

# Elektrotechnika

## II. Alaptörvények

## 2.1. Ohm törvény

### Ohm törvény

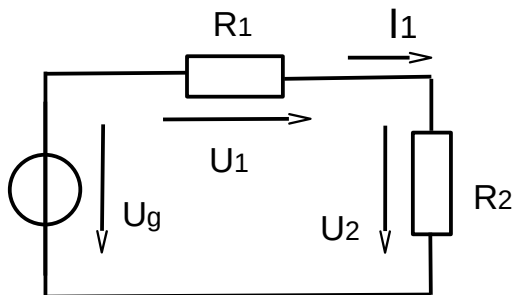
Fogyasztó ellenállása = fogyasztón eső feszültség osztva a fogyasztón átfolyó árammal  $\rightarrow R = U / I$

másképpen

Fogyasztón átfolyó áram erőssége egyenesen arányos a fogyasztón eső feszültséggel  $\rightarrow I = U / R$  vagy  $I = U * G$

másképpen

Fogyasztón eső feszültség egyenesen arányos a rajta átfolyó áram erősségével  
 $\rightarrow U = I * R$  az arányossági tényező a fogyasztó ellenállása



$$R_1 = U_1 / I_1$$

$$U_1 = I_1 * R_1$$

$$I_1 = U_1 / R_1$$

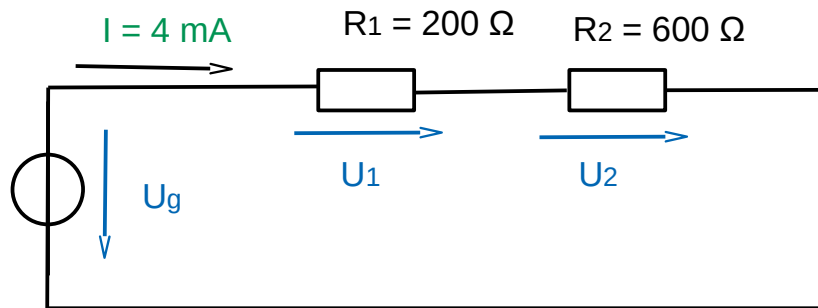
$$R_2 = U_2 / I_1$$

$$U_2 = I_1 * R_2$$

$$I_1 = U_2 / R_2$$

## 2.2. Ohm törvény

### 1. mintafeladat



Soros kapcsolás esetén az áramok azonosak !  $\rightarrow I_1 = I_2 = I$

A fenti kapcsolásban az alábbi áramot mérjük:  $I = 4 \text{ mA}$   
Mennyi az ellenállásokon eső feszültség ?

Ohm törvény

$$R_1 = \frac{U_1}{I}$$



$$U_1 = I * R_1$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I}$$



$$U_2 = I * R_2$$

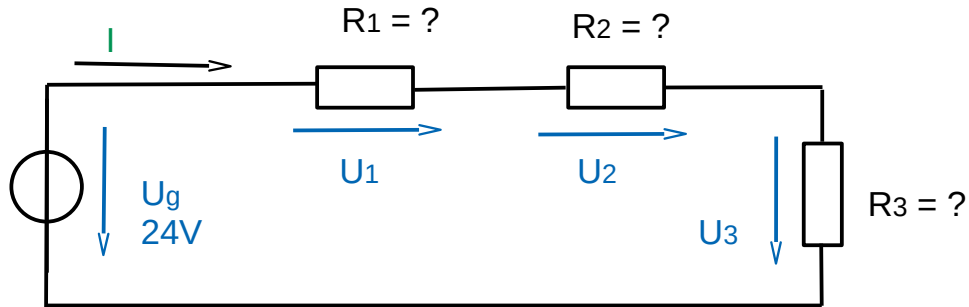
Megoldás

$$U_1 = I * R_1 = 4 \text{ mA} * 200 \Omega = 800 \text{ mV} = 0,8 \text{ V}$$

$$U_2 = I * R_2 = 4 \text{ mA} * 600 \Omega = 2400 \text{ mV} = 2,4 \text{ V}$$

## 2.3. Ohm törvény

### 2. mintafeladat



A fenti kapcsolásban az alábbi áramot és feszültségeket mérjük:

$$U_1 = 3 \text{ V}$$

$$U_2 = 6 \text{ V}$$

$$U_3 = 15 \text{ V}$$

$$I = 0,2 \text{ A}$$

Mekkora értékűek az ellenállások ?

### Ohm törvény

$$R_1 = \frac{U_1}{I} \quad R_2 = \frac{U_2}{I}$$

$$R_3 = \frac{U_3}{I}$$

### Megoldás

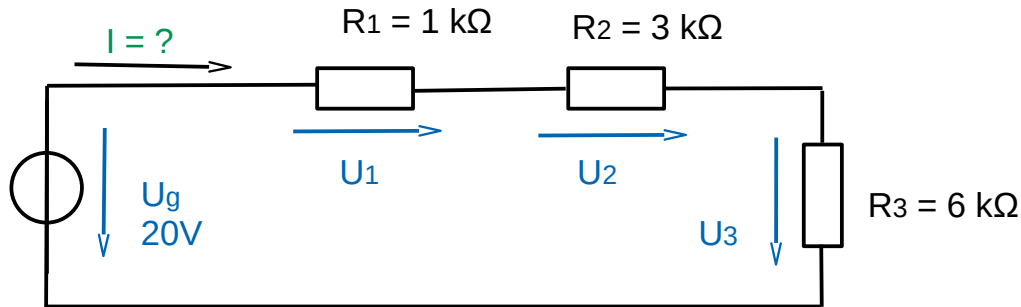
$$R_1 = U_1 / I = 3\text{V} / 0,2\text{A} = 15 \, \Omega$$

$$R_2 = U_2 / I = 6\text{V} / 0,2\text{A} = 30 \, \Omega$$

$$R_3 = U_3 / I = 15\text{V} / 0,2\text{A} = 75 \, \Omega$$

## 2.4. Ohm törvény

### 3. mintafeladat



Mennyi az ellenállásokon eső feszültség ?  
És mekkora áram folyik ?

### Ohm törvény

$$R_1 = \frac{U_1}{I} \quad R_2 = \frac{U_2}{I}$$

$$R_3 = \frac{U_3}{I}$$

### Eredő ellenállás

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

### Megoldás

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 3 + 6 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$I = U_g / R_e = 20\text{V} / 10 \text{ k}\Omega = 2\text{mA}$$

$$U_1 = I * R_1 = 2\text{mA} * 1\text{k}\Omega = 2\text{V}$$

$$U_2 = I * R_2 = 2\text{mA} * 3\text{k}\Omega = 6\text{V}$$

$$U_3 = I * R_3 = 2\text{mA} * 6\text{k}\Omega = 12\text{V}$$

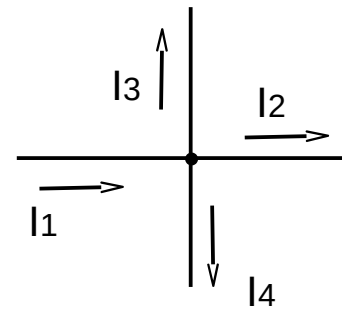
## 2.5. Kirchhoff törvények

### Csomóponti törvény

(Kirchoff I. törvénye)

Csomópontban az áramok előjeles összege nulla.

