

Elektrotechnika

VI.

Villamos tér
Kondenzátor

6.1. Villamos tér

1. Villamos tér (elektromos mező)

A tér azon része, ahol a töltésekre erő hat.

A villamos teret töltéssel rendelkező részecskék hozzák létre.

! Ismétlés:

- elektron negatív, a proton pozitív töltésű (azonos nagyságú !)
- azonos előjelű töltések taszítják, a különbözők vonzzák egymást
- töltés jele: Q mértékegysége: C (coulomb)

2. Coulomb törvény

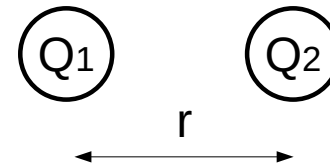
Két, töltéssel rendelkező test (Q_1 , Q_2) között a következő erő lép fel →

$$F = k * (Q_1 * Q_2) / r^2$$

(Ha pozitív → taszító, ha negatív → vonzó)

r → távolság ! és $k = 1 / (4\pi * \epsilon)$

légüres térben $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / (\text{As})^2$



6.1. Villamos tér

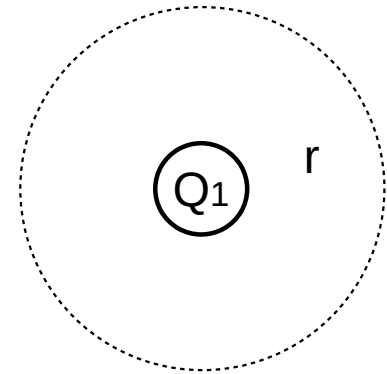
3. Villamos térerősség

Egységnyi (pozitív) töltésre ható erő. $\rightarrow E = F / Q$

jele: E mértékegysége: V/m (volt/méter)

Egy Q_1 töltéssel rendelkező test által létrehozott villamos tér erőssége r távolságban \rightarrow

$$E = k * Q_1 / r^2$$



4. Dielektromos állandó

A teret kitöltő anyag tulajdonsága, jele: ϵ

és $\epsilon = \epsilon_0 * \epsilon_r$

- $\epsilon_0 \rightarrow$ a vákuum dielektromos állandója
($8,86 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)

- $\epsilon_r \rightarrow$ adott anyag relatív dielektromos állandója

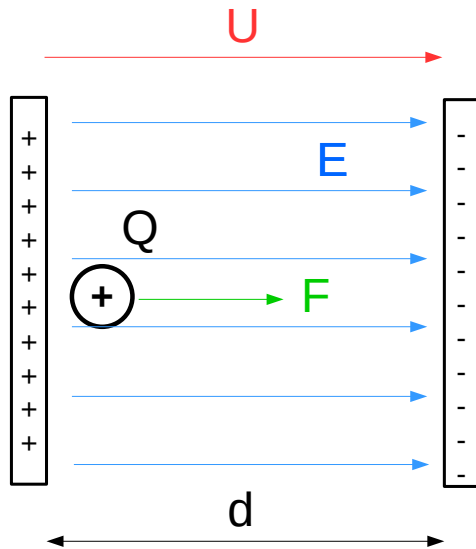
ϵ_r megmutatja, hogy a térerősség hányszor kisebb lesz ha vákuum helyett az adott anyag van a térben

(ϵ_r jellemző értékek \rightarrow vákuum 1, levegő ≈ 1 , üveg 3-6, kerámiák 10 – 100000, ...)

6.1. Villamos tér

5. Feszültség és térerősség kapcsolata

Két, ellentétes töltésű, egymással párhuzamos lemez között → homogén villamos tér jön létre (térerősség mindenütt ugyanolyan nagyságú és irányú). Egy lemezek közötti Q töltéssel rendelkező testre erő hat → az elmozdul (egyik lemeztől a másikig), munkát végez → a lemezek közötti feszültség számítható →



$$E = F / Q \quad \text{és} \quad W = F * d \quad \text{és} \quad U = W / Q$$

$$E = U / d$$

$$U = E * d$$

6.1. Villamos tér

6. Felületi töltéssűrűség

Egységnyi felületen lévő töltés

- jele: D $D = Q / A$ (A – felület)
- más megnevezése: dielektromos eltolás
- kapcsolata a térerősséggel
a térerősség a felületi töltéssűrűségtől függ

$$E = D / \varepsilon$$

7. Kapacitás

A testek töltéstároló tulajdonsága

- jele: C mértékegysége: F (farad) jellemző értékek: pF, nF, μ F
- megmutatja, hogy egységnyi feszültséggel mennyi töltés vihető fel rá

8. Feszültség és töltés kapcsolata

A töltés arányos a feszültséggel, az arányossági tényező az adott test kapacitása

„kucu” képlet

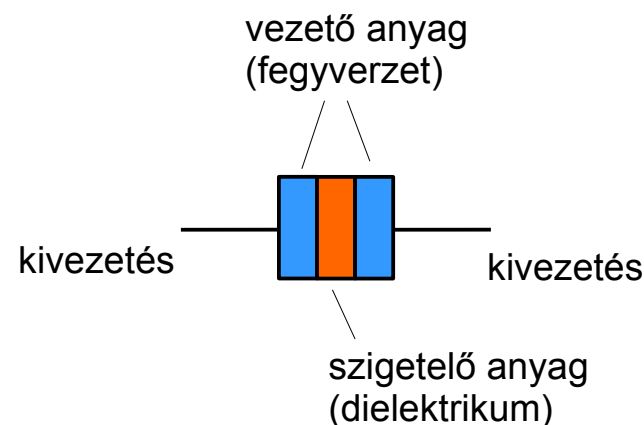
$$Q = C * U$$

$$C = Q / U$$

6.2. Kondenzátor

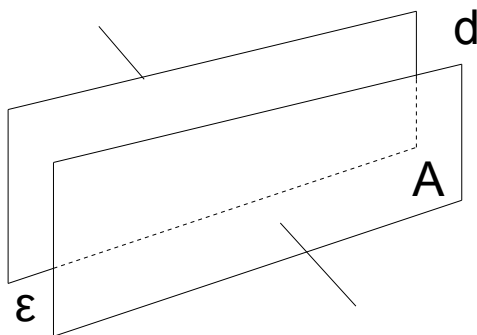
1. Jellemzői

- töltés tároló eszköz
- passzív alkatrész, mint az ellenállás
- felépítése:
két jól vezető anyag között szigetelő anyag
- legfontosabb paramétere, a kapacitása (C)
- rajzjele



2. Sík kondenzátor

Két párhuzamos síklemez (vezető),
köztük szigetelő anyag



lemezek felülete (szemben lévő!): A
lemezek távolsága: d
szigetelő anyag dielektromos állandója: ϵ

$$\epsilon = \epsilon_0 * \epsilon_r$$

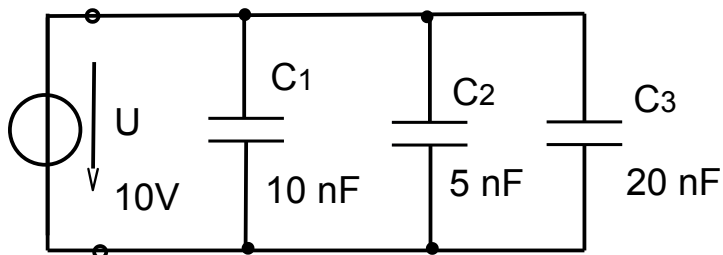
Kapacitása:

$$C = \epsilon * A / d$$

6.2. Kondenzátor

3. Kondenzátorok párhuzamos kapcsolása

- azonos a feszültségük !



