

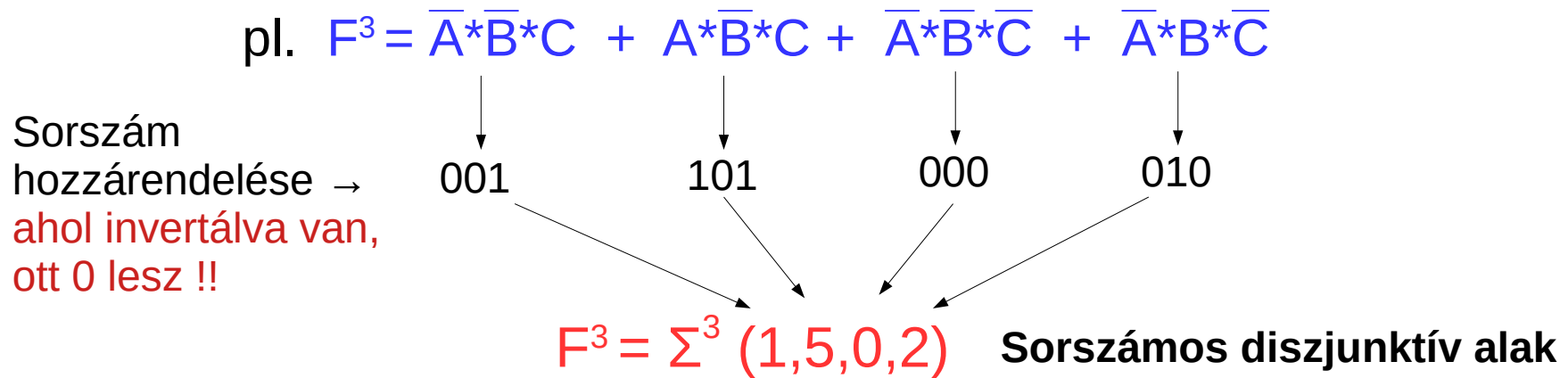
Digitális technika

IV.

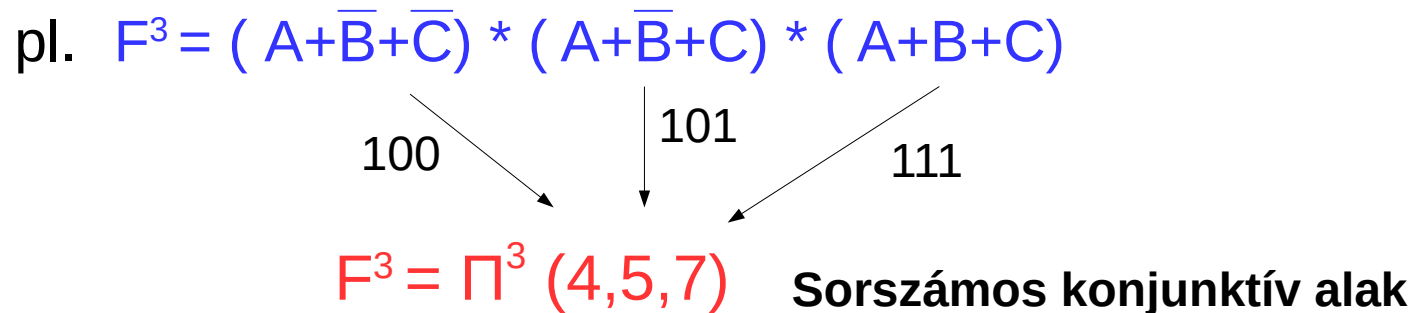
Szabályos alakok,
Logikai függvények egyszerűsítése

4.1. Logikai függvények szabályos alakjai

Diszjunktív szabályos alak: szorzatok (mintermek) VAGY kapcsolata



Konjunktív szabályos alak: összegek (maxtermek) ÉS kapcsolata



- Ugyanis jó ha van egy speciális algebrai alak, amelyet csak egyféleképpen lehet felírni → ez a szabályos alak (vagy normál alak vagy kanonikus alak) → és sajnos kétféle ilyen szabályos alak létezik :(

4.1. Logikai függvények szabályos alakjai

A szabályos alakok kiolvasása az igazságtáblázatból

pl. $Y = B \cdot \bar{C} + B \cdot (A \cdot C + \bar{A} \cdot C)$

$Y = B$

Lehet amúgy algebrai
átalakításokkal egyszerűsíteni

| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$

$\bar{A} \cdot B \cdot C$

$A \cdot B \cdot \bar{C}$

$A \cdot B \cdot C$

$A + B + C$

$A + B + \bar{C}$

$\bar{A} + B + C$

$\bar{A} + B + \bar{C}$

$Y = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$

Diszjunktív szabályos alak !!

az 1-es értékű kimeneteket kell nézni, minden sor egy szorzatot ad, és a szorzatban azt a bemeneti változót kell negálni, amelyek az adott sorban 0 értékű

$Y = (A + B + C) \cdot (A + B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + C) \cdot (\bar{A} + B + \bar{C})$