- Csomópontban a befolyó áramok összege  
= a kifolyó áramok összegével



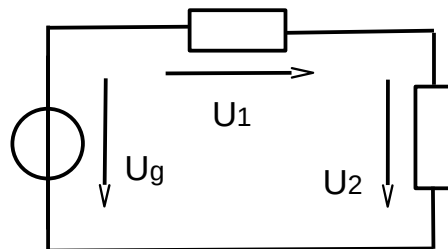
$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

### Hurok törvény

(Kirchoff II. törvénye)

Zárt hurokban a feszültségek  
előjeles összege nulla.



$$U_1 + U_2 - U_g = 0$$

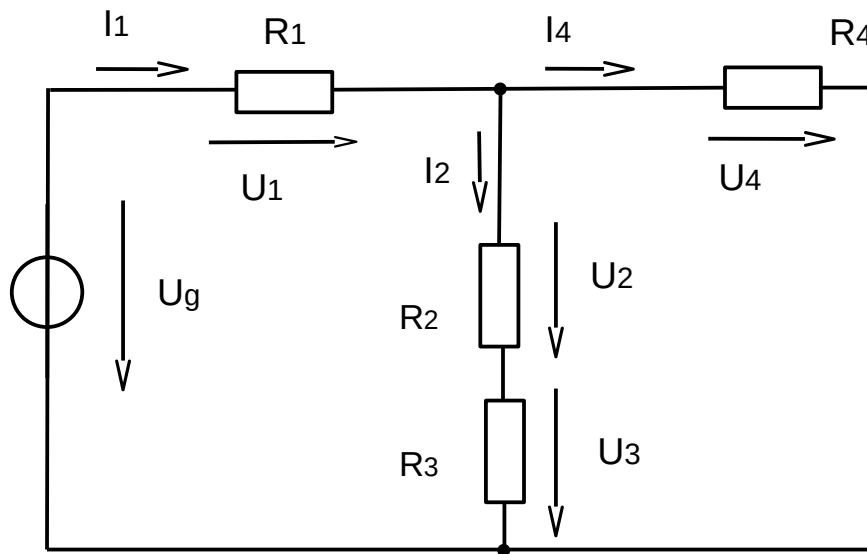
vagy →  $U_g - U_1 - U_2 = 0$

↙  
 $U_g = U_1 - U_2$

## 2.6. Kirchhoff törvények

### 4. mintafeladat

Az alábbi kapcsolásra írjunk fel csomóponti és hurok törvényeket !



csomóponti

$$I_1 - I_2 - I_4 = 0$$

$$\text{vagy } I_1 = I_2 + I_4$$

bal oldali hurokra

$$U_1 + U_2 + U_3 - U_g = 0$$

vagy

$$U_1 + U_2 + U_3 = U_g$$

jobb oldali hurokra

$$U_2 + U_3 - U_4 = 0$$

vagy

$$U_2 + U_3 = U_4$$

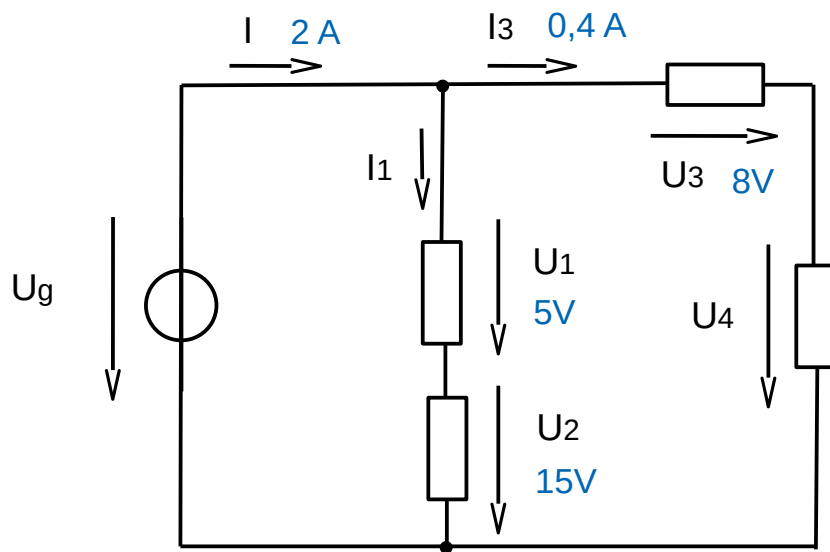
A nagy hurokra

$$U_1 + U_4 - U_g = 0$$

## 2.7. Kirchhoff törvények

### 5. mintafeladat

Csomóponti és hurok törvények segítségével számítsuk ki a hiányzó áramot és feszültségeket !



$$U_1 + U_2 = U_g$$



$$U_g = U_1 + U_2 = 5 + 15 = 20 \text{ V}$$

$$I = I_1 + I_3$$



$$I_1 = I - I_3 = 2 \text{ A} - 0,4 \text{ A} = 1,6 \text{ A}$$

$$U_1 + U_2 = U_3 + U_4$$



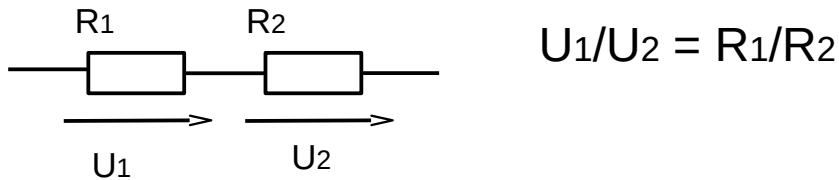
$$U_4 = U_1 + U_2 - U_3 = 5 + 15 - 8 = 12 \text{ V}$$



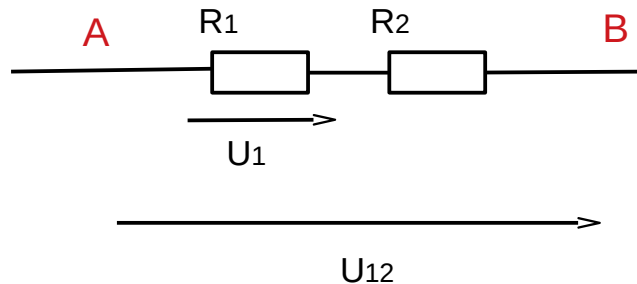
## 2.8. Feszültségosztás törvénye

### Feszültségosztás törvénye

Soros ellenállásokon a feszültségek úgy aránylanak egymáshoz mint a megfelelő ellenállások értékei



!! ez nem csak egy-egy alkatrész esetén igaz, hanem bármely két pont között is !!!



