Tarefa 1

Laís Saloum Deghaide, 11821BCC001

1.3)
Matriz de adjacências

	t	**u**	**v**	**w**	**x**	**y**	**z**
t	0	0	0	0	0	0	0
u	0	0	1	0	1	0	0
v	0	1	0	1	0	0	0
w	0	0	1	0	1	0	0
x	0	1	0	1	0	1	0
y	0	0	0	0	1	0	1
z	0	0	0	0	0	1	0

Matriz de adjacências de K_4

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	1	1	1
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	1	1	0

A matriz de adjacências do complemento de um grafo terá zeros nas posições em que o grafo possui um e um nas posições que o grafo possui zero, excetuando a diagonal que em ambas possuem zero.

1.4)
Matriz de incidências

	vw	**uv**	**xw**	**xu**	**xy**	**yz**
t	0	0	0	0	0	0
u	0	1	0	1	0	0
v	1	1	0	0	0	0
w	1	0	1	0	0	0
x	0	0	1	1	1	0
y	0	0	0	0	1	1
z	0	0	0	0	0	1

Matriz de incidências de K_4

	12	**13**	**14**	**23**	**24**	**34**
1	1	1	1	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0
3	0	1	0	1	0	1
4	0	0	1	0	1	1

A soma de todos elementos da matriz é o dobro do total de arestas do grafo.
A matriz de incidências do complemento de um grafo terá zeros nas posições em que o grafo possui 1 e 1 nas posições que o grafo possui zero, excetuando a diagonal que em ambas possuem zero.

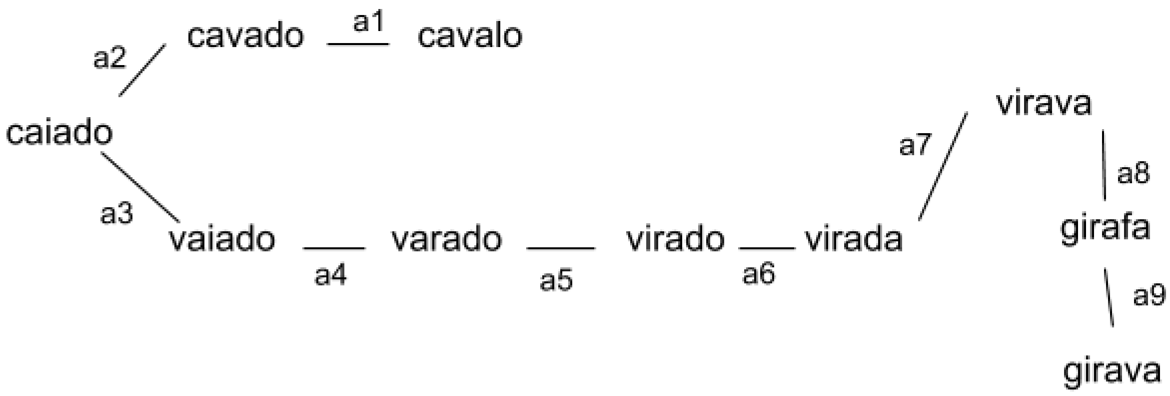
1.6) Uma grade p-por-q vai ter quatro vértices com duas arestas, $(2 \cdot (q-2) + 2 \cdot (p-2))$ vértices com três arestas e $((p-2) \cdot (q-2))$ vértices com quatro arestas. Totalizando $\frac{(4\cdot((p-2)\cdot(q-2)) + 3\cdot(2\cdot(q-2) + 2\cdot(p-2)) + 2\cdot 4}{2} = 2 \cdot p \cdot q - (p+q)$ arestas.