Egyes kondenzátorok által tárolt töltés:

$$Q_1 = C_1 \cdot U = 10\text{nF} \cdot 10\text{V} = 100\text{nC}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U = 5\text{nF} \cdot 10\text{V} = 50\text{nC}$$

$$Q_3 = C_3 \cdot U = 20\text{nF} \cdot 10\text{V} = 200\text{nC}$$

A kondenzátorok által tárolt összes töltés

$$\rightarrow Q_e = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 350\text{nC}$$

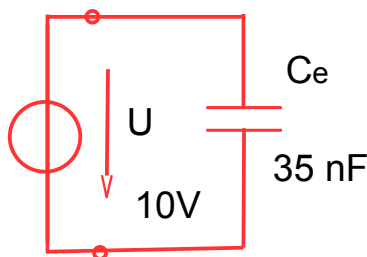
$$\text{vagy } Q_e = (C_1 + C_2 + C_3) \cdot U$$

Helyettesíthetők egy kondenzátorral \rightarrow az eredő kapacitás:

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3$$

Mintha egy kondenzátorunk lenne \rightarrow

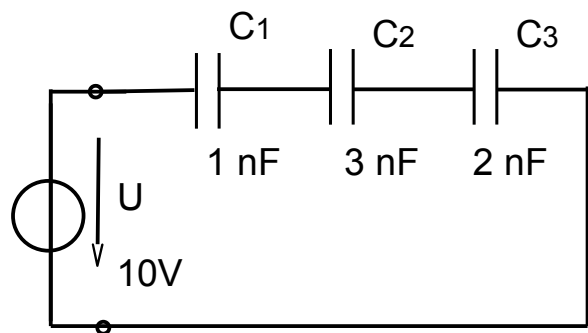
$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 = 35\text{nF} \text{ kapacitással !!}$$



6.2. Kondenzátor

4. Kondenzátorok soros kapcsolása

- azonos a töltésük (Q) ! $Q = U_1 * C_1 = U_2 * C_2 = U_3 * C_3$



Az egyes kondenzátorok feszültsége:

$$U_1 = Q/C_1$$

$$U_2 = Q/C_2$$

$$U_3 = Q/C_3$$

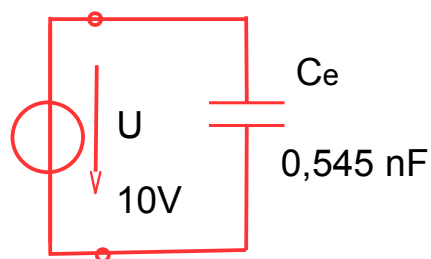
és a hurok törvény értelmében $\rightarrow U = U_1 + U_2 + U_3$

$$\rightarrow U = Q/C_1 + Q/C_2 + Q/C_3$$

$$\rightarrow Q = U / (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)$$

Helyettesíthetők egy kondenzátorral \rightarrow az eredő kapacitás:

$$C_e = (C_1 \times C_2) \times C_3$$



Mintha egy kondenzátorunk lenne \rightarrow

$$C_e = 1 / (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3) \text{ kapacitással !!}$$

(vagy kettesével számolható „replusz” művelettel is)

$$C_{12} = C_1 \times C_2 = 1 \times 3 / (1+3) = 3/4 = 0,75 \text{ nF}$$

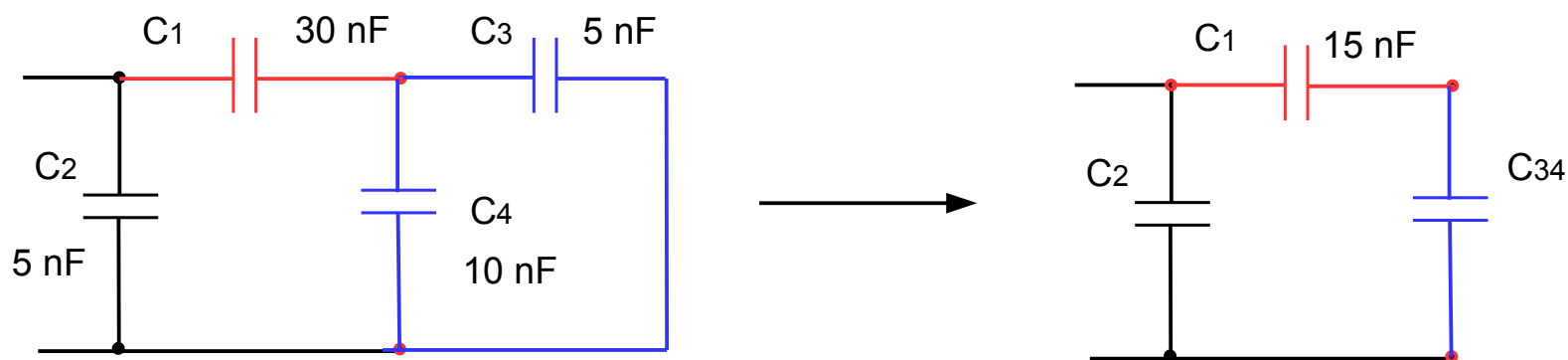
$$C_e = C_3 \times C_{12} = (2 \times 3/4) / (2+3/4) = (6/4) / (11/4)$$

$$C_e = 6 / 11 = 0,545 \text{ nF}$$

6.2. Kondenzátor

5. Kondenzátorok vegyes kapcsolása

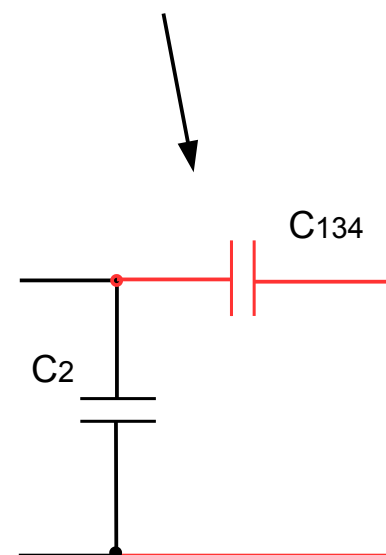
- hasonló eljárással számolhatunk eredő kapacitást mint eredő ellenállást, csak fordítva a képletek ! (párhuzamos esetben összeadás, sorosaknál replusz)



