Digitális technika

III.
Logikai függvények

3.1. Logikai hálózat

- Több bemenettel, és akár több kimenettel rendelkező logikai áramkör (digitális áramkör)

- Logikai hálózatok leírása → logikai függvényekkel → minden kimenethez egy logikai függvény !!! ('n' számú kimenet esetén 'n' db függvény)
- Logikai függvény: megadja, hogy egy logikai változó hogyan függ más logikai változóktól

pl. A = B + C → az „A” változó az egyenlő „B” VAGY „C”

a logikai függvényeket azonban többféle módon is megadhatjuk !

(ez volt az algebrai alak)

3.2. Logikai függvények megadása

pl. van egy egyszerű logikai hálózat,
két bemenettel (A és B), és
egy kimenettel (Y)
működését megadhatjuk a
következőképpen:

1. szövegesen

pl. a kimenet (Y) csak akkor 1 érték, ha „A” bemenet és „B” bemenet értéke is 1-es, minden egyéb esetben a kimenet 0 → ez ugye az egyszerű „ÉS” művelet

2. algebrai kifejezéssel (képlettel)

Y= A * B

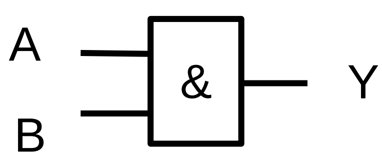
3. igazságtáblázattal

Egy táblázatban felsoroljuk a bemenetek összes lehetséges variációját, és mindegyik esetre megadjuk, hogy mi lesz a kimenet értéke

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4. kapcsolási rajzzal

Logikai kapuáramkörök segítségével összeállítva



3.2. Logikai függvények megadása

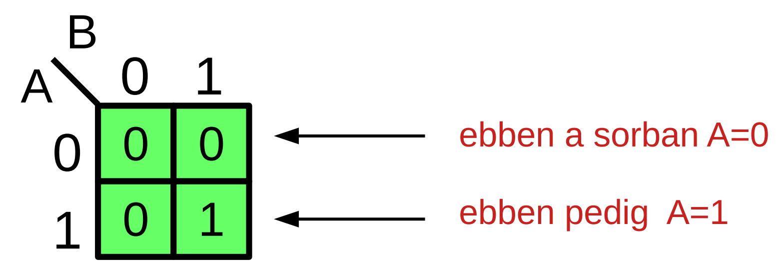
5. „grafikusan”

A bemenetek összes lehetséges variációját megadjuk itt is, de mátrixszerűen egy táblában. Az igazságtáblázathoz hasonló, de itt a táblázatok celláiban csak a kimenetek vannak. A bemenetek a tábla külsején vannak, azok címzik meg a sorokat és oszlopokat. Két típusa is van: Karnaugh tábla és Veitch tábla. Ezek csak a bemenetek feltüntetésében különböznek

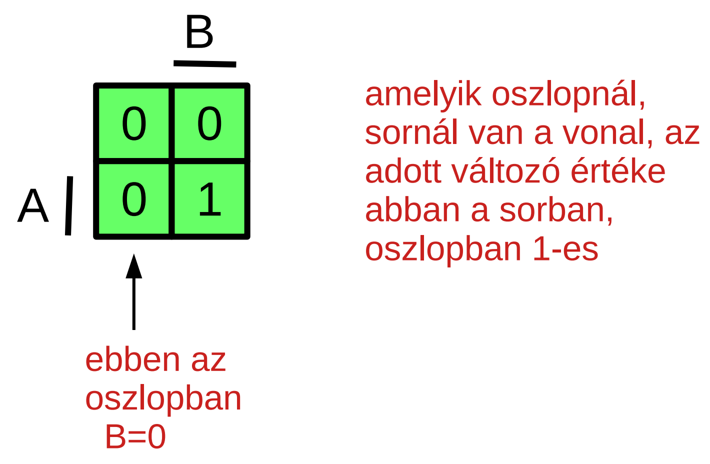
igazságtáblázat

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Karnaugh tábla



Veitch tábla



3.3. Igazságtáblázat, Karnaugh és Veitch tábla

Minta feladat 1.

van egy logikai hálózat, két bemenettel (A és B),
és egy kimenettel (Y),
a kimenet (Y) csak akkor 1-es értékű, ha „A” bemenet és „B” bemenet értéke megegyezik

<u>igazságtáblázat</u>

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Karnaugh tábla

A \ B	0	1
0	1	0
1	0	1

Veitch tábla

		B
	1	0
A	0	1

3.3. Igazságtáblázat, Karnaugh és Veitch tábla

Minta feladat 2.

van egy logikai hálózat, 3 bemenettel (A, B és C), és egy kimenettel (Y), a kimenet (Y) csak akkor 1 értékű, ha legalább két darab bemenet értéke 1-es

<u>igazságtáblázat</u>

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Karnaugh tábla

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

Ebben az oszlopban B=0 és C=1

Ebben az oszlopban B=1 és C=0

Veitch tábla

			B	B
	0	0	1	0
A	0	1	1	1
		C	C	

Ebben az oszlopban B=1 és C=1

3.4. Algebrai alak kiolvasása igazságtáblázatból

Minta feladat 1.

