IV – Polynômes et corps finis

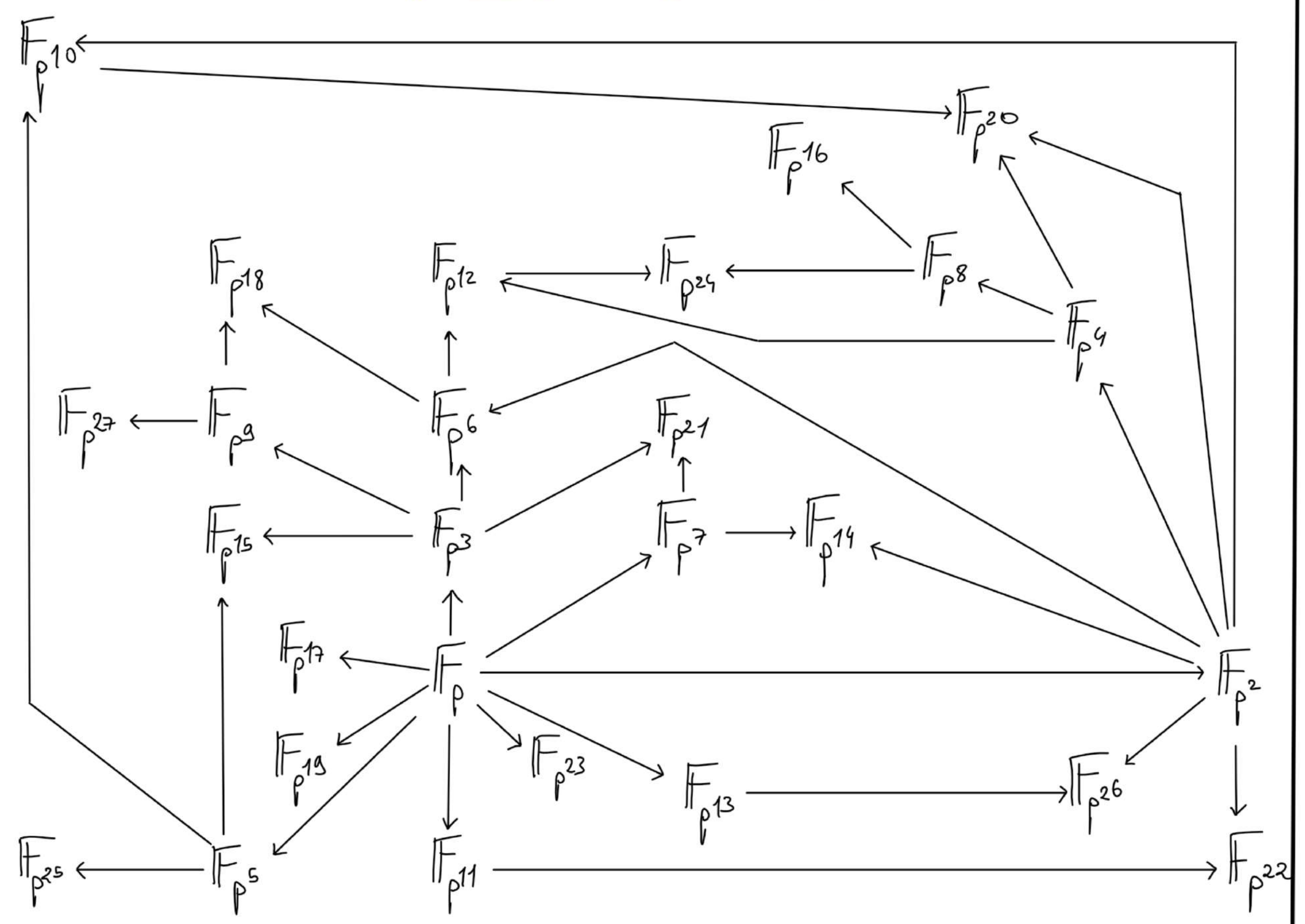
[P] 76 **Thm 40** (critère d'EISENSTEIN) : Soit $P = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k \in \mathbb{Z}[X]$. Soit p un nombre premier. Si $p \nmid a_n$, si $\forall k \in [\![0, n-1]\!]$, $p \mid a_k$ et $p^2 \nmid a_0$, alors P est irréductible dans $\mathbb{Q}[X]$.

Ex 41 : Pour tout p premier, $\phi_p = X^{p-1} + \cdots + X + 1$ est irréductible sur $\mathbb{Q}$.

[P] 77 **Thm 42** : Soit $P = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k \in \mathbb{Z}[X]$, $n \geq 1$, $a_n \neq 0$. Soit $p \in \mathbb{Z}$ premier. Si $p \nmid a_n$ et si l'image $\bar{P}$ de P dans $\mathbb{F}_p[X]$ est irréductible, alors P est irréductible sur $\mathbb{Z}$.

Rq 43 : La réciproque est fausse : considérer $X^4 + 1$

FIGURE 1



RÉFÉRENCES

[P] Perrin

[Rb] Rombaldi

[C] NH_2G_2 I