Megoldás:

Eredő kapacitás:

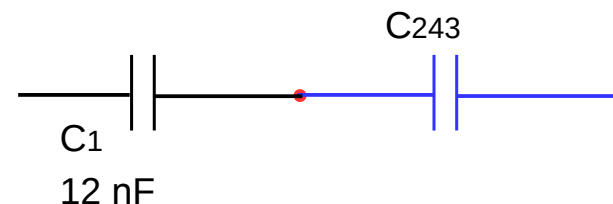
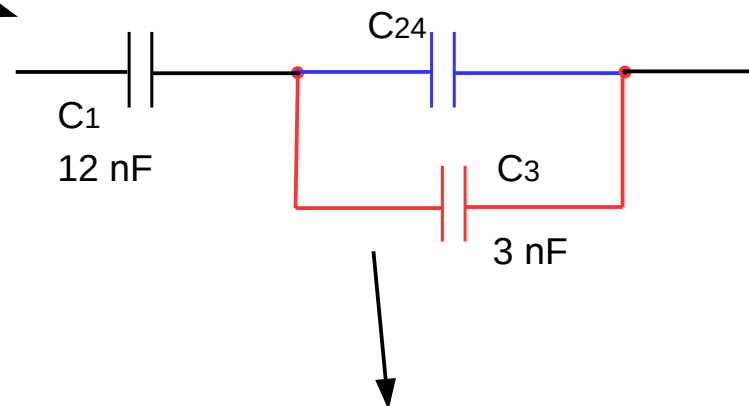
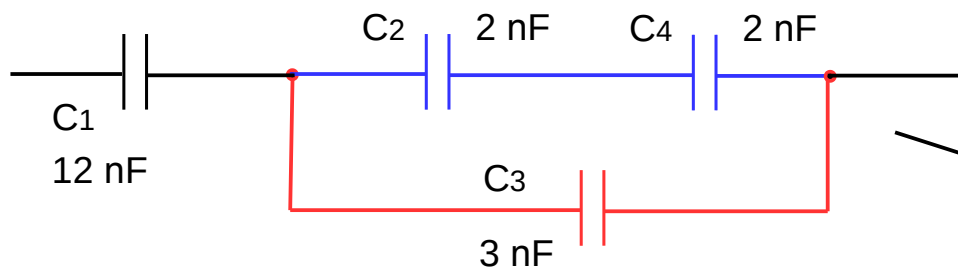
- C_4 és C_3 párhuzamos $\rightarrow C_{34} = C_3 + C_4 = 5 + 10 = 15 \text{ nF}$
- C_{34} és C_1 soros \rightarrow
 $C_{134} = C_{34} \times C_1 = 15 \times 30 / (15 + 30) = 10 \text{ nF}$
- C_2 és C_{134} párhuzamos \rightarrow
 $C_e = C_2 + C_{134} = 5 + 10 = 15 \text{ nF}$



6.2. Kondenzátor

minta feladat

Számoljunk eredő kapacitást !



Megoldás:

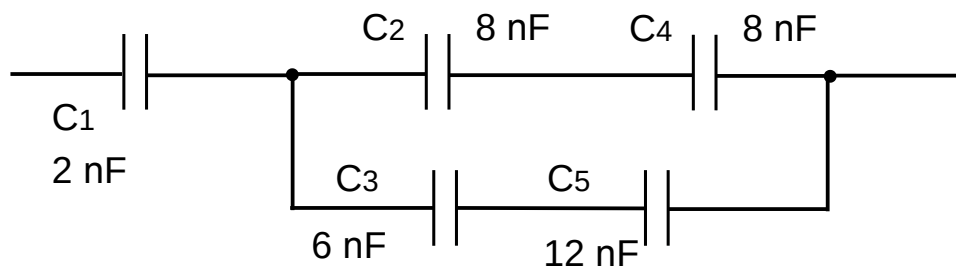
Eredő kapacitás:

- C_4 és C_2 soros $\rightarrow C_{24} = C_4 \times C_2 = 2 \times 2 / (2 + 2) = 1 \text{ nF}$
- C_{24} és C_3 párhuzamos \rightarrow
 $C_{243} = C_{24} + C_3 = 1 + 3 = 4 \text{ nF}$
- C_1 és C_{243} soros \rightarrow
 $C_e = C_1 \times C_{243} = 12 \times 4 / (12 + 4) = 48 / 16 = 3 \text{ nF}$

6.3. Feladatok

1. feladat

Számoljunk eredő kapacitást !

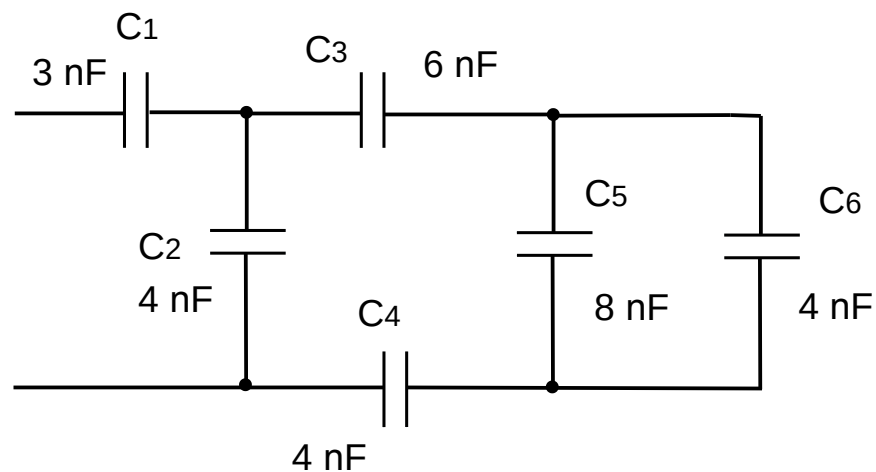


Eredmény:

$$C_e = 1,6 \text{ nF}$$

2. feladat

Számoljunk eredő kapacitást !