Feszültség A és B  
pont között

$$U_{12} = U_1 + U_2$$

### Megoldás

$$U_{AB} / U_1 = R_{AB} / R_1$$

vagy

$$U_{12} / U_1 = R_{12} / R_1$$

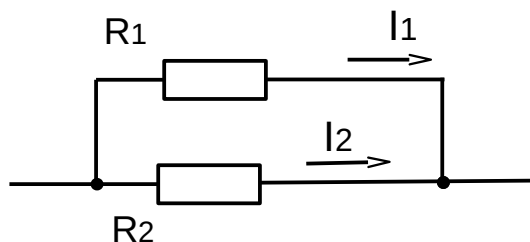


$$U_{12} / U_1 = (R_1 + R_2) / R_1$$

## 2.9. Áramosztás törvénye

### Áramosztás törvénye

Párhuzamos ágakban az áramok fordítva aránylanak egymáshoz mint az ágak ellenállásainak értékei

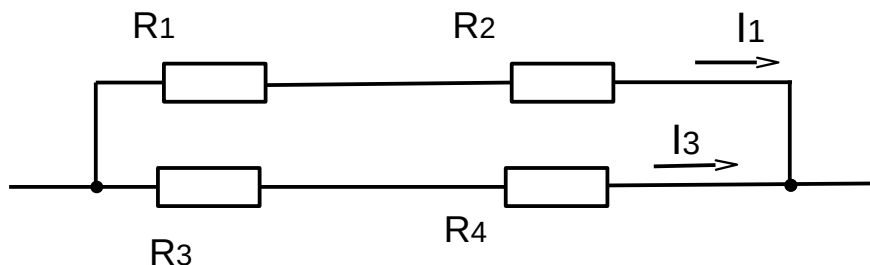


$$I_1 / I_2 = R_2 / R_1$$

Másképpen, mivel a párhuzamos ágakban a feszültség egyforma  $\rightarrow$

$$I_1 * R_1 = I_2 * R_2$$

Ha több ellenállás van egy ágba



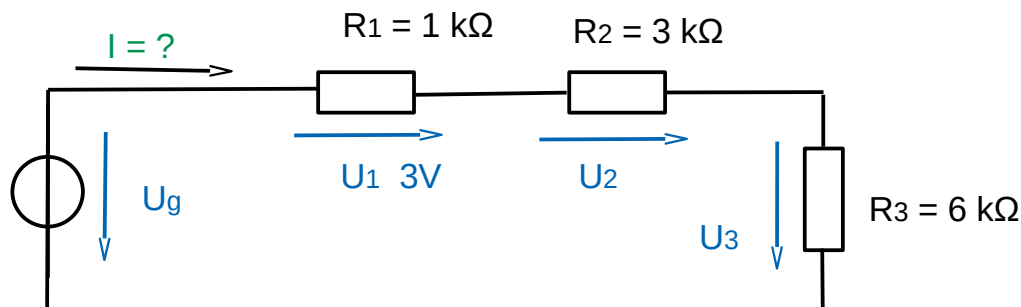
$$I_1 / I_3 = (R_3 + R_4) / (R_1 + R_2)$$

Másképpen, mivel a párhuzamos ágakban a feszültség egyforma  $\rightarrow$

$$I_1 * (R_1 + R_2) = I_3 * (R_3 + R_4)$$

## 2.10. Soros kapcsolás

### 6. mintafeladat



#### Hurok törvény

$$U_1 + U_2 + U_3 - U_g = 0$$

Egyszerűbb megoldás  
feszültségosztás nélkül

$$I = U_1 / R_1 = 3\text{ V} / 1\text{ k}\Omega = 3\text{ mA}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = 9\text{ V}$$

$$U_3 = I \cdot R_3 = 18\text{ V}$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = U_g$$

$$U_g = 30\text{ V}$$

#### Feszültségosztás törvénye

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3}$$

$$\frac{U_1}{U_3} = \frac{R_1}{R_3}$$

#### Megoldás

$$U_2 / U_1 = R_2 / R_1 = 3 \rightarrow U_2 = 3 \cdot U_1 = 9\text{ V}$$

$$U_3 / U_1 = R_3 / R_1 = 6 \rightarrow U_3 = 6 \cdot U_1 = 18\text{ V}$$

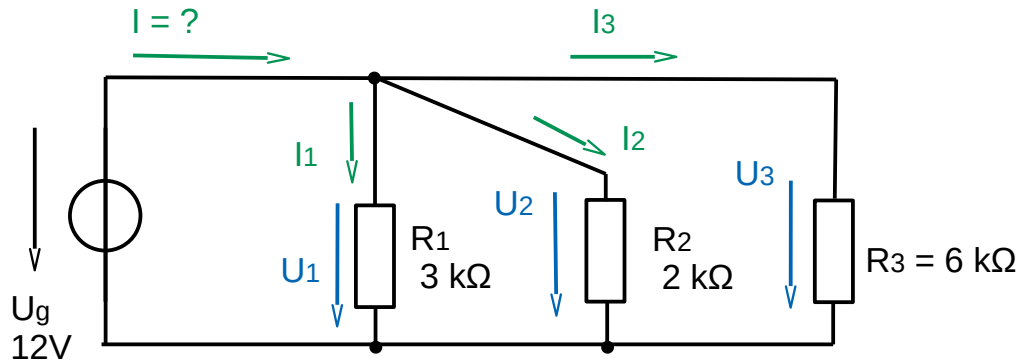
$$U_1 + U_2 + U_3 = U_g$$

$$U_g = 30\text{ V}$$

$$I = U_1 / R_1 = 3\text{ V} / 1\text{ k}\Omega = 3\text{ mA}$$

## 2.11. Párhuzamos kapcsolás

### 7. mintafeladat



Párhuzamos kapcsolás esetén a feszültségek azonosak !  $\rightarrow U_1 = U_2 = U_3 = U = U_g$

### Csomóponti törvény

$$I_1 + I_2 + I_3 = I$$

### Eredő ellenállás

$$R_e = 1 / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)$$

Így is lehet, de most ez bonyolultabb  $\rightarrow$

$$R_e = 1 / (1/3 + 1/2 + 1/6) = 1 / (6/6) = 1 \text{ k}\Omega$$

### Ohm törvény

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad R_2 = \frac{U_2}{I_2}$$

$$R_3 = \frac{U_3}{I_3}$$

### Megoldás

$$I_1 = U_1 / R_1 = 12/3 = 4\text{mA}$$

$$I_2 = U_2 / R_2 = 12/2 = 6\text{mA}$$

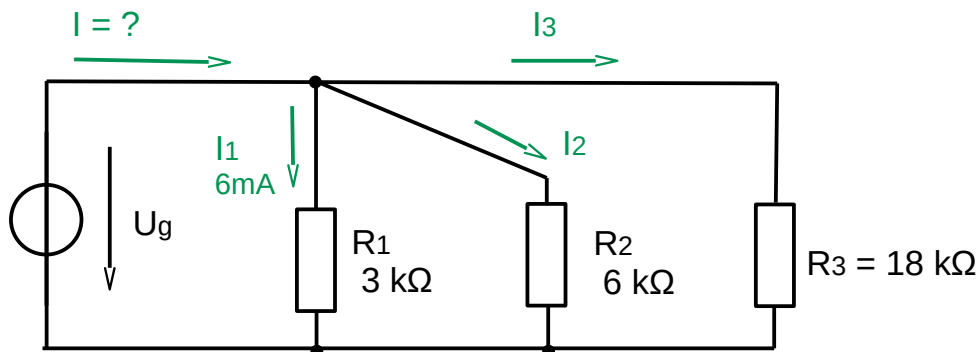
$$I_3 = U_3 / R_3 = 12/6 = 2\text{mA}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 12\text{mA}$$

$$R_e = U_g / I = 1 \text{ k}\Omega$$

## 2.12. Párhuzamos kapcsolás

### 8. mintafeladat



Párhuzamos kapcsolás esetén a feszültségek azonosak !  $\rightarrow U_1 = U_2 = U_3 = U_g$

#### Csomóponti törvény

$$I_1 + I_2 + I_3 = I$$

#### Megoldás 2. (áramosztás nélkül, egyszerűbb)

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_g = I_1 \cdot R_1 = 18V$$

$$I_2 = U_2 / R_2 = 18/6 = 3mA$$

$$I_3 = U_3 / R_3 = 18/18 = 1mA$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 6 + 3 + 1 = 10mA$$

$$R_e = U_g / I = 18V / 10 mA = 1,8 k\Omega$$

#### Áramosztás törvénye

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{I_3}{I_2} = \frac{R_2}{R_3}$$