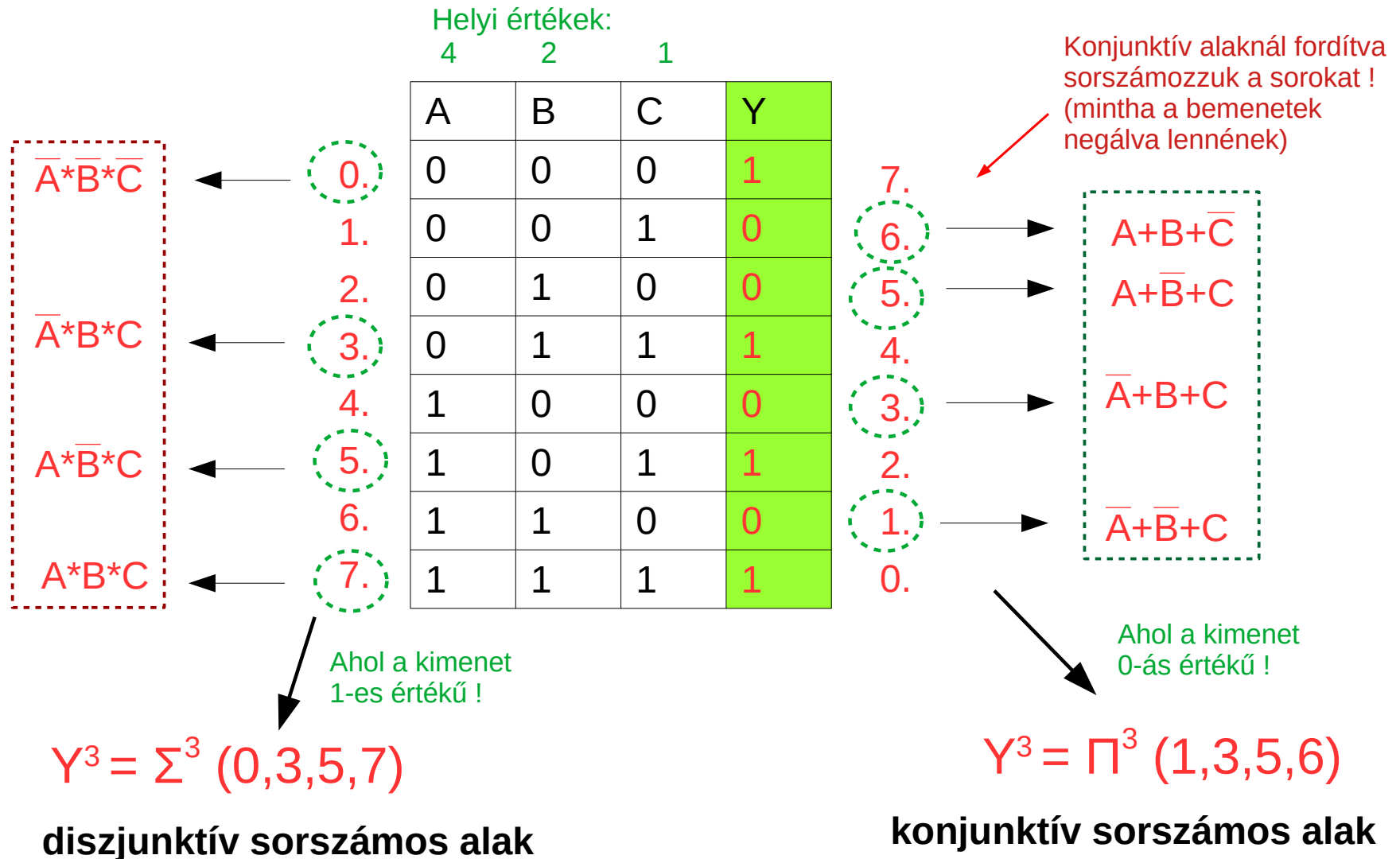
Konjunktív szabályos alak !!

a 0-ás értékű kimeneteket kell nézni, minden sor egy összeget ad, és az összegben azt a bemeneti változót kell negálni, amelyek az adott sorban 1 értékű

Szóval ebből is látszik, hogy a szabályos alakok sokszor nagyon bonyolultak, van sokkal egyszerűbb alak is általában. DE ! a szabályos alakok egyértelműek, pl. ha meg van adva két függvény diszjunktív szabályos alakkal, akkor nagyon gyorsan lehet látni, hogy megegyezik-e a két függvény vagy nem. A sorszámos alakokkal még könnyebb az összehasonlítás

4.1. Logikai függvények szabályos alakjai

Ha az igazságtáblázatot az alábbi szabályos formában vesszük fel (mintha a bemenetekhez helyi értékek lennének rendelve, és 2-es számrendszerben számolnánk) → akkor a sorszámok könnyen kiírhatóak:



4.2. Átalakítás egyik szabályos alakból a másikba

Ha az előző oldali táblázatot, a kétféle alak sorszámait megfigyeljük → az egyik alaknál az 1-es kimenetű, a másiknál a 0-s kimenetű sorokat kell nézni → egymás inverzei, tehát először invertálni kell a függvényt, így azok a sorszámok lesznek, amik az eredeti függvényben nem voltak.
Majd mivel a mintermek és maxtermek sorszámozása pont fordított, összegük minden sorban a legnagyobb lehető index lesz (3 változónál 7, 4 változónál 15) → úgy térünk át egyik alakra a másikra hogy a negált függvény sorszámait ki kell vonni a legnagyobb sorszámból

Minta példák

$$F^3 = \Sigma^3 (0,3,5,7) \longrightarrow \bar{F}^3 = \Sigma^3 (1,2,4,6) \xrightarrow{7-i} F^3 = \Pi^3 (6,5,3,1)$$

$$F^3 = \Sigma^3 (1,4,6) \longrightarrow \bar{F}^3 = \Sigma^3 (0,2,3,5,7) \xrightarrow{7-i} F^3 = \Pi^3 (7,5,4,2,0)$$

$$F^3 = \Pi^3 (7,4,1,0) \longrightarrow \bar{F}^3 = \Pi^3 (2,3,5,6) \xrightarrow{7-i} F^3 = \Sigma^3 (5,4,2,1)$$

$$F^4 = \Sigma^4 (1,2,5,8,11,13,14) \longrightarrow \bar{F}^4 = \Sigma^4 (0,3,4,6,7,9,10,12,15)$$


$$\downarrow 15-i$$
$$F^4 = \Pi^4 (15,12,11,9,8,6,5,3,0)$$

4.3. Minterm, maxterm

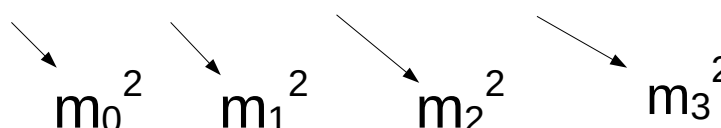
Diszjunktív szabályos alakban levő szorzatok → **mintermek**

Konjunktív szabályos alakban levő összegek → **maxtermek**

Minterm: független változók (bemenetek) logikai szorzata, amelyben minden változó szerepel egyszer (pl. $A*B*\bar{C}$, $\bar{A}*\bar{B}*C$, ...)

jelölése: m_i^n  változók száma
index, sorszám

pl. m_2^3 m_7^4

pl. 2 bemenet esetén a mintermek: $\bar{A}*\bar{B}$ $\bar{A}*B$ $A*\bar{B}$ $A*B$

 m_0^2 m_1^2 m_2^2 m_3^2

3 bemenet → $\bar{A}*\bar{B}*\bar{C}$ $\bar{A}*\bar{B}*C$ $\bar{A}*B*\bar{C}$ $\bar{A}*B*C$ $A*B*C$
 m_0^3 m_1^3 m_2^3 m_3^3 m_7^3

4.3. Minterm, maxterm

Maxterm: független változók (bemenetek) logikai összege, amelyben minden változó szerepel egyszer

jelölése: M_i^n $\xrightarrow{\hspace{1cm}}$ változók száma
 \searrow index, sorszám

pl. 2 bemenet esetén a maxtermek: $\bar{A}+\bar{B}$ $\bar{A}+B$ $A+\bar{B}$ $A+B$
 M_0^2 M_1^2 M_2^2 M_3^2

3 bemenet \rightarrow $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$ $\bar{A}+\bar{B}+C$ $\bar{A}+B+\bar{C}$ $\bar{A}+B+C$ $A+B+C$
 M_0^3 M_1^3 M_2^3 M_3^3 M_7^3

A sorszámos alakoknál a mintermek illetve a maxtermek sorszámai szerepelnek

4.4. Minta feladatok

Olvasd ki a függvény szabályos alakjait az igazságtáblázatból!