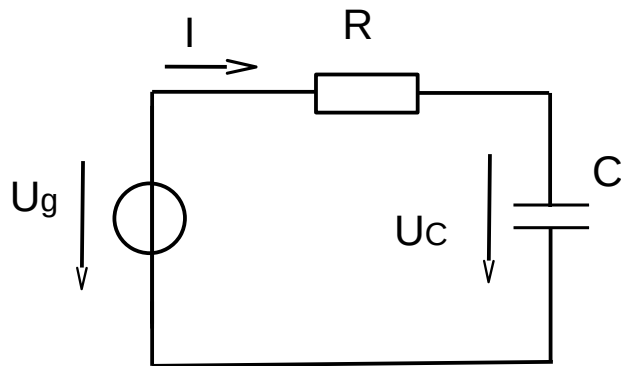
Eredmény:

$$C_e = 2 \text{ nF}$$

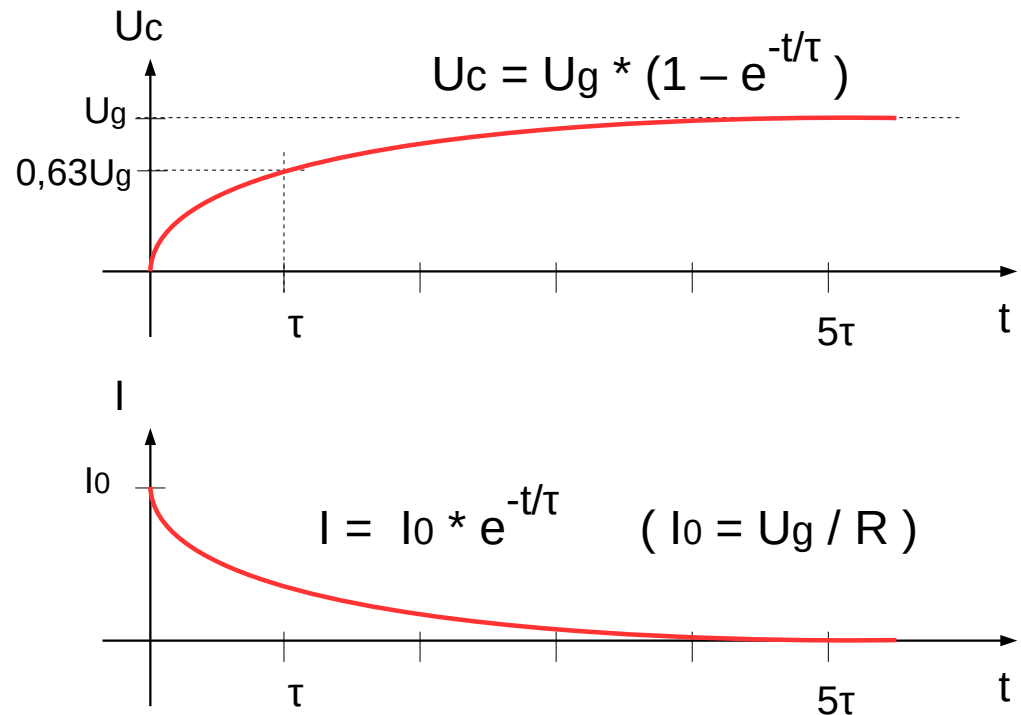
6.4. Kondenzátorok feltöltése, kisütése

1. Kondenzátorok feltöltése

- töltetlen kondenzátort egy feszültség generátorra kapcsoljuk
- kiindulási helyzet: a kondenzátor töltetlen $\rightarrow Q=0 \rightarrow U_c=0 \rightarrow$ bekapcsoláskor a kondenzátor rövidzár !!
- végállapot: a kondenzátor U_g feszültségre töltődik fel, de nem egyenletesen nő a feszültsége



Idő állandó $\rightarrow \tau = R \cdot C$

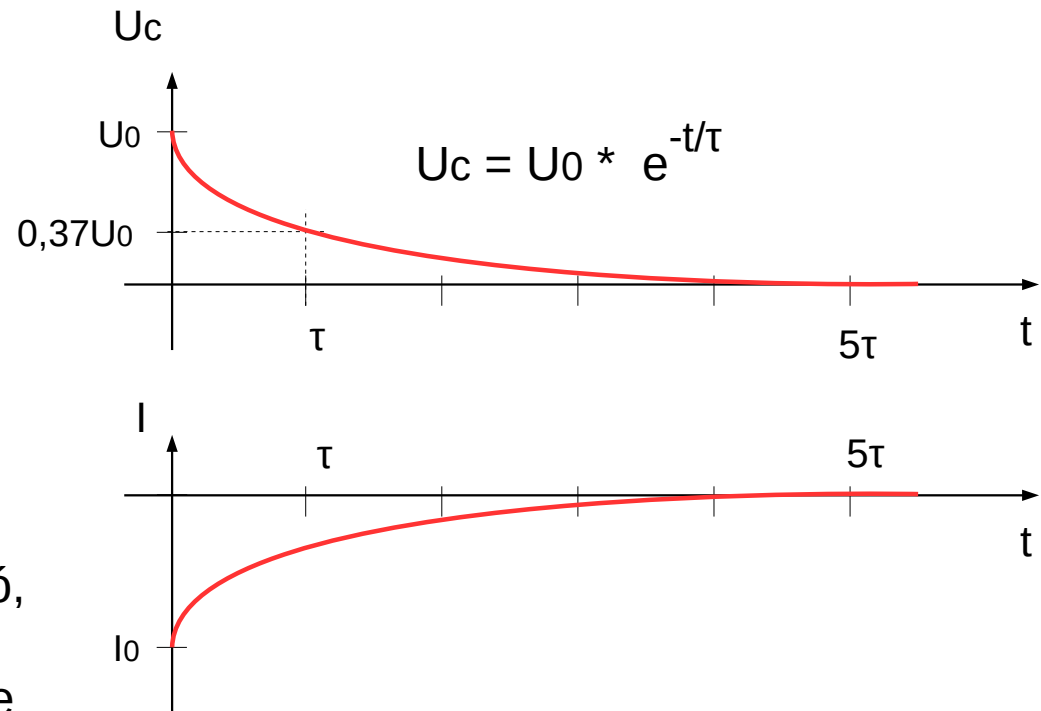
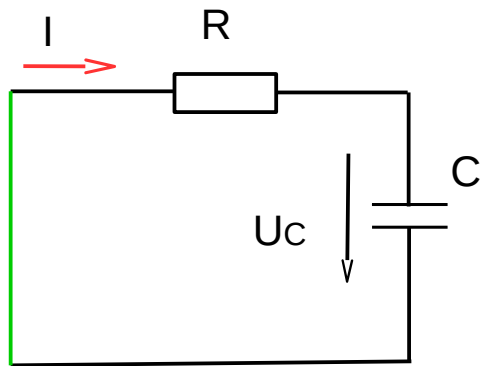


- τ idő alatt a kondenzátor U_g 63%-ra töltődik fel
- és 5τ idő alatt töltődik fel U_g 99%-ra \rightarrow feltöltöttnek tekintjük !
- feltöltött állapotban nem folyik áram \rightarrow a kondenzátor szakadásnak tekinthető !