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R_3}$$

#### Megoldás 1.

$$I_2 / I_1 = R_1 / R_2 = 3/6 \rightarrow I_2 = 0,5 \cdot I_1 = 3mA$$

$$I_3 / I_1 = R_1 / R_3 = 3/18 \rightarrow I_3 = (1/6) \cdot I_1 = 1mA$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 6 + 3 + 1 = 10mA$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_g = I_1 \cdot R_1 = 18V$$

$$R_e = U_g / I = 18V / 10 mA = 1,8 k\Omega$$

## 2.13. Teljesítmény

### 1. Villamos munka

- feszültség: egységnyi töltés szétválasztásakor végzett munka,  $U = W / Q$
- áramerősség: időegység alatt átáramló töltésmennyiség,  $I = \Delta Q / \Delta t$   
tehát  $\rightarrow$
- munka:  $W = U * Q \rightarrow W = U * I * t$   
mértékegysége: VAs (volt-amper-szekundum) vagy Ws (wattszekundum)

### 2. Villamos teljesítmény

- Teljesítmény: munka/idő,  $P = W / t \rightarrow P = U * I$   
mértékegysége: VA (volt-amper) vagy W (watt)
- számítása egyéb módon,  
mivel  $I = U / R \rightarrow P = I^2 * R$   
 $P = U^2 / R$

### 3. Terhelhetőség

- a fogyasztóknál van egy maximális teljesítmény, amelyet károsodás nélkül fel tudnak venni  $\rightarrow$  maximális disszipációs teljesítmény,  $P_d$  (hővé alakul)
- $P_d = P_{\max} \rightarrow$  maximális feszültség/áram, ( $U_{\max}$ ,  $I_{\max}$ )

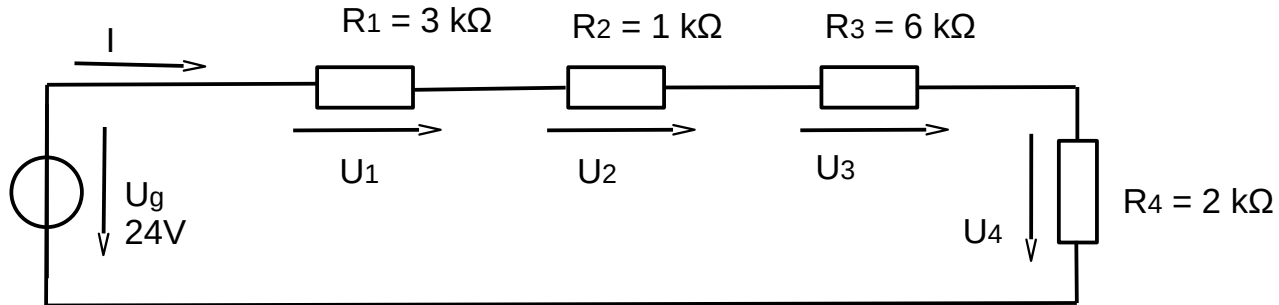
$$U_{\max} = \sqrt{R * P_{\max}}$$

$$I_{\max} = \sqrt{P_{\max} / R}$$

## 2.14. Gyakorló feladatok

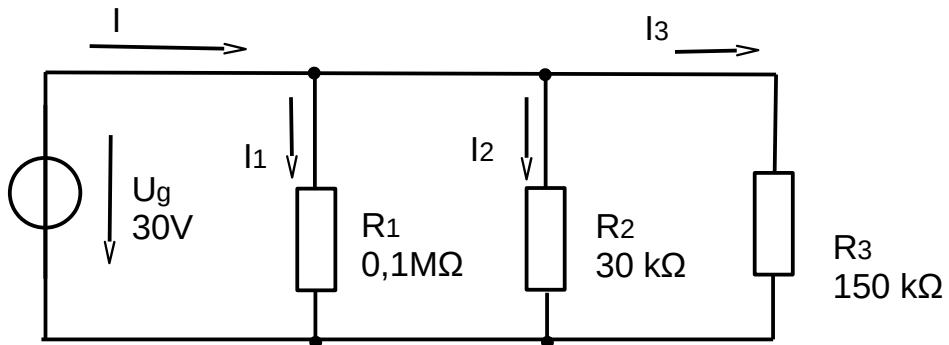
### 1. Feladat

Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, teljesítményeket !



### 2. Feladat

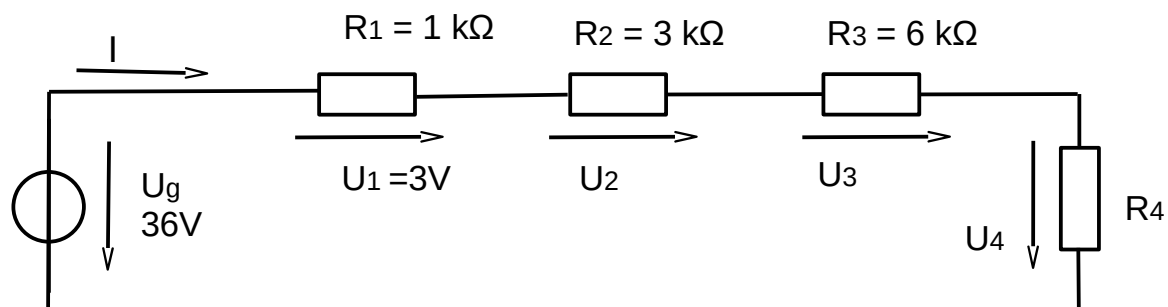
Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, teljesítményeket !



## 2.14. Gyakorló feladatok

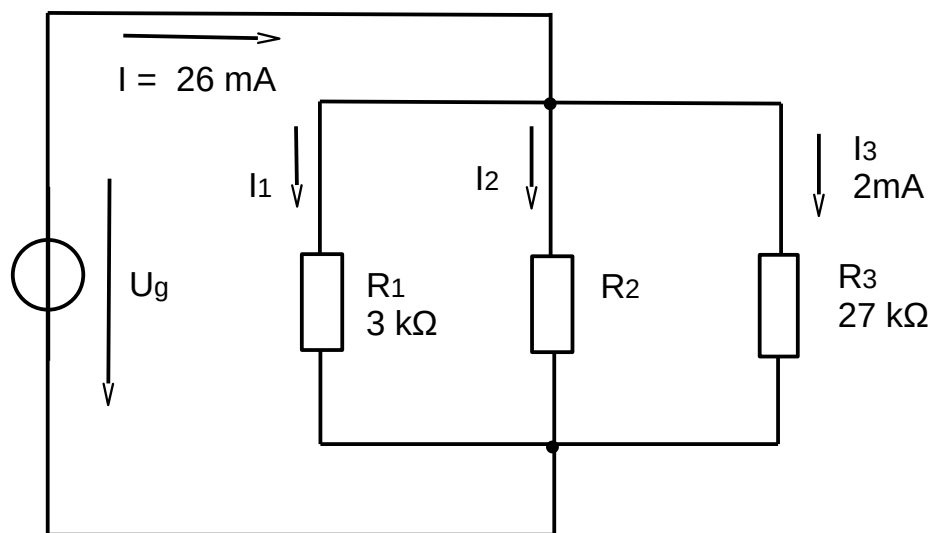
### 3. Feladat

Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, ellenállásokat !



### 4. Feladat

Számítsd ki az áramokat, ellenállásokat, feszültségeket !

