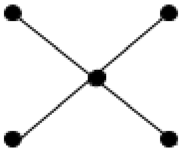
Tarefa 4

Laís Saloum Deghaide, 11821BCC001

1.5) Molécula C_1H_4.



Existe apenas uma molécula de C_3H_8.

1.224) Sendo $(v_1,\ v_2,\ v_3,\ ...,\ v_n)$ a sequência dada e o seguinte grafo, também dado pelo enunciado, $(\{v_1,\ v_2,\ v_3,\ ...,\ v_n\},\ \{v_2v_{i(2)},\ v_3v_{i(3)},\ ...,\ v_nv_{i(n)}\})$, temos que um vértice desse grafo será incidente apena aos vértices de indice diretamente maior e menor que o vértice em análise. Sendo assim, temos que v_1 será incidente apenas de v_2, v_2 incidirá em $v_1\ e\ v_3$ e assim por diante. Podemos perceber que existe apenas um caminho que ligará v_1 a v_n e que vai passar por todos os vértices e arestas distintos do grafo. Portanto, podemos concluir que *G* é conexo e há exatamente um caminho entre dois vértices quaisquer, sendo então uma árvore.

1.225) Sendo $(v_1,\ v_2,\ v_3,\ ...,\ v_n)$ a permutação de V_T e T, uma árvore, temos, pela definição de árvore, que T possui exatamente um caminho entre dois vértices quaisquer. Além disso, nos foi dado que v_j é tal que $j\ =\ 2,\ ...,\ n$, sendo cada v_j adjacente a exatamente um dos vértices de $\{v_1,\ ...,\ v_{j-1}\}$. Teremos então os pares de vértices adjacentes $v_iv_j,\ i < j$ com j indo de 2 a n, sendo esse fenômeno denominado de permutação topológica.

1.227) Temos n como o número de vértices do grafo e e as arestas de um grafo. Também temos um vetor chamado entrada que conta a quantidade de arestas visitadas e num_raizes que conta a quantidade de raizes.

Pseudocódigo para chegar se grafo é árvore:

```
Para cada aresta pertencente e e faça
        entrada[e] ←entrada[e] + 1
fim
num_raizes←0
Para i ←1 até n faça
        se entrada[i] = 0 então
        raiz ←i;
        num_raizes ←num_raizes +1
fim
Checa se num_raizes ≠ 1  , se sim
        retorna false
fim
Checa se busca_profundidade(i, visitado) = false, se sim
        retorna false
fim
Para i ←1 até n faça
        Checa se visitado[i] = false, se sim
```

```
                    retorna false
          fim
fim
retorna true
```

Pseudocódigo de busca em profundidade que checa se cada vértice tem exatamente um "pai" no grafo direto, para auxiliar a função principal:
Temos i como o vértice inicial e visitado que determina se o vértice foi visitado ou não
busca_profundidade(i, visitado)

```
Checa se visitado[i] = true, se sim
          retorna false
end
visitado[i] ← true
Para cada filho pertencente a visinho(i) faça
          resultado ← busca_profundidade(i, visitado)
          Checa se resultado é falso, se sim
                    retorna false
          fim
fim
retorna true
```

1.234) Sendo T uma árvore com 2 ou mais vértices e X o conjunto de vértices com grau maior que 2, X são os vértices internos do grafo. Se X estiver vazio, então o número de folhas será igual a 2, pois a árvore T será um caminho e as folhas serão as extremidades. Mas se X tiver apenas um vértice com grau 3, a árvore então terá 3 folhas, pois o caminho, nesse caso, terá outra extremidade. Sendo assim, a soma dos graus de X será igual o número de folhas da árvore, retirando de cada vértice 2 graus e somando 2 ao somatório.

1.235) Sendo T um árvore com os vértices de 7 a n sendo folha, então temos que o número de folhas deverá ser a soma dos graus dos vértices de 1 a 6. Sendo assim, tendo L como o número de folhas de T, L será igual a 27.

1.236) Sendo p vértices que possuem grau 4, é possivel imaginar que $p-2$ vértices se ligam a 2 vértices folha e a 2 vértices internos. Já os vértices da extremidade se ligarão a 3 vértices folhas e 1 interno cada. Sendo assim, teremos $q = 2 \cdot |p-2| + 6 \rightarrow q = 2 \cdot p + 2$.

1.237) Não, não é verdade.

1.239) Temos que uma família Helly de ordem k é de conjuntos tal que qualquer subfamília mínima com uma interseção vazia possui k ou menos conjuntos. Equivalentemente, toda subfamília finita, de modo que toda interseção de K não é vazia, tem interseção total não vazia. Sendo assim, uma família de conjuntos tem a propriedade Helly se, para cada n conjuntos s1, s2, ..., sn na família $s_i \cap s_j \neq \varnothing$ então $s_i \cap s_j ... \cap s_n \neq \varnothing$. Desse modo, podemos concluir que os três caminhos P, Q, R de uma árvore T que possuem interseção dois a dois não vazia, também terá interseção total não vazia.

2.21) A fórmula C possui dois isômeros, sendo eles o butano e o 2-metilpropano. Eles têm fómulas estruturais distintas e portanto não são isomorfos. Sendo assim, A possui esses dois grafos dois-a-dois não isomorfos.

3.1) As sequências gráficas são: (1, 1, 2, 2), (0, 1, 2, 2, 3).

3.2) Pela definição, temos que um grafo que possui n vértices terá grau máximo, no máximo, igual a . Temos também que a sequência gráfica é o valor do grau de cada vértice e portanto temos que $g_i \leq n - 1$. Já a soma de g_i será igual a soma dos graus do grafos e, também pela definição, a soma dos graus de um grafo é $2 \cdot |A|$, portanto é sempre par.

14.7) A partir do teorema, temos que todo grafo conexo contém pelo menos uma árvore geradora. Como nos foi dado que G é um grafo conexo, então ele possui T. Também sabemos pela definição que para ser árvore geradora, T deve ser um subgrafo gerador de G, e portanto qualquer distância de r a outro vértice no grafo G será igual a distância obtida no subgrafo gerador T.

14.9) Seja T uma árvore com $n \geq 3$ vértices. Se removermos todas as folhas de T, o grafo T' resultante ainda é uma árvore e a excentricidade de todo vértice em T' será reduzida em 1 em relação a T. Logo, qualquer vértice pertencente ao centro de T também estará no centro de T'. Continuando esse procedimento chegaremos em uma árvore com um ou dois vértices, que são os centros de T. Sendo assim, fica intuitivo notar que se T possuir dois centros, então eles serão adjacentes já que, ao irmos retirando os vértices folhas, restam apenas eles no fim e eles devem estar conectados na árvore e entre eles, para formarem os subgrafos resultantes de cada passo.