6.4. Kondenzátorok feltöltése, kisütése

2. Kondenzátorok kisütése

- feltöltött kondenzátor kivezetéseit egy ellenálláson keresztül zárjuk
- kiindulási helyzet: a kondenzátor töltött $\rightarrow U_c = U_0 \rightarrow$ generátorként viselkedik !
- végállapot: a kondenzátor feszültsége (U_c) nulla lesz, elveszti töltését
- az áram a a feltöltéshez képest ellentétes irányú lesz !!
- mivel a kondenzátor lemezei közötti szigetelő anyag nem ideális (nem végtelen nagy az ellenállása) \rightarrow a kondenzátor azon keresztül magától is kisül !!

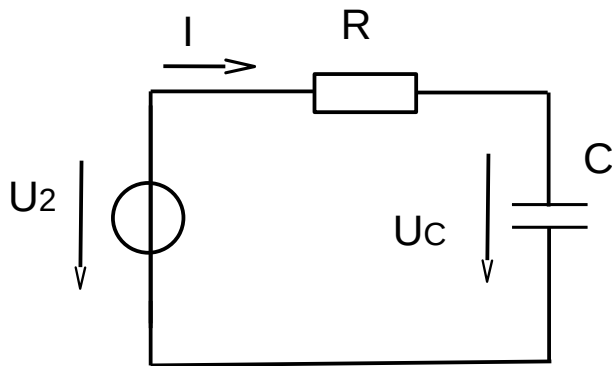


- idő állandó (τ) ugyanúgy számolható, mint feltöltéskor
- τ idő alatt a kondenzátor feszültsége 37%-ra csökken,
- és 5τ idő alatt kevesebb mint 1%-ra

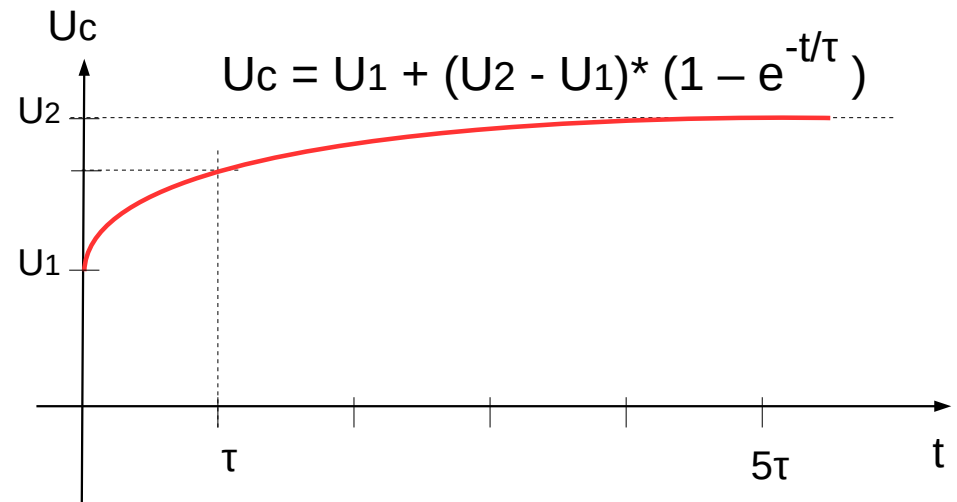
6.4. Kondenzátorok feltöltése, kisütése

3. Kondenzátor tovább töltése

- egy U_1 feszültségre feltöltött kondenzátort rákapcsolunk egy U_2 feszültségű generátorra ($U_2 > U_1$)
- végállapot: a kondenzátor U_2 feszültségre töltődik fel



Idő állandó $\rightarrow \tau = R \cdot C$

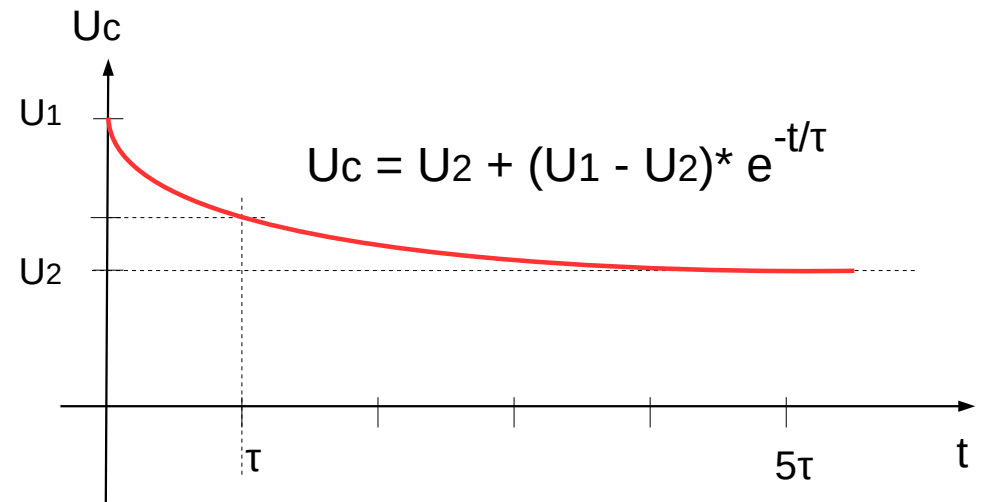
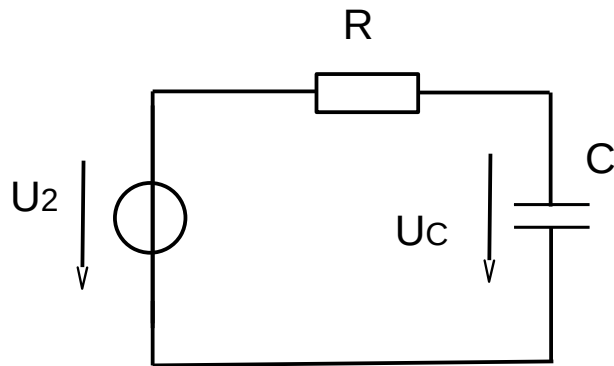


- τ idő alatt a kondenzátor feszültsége növekszik $(U_2 - U_1) \cdot 0,63$ értékkel \rightarrow
- tehát τ idő múlva a kondenzátor feszültsége: $U_1 + (U_2 - U_1) \cdot 0,63$

