

# Elektrotechnika

I.  
Alapok

# 1.1. Alapfogalmak

## 1. Villamos töltés

- alaptulajdonsága az atomot felépítő részecskéknek → az elektron negatív, a proton pozitív töltésű (azonos nagyságú !)
- azonos előjelű töltések taszítják, a különbözők vonzzák egymást
- jele:  $Q$       mértékegysége: C (coulomb)

## 2. Villamos feszültség

- töltés különbség okozza
- Egységnyi töltés szétválasztásakor végzett munka
- jele:  $U$       mértékegysége: V (volt)


$$U = W / Q$$

## 3. Villamos áram

- Töltéssel rendelkező részecskék rendezett mozgása (elektronok, vagy ionok)
- feszültség hatására jön létre

### Áramerősség

- az áram nagyságát mutatja meg
- időegység alatt átáramló töltésmennyiség
- jele:  $I$  (i)      mértékegysége: A (amper)


$$I = \Delta Q / \Delta t$$

## 4. Feszültség, áram típusok

- egyen feszültség/áram (DC, — ) → a feszültség/áram iránya és nagysága állandó !
- váltakozó feszültség/áram (AC, ~ ) → a feszültség/áram iránya és nagysága változik !

## 1.2. Alapfogalmak

### 5. Villamos ellenállás

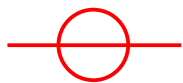
- egy anyag / alkatrész azon tulajdonsága, hogy mennyire korlátozza a töltéshordozók mozgását (így az áramot)
  - jele:  $R$       mértékegysége:  $\Omega$  (ohm)  
     $l$  – hossz (kis  $L$  !)       $A$  – keresztmetszet
- $R = \rho \cdot l / A$
- $\rho$  – fajlagos ellenállás (anyagfüggő !)

### 6. Villamos vezetőképesség

- egy anyag azon tulajdonsága, hogy mennyire jól vezeti az áramot
- jele:  $G$       mértékegysége:  $S$  (siemens)       $G = 1 / R$

### 7. Rajzjelek

néhány alap alkatrész



Feszültség generátor  
(állandó feszültséget ad)



áram generátor  
(állandó áramot ad)



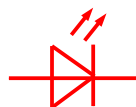
izzó



ellenállás  
(fix ellenállása van)



dióda



LED



vezeték

## 1.3. Alapfogalmak

### 8. Anyagok csoportosítása

Fajlagos ellenállásuk alapján az anyagok a következő csoportokba sorolhatók:

- vezetők ( $\rho < 0,001 \Omega\text{m}$ ), jól vezetik az áramot pl. fémek, grafit, folyadékok
- félvezetők ( $0,001 \Omega\text{m} < \rho < 10^9 \Omega\text{m}$ ), gyengén vezetnek  
pl. szilícium, germánium, szelén, ...
- szigetelők ( $10^9 \Omega\text{m} < \rho$ ), gyakorlatilag nem vezetnek  
(nagyon nagyon kicsi áram folyhat azért !)  
pl. műanyagok, gumi, porcelán, üveg, gázok, olaj

### minta feladat

Számítsd ki a rézvezeték ellenállását és vezetőképességét, ha !

- $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )
- $l = 600\text{m}$  (hossz)
- $d = 0,6\text{mm}$  (átmérő)

#### Megoldás:

sugár  $\rightarrow r = d / 2 = 0,6\text{mm} / 2 = 0,3\text{mm}$

keresztmetszet  $\rightarrow A = r^2 \cdot \pi = (0,3\text{mm})^2 \cdot 3,14 = 0,282743 \text{ mm}^2$

Ellenállás  $\rightarrow R = \rho \cdot l / A$

$R = (0,0175 \Omega\text{mm}^2 / \text{m}) \cdot 600\text{m} / 0,282743\text{mm}^2$

$R = 37,136 \Omega$

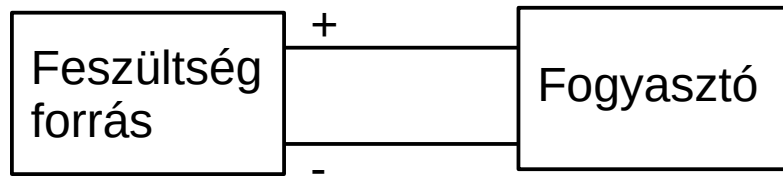
Vezetőképesség  $\rightarrow G = 1 / R$

$G = 1 / 37,136 \Omega = 0,026928 \text{ S} = 26,928 \text{ mS}$

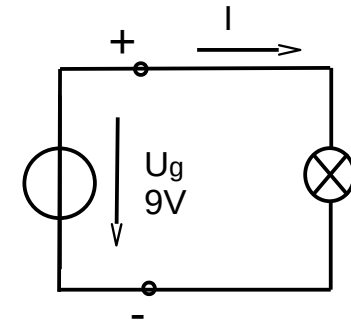
## 1.4. Villamos áramkör

### Egyszerű villamos áramkör

- feszültségforrás + vezetékek + fogyasztó

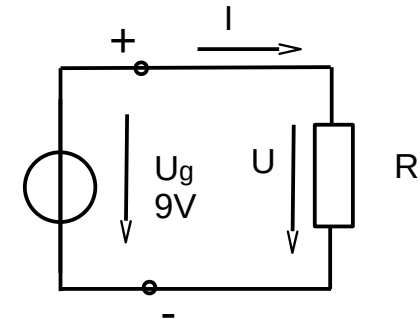


pl.