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\overline{A}*\overline{B}$

$A*B$

- azokat a sorokat kell csak figyelembe venni, ahol a kimenet 1-es,
- minden sor egy szorzatot ad (bemeneti változók szorzata),
- ha egy bemenet '0' egy adott sorban akkor negálva szerepel a szorzatban !
- majd ezen szorzatok összegét kell venni

$\boxed{Y=\overline{A}*\overline{B}+A*B}$

Minta feladat 2.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$\overline{A}*B*C$

$A*\overline{B}*C$

$A*B*\overline{C}$

$A*B*C$

algebrai alak

$\boxed{Y= \overline{A}*B*C+A*\overline{B}*C+A*B*\overline{C}+A*B*C}$

3.4. Algebrai alak kiolvasása igazságtáblázatból

<u>A függvény negáltjának felírása</u>

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\overline{A}*B$

$A*\overline{B}$

$$\boxed{\overline{Y}=\overline{A}*B+A*\overline{B}}$$

Teljesen hasonlóan a függvény tagadottját, negáltját is kiolvashatjuk, DE !
- ilyenkor azokat a sorokat kell csak figyelembe venni, ahol a kimenet 0-s értékű !!

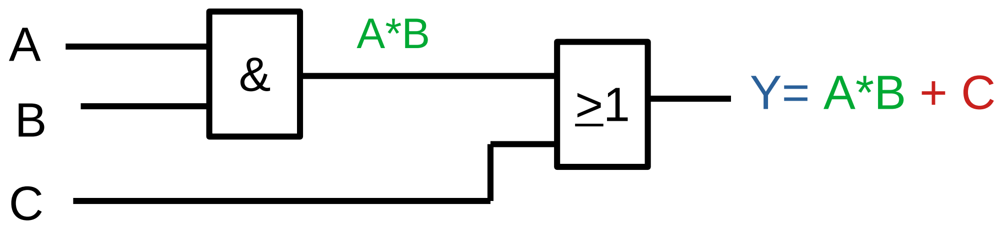
Az így kiolvasott algebrai alakok, szabályos alakok (diszjunktív kanonikus alak), lásd később !

De sokszor elég bonyolultak, a legtöbbször egyszerűbb alakra hozhatók (a Boole-algebra szabályainak felhasználásával) → később !! (logikai függvények egyszerűsítése)

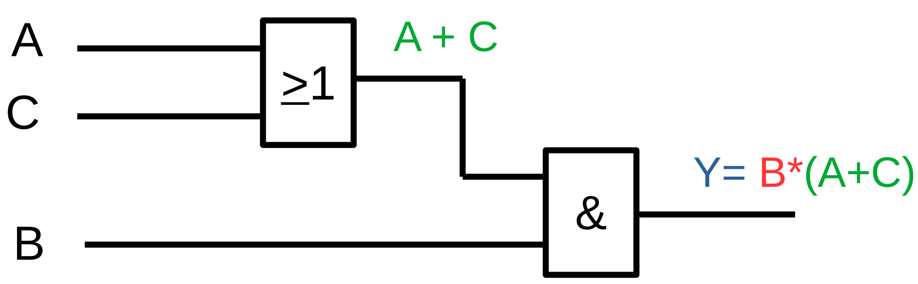
3.5. Kapcsolási rajz az algebrai alakból

A 3 logikai alapművelet mindegyikét egy kapuáramkör valósítja meg →
csak sorban egymás után, a műveletvégzés sorrendjében kell a kapukat megrajzolni
(figyelembe véve a zárójeleket és a közös negálást !) → tehát először az invertálás,
majd a szorzás, és végül az összeadás

1. pl. Y= A * B + C ⟶ először A és B szorzása (AND),
majd az összeadás (OR)