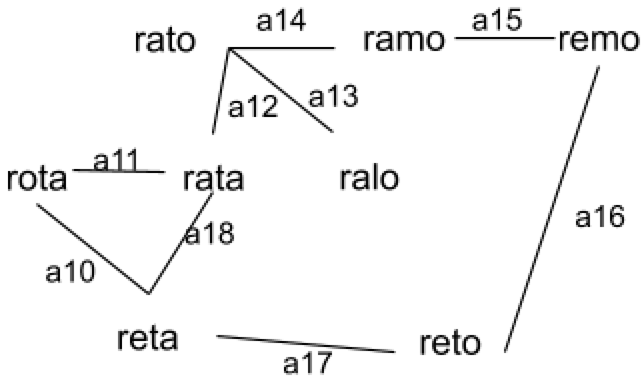
Matriz de adjacências

	a10	**a11**	**a12**	**a13**	**a14**	**a20**	**a21**	**a22**	**a23**	**a24**	**a30**	**a31**	**a32**	**a33**	**a34**	**a40**	**a41**	**a42**	**a43 a44**
a10	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0
a11	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0
a12	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0
a13	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0
a14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0
a20	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0 0
a21	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0 0
a22	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0 0
a23	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0 0
a24	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0 0
a30	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0 0
a31	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0 0
a32	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0 0
a33	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1 0

a34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0 1
a40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0 0
a41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0 0
a42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1 0
a43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0 1
a44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1 0

1.13)





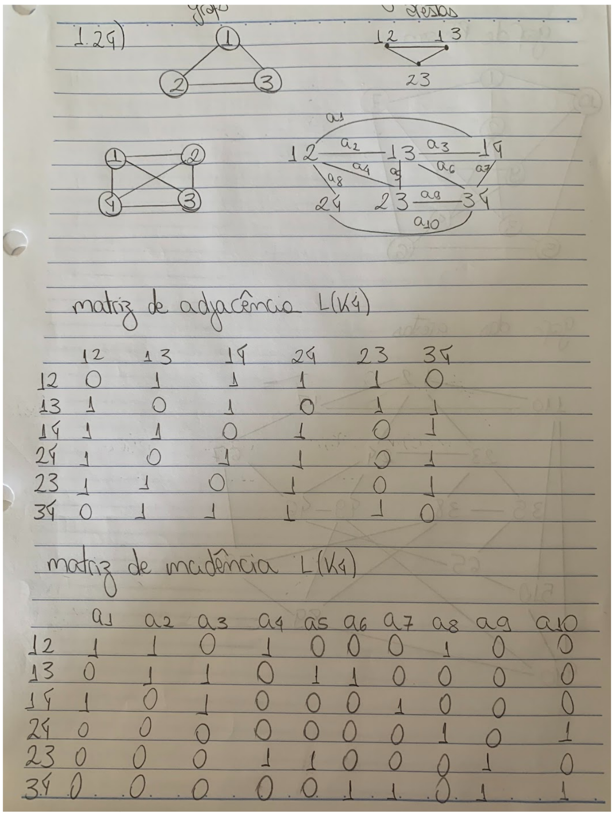
Matriz de adjacências

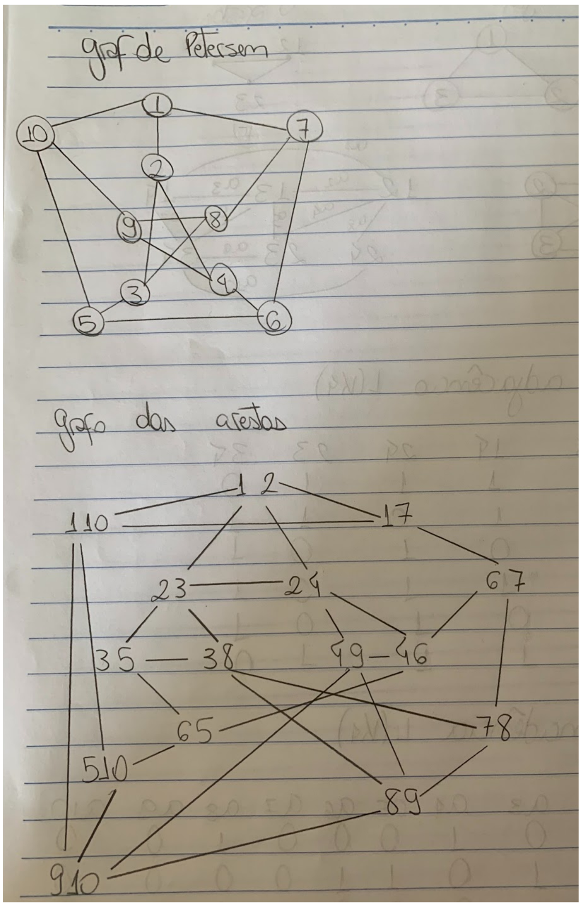
	cavalo	cavado	caiado	vaiado	varado	virado	virada	virava	girava	girafa	reta	rota	rata	rato	ralo	ramo	remo	reto
cavalo	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
cavado	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
caiado	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
vaiado	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
varado	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
virado	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
virada	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
virava	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
girava	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
girafa	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
reta	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
rota	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
rata	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
rato	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
ralo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
ramo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
remo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
reto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