1. feladat

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$\begin{array}{c} A + \bar{B} \\ \bar{A} + B \end{array}$$

$$\bar{A} * \bar{B}$$

$$A * B$$

$$Y = (A + \bar{B}) * (\bar{A} + B)$$

Konjunktív szabályos alak !!

$$Y = \bar{A} * \bar{B} + A * B$$

Diszjunktív szabályos alak !!

Felbontva a zárójelet

$$Y = (A + \bar{B}) * (\bar{A} + B) = \underbrace{A * \bar{A}}_0 + \bar{B} * \bar{A} + A * B + \underbrace{\bar{B} * B}_0 = \bar{A} * \bar{B} + A * B$$

0

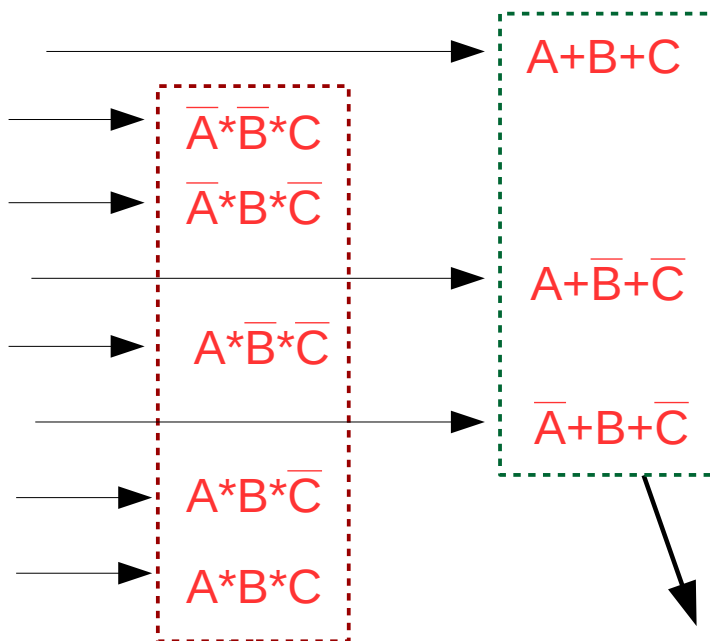
Szóval a két szabályos alak egymásba átalakítható, ugyanazt a függvényt adják meg

4.4. Minta feladatok

Olvasd ki a függvény szabályos alakjait az igazságtáblázatból!

2. feladat

| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |



Diszjunktív szabályos alak !!

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

Konjunktív szabályos alak !!

$$Y = (A+B+C) \cdot (A+\bar{B}+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+\bar{C})$$

4.4. Minta feladatok

Olvasd ki a függvény diszjunktív szabályos alakját az igazságtáblázatból!

3. feladat

| A | B | C | D | Y |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Diszjunktív szabályos alak !!

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} +$$

$$+ \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot D +$$

$$+ A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$$

$$+ A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D$$

4.4. Minta feladatok

4. feladat, Írd fel a sorszámos alakokat !

$$a, Y^3 = A*B*\bar{C} + A*\bar{B}*C + \bar{A}*\bar{B}*\bar{C} + \bar{A}*B*\bar{C} + A*B*C$$

Helyiértékek:
4 2 1

$$\downarrow \\ 110 = 6$$

$$\downarrow \\ 101 = 5$$

$$\downarrow \\ 000 = 0$$

$$\downarrow \\ 010 = 2$$

$$\downarrow \\ 111 = 7$$

$$Y^3 = \sum^3 (0,2,4,5,6,7)$$

$$b, Y^4 = (A+B+\bar{C}+\bar{D}) * (\bar{A}+B+C+\bar{D}) * (\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D}) * (A+\bar{B}+\bar{C}+D) * (A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$$

Helyiértékek:
8 4 2 1

$$\downarrow \\ 1100 = 12$$

$$\downarrow \\ 0110 = 6$$

$$\downarrow \\ 0010 = 2$$

$$\downarrow \\ 1001 = 9$$

$$\downarrow \\ 1000 = 8$$

$$Y^4 = \prod^4 (2,6,8,9,12)$$

5. feladat, Írd fel a teljes szabályos alakot !

$$Y^4 = \sum^4 (1, 3, 4, 7, 9, 14)$$

Helyiértékek:
8 4 2 1

0001

$$\bar{A}*\bar{B}*\bar{C}*D$$

0011

$$\bar{A}*\bar{B}*C*D$$

0100

$$\bar{A}*B*\bar{C}*\bar{D}$$

0111

$$\bar{A}*B*C*D$$

1001

$$A*\bar{B}*\bar{C}*D$$

1110

$$A*B*C*\bar{D}$$

$$Y = \bar{A}*\bar{B}*\bar{C}*D + \bar{A}*\bar{B}*C*D + \bar{A}*B*\bar{C}*\bar{D} + \bar{A}*B*C*D + A*\bar{B}*\bar{C}*D + A*B*C*\bar{D}$$

Persze ezek a megoldások csak abban az esetben jók, ha így rendelünk helyi értékeket a változókhoz ! Mert lehet pl. fordítva is, hogy az „A” változó a legkisebb helyi értékű

4.4. Minta feladatok

6. feladat, Alakítsd át a másik sorszámos alakra !

a, $F^3 = \Sigma^3 (0,3,4,6,7)$

\searrow
 $\overline{F}^3 = \Sigma^3 (1,2,5) \xrightarrow{7-i} F^3 = \Pi^3 (6,5,2)$

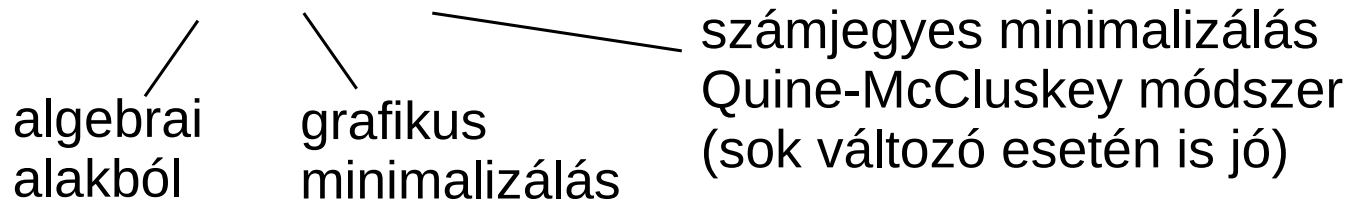
b, $F^4 = \Pi^4 (1,2,4,6,8,11,12,15)$

\searrow
 $\overline{F}^4 = \Pi^4 (0,3,5,7,9,10,13,14)$
 $\downarrow 15-i$
 $F^4 = \Sigma^4 (15,12,10,8,6,5,2,1)$

4.5. Logikai függvények egyszerűsítése

A cél ?! → legyen a függvény a lehető legegyszerűbb → egyszerűbb hálózat, kevesebb kapuáramkör kell, olcsóbb

Az egyszerűsítés lehetőségei:



Egyszerűsítés algebrai alakból: a legkevesebb betű és művelet szerepeljen benne → átalakításokkal a Boole-algebra azonosságait felhasználva → lényeges az egy változóban különböző mintermek (maxtermek) összevonása

$$\text{pl. } Y = \bar{A} * \bar{B} * C + A * \bar{B} * C + \bar{A} * B * C + A * B * C$$

$$(\bar{A} + A) * \bar{B} * C$$

$$(\bar{A} + A) * B * C$$

és $\bar{A} + A = 1$!!