### Áram irány

- hagyományosan a pozitívtól negatív pólus felé a fogyasztók esetén, generátor esetén fordítva (technikai áram irány)
- a valóságban pont fordítva ! (az elektronok mozognak)



### Vezeték

- a rövid összekötő vezeték ellenállását elhanyagoljuk ! → értéke számításnál **0**
- a valóságban egy kicsi ellenállása van
- hosszú vezeték ellenállása viszont már jelentős lehet !!

# 1.5. Ellenállás (alkatrész)

## Ellenállás, mint alkatrész

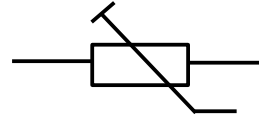
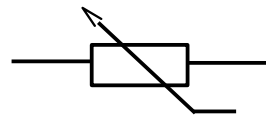
alapvető feladata: az áram korlátozása

## Típusai

1. fix értékű

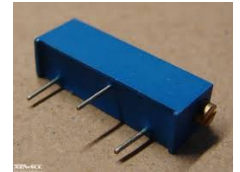
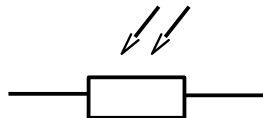


2. változtatható értékű → potméter, trimmer potméter



3. speciális

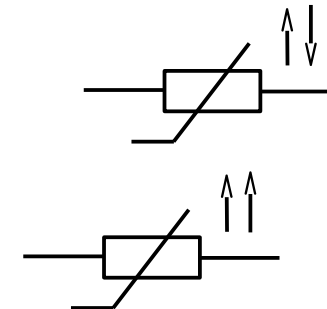
- fotoellenállás (ellenállása a megvilágítás hatására változik)



- termisztor (NTC, PTC ellenállás)  
értéke erősen hőmérséklet függő

NTC – hőmérséklet növelésekor csökken az ellenállása,

PTC – hőmérséklet növelésekor nő az ellenállása



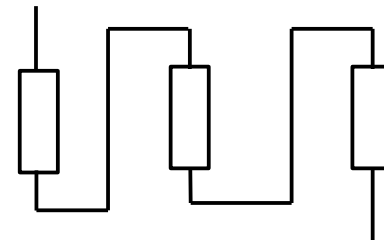
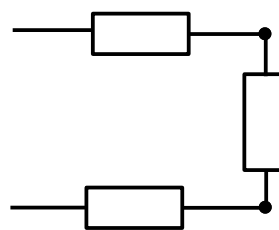
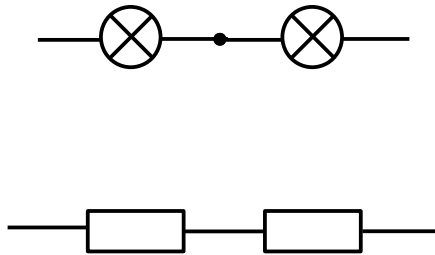
## Fontosabb paramétere

- ellenállása (névleges érték), pl. 1,5k $\Omega$
- tűrése (hány százalékkal térhet el tényleges értéke a névlegestől)
- terhelhetősége, mennyi az a maximális teljesítmény amit károsodás nélkül elvisel

## 1.6. Soros, párhuzamos kapcsolás

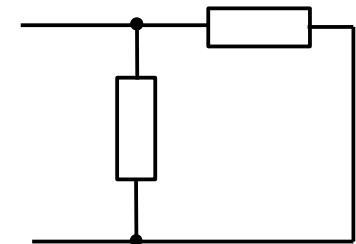
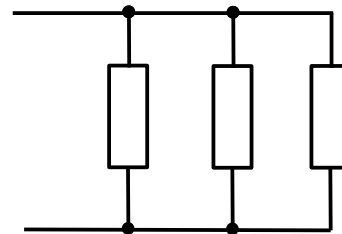
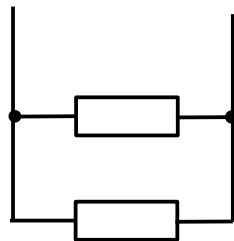
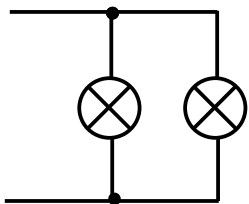
### Soros kapcsolás

Az alkatrészek egymás melletti kivezetései összekötve,  
az áram csak egy úton folyhat rajtuk keresztül → az alkatrészek árama azonos !  
(Az összeköttetést jelző pontot nem szokás ilyenkor használni)



### Párhuzamos kapcsolás

- az alkatrészek mindkét kivezetése össze van kötve közvetlenül ! ( vezetékekkel)
- az alkatrészek feszültsége azonos !