Matriz de incidências

	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15	a16	a17	a18
cavalo	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
cavado	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
caiado	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
vaiado	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
varado	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
virado	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
virada	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
virava	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
girava	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
girafa	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
reta	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
rota	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
rata	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
rato	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
ralo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
ramo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
remo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
reto	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

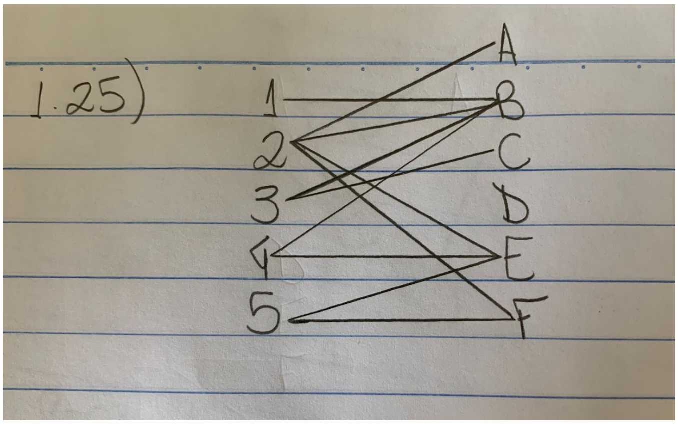
1.24)





O número de vértices de $L(K_n)$ será igual o número de arestas de Kn e o número de arestas de $L(K_n)$ é igual ao dobro do número de vértices.

1.25)



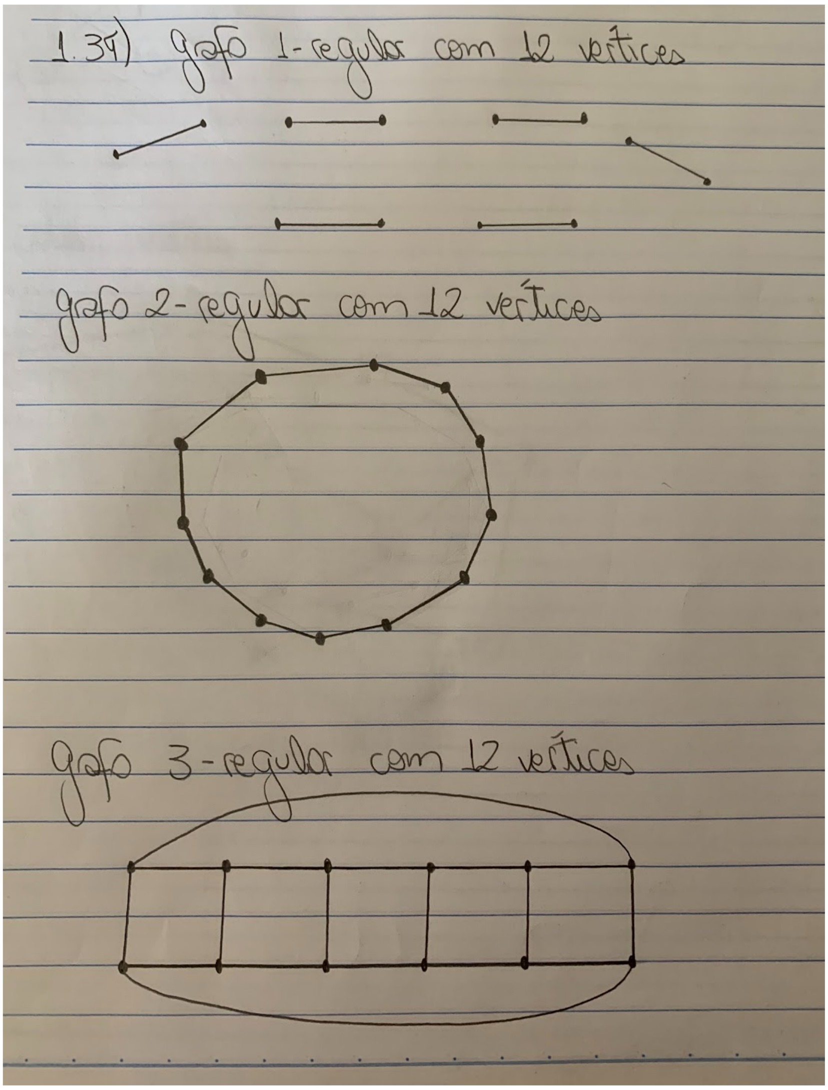
1.26) Um grafo {U, W}-bipartido, tendo em u vértices em U e w vértices em W, pode ter até u*w arestas.