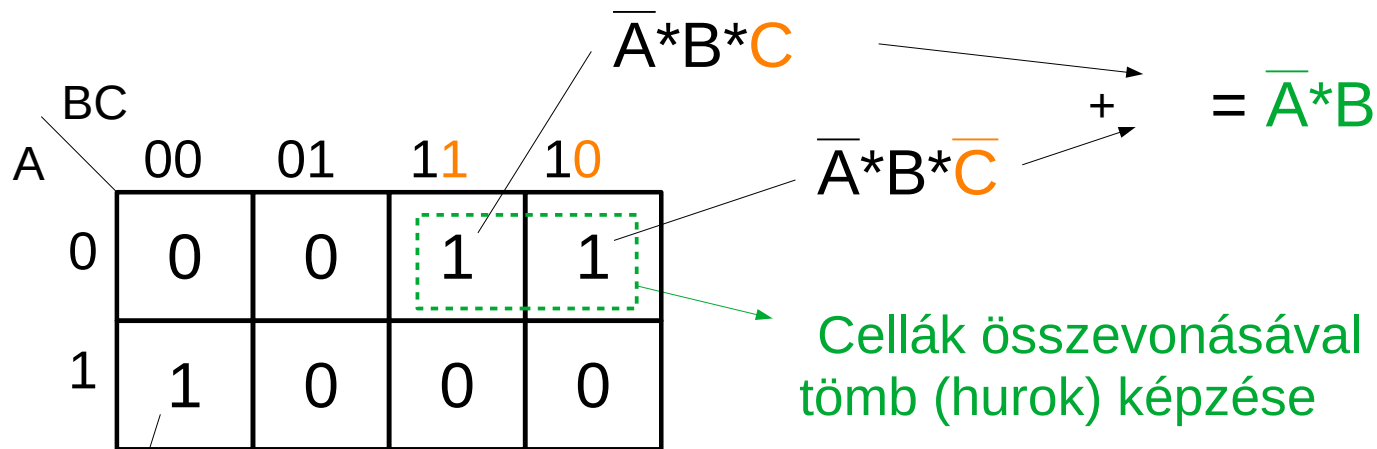
$$Y = \bar{B} * C + B * C = (\bar{B} + B) * C = C$$

4.5. Logikai függvények egyszerűsítése

Grafikus minimalizálás, Karnaugh vagy Veitch táblával

lényege, hogy az egymás melletti celláknak megfelelő mintermek csak egy változóban térnek el egymástól → összevonhatók → és kiesik az a változó, amelyben különböznek

Karnaugh



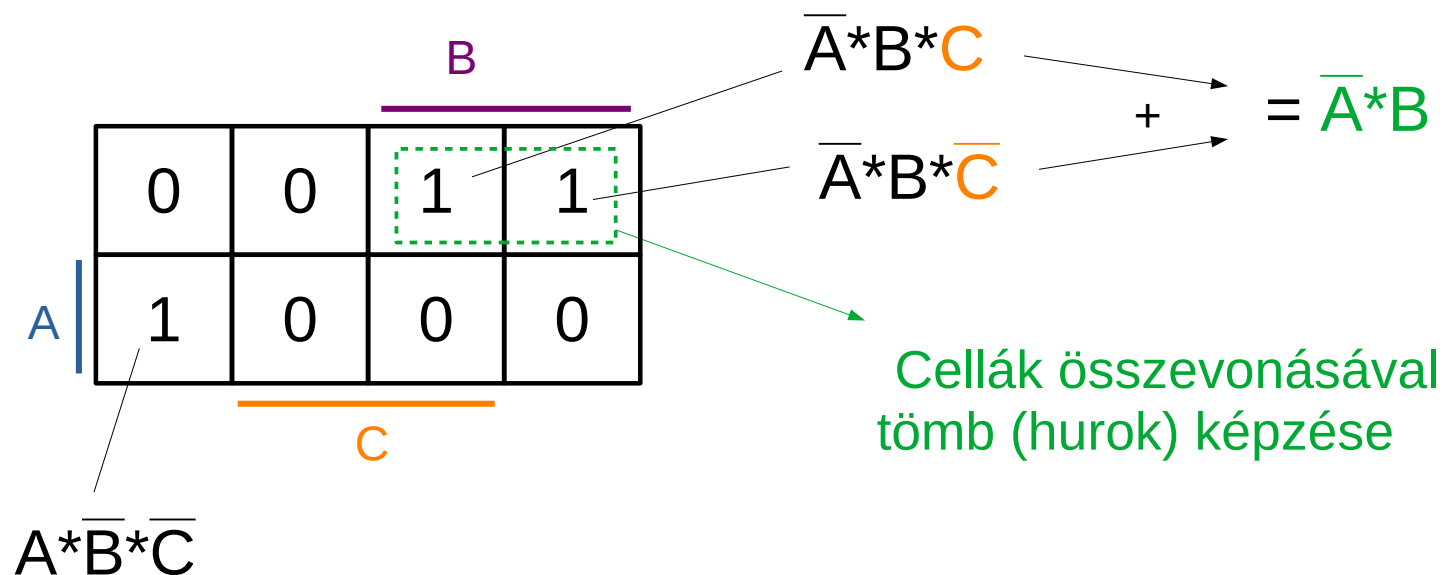
Ezt a cellát nem tudjuk
összevonni másikkal →
marad a teljes szorzat !

egy cella több tömbben is
szerepelhet !!
($A=A+A$ azonosság miatt)

4.5. Logikai függvények egyszerűsítése

lényege, hogy az egymás melletti celláknak megfelelő mintermek csak egy változóban térnek el egymástól → összevonhatók → és kiesik az a változó, amelyben különböznek