6.4. Kondenzátorok feltöltése, kisütése

4. Kondenzátor speciális kisütése

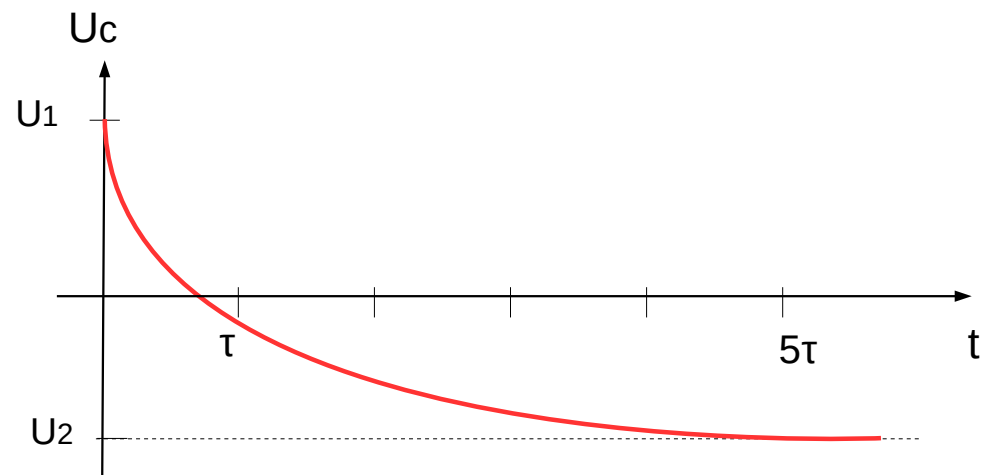
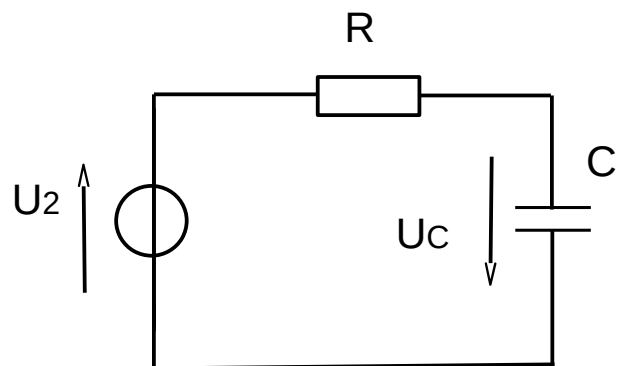
- egy U_1 feszültségre feltöltött kondenzátort rákapcsolunk egy kisebb feszültségű (U_2) generátorra ($U_2 < U_1$)
- végállapot: a kondenzátor U_2 feszültségre sül ki



6.4. Kondenzátorok feltöltése, kisütése

5. Kisülés és töltés ellentétes polaritásra

- egy U_1 feszültségre feltöltött kondenzátort rákapcsolunk egy ellentétes polaritású, U_2 feszültségű generátorra
- végállapot: a kondenzátor U_2 feszültségre töltődik fel



6. kondenzátor által tárolt energia

Egy feltöltött kondenzátor fegyverzetei között feszültség van \rightarrow mint egy generátor, energiával rendelkezik.

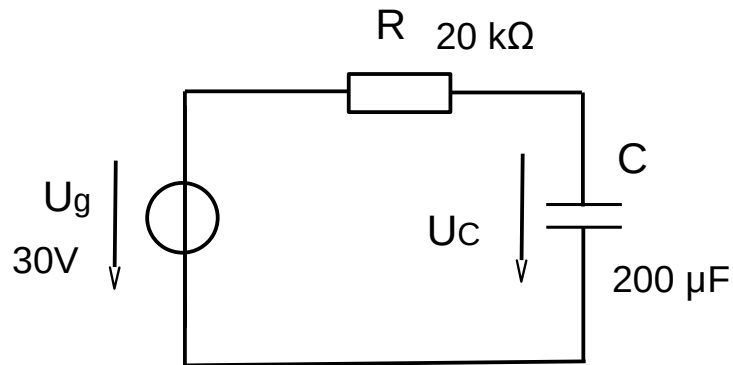
$$W = \frac{1}{2} * C * U^2$$

6.5. Feladatok

1. feladat

Mennyi idő alatt töltődik fel az alábbi áramkörben, a generátor csatlakoztatása után a kondenzátor, amelynek kezdetben 0 volt a töltése ?

Feltöltődése után mekkora energiát tárol ?



2. feladat

Mekkora töltést tárol a síkkondenzátor, ha 200 V-os feszültség generátort kapcsoltunk rá ?

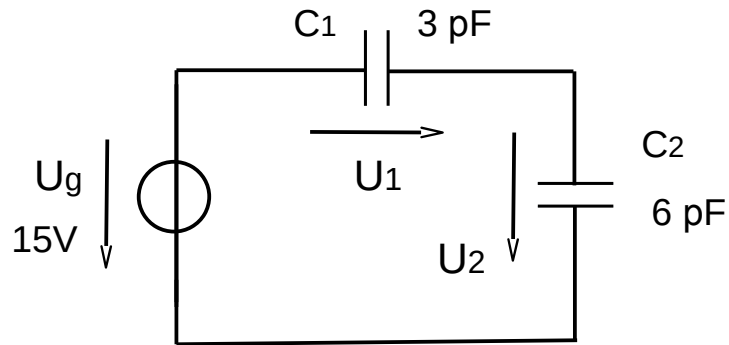
A kondenzátor adatai

- lemez felület: $0,5\text{ dm}^2 = 0,005\text{ m}^2$
- lemezek közötti távolság: $1\text{ mm} = 0,001\text{ m}$
- szigetelő relatív dielektromos állandója: 7
- vákuum dielektromos állandója: $8,86 \cdot 10^{-12}\text{ As/Vm}$

6.5. Feladatok

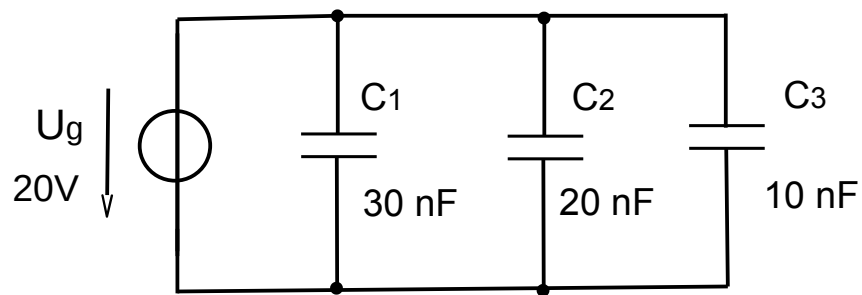
3. feladat

Milyen feszültségre töltődnek fel a kondenzátorok az alábbi áramkörben? (kezdetben töltetlenek)