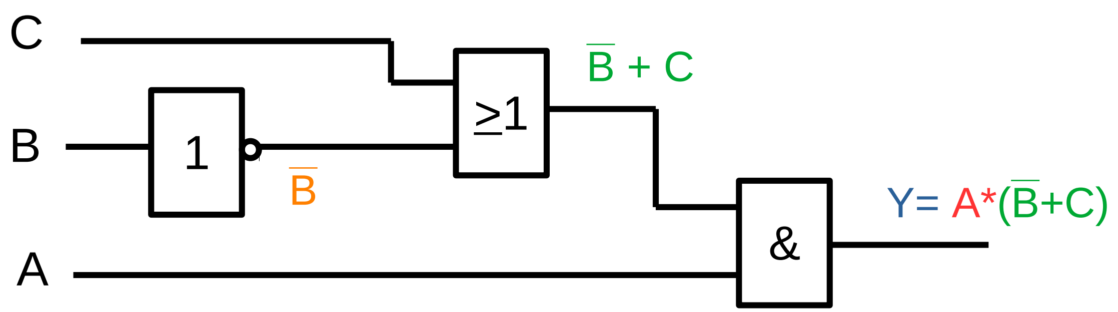


2. pl. Y= B * (A + C) ⟶ Először ami a zárójelben van !!



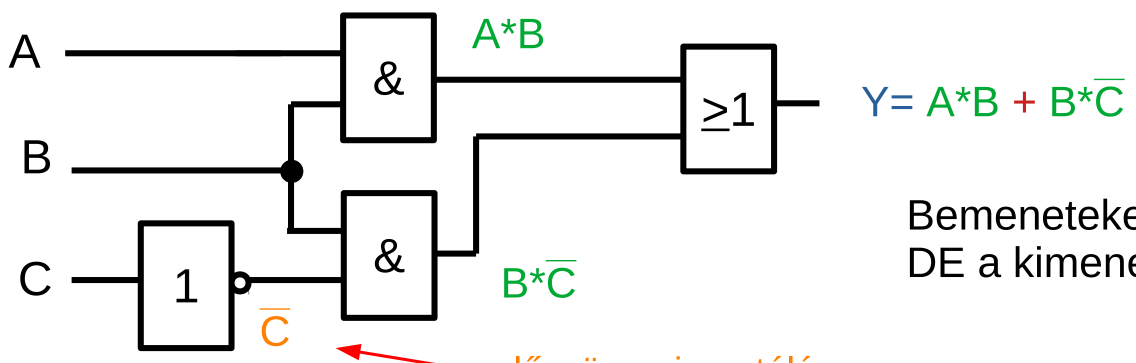
3.5. Kapcsolási rajz az algebrai alakból

3. pl. $Y = A * (\overline{B} + C)$ → Először ami a zárójelben van !!



először az invertálás,
majd az összeadás

4. pl. $Y = A * B + B * \overline{C}$ → az összeadás (OR) lesz az utolsó !!

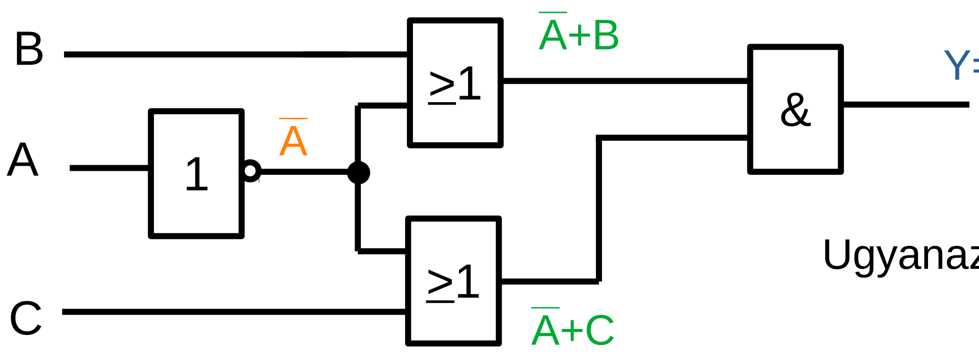


Bemeneteket lehet összekötni,
DE a kimeneteket nem szabad összekötni !!!