Veitch

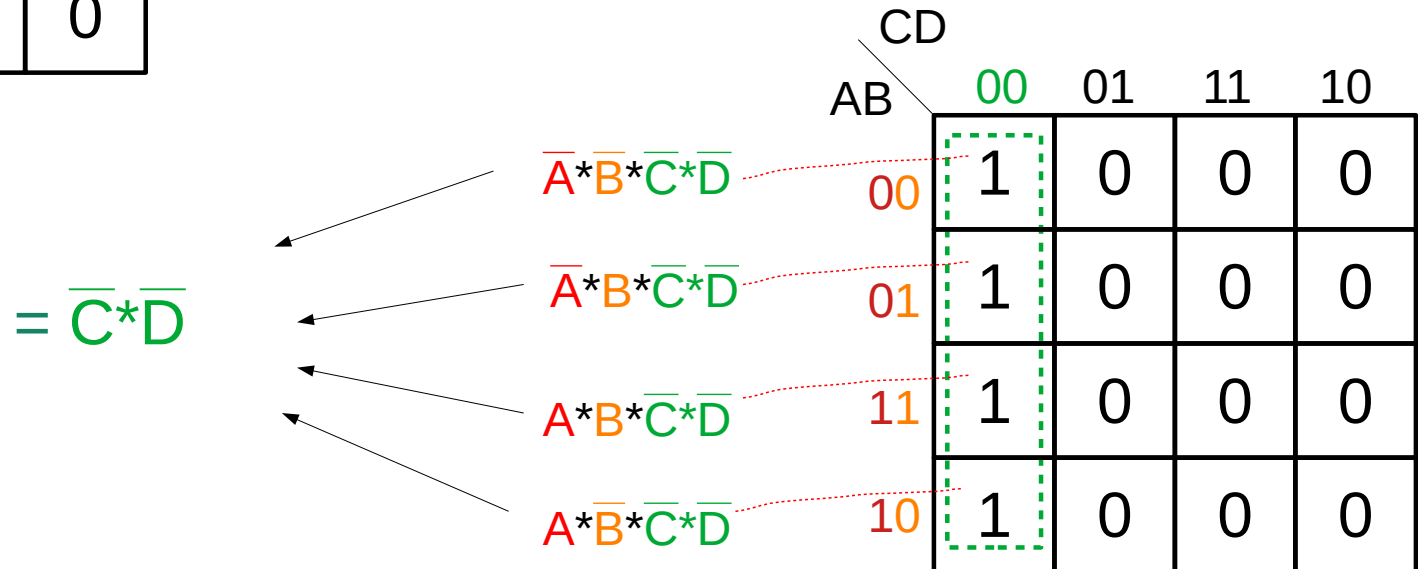
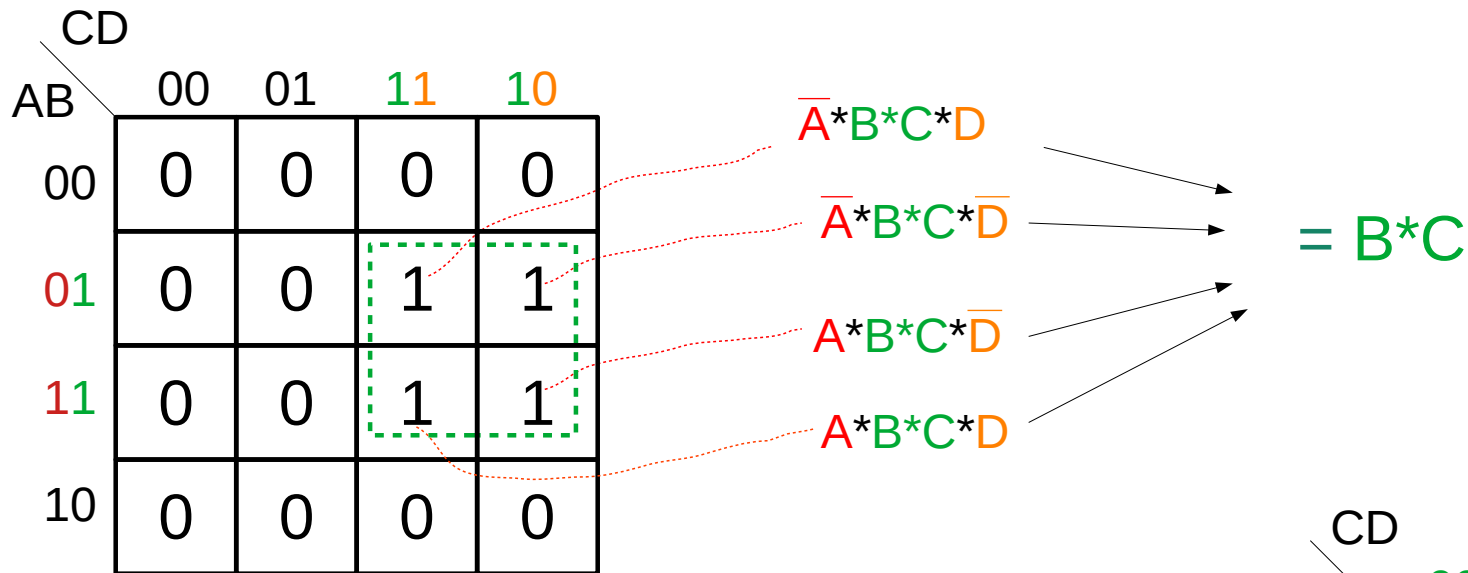


Ezt a cellát nem tudjuk
összevonni másikkal →
marad a teljes szorzat !