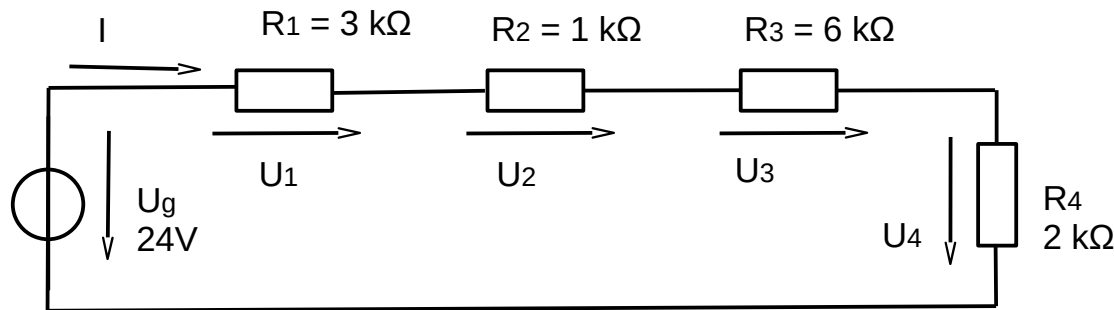




## 2.14. Gyakorló feladatok

### 1. Feladat, megoldás

Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, teljesítményeket !



$$U_g = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 24\text{ V}$$

### Megoldás:

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_e = 12\text{ k}\Omega$$

$$I = U_g / R_e = 24\text{ V} / 12\text{ k}\Omega = 2\text{ mA}$$

$$U_1 = I * R_1 = 2\text{ mA} * 3\text{ k}\Omega = 6\text{ V}$$

$$U_2 = I * R_2 = 2\text{ mA} * 1\text{ k}\Omega = 2\text{ V}$$

$$U_3 = I * R_3 = 2\text{ mA} * 6\text{ k}\Omega = 12\text{ V}$$

$$U_4 = I * R_4 = 2\text{ mA} * 2\text{ k}\Omega = 4\text{ V}$$

$$R_1 \text{ teljesítmény felvétele: } P_1 = I * U_1 = 2\text{ mA} * 6\text{ V} = 12\text{ mW}$$

$$R_2 \text{ teljesítmény felvétele: } P_2 = I * U_2 = 2\text{ mA} * 2\text{ V} = 4\text{ mW}$$

$$R_3 \text{ teljesítmény felvétele: } P_3 = I * U_3 = 2\text{ mA} * 12\text{ V} = 24\text{ mW}$$

$$R_4 \text{ teljesítmény felvétele: } P_4 = I * U_4 = 2\text{ mA} * 4\text{ V} = 8\text{ mW}$$

Az áramkör teljes teljesítmény felvétele (a 4db ellenállás együtt)  
= a generátor által leadott teljesítmény

$$P_e = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 12 + 4 + 24 + 8 = 48\text{ mW}$$

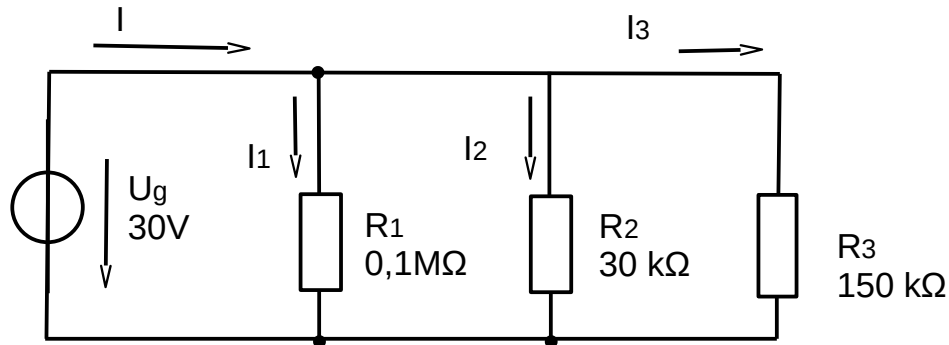
vagy

$$P_e = I * U_g = 2\text{ mA} * 24\text{ V} = 48\text{ mW}$$

## 2.14. Gyakorló feladatok

### 2. Feladat, megoldás

Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, eredő ellenállást, teljesítményeket !



#### Megoldás:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_g$$

$$I_1 = U_g / R_1 = 30 \text{ V} / 100 \text{ k}\Omega = 0,3 \text{ mA}$$

$$I_2 = U_g / R_2 = 30 \text{ V} / 30 \text{ k}\Omega = 1 \text{ mA}$$

$$I_3 = U_g / R_3 = 30 \text{ V} / 150 \text{ k}\Omega = 0,2 \text{ mA}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 1,5 \text{ mA}$$

$$R_e = U_g / I = 30 \text{ V} / 1,5 \text{ mA} = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 \text{ teljesítmény felvétele: } P_1 = U_g * I_1 = 30 \text{ V} * 0,3 \text{ mA} = 9 \text{ mW}$$

$$R_2 \text{ teljesítmény felvétele: } P_2 = U_g * I_2 = 30 \text{ V} * 1 \text{ mA} = 30 \text{ mW}$$

$$R_3 \text{ teljesítmény felvétele: } P_3 = U_g * I_3 = 30 \text{ V} * 0,2 \text{ mA} = 6 \text{ mW}$$

Az áramkör teljes teljesítmény felvétele (a 3db ellenállás együtt)  
= a generátor által leadott teljesítmény

$$P_e = P_1 + P_2 + P_3 = 9 + 30 + 6 = 45 \text{ mW}$$

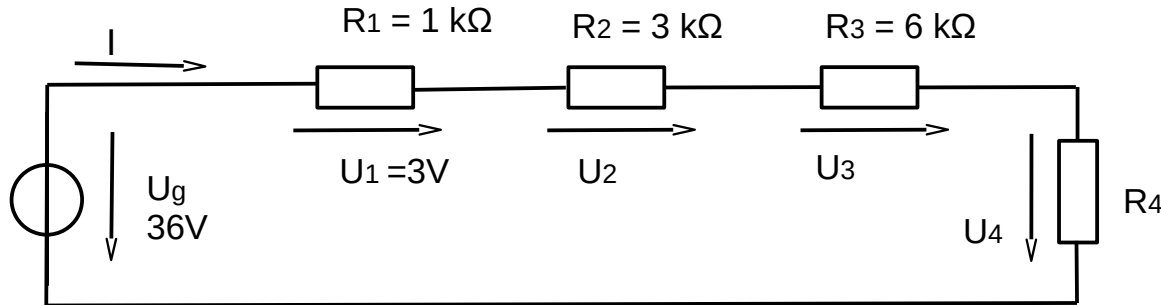
vagy

$$P_e = I * U_g = 1,5 \text{ mA} * 30 \text{ V} = 45 \text{ mW}$$

## 2.14. Gyakorló feladatok

### 3. Feladat, megoldás

Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, ellenállásokat !