## 1.7. Gyakorló feladatok

### 1. Feladat

Számítsd ki az alumíniumvezeték ellenállását, ha !

- $\rho_{\text{alu}} = 0,028 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )
- $l = 100\text{m}$  (hossz)
- $d = 2\text{mm}$  (átmérő)

### 2. Feladat

Számítsd ki a rézvezeték ellenállását, ha !

- hossza  $10\text{m}$
- átmérője  $0,4\text{mm}$
- $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )

### 3. Feladat

Számítsd ki a rézvezeték hosszát, ha !

- átmérője  $0,8\text{mm}$
- vezetőképessége  $5\text{mS}$
- $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )



## 1.7. Gyakorló feladatok

### 1. Feladat, megoldás

alumíniumvezeték ellenállása, ha

- $\rho_{\text{alu}} = 0,028 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )
- $l = 100\text{m}$  (hossz)
- $d = 2\text{mm}$  (átmérő)

$$R = \rho * l / A$$

$$A = r^2 * \pi \quad \text{és} \quad r = d / 2$$

$$A = (1\text{mm})^2 * 3,14 = 3,14\text{mm}^2$$

$$R = 0,028 \mu\Omega\text{m} * 100\text{m} / 3,14\text{mm}^2$$

$$R = 0,028 * 10^{-6} \Omega\text{m} * 100\text{m} / (3,14 * 10^{-6} \text{m}^2) = 0,89 \Omega$$

### 2. Feladat, megoldás

rézvezeték ellenállása, ha

- hossza  $10\text{m}$
- átmérője  $0,4\text{mm}$
- $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )

$$A = r^2 * \pi = (0,2\text{mm})^2 * 3,14 = 0,125 \text{mm}^2$$

$$R = 0,0175 \mu\Omega\text{m} * 10\text{m} / 0,125\text{mm}^2$$

$$R = 0,0175 * 10^{-6} \Omega\text{m} * 10\text{m} / (0,125 * 10^{-6} \text{m}^2)$$

$$R = 1,4 \Omega$$

### 3. Feladat, megoldás

rézvezeték hossza, ha

- átmérője  $0,8\text{mm}$
- vezetőképessége  $5\text{mS}$
- $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \mu\Omega\text{m}$  (vagy  $\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$ )

$$A = r^2 * \pi = (0,4\text{mm})^2 * 3,14 = 0,5 \text{mm}^2$$

$$R = 1 / G = 1 / 5\text{mS} = 200 \Omega$$

$$l = R * A / \rho = 200 \Omega * 0,5 * 10^{-6} \text{m}^2 / 0,0175 * 10^{-6} \Omega\text{m} = 5714 \text{m}$$

## 1.8. Eredő ellenállás számítása

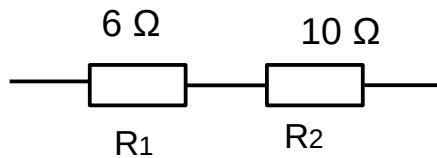
### Eredő ellenállás

Több ellenállás helyettesíthető egy darab megfelelő értékű ellenállással → eredő ellenállás ( $R_e$ )

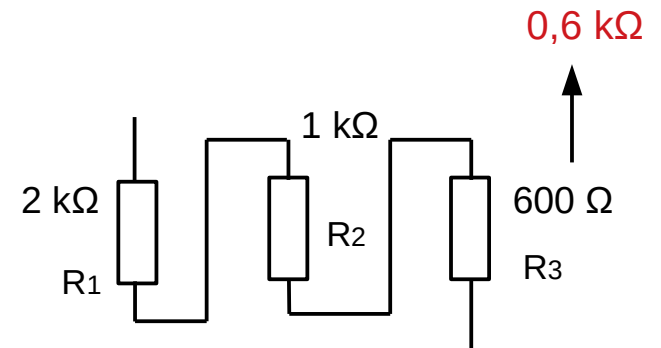
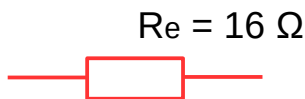
### Soros kapcsolás esetén

Az ellenállások összeadódnak

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$



$$R_e = R_1 + R_2 = 6\ \Omega + 10\ \Omega$$



$$R_e = 3,6\ \text{k}\Omega$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 = 2\ \text{k}\Omega + 1\ \text{k}\Omega + 0,6\ \text{k}\Omega$$

## 1.9. Eredő ellenállás számítása

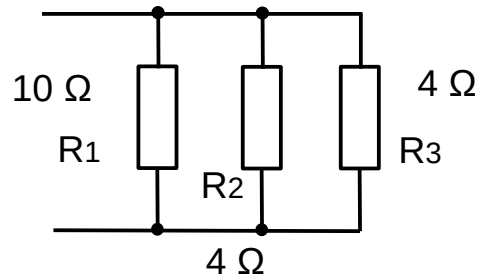
### Párhuzamos kapcsolás esetén

A vezetőképességek adódnak össze !

