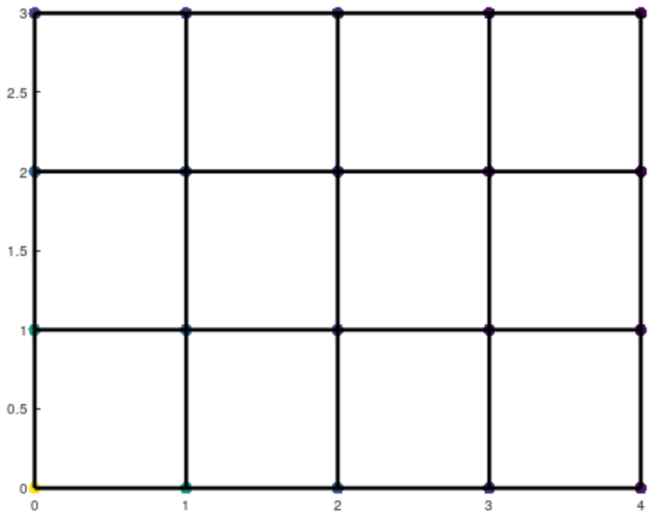
# Relatório - miniprojeto 3

Laís Saloum Deghaide, nUSP: 11369767

## 1. Introdução

O miniprojeto 3 consiste no desenvolvimento de um modelo para simular um sistema discreto de distribuição de fluido em uma área. Esta área é composta por $n$ unidades de consumo (**nós**), conectadas por canos (**arestas**) e distribuídas segundo uma rede retangular $N_1 \, x \, N_2$, onde (no nosso caso de simulação) $N_1 = 5$ e $N_2 = 4$.




(gráfico da rede retangular)

## 2. Objetivo

O objetivo do trabalho é estimar a probabilidade de a pressão mínima ser menor $-\ 40$, que é o limite do funcionamento do sistema. Numericamente falando, temos que a variável $q$é a nossa pressão e desejamos encontrar a probabilidade de $q < \ -\ 40$. Ou seja, desejamos simular nosso sistema discreto $n$ vezes, a fim de obtermos $n$valores que serão $min(q)$ e analisar quantos deles serão menores que $-\ 40$.

## 3. Desenvolvimento

Criei duas funções:

- **[r, q, f, R, C, narestas, nnos, coord] = sistema(N1, N2)**: responsável por calcular o sistema discreto;
- **[probabilidade, erro] = amostra(n, N1, N2):** executa $n$ vezes a função sistema e retorna a probabilidade (e seu erro) de a pressão mínima ser menor que $-\ 40$.

Para efetivamente encontrarmos essa probabilidade, devemos calcular a equação da rede, dada por:

$$J^T f = s,\ Rf = Jq + b$$

Sendo possível de realizá-la através do produto de matrizes dado por:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} R & -J \\ J^T & 0 \end{pmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{pmatrix} f \\ q \end{pmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} b \\ s \end{pmatrix}}_{d}$$

Sendo que o que a gente quer está na segunda metade da matriz de x.
Nos deparamos com um sistema linear que devemos aplicar uma fatoração:

$Ax = b$, onde A=B, e b=d

Então, calculamos primeiramente o $x$, tal que $x = B\backslash d$. Para isso, foi necessário calcular as matrizes R, J e d.

Temos que a alimentação do sistema é feita pelo nó 1 que recebe uma pressão igual a 0. Além disso, cada nó consome uma vazão igual a 1 e cada cano tem resistência 1 quando está livre e 10 quando obstruído.

O cano só será obstruído se o valor discreto, gerado aleatoriamente, for menor ou igual a probabilidade de obstrução dada pela fórmula:

$p = 0.05 + 0.02 * A$, onde $A = 7$, ou seja, $p = 0.19$

Sendo assim, para calcular a matriz de resistência cujos valores da diagonal principal podem ser 1 ou 10, realizei o seguinte cálculo:

```
% Impedância (em Ohm)
for k=1:narestas
  if(rand() <= probabilidade)
    R(k) = 10;
  else
     R(k) = 1;
  endif
endfor
```

Obs: $narestas = 31$, e a matriz $diag(R)$ terá tamanho $31\ x\ 31$.