Megoldás:

$$I = U_1 / R_1 = 3\text{ V} / 1\text{ k}\Omega = 3\text{ mA}$$

$$U_2 = I * R_2 = 3\text{ mA} * 3\text{ k}\Omega = 9\text{ V}$$

$$U_3 = I * R_3 = 3\text{ mA} * 6\text{ k}\Omega = 18\text{ V}$$

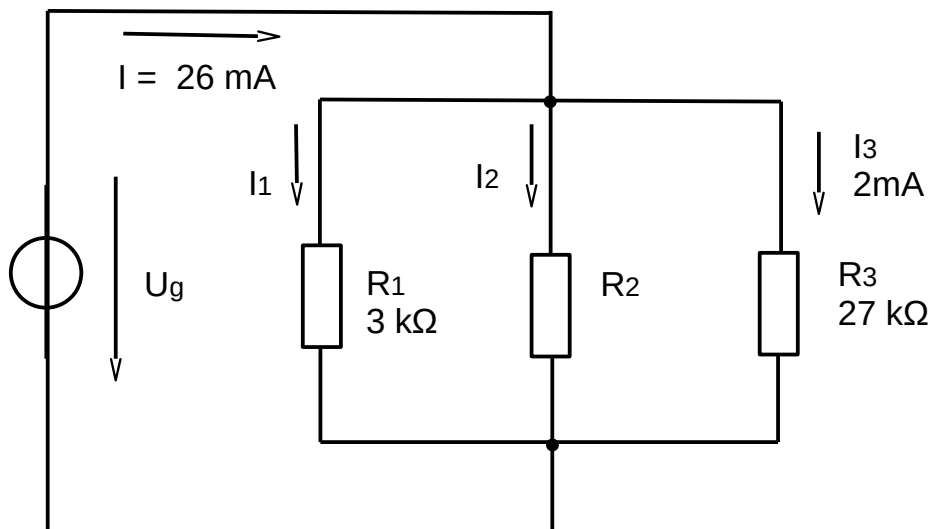
$$U_4 = U_g - U_1 - U_2 - U_3$$

$$U_4 = 36 - 3 - 9 - 18 = 6\text{ V}$$

$$R_4 = U_4 / I = 6\text{ V} / 3\text{ mA} = 2\text{ k}\Omega$$

### 4. Feladat, megoldás

Számítsd ki az áramokat, ellenállásokat, feszültségeket !



Megoldás:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U = U_g$$

$$U_g = U_3 = I_3 * R_3 = 2\text{ mA} * 27\text{ k}\Omega = 54\text{ V}$$

$$I_1 = U_g / R_1 = 54\text{ V} / 3\text{ k}\Omega = 18\text{ mA}$$

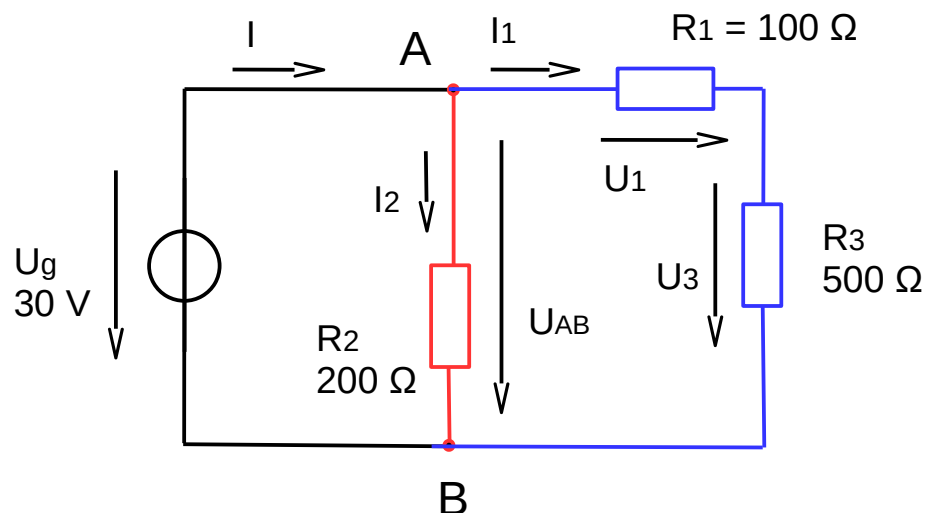
$$I_1 + I_2 + I_3 = I \rightarrow$$

$$I_2 = I - I_1 - I_3 = 26 - 18 - 2 = 6\text{ mA}$$

$$R_2 = U_g / I_2 = 54\text{ V} / 6\text{ mA} = 9\text{ k}\Omega$$

## 2.15. Vegyes kapcsolás

### 9. minta feladat



#### 1. Megoldás:

A-B pontok között két párhuzamos ág,  $R_2$  illetve  $R_1$  és  $R_3$  ellenállásokkal  $\rightarrow I_2$  és  $I_1$  közvetlenül számítható ( $U_{AB}=U_g$ )  $\rightarrow$

Ohm törvénnyel:

$$I_2 = U_g / R_2 = 30\text{ V} / 200\ \Omega = 0,15\text{ A} = 150\text{ mA}$$

$$I_1 = U_g / (R_1 + R_3) = 30\text{ V} / 600\ \Omega = 0,05\text{ A} = 50\text{ mA}$$

csomóponti törvénnyel:

$$I = I_1 + I_2 = 50\text{ mA} + 150\text{ mA} = 200\text{ mA}$$

Ohm törvénnyel:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 50\text{ mA} \cdot 100\ \Omega = 5000\text{ mV} = 5\text{ V}$$

és

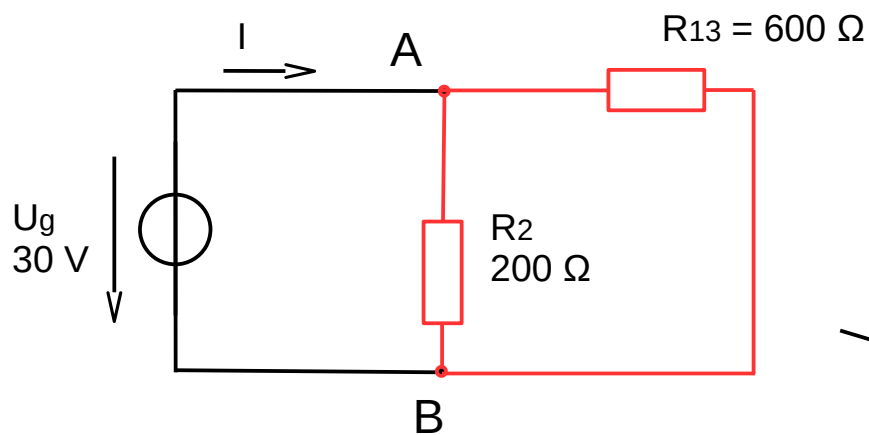
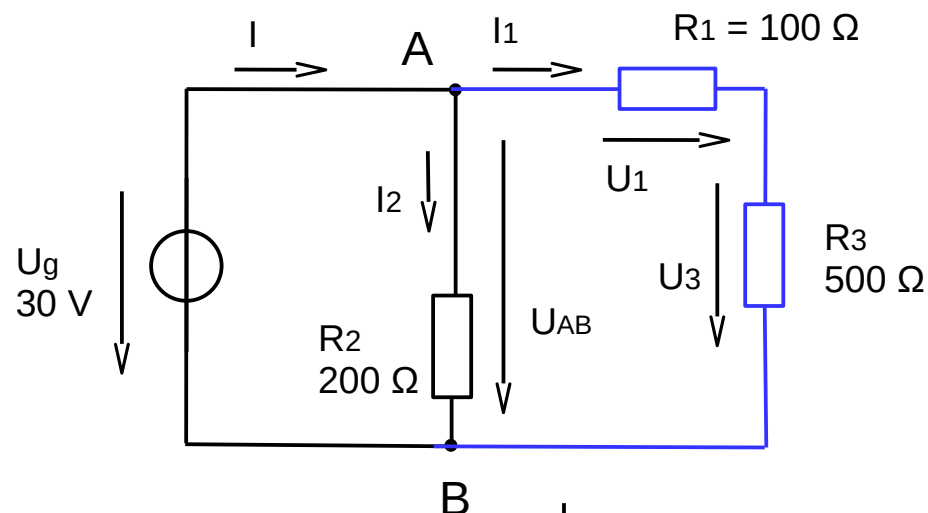
$$U_3 = I_1 \cdot R_3 = 50\text{ mA} \cdot 500\ \Omega = 25000\text{ mV} = 25\text{ V}$$

