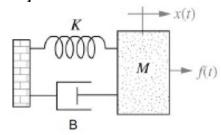


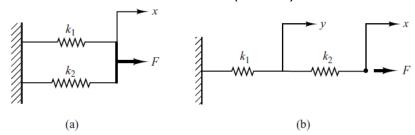
## **MODEL T5 – Lista de Exercícios 1**

**Professor: Caio Chinelato** 

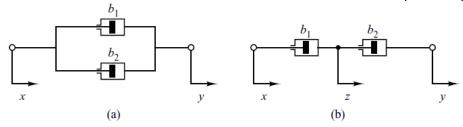
1 – Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo. A massa do sistema é M, a constante elástica da mola é K e o coeficiente de atrito viscoso do amortecedor é B. x é a posição do sistema e f é a força de entrada.



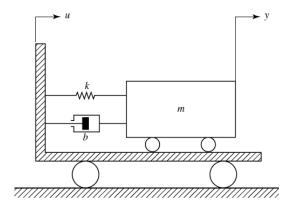
2 – Obter as constantes elásticas equivalentes das molas dos sistemas mecânicos abaixo (k<sub>1</sub> e k<sub>2</sub>):



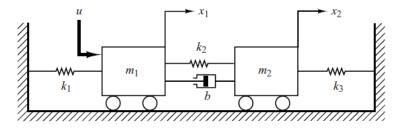
3 – Obter os coeficientes de atrito viscoso equivalentes dos amortecedores dos sistemas mecânicos abaixo (b<sub>1</sub> e b<sub>2</sub>):



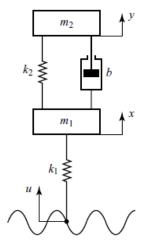
4 – No sistema mecânico abaixo, temos um carro de massa desprezível e um sistema massa-mola-amortecedor. u é o deslocamento do carro e a entrada do sistema. O carro se move a uma velocidade constante (du/dt = constante). O deslocamento y da massa é a saída. A massa do sistema é m, a constante elástica da mola é k e o coeficiente de atrito viscoso do amortecedor é b. Obtenha o modelo matemático do sistema.



– Obtenha o modelo matemático e a função de transferência  $X_1(s)/U(s)$  para o sistema mecânico abaixo.  $x_1$  e  $x_2$  são deslocamentos e u é a força de entrada. As massas do sistema são  $m_1$  e  $m_2$ , as constantes elásticas das molas são  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , e o coeficiente de atrito viscoso do amortecedor é b.

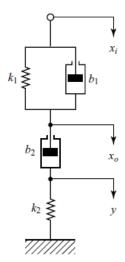


– Obtenha o modelo matemático e a função de transferência Y(s)/U(s) do sistema abaixo. x, y e u são deslocamentos. As massas do sistema são  $m_1$  e  $m_2$ , as constantes elásticas das molas são  $k_1$  e  $k_2$ , e o coeficiente de atrito viscoso do amortecedor é b. Este sistema é uma versão simplificada da suspensão de um automóvel.

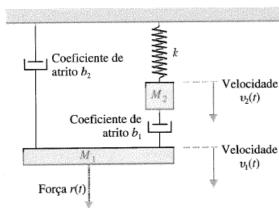


7 – Obtenha o modelo matemático e a função de transferência  $X_0(s)/X_i(s)$  do sistema abaixo.  $x_0$ ,  $x_i$  e y são deslocamentos. As

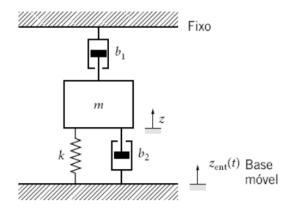
constantes elásticas das molas são k<sub>1</sub> e k<sub>2</sub>, e os coeficientes de atrito viscoso do amortecedores são b<sub>1</sub> e b<sub>2</sub>.



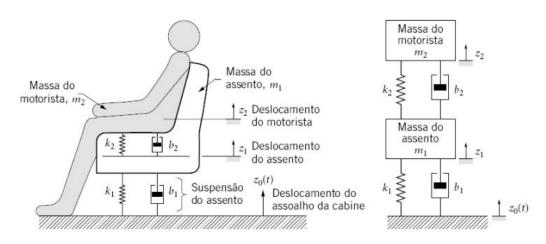
8 – Obtenha o modelo matemático e a função de transferência  $V_1(s)/R(s)$  do sistema abaixo. As massas do sistema são  $m_1$  e  $m_2$ , e a constante elástica da mola é k.



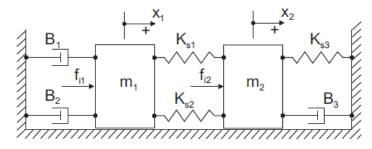
9 – Um sistema de isolamento de vibrações é mostrado na figura abaixo. O amortecedor b<sub>1</sub> conecta a massa m à superfície horizontal superior. O suporte de vibrações que apoia a massa sobre a base móvel é modelado por uma rigidez k e um atrito viscoso b<sub>2</sub> concentrados. O deslocamento de base z<sub>ent</sub> é a entrada do sistema e o deslocamento vertical z da massa m, medido a partir da posição de equilíbrio estático, é a saída. Desenvolva a função de transferência para esse sistema mecânico. Obtenha o modelo matemático do sistema.