először az invertálás,
majd a szorzás

3.5. Kapcsolási rajz az algebrai alakból

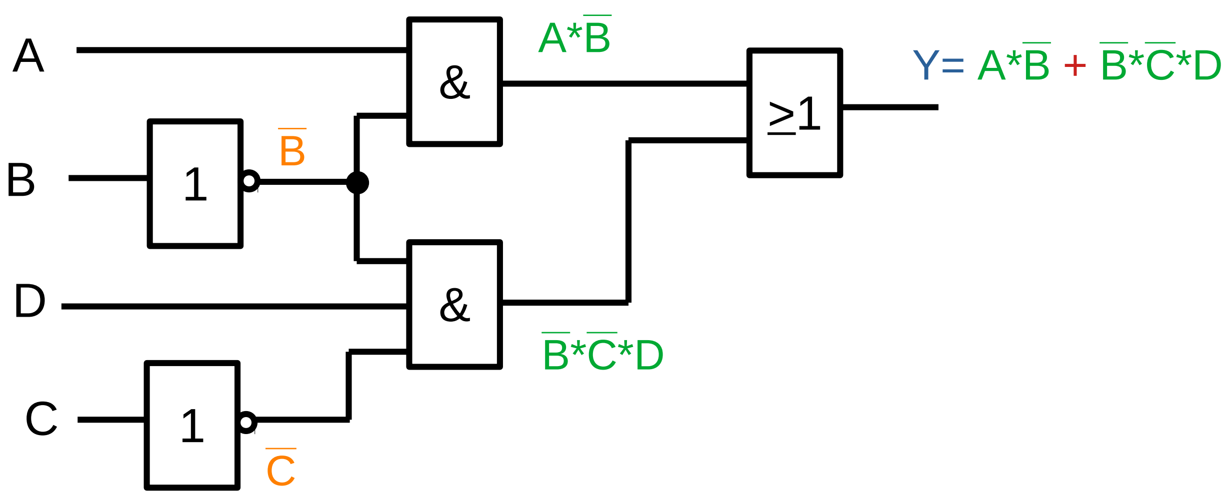
5. pl. $Y = (\overline{A} + B) * (\overline{A} + C)$ → a szorzás (AND) lesz az utolsó !!



$Y = (\overline{A}+B)*(\overline{A}+C)$

Ugyanazt az invertálást csak egyszer csináljuk meg !!!

6. pl. $Y = A*\overline{B} + \overline{B}*\overline{C}*D$



3.6. Algebrai alak beírása az igazságtáblázatba

A kimeneteket kell helyesen kitölteni, minden lehetséges bemeneti variációra!
Ki is lehet számolni: a képletbe egymás után minden bemeneti variációt behelyettesíteni !

Egy egyszerű módszer : fontos hogy az algebrai alak olyan formában legyen, hogy szorzatok összege legyen (semmi zárójel vagy közös negálás !!)

pl. $Y = \overline{A}*B + A*B*\overline{C}$

Ha bármelyik szorzat '1' értékű akkor a kimenet '1' lesz ! (VAGY kapcsolatban vannak) → egymástól függetlenül vizsgálhatók a szorzatok ! → a végén a megmaradt sorok értéke '0' lesz

A	B	C	Y
0	0	0	?
0	0	1	?
0	1	0	?
0	1	1	?
1	0	0	?
1	0	1	?
1	1	0	?
1	1	1	?

$\overline{A}*B$ → ha A=0 ÉS B=1
(C bármilyen) → Y=1

$A*B*\overline{C}$ →
ha A=1 ÉS B=1
ÉS C=0 → Y=1

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

3.6. Algebrai alak beírása az igazságtáblázatba

Minta feladat

$Y = \overline{A}*\overline{B} + \overline{A}*C + A*\overline{B}*C$

$\overline{A}*\overline{B}$ → ha A=0 ÉS B=0
(C bármilyen) → Y=1

$\overline{A}*C$ → ha A=0 ÉS C=1
(B bármilyen) → Y=1

$A*\overline{B}*C$ →
ha A=1 ÉS B=0
ÉS C=1 → Y=1

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

De ki is lehet számolni:
a képletbe egymás után behelyettesítve minden variációt, zárójelek és közös invertálás esetén valószínűleg így egyszerűbb (mint alakítgatni a függvényt), bár sokáig tart

$Y = \overline{A}*\overline{B} + \overline{A}*C + A*\overline{B}*C$

pl. ABC = 000 (1. sor) → $Y = \overline{0}*\overline{0} + \overline{0}*0 + 0*\overline{0}*0 = 1*1 + 1*0 + 0*1*0 = 1 + 0 + 0 = 1$

pl. ABC = 010 (3. sor) → $Y = \overline{0}*\overline{1} + \overline{0}*0 + 0*\overline{1}*0 = 1*0 + 1*0 + 0*0*0 = 0 + 0 + 0 = 0$

pl. ABC = 101 (6. sor) → $Y = \overline{1}*\overline{0} + \overline{1}*1 + 1*\overline{0}*1 = 0*1 + 0*1 + 1*1*1 = 0 + 0 + 1 = 1$

3.6. Algebrai alak beírása az igazságtáblázatba

Add meg az igazságtáblázatát az alábbi függvényeknek!