(vagy hurok törvénnyel  $\rightarrow U_3 = U_g - U_1$ )

$$R_e = U_g / I = 30\text{ V} / 200\text{ mA} = 0,15\text{ k}\Omega = 150\ \Omega$$

## 2.16. Vegyes kapcsolás

### 9. minta feladat



### 2. Megoldás:

Eredő ellenállás:

- $R_1$  és  $R_3$  soros  $\rightarrow R_{13} = R_1 + R_3 = 600\ \Omega$
- $R_{13}$  és  $R_2$  párhuzamos  $\rightarrow$   
 $R_e = R_{123} = R_{13} \times R_2 =$   
 $600 \times 200 / (600 + 200) = 150\ \Omega$

$$I = U_g / R_e = 30\text{ V} / 150\ \Omega = 0,2\text{ A} = 200\text{ mA}$$

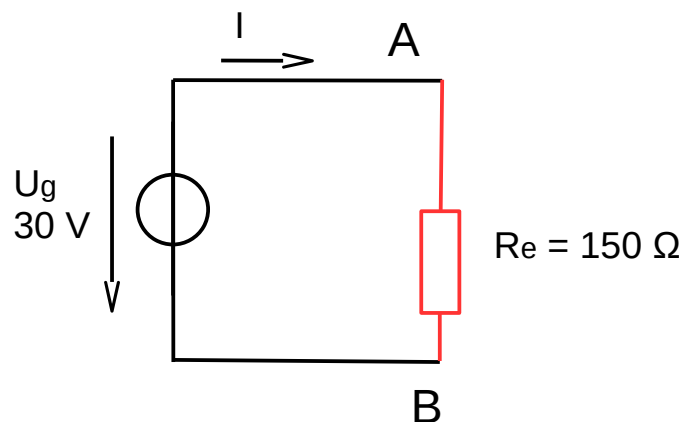
és

$$I_2 = U_g / R_2 = 30\text{ V} / 200\ \Omega = 0,15\text{ A} = 150\text{ mA}$$

$$I_1 = I - I_2 = 200\text{ mA} - 150\text{ mA} = 50\text{ mA}$$

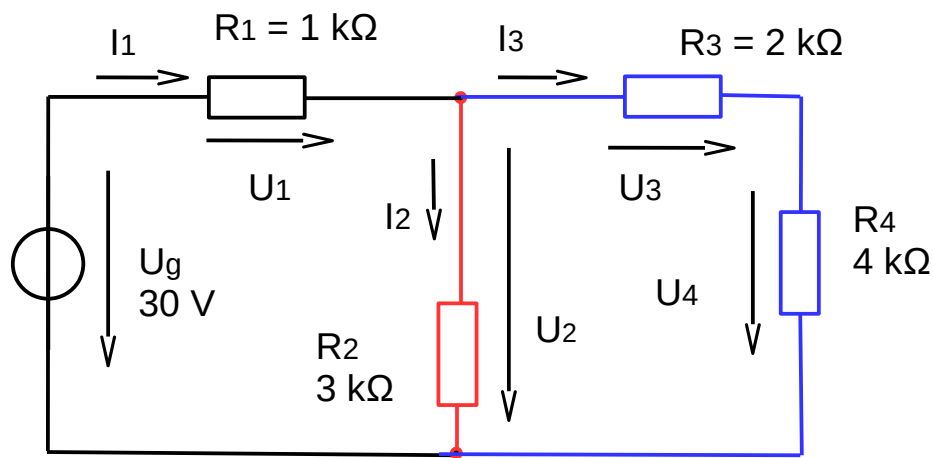
$$U_1 = I_1 \times R_1 = 0,05\text{ A} \times 100\ \Omega = 5\text{ V}$$

$$U_3 = I_1 \times R_3 = 0,05\text{ A} \times 500\ \Omega = 25\text{ V}$$



## 2.17. Vegyes kapcsolás

### 10. minta feladat



Megoldás:

Eredő ellenállás:

$$R_e = 3 \text{ k}\Omega$$

$$I_1 = U_g / R_e = 10 \text{ mA}$$

$$U_1 = I_1 * R_1 = 10 \text{ mA} * 1 \text{ k}\Omega = 10 \text{ V}$$

$$U_2 = U_g - U_1 = 30 \text{ V} - 10 \text{ V} = 20 \text{ V}$$

$$I_2 = U_2 / R_2 = 20 \text{ V} / 3 \text{ k}\Omega = 6,667 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = 10 \text{ mA} - 6,667 \text{ mA} = 3,333 \text{ mA}$$