$$G_e = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

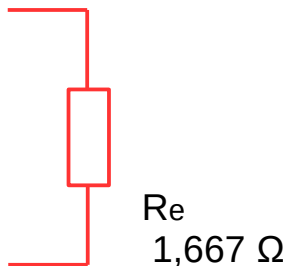
$$G_e = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \dots$$

$$R_e = 1/G_e$$



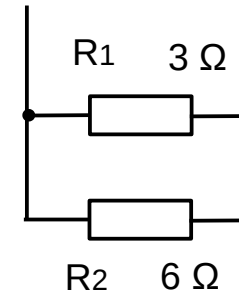
$$G_e = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 = \\ = 0,1 \text{ S} + 0,25 \text{ S} + 0,25 \text{ S} = 0,6 \text{ S}$$

$$R_e = 1/G_e = 1 / 0,6 \text{ S} = 1,667 \text{ } \Omega$$

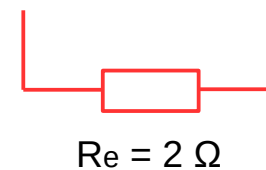


Két ellenállás esetén egyszerűbben →  
replusz (x) művelettel:

$$R_e = R_1 \times R_2 = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$



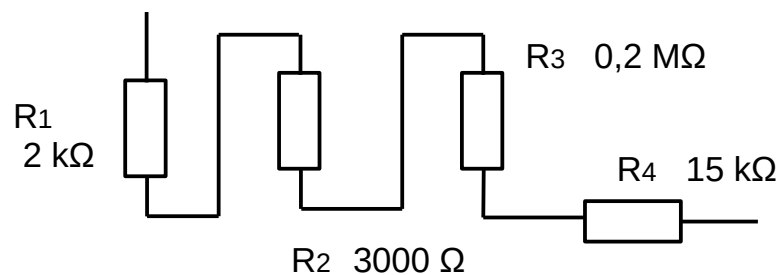
$$R_e = R_1 \times R_2 = \\ R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = \\ 3 \cdot 6 / (3 + 6) = 2 \text{ } \Omega$$



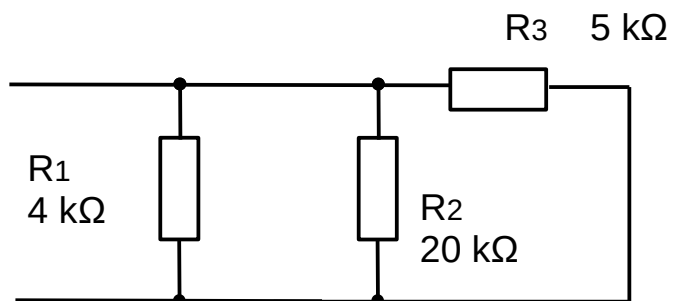
## 1.10. Gyakorló feladatok

Számítsd ki az eredő ellenállásokat

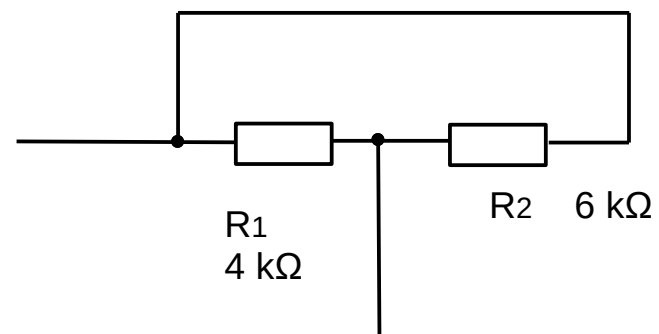
1. feladat



2. feladat



3. feladat



## 1.10. Gyakorló feladatok

### 1. Feladat, megoldás

Sorosak  $\rightarrow R_e = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 2 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega + 200 \text{ k}\Omega + 15 \text{ k}\Omega = 220 \text{ k}\Omega$

### 2. Feladat, megoldás

Párhuzamosak  $\rightarrow 1/R_e = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 = 0,25\text{mS} + 0,05\text{mS} + 0,2\text{mS} = 0,5 \text{ mS}$   
 $R_e = 1/(0,5\text{mS}) = 2 \text{ k}\Omega$

### 3. Feladat, megoldás

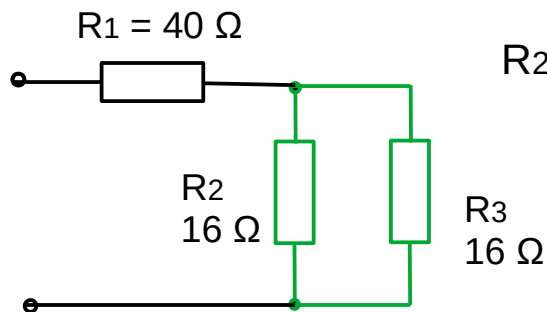
Párhuzamosak !!

replusz (x) művelettel:

$$R_e = R_1 \times R_2 = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 4 \cdot 6 / (4 + 6) = 24 / 10 = 2,4 \text{ k}\Omega$$