1. feladat: $Y = A*\overline{C} + \overline{A}*B$

2. feladat $Y = A*B*\overline{C} + \overline{B}*\overline{C} + \overline{A}$

3. feladat $Y = (\overline{B}+A)*\overline{B+C}$

4. feladat $Y = (A+\overline{B})*(\overline{A}+B+\overline{C})$

3.6. Algebrai alak beírása az igazságtáblázatba

Megoldások

1. feladat

$Y = A*\overline{C} + \overline{A}*B$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

2. feladat

$Y = A*B*\overline{C} + \overline{B}*\overline{C} + \overline{A}$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

3.6. Algebrai alak beírása az igazságtáblázatba

Megoldások

3. feladat

$Y = (\overline{B}+A) * \overline{B+C} =$

$= (\overline{B}+A) * \overline{B}*\overline{C} =$ $\overline{B}*\overline{C}+A*\overline{B}*\overline{C}$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

4. feladat

$Y = (A+\overline{B})*(\overline{A}+B+\overline{C}) = A*\overline{A} + \overline{B}*\overline{A} +$
$A*B + \overline{B}*B + A*\overline{C} + \overline{B}*\overline{C} =$

$\overline{B}*\overline{A} + A*B + A*\overline{C} + \overline{B}*\overline{C}$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

3.7. Gyakorló feladatok

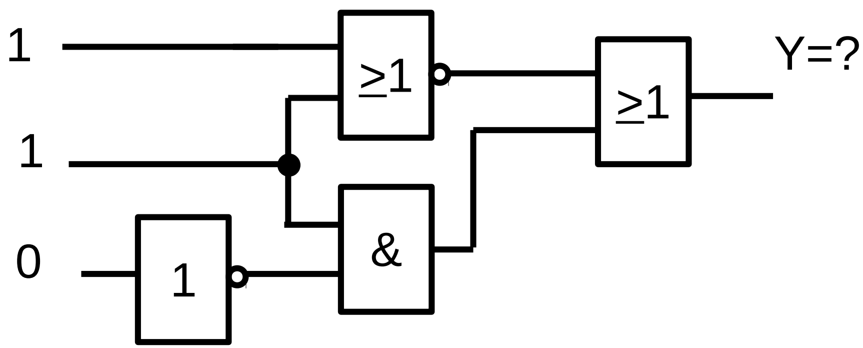
1. feladat: add meg a kapcsolási rajzokat !

a, $Y = A*(\overline{C}+B) + B*\overline{C}$

b, $Y = (B*C+\overline{A}) * (A+\overline{B})$

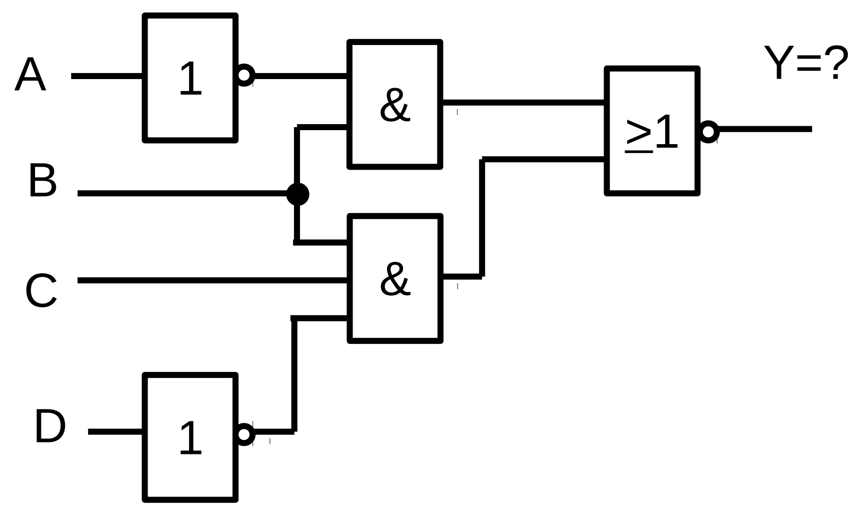
2. feladat

Írd fel minden kapu kimenetének értékét !



3. feladat

Írd fel minden kapu kimenetének a logikai függvényét, és a kimeneteinek (Y) logikai függvényét !