A matriz J é a nossa matriz de incidência, calculada da seguinte forma:

```
% Construção da matriz de incidência
J=zeros(narestas, nnos);
for k=1:narestas
 J(k,C(k,1)) = 1;
 J(k,C(k,2)) = -1;
end
```

Obs: $narestas = 31$, $nnos = 20$, e a matriz J terá tamanho $31\ x\ 20$.

Tendo R e J, calculamos a matriz B e alteramos a linha 32 pela linha 32 da matriz identidade, a fim de fixar a pressão do nó 1 a zero.

Depois calculamos a matriz d da seguinte forma:

```
d = [b; ones(nnos, 1)*-1]; % Fluxos ingressando de fora são -1
```

E substituímos $d(32)$ pelo valor zero (substituição necessária também para fixar a pressão do nó 1).

Após encontrar o $x$, pegamos as 20 últimas linhas (quantidade total de unidades de consumo do nosso sistema) da matriz $x$, que representa a pressão em cada um dos 20 nós da rede, encontramos o valor mínimo da pressão $min(q)$.

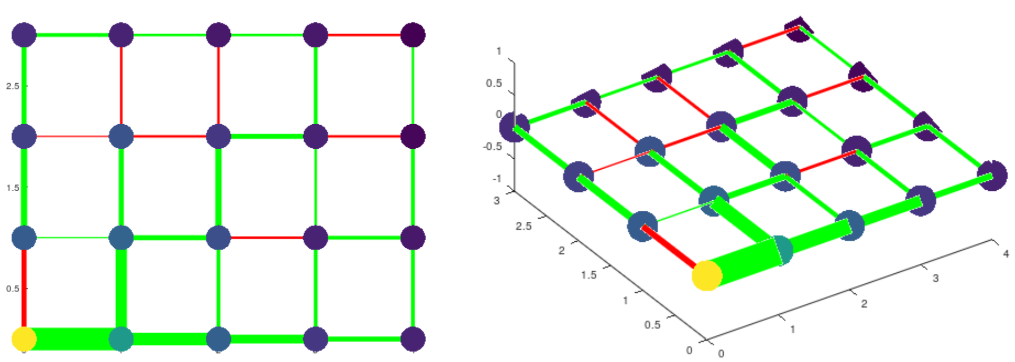
## 4. Resultados

Realizei esse processo $n = 1000000$ vezes e obtive os seguintes resultados de média amostral, desvio amostral, probabilidade e erro:

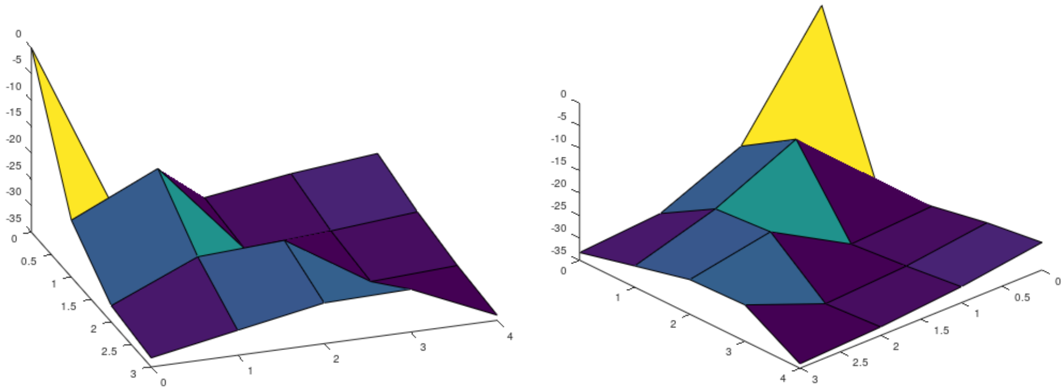
```
>> [probabilidade, erro] = amostra(1000000, 5, 4)
media = -34.373
desvio = 0.017928
probabilidade = 0.1824
erro = 3.8619e-04
>>
>> [probabilidade, erro] = amostra(1000000, 5, 4)
media = -34.352
desvio = 0.017908
probabilidade = 0.1817
erro = 3.8561e-04
>>
>> [probabilidade, erro] = amostra(1000000, 5, 4)
media = -34.362
desvio = 0.017922
probabilidade = 0.1818
erro = 3.8569e-04
>>
>> [probabilidade, erro] = amostra(1000000, 5, 4)
media = -34.371
desvio = 0.017967
probabilidade = 0.1815
erro = 3.8541e-04
```