10 – A figura abaixo mostra o esquema de um sistema de assento com suspensão, que é projetado para atenuar (suprimir) as vibrações do terreno transmitidas ao motorista. Obtenha o modelo matemático do sistema. As constantes elásticas das molas são k<sub>1</sub> e k<sub>2</sub>, e os coeficientes de atrito viscoso do amortecedores são b<sub>1</sub> e b<sub>2</sub>. Obtenha o modelo matemático do sistema.

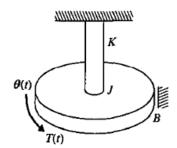


11 — Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo.  $x_1$  e  $x_2$  são deslocamentos, e  $f_{i1}$  e  $f_{i2}$  são forças de entrada. As constantes elásticas das molas são  $k_{s1}$ ,  $k_{s2}$  e  $k_{s3}$ , e os coeficientes de atrito viscoso do amortecedores são  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$ .

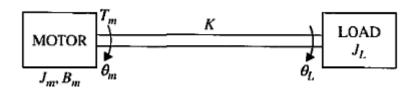


12 – Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo. θ é o deslocamento angular, T é o torque de entrada e J é momento de inércia do disco. O disco gira conectado a uma mola de rotação

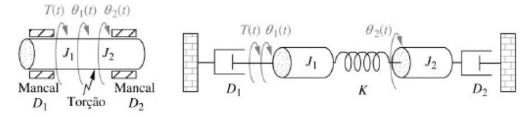
com constante elástica da mola torcional K. A borda do disco gira em uma superfície com atrito viscoso dado por B.



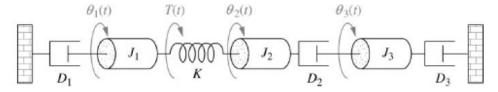
13 – Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo. O motor é acoplado a uma carga inercial através de um eixo com constante elástica K.  $T_m$  é o toque do motor,  $B_m$  é o coeficiente de atrito viscoso do motor,  $\theta_m$  é o deslocamento angular do motor,  $J_m$  é a inércia do motor,  $\theta_L$  é o deslocamento angular da carga e  $J_L$  é a inércia da carga.



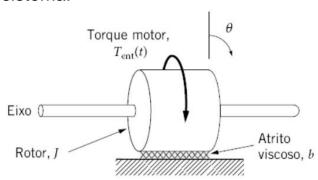
14 – Obtenha o modelo matemático e a função de transferência  $\theta_2(s)/T(s)$  do sistema abaixo.  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os deslocamentos angulares, T é o torque de entrada,  $D_1$  e  $D_2$  são os coeficientes de atrito viscoso dos amortecedores torcionais, K é a constante elástica da mola torcional, e  $J_1$  e  $J_2$  são os momentos de inércia.



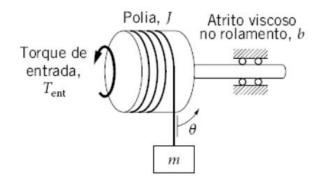
15 — Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo.  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  são os deslocamentos angulares, T é o torque de entrada,  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  são os coeficientes de atrito viscoso dos amortecedores torcionais, K é a constante elástica da mola torcional, e  $J_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$  são os momentos de inércia.



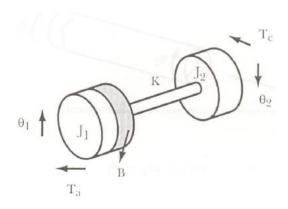
16 – A figura abaixo mostra um sistema mecânico com um único disco, no qual o rotor é suportado por rolamentos com atrito viscoso b, e um motor fornece o torque  $T_{ent}$  diretamente à inércia do rotor J.  $\theta$  é o deslocamento angular. Obtenha o modelo matemático do sistema.



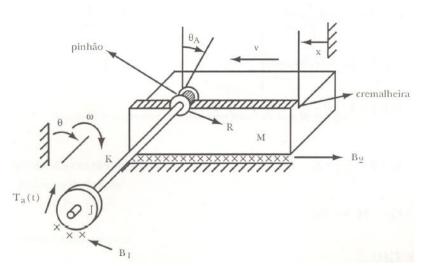
17 - A figura abaixo mostra um sistema mecânico que consiste em uma polia. A polia possui momento de inércia J e raio r. Um torque externo  $T_{ent}$  é aplicado diretamente na polia.  $\theta$  é o deslocamento angular. A polia levanta uma carga de massa m e o eixo da polia é suportado por rolamentos com atrito viscoso b. Obtenha o modelo matemático do sistema.