## 1.11. Vegyes kapcsolás

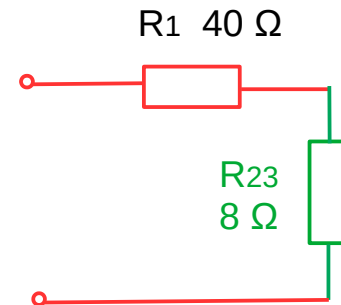
Több alkatrész van, és sorosan és párhuzamosan is vannak kapcsolva → több lépésben lehet áttekinthetően kiszámolni az eredő ellenállást → kiválasztunk két megfelelő ellenállást, amelyek egyértelműen sorosan vagy párhuzamosan vannak, majd az eredőjükkel helyettesítjük őket → a kapcsolat egyszerűsödik → kezdjük előlről, megint választunk két megfelelő ellenállást ...



$R_2$  és  $R_3$  párhuzamos

1. lépés

$$R_{23} = R_2 \times R_3 = \frac{16 \times 16}{16 + 16} = 8\ \Omega$$

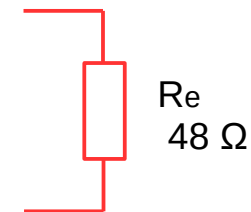


$R_{23} = R_2$  és  $R_3$  eredője

2. lépés

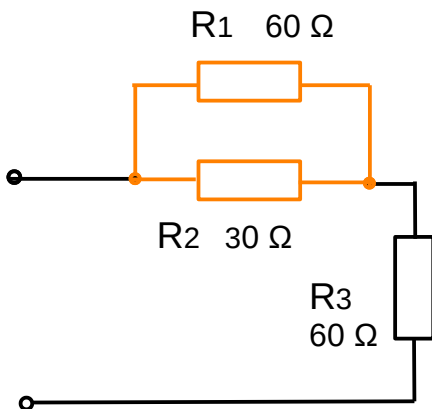
$R_1$  és  $R_{23}$  soros

$$R_e = R_{123} = R_1 + R_{23} = 48\ \Omega$$



## 1.12. Vegyes kapcsolás

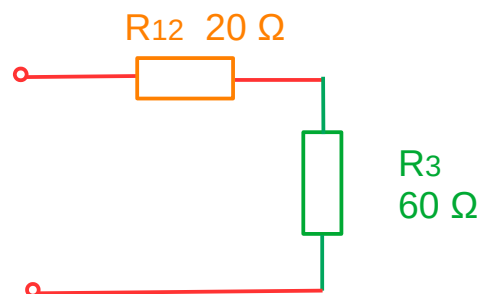
### minta feladat 1.



$R_2$  és  $R_1$  párhuzamos

1. lépés

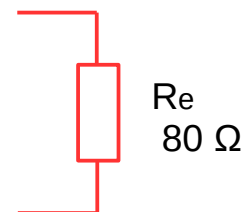
$$R_{12} = R_2 \times R_1 = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20 \, \Omega$$



2. lépés

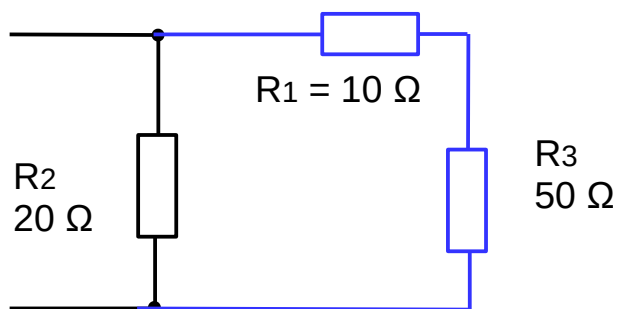
$R_{12}$  és  $R_3$  soros

$$R_e = R_{123} = R_{12} + R_3 = 80 \, \Omega$$



## 1.13. Vegyes kapcsolás

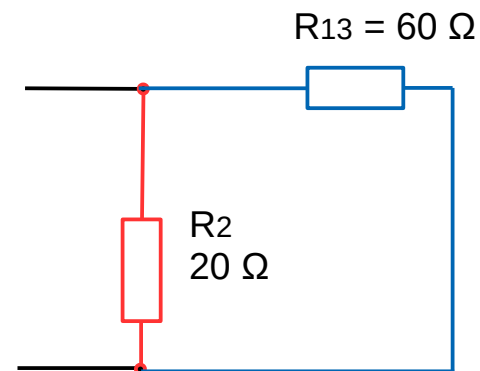
### minta feladat 2.