(simulação do código 5 vezes e resultados obtidos com n=1000000)

Além disso, também criei a função **r = geragraficos(N1, N2)**, que me retorna o gráfico da rede com a vazão em cada cano, e o gráfico 3D, sendo possível visualizar a pressão.

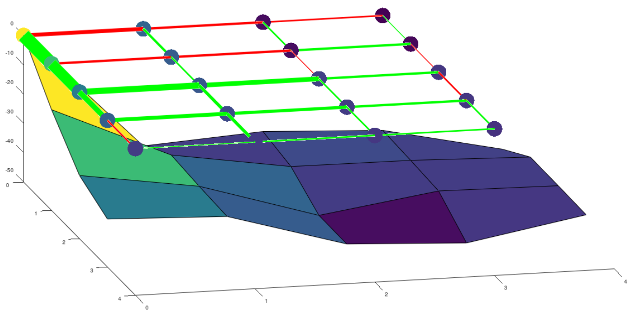


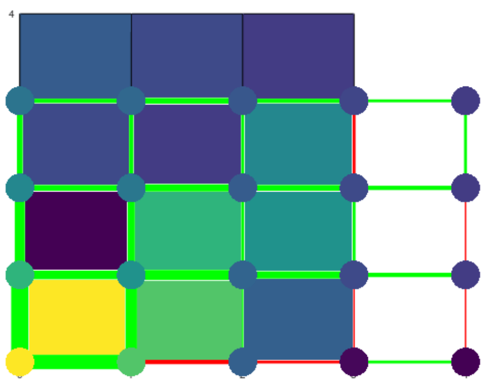
(Gráfico da rede com vazão de cada cano)

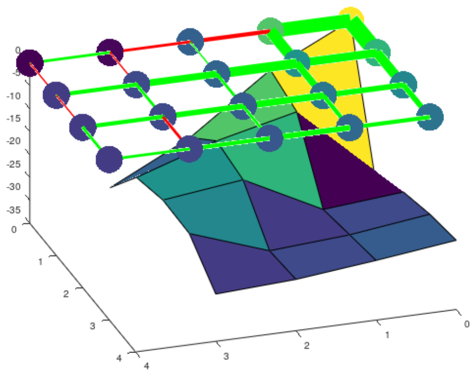


(Gráfico 3D da pressão)

Visualizando os dois juntos:







A partir deste miniprojeto, pude concluir que o sistema discreto de distribuição de fluido em uma área pode ser facilmente calculado e interpretado através do cálculo númerico, algo que seria complexo de ser feito manualmente.

Além disso, dá para notar através dos gráficos 3D que os canos mais perto do reservatório (que possui uma pressão P e está conectado ao nó 1) sofrem diretamente com a variação de pressão e fluxo do sistema. E essa variação de pressão e fluxo acontece devido a obstrução ou não dos canos.

Sendo assim, concluímos que quanto mais temos dutos obstruídos ligados ao nó 1, maior será a queda de pressão no sistema. Isso fica claro quando vemos que o sistema sem nenhum cano obstruído conta com uma pressão de $-20.42$ e quando temos obstrução geradas aleatoriamente a pressão cai ainda mais.