4.5. Logikai függvények egyszerűsítése

Nagyobb tömbök is képezhetők,

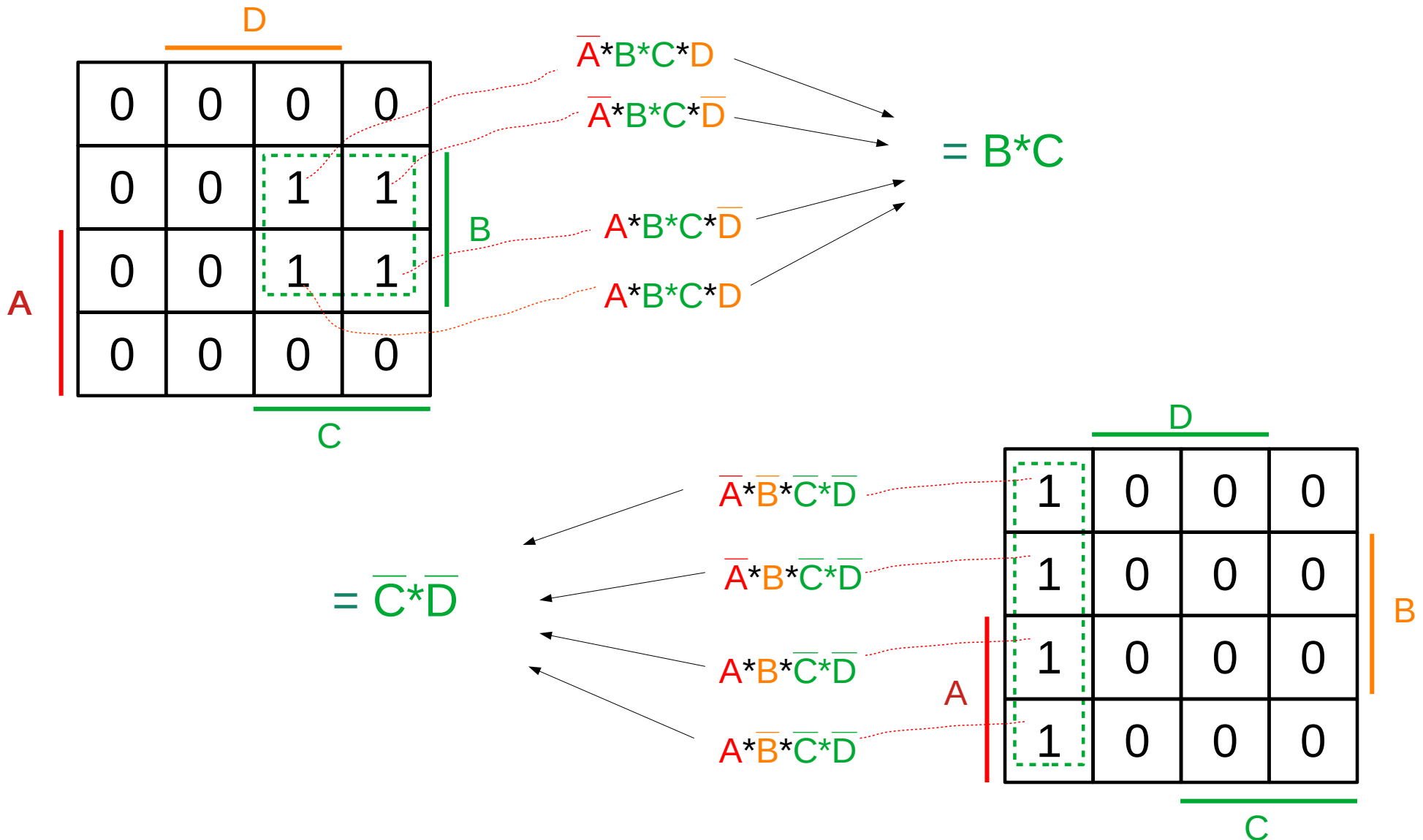
De mindig csak **azok a változók** maradnak meg, amelyek azonos értékűek a tömb minden cellájában



4.5. Logikai függvények egyszerűsítése

Nagyobb tömbök is képezhetők,

De mindig csak **azok a változók** maradnak meg, amelyek azonos értékűek a tömb minden cellájában

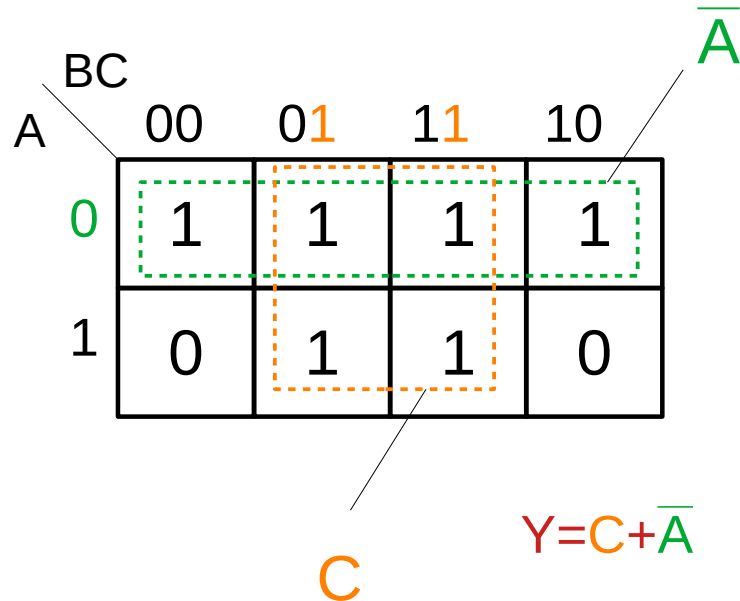


4.6. Egyszerűsítés szabályai

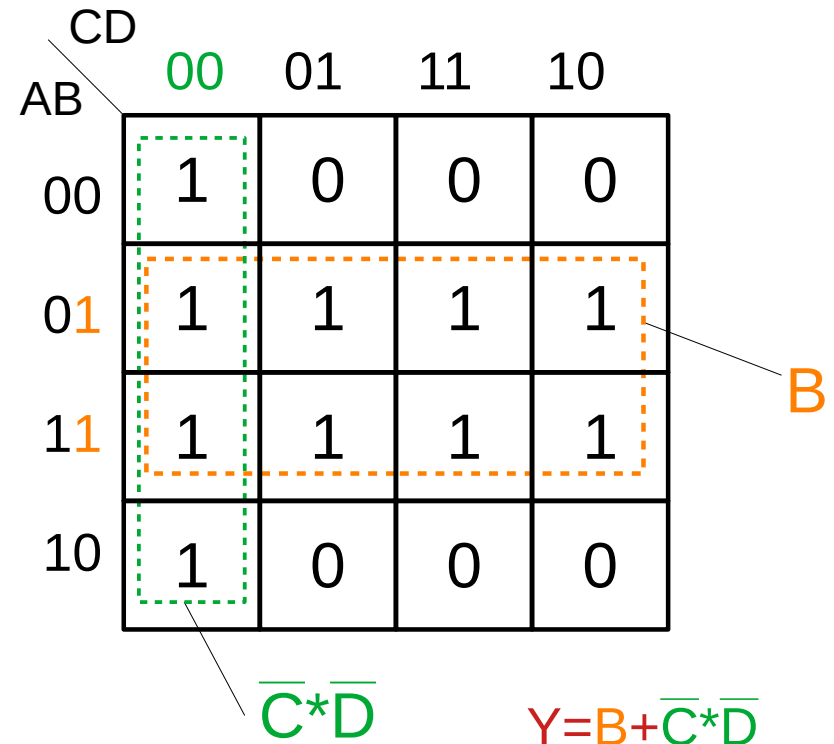
Grafikus minimalizálás elvei, szabályai:

- nemcsak 2 szomszédos cella, hanem 4, 8, 16 is összevonható
DE !! nem akármilyen alakban !! csak téglalap, négyzet („L” „Z” stb. nem lehet)
- minden '1'-eket tartalmazó cella legalább egy tömbben szerepeljen (ha lehetséges)
- a lehető legnagyobb, de a lehető legkevesebb tömböt kell kialakítani

nem sok 2-es hanem 2db 4-es tömb



nem sok 2-es hanem egy 4-es és egy 8-as tömb



4.6. Egyszerűsítés szabályai

Grafikus minimalizálás elvei, szabályai:

- a táblák a széleken összefüggőnek tekintendők !

| BC | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|
| A | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | |

\bar{C}
4-es tömb

$\bar{B} * \bar{D}$
a négy sarok
4-es tömb

| | | CD | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| | 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

| | | CD | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$\bar{B} * D$
4-es tömb