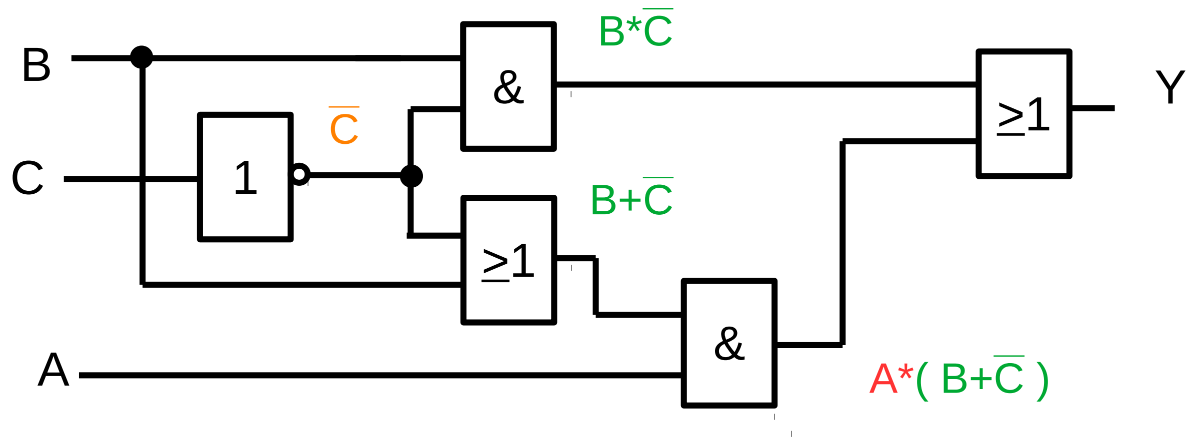


3.7. Gyakorló feladatok

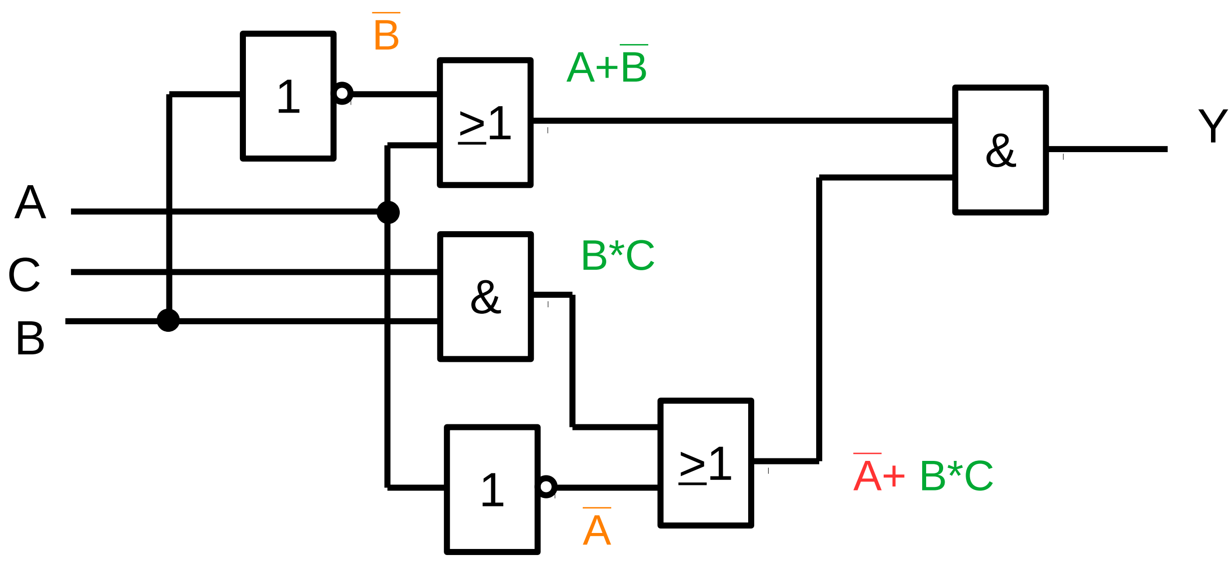
Megoldások

1. feladat

a, $Y = A*(\overline{C}+B) + B*\overline{C}$



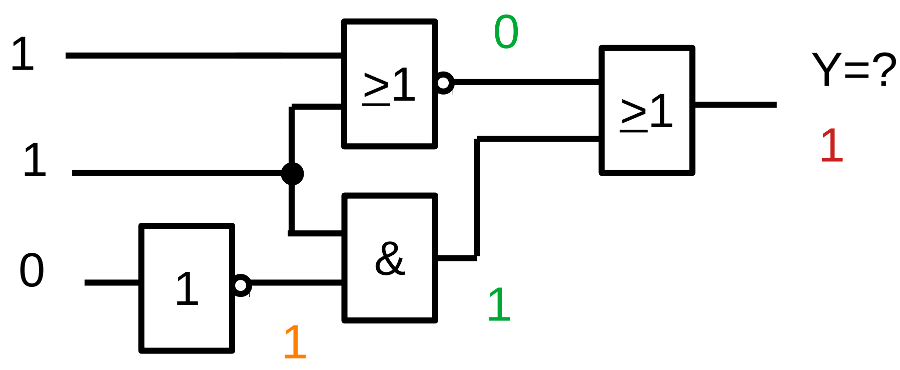
b, $Y = (B*C+\overline{A}) * (A+\overline{B})$