1.27) Um $K_{p,q}$ possui p*q arestas, enquanto um $\overline{K}_{p,q}$ possui $\frac{k*(p+q)}{2}$ arestas.

1.30) A matriz de adjacência de um grafo bipartido $K_{m,n}$ tem autovalores $\sqrt{(nm)}$, $-\sqrt{(nm)}$ e 0; com multiplicidade 1, 1 e $n+m-2$ respectivamente.

1.33) Tanto o grau mínimo quanto o grau máximo de um grafo completo K_n serão iguais a n-1. O grau mínimo de um grafo bipartido completo seria igual a p, e o grau máximo do grafo seria igual a q, sendo o grafo $K_{p,q}$ onde $p \leq q$.

1.34)



1.39) A soma dos elementos da linha v de A é a quantidade dos elementos vizinhos a linha v. A soma dos elementos da linha v de M é o grau do vértice da linha v.

1.40) Sendo G um grafo bipartido r-regular, significa que cada vértice tem o mesmo número de adjacências e assim a quantidade de vértice em U deverá ser igual a quantidade dos vértices em W. Portanto |U| = |W|.

1.46) Temos que, para um grafo k-regular, o número de arestas é $|E| = \frac{k|v|}{2}$ **.** Com K_n é um grafo é completo e portanto o grafo que possui a maior quantidade possível de aresta, além de ser um n-1-regular, temos que: $|E| = \frac{(n-1)n}{2}$ e portanto é o maior valor de arestas que um grafo com n vértices pode ter.

1.53) O grau mínimo do grafo complemento será igual $(n-1) - \Delta(G)$.
O grau máximo será: $(n-1) - \delta(G)$.

1.65) Sendo H o grafo em questão e (n-1) a quantidade de arestas visitadas no caminho P, logo sabemos que todos os vértices foram visitados em P e portanto $\delta(P) = \delta(H)$ e $\Delta(P) = \Delta(H)$.
Sendo O um circuito de comprimento n, então todos os n vértices do grafo H foram também visitados e portanto $\delta(O) = \delta(H)$ e $\Delta(O) = \Delta(H)$.

1.67) São 7 caminhos possíveis, e existem 6 circuitos no conjunto {1,2,3}. Já o conjunto {1,2,3,4} terá 25 caminhos possíveis.