$$U_3 = I_3 * R_3 = 3,333 \text{ mA} * 2 \text{ k}\Omega = 6,667 \text{ V}$$

$$U_4 = I_3 * R_4 = 3,333 \text{ mA} * 4 \text{ k}\Omega = 13,333 \text{ V}$$

### Hurok törvény

Bal oldali hurokra →

$$U_1 + U_2 - U_g = 0$$

Jobb oldali hurokra →

$$U_3 + U_4 - U_2 = 0$$

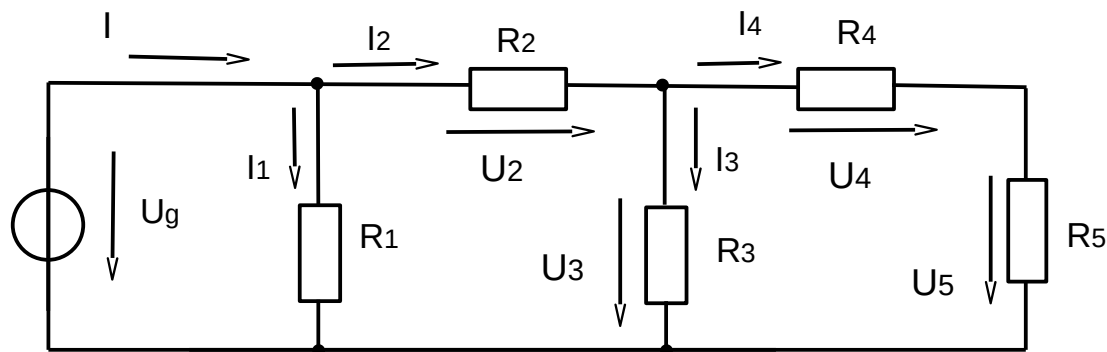
A nagy hurokra →

$$U_1 + U_3 + U_4 - U_g = 0$$

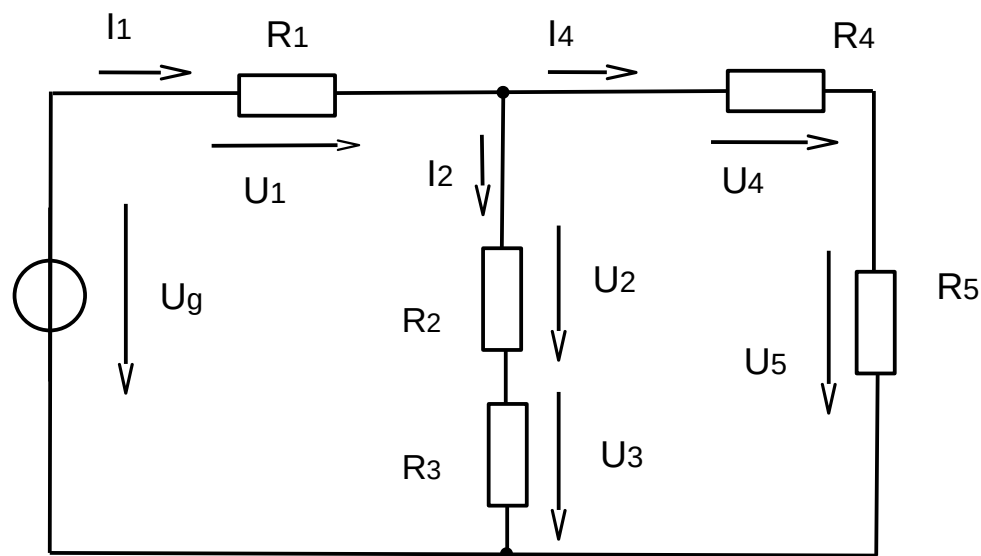
## 2.18. Feladatok

Milyen csomóponti és hurok törvények írhatók fel az alábbi kapcsolásokra ?

1. feladat

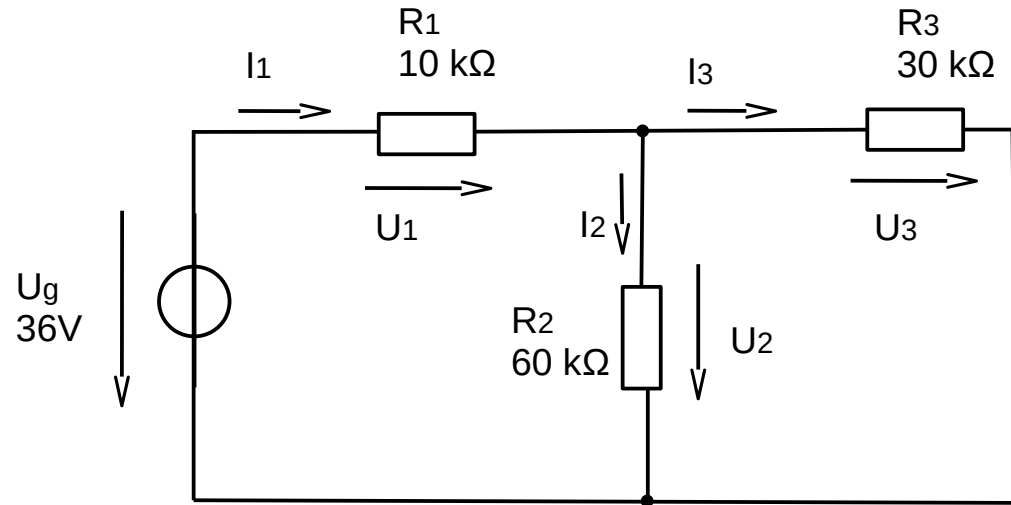


2. feladat

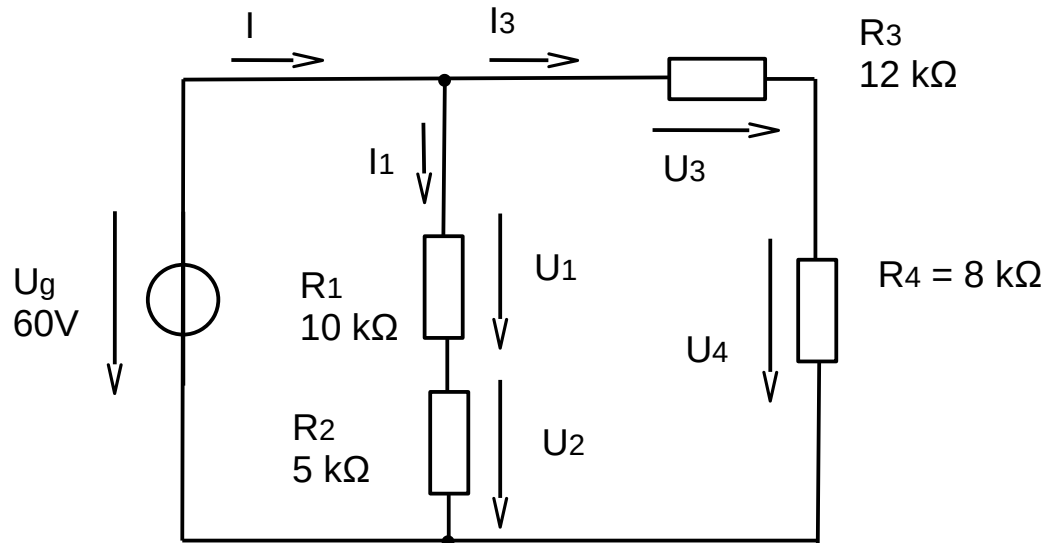


## 2.18. Feladatok

3. Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, teljesítményeket !



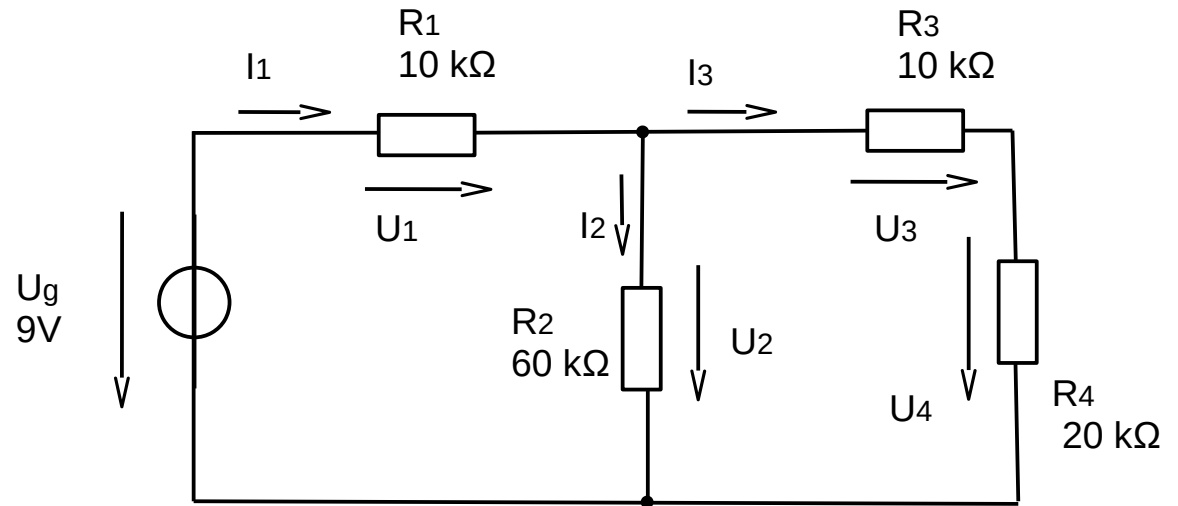
4. Számítsd ki az áramokat, feszültségeket, teljesítményeket !





## 2.18. Feladatok

5. Számítsd ki az áramokat, feszültségeket !



6. Számítsd ki az áramokat, feszültségeket !