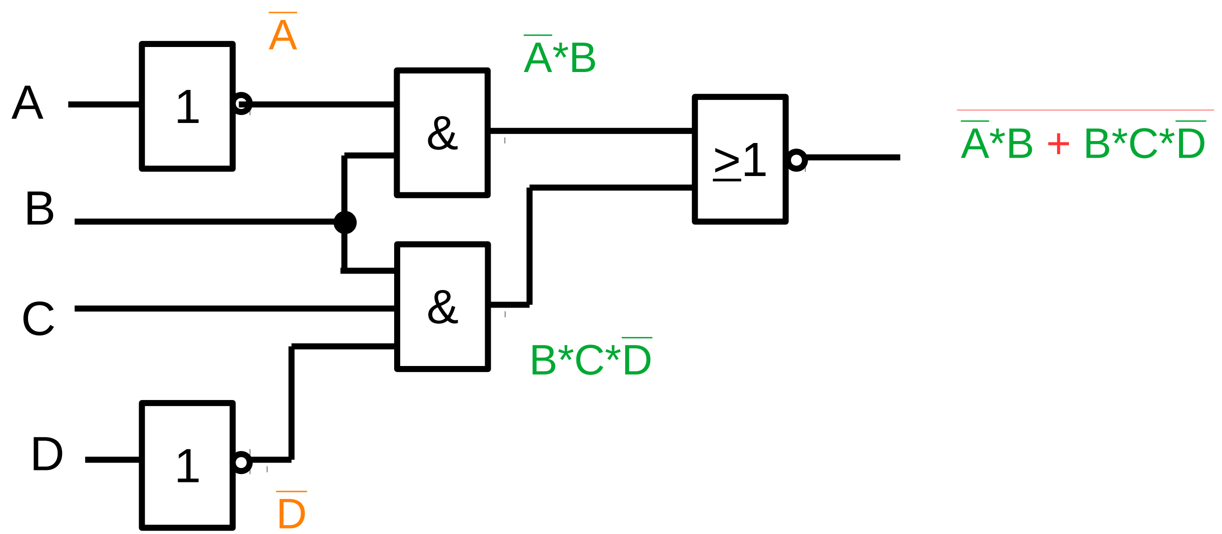
3.7. Gyakorló feladatok

Megoldások

2. feladat



3. feladat



3.8. Feladatok

Olvasd ki a függvények algebrai alakját az igazságtáblázatokból!

Y= ?