4. feladat

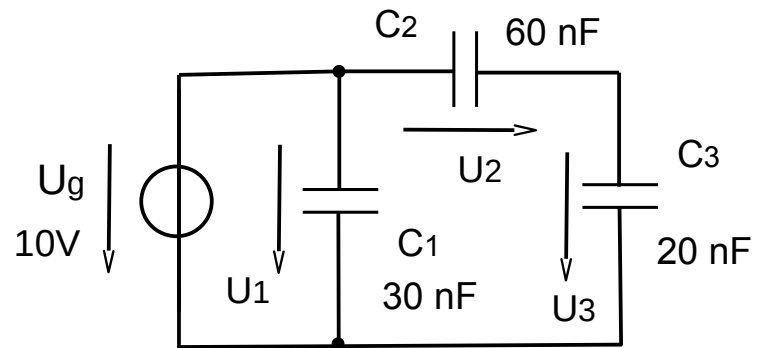
Határozd meg a kondenzátorokban tárolt eredő töltést !



6.5. Feladatok

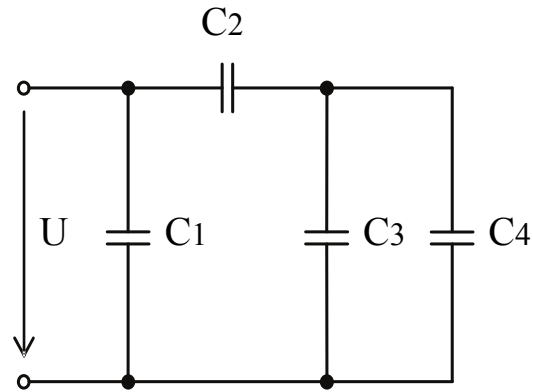
5. feladat

Milyen feszültségre töltődnek fel a kondenzátorok az alábbi áramkörben? És mennyi lesz a feszültségük ? (kezdetben töltetlenek)



6.5. Feladatok

6. feladat



Adatok:

$$U = 30 \text{ V}$$

$$C_1 = 20 \text{ nF}$$

$$C_2 = 40 \text{ nF}$$

$$C_3 = 10 \text{ nF}$$

$$C_4 = 30 \text{ nF}$$

Feladatok:

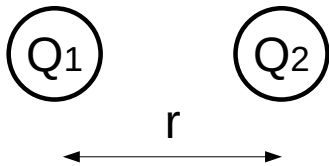
- Határozza meg az eredő kapacitást (C_e) és töltést (Q_e)!
- Határozza meg a C_2 kondenzátor töltését (Q_2) és feszültségét (U_2) !
- Határozza meg C_3 és C_4 feszültségét (U_3, U_4) és töltését (Q_3, Q_4) !

6.5. Feladatok

7. feladat

Határozd meg két pontszerű villamos töltés között ható erő nagyságát !

Adatok: $Q_1 = 800\text{nC}$ $Q_2 = 2\mu\text{C}$ $r = 20\text{ cm}$ $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / (\text{As})^2$



8. feladat

Határozd meg egy eredetileg 0 V feszültségű, állandó árammal töltődő kondenzátor feszültségét a töltés kezdetétől számított 2 perc elteltével !

Adatok:

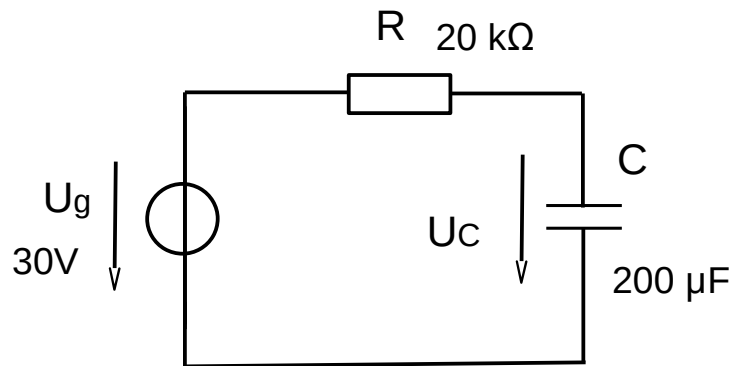
- a kondenzátor kapacitása: $500\ \mu\text{F}$
- a töltő áram: 2 mA

6.5. Feladatok megoldásai

1. feladat

Mennyi idő alatt töltődik fel az alábbi áramkörben, a generátor csatlakoztatása után a kondenzátor, amelynek kezdetben 0 volt a töltése ?

Feltöltődése után mekkora energiát tárol ?



Megoldás:

Időállandó: $\tau = R \cdot C = 20\text{ k}\Omega \cdot 0,2\text{ mF} = 4\text{ s}$

Feltöltési idő $\sim 5 \cdot \tau = 5 \cdot 4\text{ s} = 20\text{ s}$

Energia:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 30^2$$

$$W = 0,09\text{ Js}$$

2. feladat

Mekkora töltést tárol a síkkondenzátor, ha 200 V-os feszültség generátort kapcsoltunk rá ?

A kondenzátor adatai

- lemez felület: $0,5\text{ dm}^2 = 0,005\text{ m}^2$
- lemezek közötti távolság: $1\text{ mm} = 0,001\text{ m}$
- szigetelő relatív dielektromos állandója: 7
- vákuum dielektromos állandója: $8,86 \cdot 10^{-12}\text{ As/Vm}$

Megoldás:

Kondenzátor kapacitása:

$$C = \epsilon \cdot A / d = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A / d$$

$$C = (8,86 \cdot 10^{-12}\text{ As/Vm}) \cdot 7 \cdot 0,005\text{ m}^2 / 0,001\text{ m}$$

$$C = 3,101 \cdot 10^{-10}\text{ F} = 0,3101 \cdot 10^{-9}\text{ F}$$

$$C = 0,31\text{ nF}$$

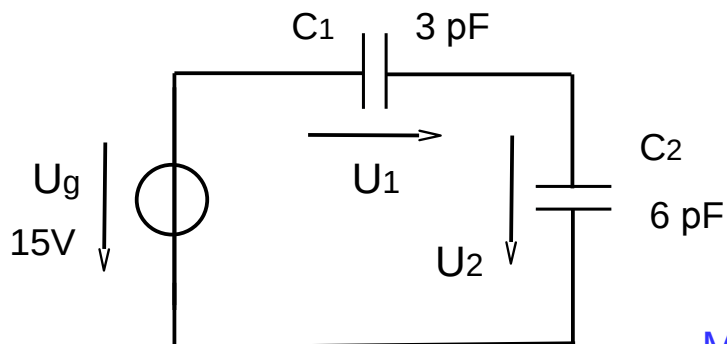
Töltése:

$$Q = C \cdot U = 0,31\text{ nF} \cdot 200\text{ V} = 62\text{ nC}$$

6.5. Feladatok megoldásai

3. feladat

Milyen feszültségre töltődnek fel a kondenzátorok az alábbi áramkörben? (kezdetben töltetlenek)



