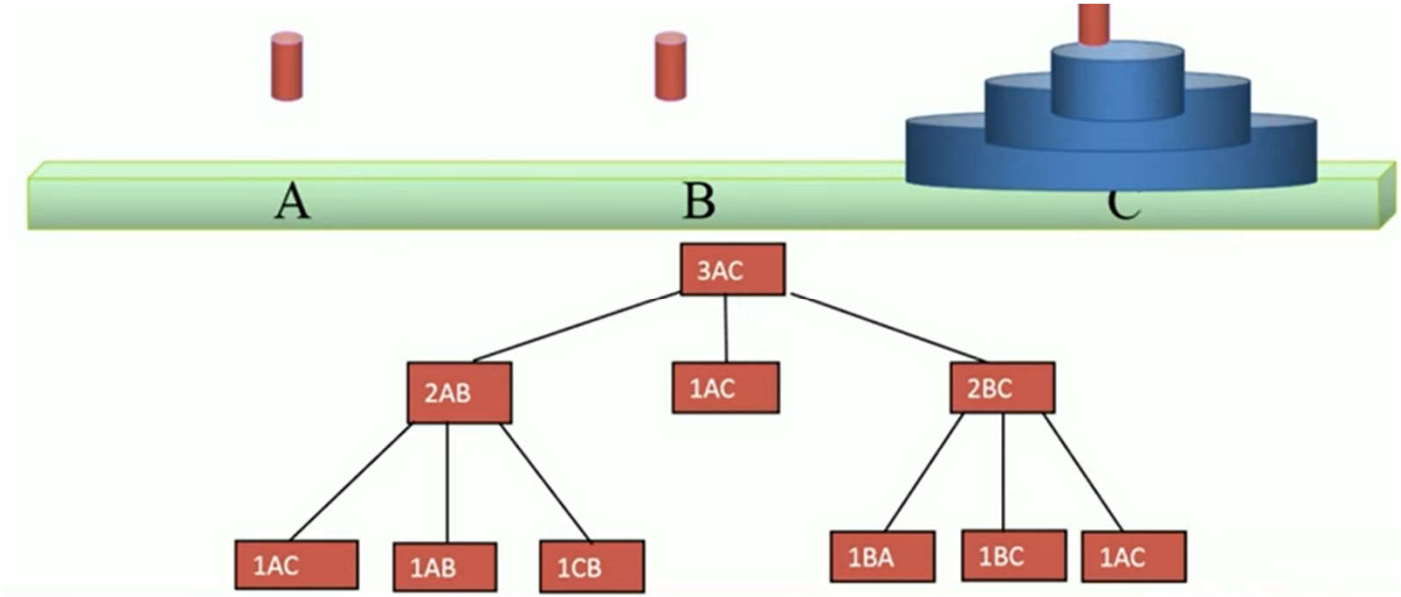
Subtask 5



Subtask 6



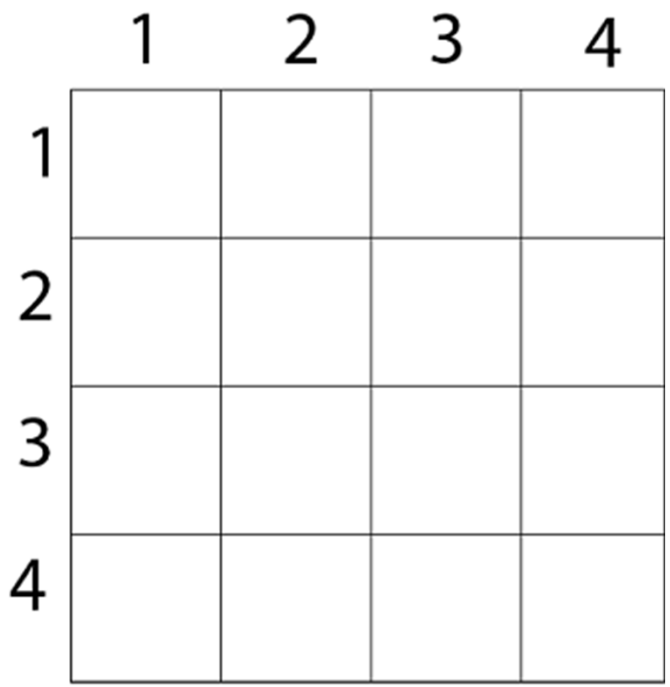
Subtask 7



N-Queens Problem

- N - Queens problem is to place n - queens in such a manner on an n x n chessboard that no queens attack each other by being in the same row, column or diagonal.
- It can be seen that for n =1, the problem has a trivial solution, and no solution exists for n =2 and n =3. So first we will consider the 4 queens problem.
- Given a 4 x 4 chessboard and number the rows and column of the chessboard 1 through 4.