1. feladat

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

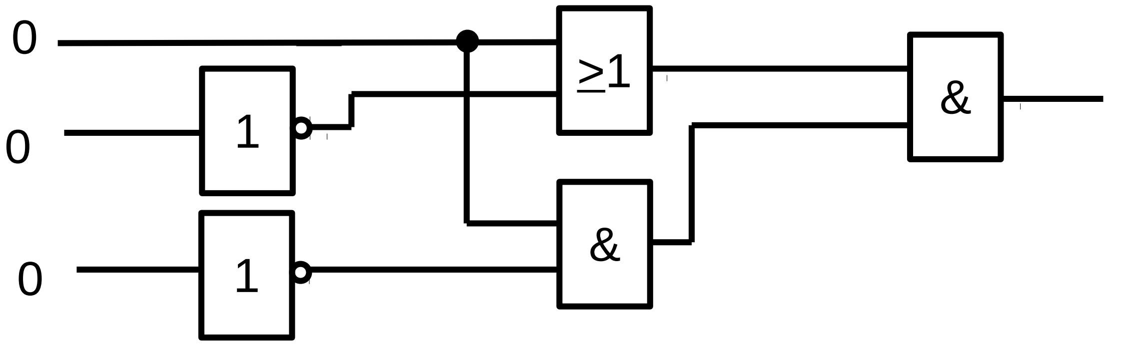
2. feladat

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

3.8. Feladatok

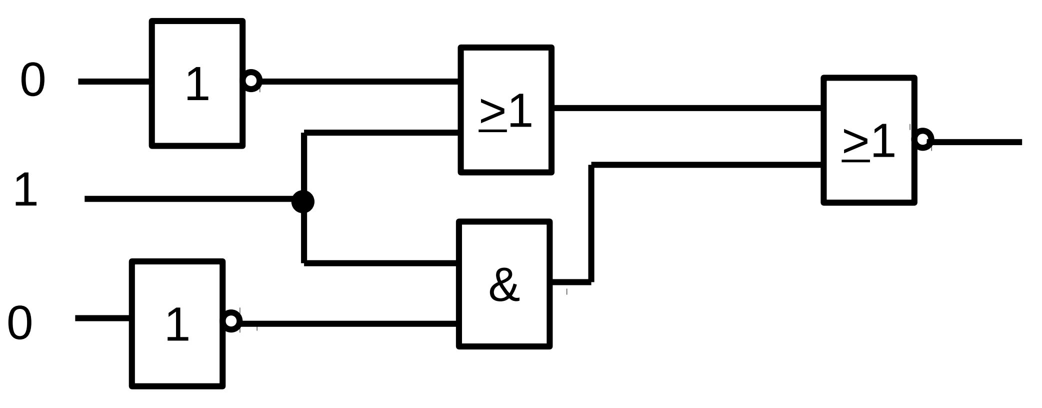
3. feladat

Írd fel minden kapu kimenetének értékét !



4. feladat

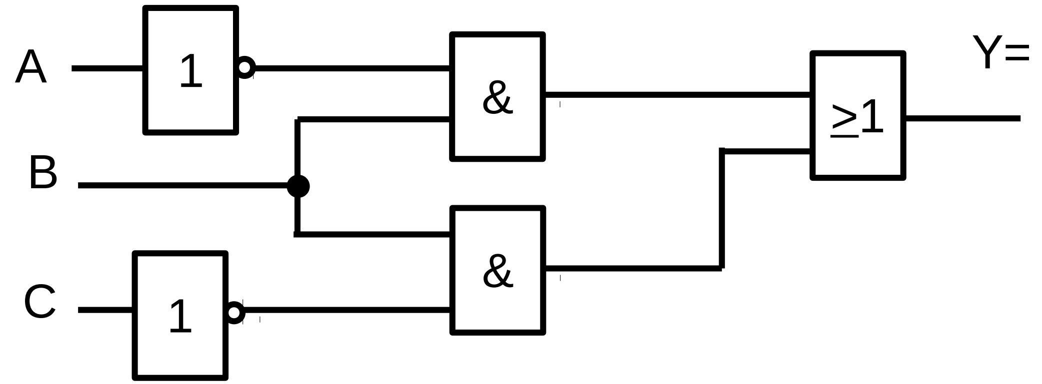
Írd fel minden kapu kimenetének értékét !



3.8. Feladatok

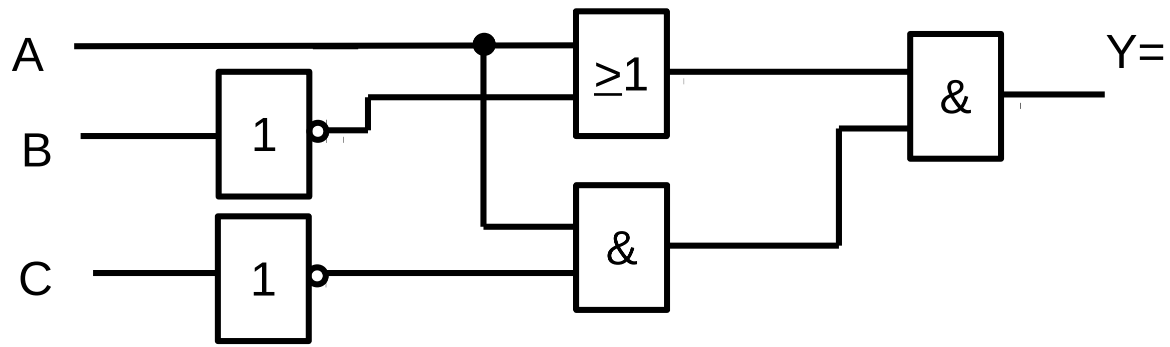
5. feladat

Írd fel minden kapu kimenetének a logikai függvényét,
és a kimeneteinek (Y) logikai függvényét !



6. feladat

Írd fel minden kapu kimenetének a logikai függvényét,
és a kimeneteinek (Y) logikai függvényét !



3.8. Feladatok

Az igazságtáblázat alapján add meg a függvény algebrai alakját, és rajzold meg a kapcsolási rajzát !

7. feladat

igazságtáblázat

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Y= ?

8. feladat

igazságtáblázat

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Y= ?

3.8. Feladatok

9. feladat: add meg a kapcsolási rajzokat, és az igazságtáblázatokat !

a, $Y = A*\overline{C} + A*\overline{B}*C$

b, $Y = (C+A) * (\overline{A}+B)$

10. feladat: add meg a kapcsolási rajzokat és az igazságtáblázatokat !

a, $Y = \overline{B}*\overline{C} + A + \overline{A}*B$

b, $Y = (C+\overline{B}) * (\overline{A}+B*C)$