$R_1$  és  $R_3$  soros

$$R_{13} = R_1 + R_3 = 60\ \Omega$$

1. lépés

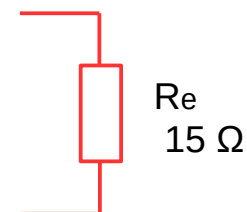


2. lépés

$R_2$  és  $R_{13}$   
párhuzamos



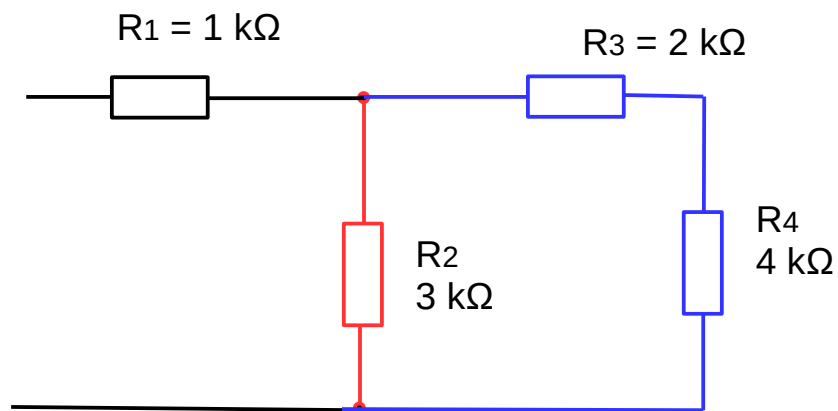
$$R_e = R_{123} = R_2 \times R_{13} = 20 \times 60 / (20 + 60) = 15\ \Omega$$





## 1.14. Vegyes kapcsolás

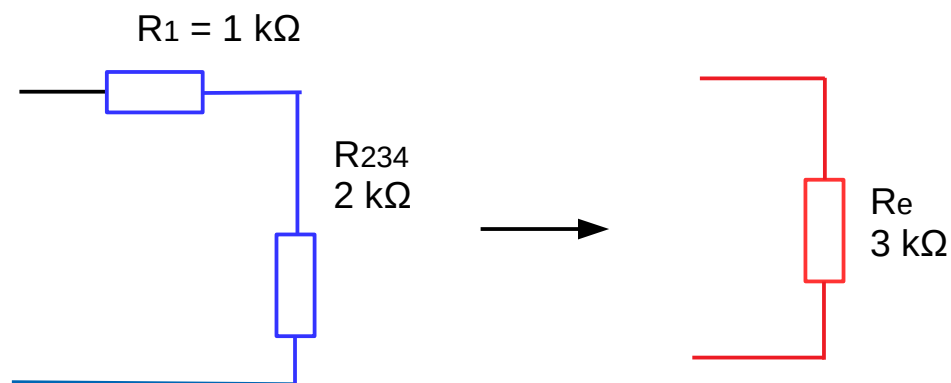
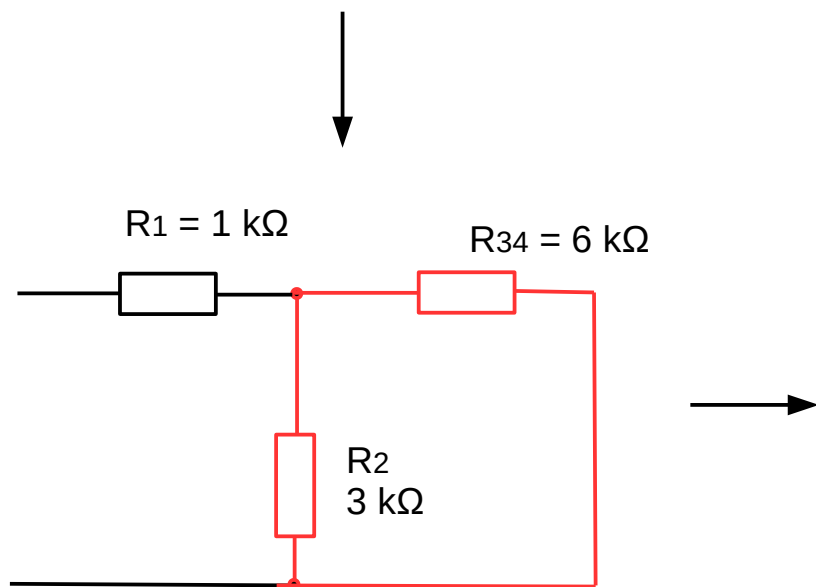
### minta feladat 3.



### Megoldás:

#### Eredő ellenállás:

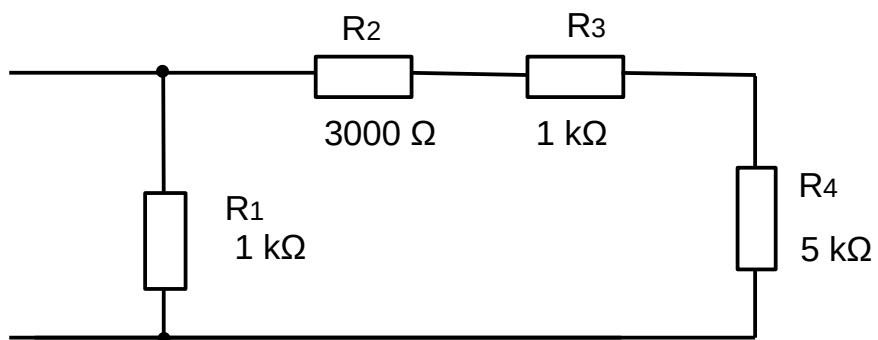
- $R_4$  és  $R_3$  soros  $\rightarrow R_{34} = R_4 + R_3 = 6\text{ k}\Omega$
- $R_{34}$  és  $R_2$  párhuzamos  $\rightarrow$   
 $R_{234} = R_{34} \times R_2 / (R_{34} + R_2) = 6 \times 3 / (6 + 3) = 2\text{ k}\Omega$
- $R_1$  és  $R_{234}$  soros  $\rightarrow$   
 $R_e = R_1 + R_{234} = 3\text{ k}\Omega$