N-Queens Problem



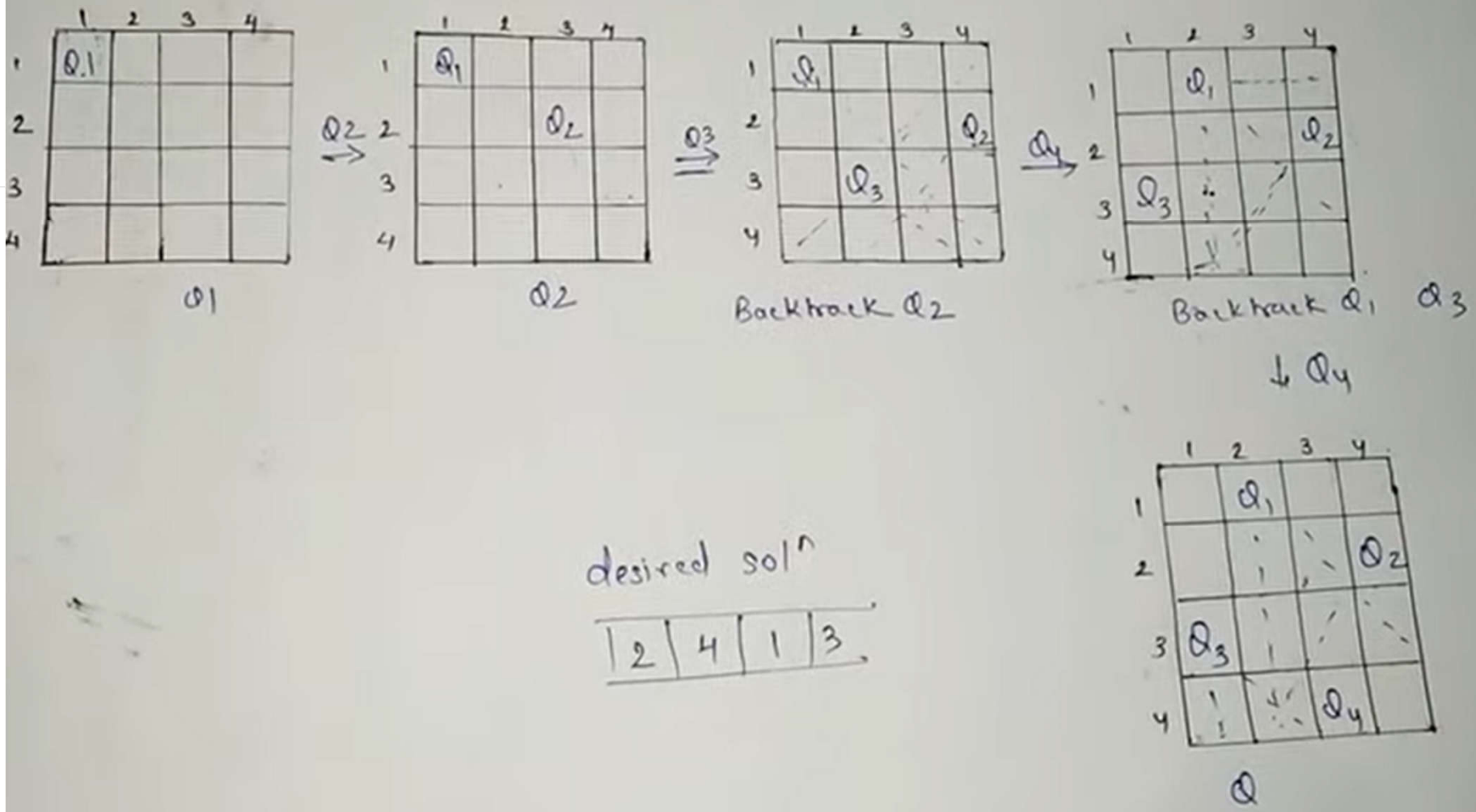
4x4 chessboard

4-Queens Problem

- Since, we have to place 4 queens such as q_1 q_2 q_3 and q_4 on the chessboard, such that no two queens attack each other. In such a conditional each queen must be placed on a different row, i.e., we put queen "i" on row "i".

	1	2	3	4
1			q_1	
2	q_2			
3				q_3
4		q_4		

4-Queen Problem



desired sol^n

2	4	1	3