4.6. Egyszerűsítés szabályai

Grafikus minimalizálás elvei, szabályai:

- 2-es tömb → 1 változó esik ki
- 4-es tömb → 2 változó esik ki
- 8-as tömb → 3 változó esik ki

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| | CD | | | |
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | | | | |
| 00 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 0 |

$\bar{A} * C * D$ (orange dashed box around cells (00,11) and (10,11))
 $\bar{C} * \bar{D}$ (red dashed box around cells (00,00) and (10,00))
 B (green dashed box around cells (01,00), (11,00), (01,01), (11,01), (01,11), (11,11))

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| | CD | | | |
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | | | | |
| 00 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 1 | 0 | 1 |

$\bar{B} * \bar{C} * D$ (green dashed box around cells (00,01) and (10,01))
 $\bar{A} D$ (red dashed box around cells (11,11) and (10,11))

Ha minden változó kiesik !! → $Y = 1$

| | | | | |
|---|----|----|----|----|
| | BC | | | |
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

4.7. Cellák számozása

Helyi értékek:

4 2 1

| | A | B | C | Y |
|----|---|---|---|---|
| 0. | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1. | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2. | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3. | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4. | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 5. | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6. | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7. | 1 | 1 | 1 | 0 |

Karnaugh tábla

| | | BC | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| | | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| 0 | | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| 1 | | 1 ₄ | 1 ₅ | 0 ₇ | 1 ₆ |

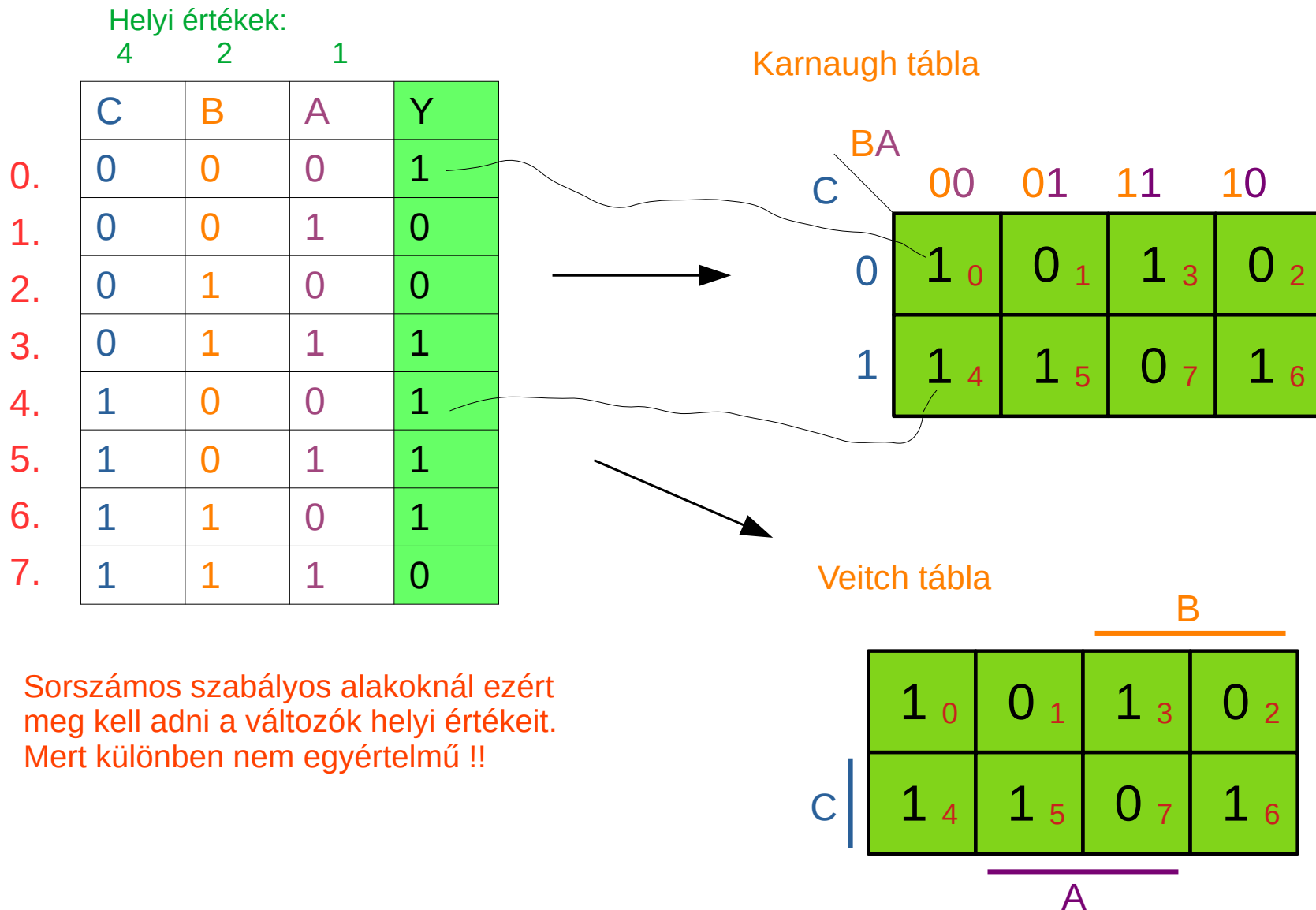
utolsó két oszlop,
felcserélve !

Veitch tábla

| | | B | | | |
|---|--|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| | | 1 ₄ | 1 ₅ | 0 ₇ | 1 ₆ |
| | | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| | | 1 ₄ | 1 ₅ | 0 ₇ | 1 ₆ |

4.7. Cellák számozása

Ha a változókat más sorrendben veszem fel (más helyi értékek tartoznak hozzá) az igazságtáblázatban, akkor a Karnaugh illetve Veitch tábláknál is cserélni kell a változókat, mert a cellák sorszáma (hogyan melyik sorhoz tartoznak) csak így marad ugyanaz !! egyébként teljesen más sorrendben lesznek !!



4.7. Cellák számozása

Helyi értékek:

8 4 2 1

| | A | B | C | D | Y |
|-----|---|---|---|---|---|
| 0. | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1. | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2. | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3. | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 4. | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5. | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6. | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 7. | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8. | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 9. | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 10. | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 11. | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12. | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 13. | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14. | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 15. | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Karnaugh tábla

| | | CD | | | |
|----|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | 00 | 1 ₀ | 1 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| | 01 | 0 ₄ | 1 ₅ | 1 ₇ | 1 ₆ |
| | 11 | 0 ₁₂ | 1 ₁₃ | 0 ₁₅ | 0 ₁₄ |
| | 10 | 1 ₈ | 1 ₉ | 0 ₁₁ | 0 ₁₀ |

Veitch tábla

| | | D | | | |
|---|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | 1 | 1 | 1 | 0 |
| A | 0 | 1 ₀ | 1 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| | 1 | 0 ₄ | 1 ₅ | 1 ₇ | 1 ₆ |
| | 2 | 0 ₁₂ | 1 ₁₃ | 0 ₁₅ | 0 ₁₄ |
| | 3 | 1 ₈ | 1 ₉ | 0 ₁₁ | 0 ₁₀ |

4.8. Minta feladatok

Egyszerűsítsd a függvényeket !