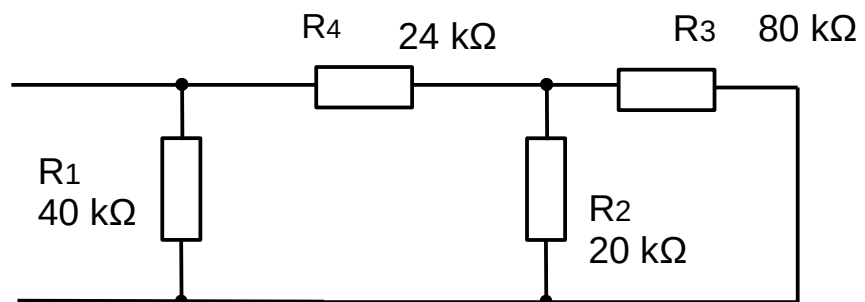
## 1.15. Gyakorló feladatok

Számítsd ki az eredő ellenállásokat

1. feladat



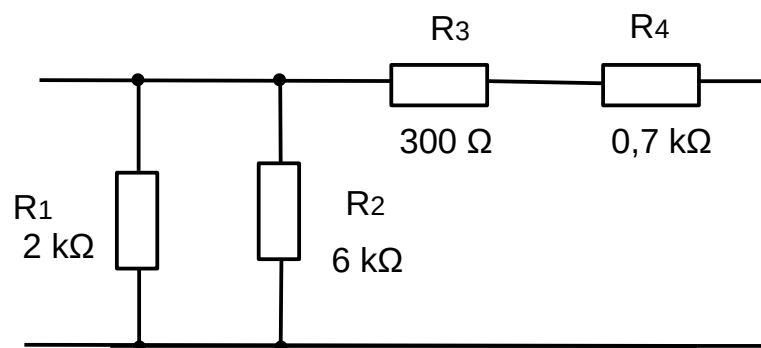
2. feladat



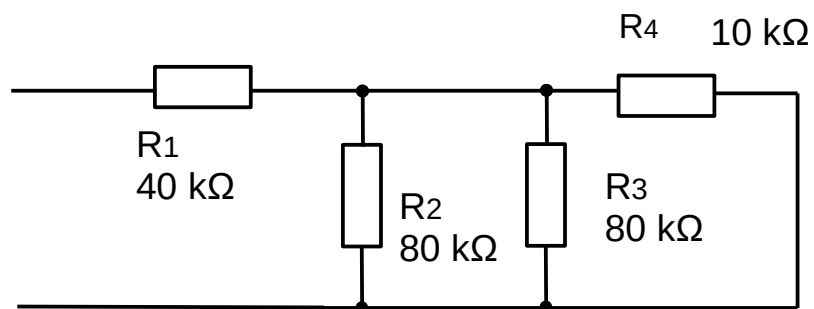
## 1.15. Gyakorló feladatok

Számítsd ki az eredő ellenállásokat

3. feladat



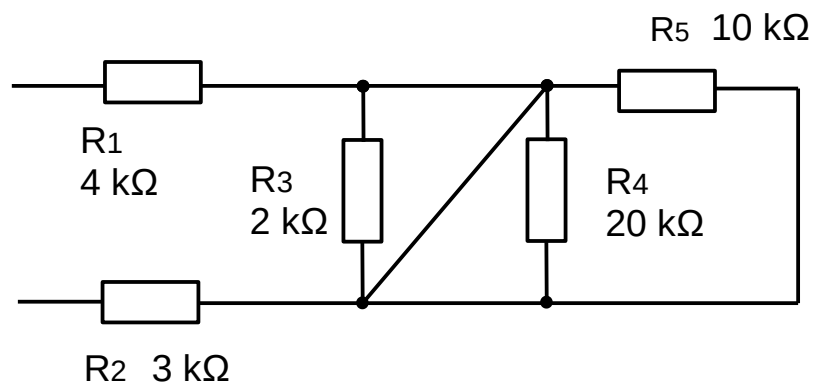
4. feladat



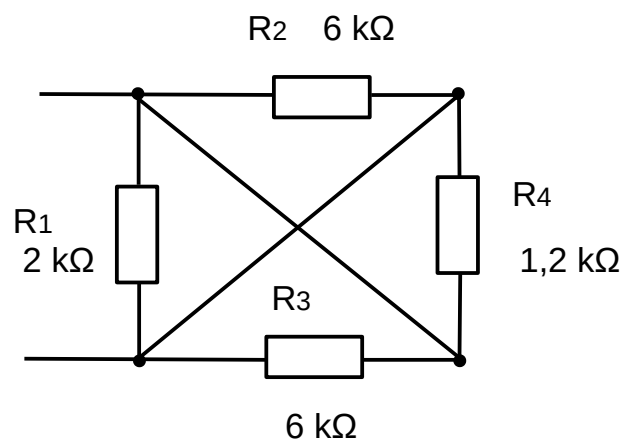
## 1.15. Gyakorló feladatok

Számítsd ki az eredő ellenállásokat

5. feladat



6. feladat



## 1.15. Gyakorló feladatok

### Megoldások

#### 1. feladat

$$R_e = (R_2 + R_3 + R_4) \times R_1 = 0,9 \text{ k}\Omega$$

#### 2. feladat

$$R_e = ((R_2 \times R_3) + R_4) \times R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

#### 3. feladat

$$R_e = (R_1 \times R_2) \times (R_3 + R_4) = 0,6 \text{ k}\Omega$$

#### 4. feladat

$$R_e = ((R_2 \times R_3) \times R_4) + R_1 = 48 \text{ k}\Omega$$

#### 5. feladat

$$R_e = R_1 + R_2 \text{ ( + rövidzár ! )} = 7 \text{ k}\Omega$$

$R_3$   $R_4$  és  $R_5$  ellenállásokkal egy rövidzár van párhuzamosan !

#### 6. feladat

$$R_e = ((R_2 \times R_3) \times R_1) \times R_4 = 0,6 \text{ k}\Omega$$

Mind a négy párhuzamos !

## 1.16. Az ellenállás hőmérséklet függése

### Villamos ellenállás

- az anyagok ellenállása függ a hőmérséklettől !
- a 20 °C-on mérhető ellenállás az alap, kiszámítása →

$$R_0 = \rho * l / A$$

$l$  – hossz (kis  $L$  !)

$A$  – keresztmetszet

$\rho$  – fajlagos ellenállás