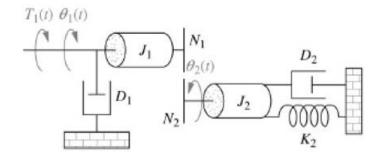
18 - O sistema mostrado na figura abaixo consiste de um momento de inércia  $J_1$ , correspondendo ao rotor de um motor ou uma turbina, o qual está acoplado ao momento de inércia  $J_2$  representando um propulsor. Potência é transmitida através de um acoplamento com coeficiente de atrito viscoso B e um eixo de torção com constante de elástica torcional K. Um torque acionador  $T_a(t)$  é exercido em  $J_1$  e um torque de carga  $T_c(t)$  é exercido em  $J_2$ . Obtenha o modelo matemático do sistema.



19 – O sistema abaixo converte o movimento rotacional em translacional. O momento de inércia J representa o rotor de um motor em que um torque aplicado  $T_a$  é exercido. O rotor é acoplado ao pinhão através de um eixo flexível de raio R. A cremalheira está rigidamente acoplada à massa M. A constante elástica torcional do eixo é K, o sistema possui coeficientes de atrito viscosos  $B_1$  e  $B_2$ ,  $\theta$  e  $\omega$  são o deslocamento e velocidade angular do eixo respectivamente e x e v são o deslocamento e velocidade linear da cremalheira respectivamente. Obtenha o modelo matemático do sistema.

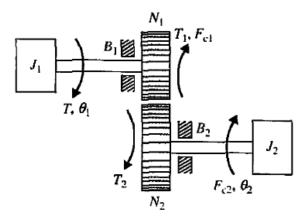


– A figura abaixo mostra um sistema mecânico rotacional com engrenagens.  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os deslocamentos angulares,  $T_1$  é o torque de entrada,  $D_1$  e  $D_2$  são os coeficientes de atrito viscoso dos amortecedores torcionais,  $K_2$  é a constante elástica das mola torcional,  $J_1$  e  $J_2$  são os momentos de inércia, e  $N_1$  e  $N_2$  são os dentes das engrenagens. Obtenha o modelo matemático e a função de transferência  $\theta_2(s)/T_1(s)$  do sistema.

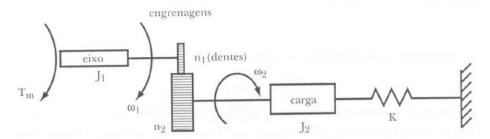


21-Na prática, engrenagens tem inércia e atrito entre os acoplamentos dos dentes que em alguns casos não podem ser desprezados. A figura abaixo mostra um sistema mecânico rotacional com engrenagens, onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os deslocamentos angulares,  $T_1$  e  $T_2$  são os torques,  $B_1$  e  $B_2$  são os coeficientes de atrito viscoso,  $J_1$  e  $J_2$  são os momentos de inércia,  $N_1$  e  $N_2$  são os dentes das engrenagens, e  $F_{c1}$  e  $F_{c2}$  são os coeficientes de atrito de Coulomb. Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo. Observação:

O atrito de Coulomb é dado por  $T_c = F_c \cdot \omega / |\omega|$ ;

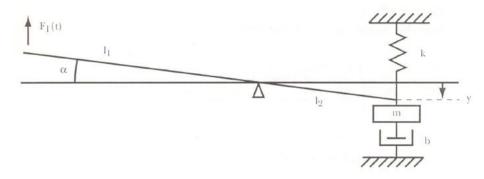


22 – Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo.  $\omega_1$  e  $\omega_2$  são os deslocamentos angulares,  $T_m$  é o torque de entrada, K é a constante elástica das molas torcional,  $J_1$  e  $J_2$  são os momentos de inércia, e  $n_1$  e  $n_2$  são os dentes das engrenagens.

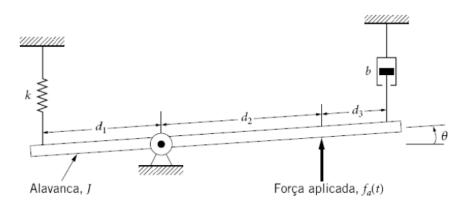


23 – Obtenha o modelo matemático do sistema abaixo. A massa do corpo é m, k é a constante elástica da mola, b é o coeficiente de

atrito viscoso, y é o deslocamento linear do sistema,  $l_1$  e  $l_2$  são comprimentos da barra,  $\alpha$  é o ângulo da barra e a força de entrada  $F_1$  é conhecida. Considere  $\alpha$  pequeno e assuma que com  $F_1$  = 0, tem-se o equilíbrio estático com y = 0.



24 - A figura abaixo mostra um sistema com uma única alavanca comandada por uma força externa  $f_a$ . A alavanca possui momento de inércia J em torno do eixo do pino. Quando o ângulo da alavanca  $\theta = 0$ , a mola de constante elástica k não está deformada. b é o coeficiente de atrito viscoso e  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$  são as dimensões da alavanca. Obtenha o modelo matemático do sistema.



25 – Um pêndulo invertido montado em um carro motorizado é mostrado na figura abaixo. Vamos considerar aqui somente o problema bidimensional, em que o movimento do pêndulo fica restrito ao plano da página. A força de controle u é aplicada ao carro de massa M. Considere que o centro de gravidade da haste do pêndulo esteja situado no centro geométrico dele. O ângulo da haste a partir da linha vertical é definido como  $\theta$ .