1. feladat

| | | BC | | | |
|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | 0 | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 1 ₂ |
| | 1 | 0 ₄ | 1 ₅ | 1 ₇ | 1 ₆ |

2. feladat

$Y^3 = \sum^3 (0,1,2,3,7)$ az „C” változó a legnagyobb helyi értékű

3. feladat

| | | CD | | | |
|----|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | 00 | 0 ₀ | 1 ₁ | 0 ₃ | 1 ₂ |
| | 01 | 1 ₄ | 0 ₅ | 0 ₇ | 1 ₆ |
| | 11 | 1 ₁₂ | 1 ₁₃ | 0 ₁₅ | 1 ₁₄ |
| | 10 | 0 ₈ | 1 ₉ | 0 ₁₁ | 1 ₁₀ |

4. feladat

$Y^4 = \sum^4 (1,3,5,7,8,10,11)$
az „A” változó a legnagyobb helyi értékű

4.8. Minta feladatok

Megoldások

1. feladat

| | | BC | | | |
|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| | 0 | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 1 ₂ |
| | 1 | 0 ₄ | 1 ₅ | 1 ₇ | 1 ₆ |

$\bar{A} \cdot \bar{C}$ (green dashed box around cells 0,0 and 0,3)
 $A \cdot C$ (orange dashed box around cells 1,1 and 1,3)
 B (red dashed box around cells 0,3 and 1,3)

$$Y = \bar{A} \cdot \bar{C} + A \cdot C + B$$

2. feladat

$Y^3 = \Sigma^3 (0,1,2,3,7)$ az „C” változó a legnagyobb helyi értékű

| | | BA | | | |
|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|
| C | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| | 0 | 1 ₀ | 1 ₁ | 1 ₃ | 1 ₂ |
| | 1 | 0 ₄ | 0 ₅ | 1 ₇ | 0 ₆ |

\bar{C} (green dashed box around cells 0,0 and 0,1)
 $B \cdot A$ (red dashed box around cells 0,3 and 1,3)

$$Y = \bar{C} + B \cdot A$$

4.8. Minta feladatok

Megoldások

3. feladat

| | | | | | |
|----|----|---------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$ | | | |
| | | CD | | | |
| AB | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| | 00 | 0 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 1 ₂ |
| | 01 | 1 ₄ | 0 ₅ | 0 ₇ | 1 ₆ |
| | 11 | 1 ₁₂ | 1 ₁₃ | 0 ₁₅ | 1 ₁₄ |
| | 10 | 0 ₈ | 1 ₉ | 0 ₁₁ | 1 ₁₀ |

$B \cdot \bar{D}$ (green dashed box around cells 4, 6, 12, 14)
 $A \cdot \bar{C} \cdot D$ (red dashed box around cells 9, 13)
 $C \cdot \bar{D}$ (orange dashed box around cells 2, 10, 14)

$$Y = B \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{C} \cdot D$$

4. feladat

$Y^4 = \Sigma^4 (1, 3, 5, 7, 8, 10, 11)$
 az „A” változó a legnagyobb helyi értékű

| | | | | | |
|----|----|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | | $\bar{A} \cdot D$ | | | |
| | | CD | | | |
| AB | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| | 00 | 0 ₀ | 1 ₁ | 1 ₃ | 0 ₂ |
| | 01 | 0 ₄ | 1 ₅ | 1 ₇ | 0 ₆ |
| | 11 | 0 ₁₂ | 0 ₁₃ | 0 ₁₅ | 0 ₁₄ |
| | 10 | 1 ₈ | 0 ₉ | 1 ₁₁ | 1 ₁₀ |

$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}$ (orange dashed box around cells 8, 10)
 $A \cdot \bar{B} \cdot C$ (green dashed box around cells 11, 10)
 $\bar{A} \cdot D$ (red dashed box around cells 1, 3, 5, 7)

$$Y = \bar{A} \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{B} \cdot C$$

4.9. Feladatok

Olvasd ki a függvények szabályos alakjait az igazságtáblázatokból!

1. feladat

| A | B | Y |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

2. feladat

| A | B | C | Y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

3. feladat

| A | B | C | D | Y |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

4.9. Feladatok

4. Írd fel a teljes szabályos alakokat !

az „A” változó a legnagyobb helyi értékű mindegyik feladatnál

a, $F^4 = \Sigma^4 (0,2,5,7,10,12,13)$

b, $F^3 = \Pi^3 (6,5,3,0)$

5. Írd fel a sorszámos alakokat !

a, $F^4 = (A+B+\overline{C}+D) \cdot (\overline{A}+B+\overline{C}+D) \cdot (\overline{A}+\overline{B}+C+\overline{D}) \cdot (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D) \cdot (A+\overline{B}+\overline{C}+D)$

b, $F^3 = A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$

6. Alakítsd át a másik sorszámos alakra !

a, $F^4 = \Sigma^4 (0,1,4,7,8,10,14)$

b, $F^3 = \Pi^3 (1,3,5,6)$

4.9. Feladatok

Egyszerűsítsd a függvényeket !

az „A” változó a legnagyobb helyi értékű
mindegyik feladatnál

7. feladat

| A \ BC | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 ₀ | 0 ₁ | 1 ₃ | 1 ₂ |
| 1 | 0 ₄ | 0 ₅ | 1 ₇ | 0 ₆ |

8. feladat

| AB \ CD | | | | |
|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 ₀ | 1 ₁ | 0 ₃ | 1 ₂ |
| 01 | 1 ₄ | 1 ₅ | 1 ₇ | 1 ₆ |
| 11 | 1 ₁₂ | 0 ₁₃ | 0 ₁₅ | 1 ₁₄ |
| 10 | 0 ₈ | 1 ₉ | 0 ₁₁ | 0 ₁₀ |

9. feladat $Y^3 = \Sigma^3 (0,1,2,6,7)$

10. feladat $Y^4 = \Sigma^4 (1,3,5,7,10,11,13,14)$

11. feladat $Y^4 = \Sigma^4 (0,2,6,8,10,11,14,15)$

4.9. Feladatok

12. feladat

Egy 4 bemenetű (A,B,C,D) kombinációs hálózat kimenete (Y) akkor 1-es értékű ha 1, vagy 2 darab bemenete egyidejűleg 0-ás értékű.

a, add meg az igazságtáblázatot

b, írd fel a függvény valamelyik szabályos alakját

c, egyszerűsítsd a függvényt !