### Hőmérséklet függés

$$\Delta R = R_0 * \alpha * \Delta T$$

$\Delta R$  – ellenállás változás

$R_0$  – 20 °C-os ellenállás

$\Delta T$  – hőmérséklet változás

$\alpha$  – hőfoktényező (anyagfüggő !)

### Ellenállás egy adott hőmérsékleten

$$R_T = R_0 + \Delta R = R_0 * (1 + \alpha * \Delta T)$$

### hőfoktényező ( $\alpha$ )

lehet:

- pozitív → hideg vezető anyagok (PTC), magasabb hőmérsékleten rosszabbul vezetnek  
pl. fémek, fém ötvözetek
- negatív → meleg vezető anyagok (NTC), magasabb hőmérsékleten jobban vezetnek  
pl. félvezetők, folyadékok

## 1.17. Az ellenállás hőmérséklet függése

### minta feladat

Egy rézvezeték 20 °C-os ellenállása 100 Ω  
Mennyi lesz az ellenállása ha felmelegszik 50 °C-ra ?

$$R_0 = 100 \, \Omega$$

$$\Delta T = 50 - 20 = 30 \, ^\circ\text{C}$$

$$\alpha_{\text{réz}} = 0,0038 \, 1/^\circ\text{C}$$



ellenállás változás

$$\Delta R = R_0 * \alpha * \Delta T = 100 \, \Omega * 0,0038 \, 1/^\circ\text{C} * 30 \, ^\circ\text{C} = 11,4 \, \Omega$$

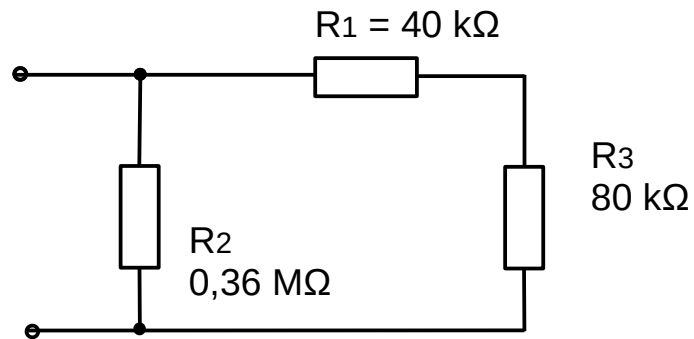


ellenállás 50 °C-on

$$R_{50} = R_0 + \Delta R = 100 \, \Omega + 11,4 \, \Omega = 111,4 \, \Omega$$

## 1.18. Ismétlő kérdések, feladatok

1. Számítsd ki az eredő ellenállást !



2. Számítsd ki a rézvezeték ellenállását, ha !

- hossza 10m
- átmérője 0,4mm
- fajlagos ellenállása  
→  $\rho_{\text{réz}} = 0,0175 \text{ }\Omega\text{mm}^2 / \text{m}$

3. Villamos áram, áramerősség fogalma, definíciója, jele, mértékegysége ?