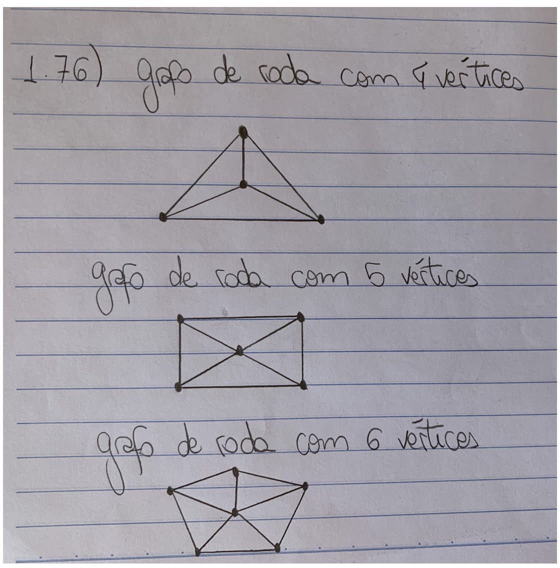
1.68) Sim, é verdade.

1.69) Sim, é verdade.

1.73) Como P e Q são caminhos, não há nenhuma aresta e nenhum vértice que se repete. Além disso, temos que v é o único vértice que pertence a ambos caminhos, sendo assim v é a extremidade de ambos caminhos, ao fazermos $P \cup Q$ necessariamente também teremos um caminho. Por exemplo, pegando um caminho qualquer P, tal que u e v são extremidades: u - t - s - r - a - v, e pegando outro caminho qualquer Q que inicia em v e acaba em w: v - x - y - z - w, formará um novo caminho: u - t - s - r - a - v - x - y - z - w, sendo assim $P \cup Q$ também é um caminho.

1.74) Como P e Q são caminhos, não há nenhuma aresta e nenhum vértice que se repete. E todo caminho tem dois extremos, sendo os extremos de P e Q iguais, então a união desses dois caminhos sempre será um circuito.

1.76)



Uma roda com n vértices possui $\frac{(n-1)n}{2}$ arestas, grau mínimo igual a 3 e grau máximo igual a (n-1).

1.87) Se apenas os vértices do subgrafo e grafo forem iguais, não é possível determinar que H = G, pois pode haver arestas faltando. Agora, se Eh = Eg, podemos sim afirmar que H = G.

1.90) Sendo O um circuito, se tirarmos um vértice dele, tendo O - v, ainda assim podemos percorrer por todos os outros vértices e arestas, criando assim um caminho, pois agora teremos como extremidades os vértices que eram adjacentes do vértice retirado e não temos nenhum vértice ou aresta repetidos.
Agora, se retirarmos uma aresta do circuito, tendo O - e, também conseguimos percorrer por todos os vértices, mas agora tendo como extremidades os dois vértices que eram ligados pela aresta retirada, formando assim um caminho.

1.95) Pela definição de grafo bipartido, temos que todas as arestas ligam um vértice de U a um vértice de W, então não existem arestas que ligam vértices do mesmo conjunto. Portanto, os subgrafos G[U] e G[W] serão vazios.

1.96) Sim, pois sendo G um grafo completo, temos que qualquer par de vértice (u, v) de G possui uma aresta que os liga. Logo, em um subgrafo H induzido de G, temos que qualquer vértice escolhido u terá uma aresta para todos os outros vértices, que estavam também no grafo G. Portanto, o subgrafo induzido também será completo.
Sim, pois sendo P um caminho em G e H o grafo induzido do caminho P, temos que qualquer par de vértice de H também será acompanhado da aresta ligante pertencente a P, formando assim um outro caminho.
Não, pois um subgrafo induzido do circuito pode ser o próprio circuito e circuito não é caminho.

1.151) Se dois vértices u e v estão em componentes conexas distintas de G, então existe uma aresta entre eles em $\overline{G}$. Se u e v estão numa mesma componente conexa de G, então existe um caminho $u \cup v$ em $\overline{G}$, onde a união é um vértice em outra componente qualquer de G. Em ambos os casos, existe caminho entre u e v em $\overline{G}$, concluindo que $\overline{G}$ é conexo.

1.201) Grafos de grau par possuem circuito e retirando qualquer aresta desse tipo de grafo não causa um aumento no número de componentes conexas e portanto não possuem pontes.

2.2) Os grafos só serão isomorfos na condição inicial, se trocarmos hk por hn não serão, pois deixam de ter os mesmos relacionamentos.

2.9) Os grafos não são isomorfos, pois não possuem os mesmos relacionamentos.