Megoldás1:

Soros kondenzátorok töltése egyenlő

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow C_1 * U_1 = C_2 * U_2$$

$$U_1 / U_2 = C_2 / C_1 = 2$$

$$U_g = U_1 + U_2 = 2 * U_2 + U_2 = 3 * U_2 \rightarrow$$

$$U_2 = U_g / 3 = 5 \text{ V} \rightarrow U_1 = 2 * U_2 = 10 \text{ V}$$

Megoldás2:

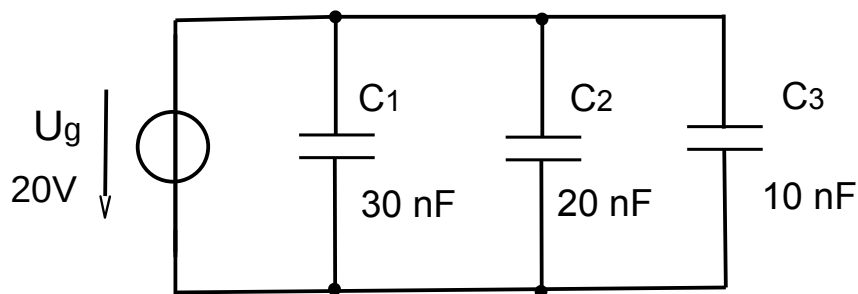
$$C_e = C_2 \times C_1 = 6 \text{ pF} \times 3 \text{ pF} = 6 \times 3 / 9 = 2 \text{ pF}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_e = C_e * U_g = 2 \text{ pF} * 15 \text{ V} = 30 \text{ pC}$$

$$U_2 = Q_2 / C_2 = 30 \text{ pC} / 6 \text{ pF} = 5 \text{ V} \text{ és } U_1 = U_g - U_2 = 10 \text{ V}$$

4. feladat

Határozd meg a kondenzátorokban tárolt eredő töltést !



Megoldás:

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 = 60 \text{ nF}$$

$$Q_e = C_e * U_g$$

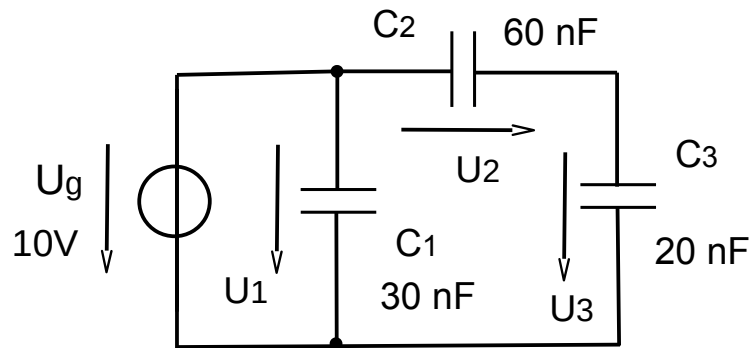
$$Q_e = 60 \text{ nF} * 20 \text{ V} = 1200 \text{ nC}$$

$$Q_e = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

6.5. Feladatok megoldásai

5. feladat

Milyen feszültségre töltődnek fel a kondenzátorok az alábbi áramkörben? És mennyi lesz a feszültségük ? (kezdetben töltetlenek)



Megoldás:

$$U_1 = U_g = 10 \text{ V}$$

$$Q_1 = C_1 * U_1 = 30 \text{ nF} * 10 \text{ V} = 300 \text{ nC}$$

$$C_{23} = C_2 \times C_3 = 60 \text{ nF} \times 20 \text{ nF} = 60 \times 20 / 80 = 15 \text{ nF}$$

$$Q_2 = Q_3 = C_{23} * U_{23} = 15 \text{ nF} * 10 \text{ V} = 150 \text{ nC}$$

$$U_2 = Q_2 / C_2 = 150 \text{ nC} / 60 \text{ nF} = 2,5 \text{ V}$$

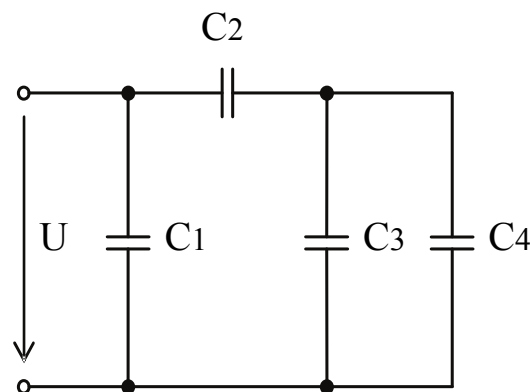
$$U_3 = Q_3 / C_3 = 150 \text{ nC} / 20 \text{ nF} = 7,5 \text{ V} = U_g - U_2$$

$$C_e = C_1 + C_{23} = 45 \text{ nF}$$

$$Q_e = C_e * U_g = 45 \text{ nF} * 10 \text{ V} = 450 \text{ nC} = Q_1 + Q_2 = Q_1 + Q_3$$

6.5. Feladatok megoldásai

6. feladat



Adatok:

$$U = 30 \text{ V}$$

$$C_1 = 20 \text{ nF}$$

$$C_2 = 40 \text{ nF}$$

$$C_3 = 10 \text{ nF}$$

$$C_4 = 30 \text{ nF}$$

Feladatok:

- a) Határozza meg az eredő kapacitást (C_e) és töltést (Q_e)!
- b) Határozza meg a C_2 kondenzátor töltését (Q_2) és feszültségét (U_2) !
- c) Határozza meg C_3 és C_4 feszültségét (U_3, U_4) és töltését (Q_3, Q_4) !

Megoldás:

a) $C_e = C_1 + (C_2 \times (C_3 + C_4))$

$$C_e = 20 \text{ nF} + (40 \text{ nF} \times (10 \text{ nF} + 30 \text{ nF})) = 40 \text{ nF}$$

$$Q_e = C_e \times U = 40 \text{ nF} \times 30 \text{ V} = 1200 \text{ nC}$$

b) $Q_2 = Q_e - Q_1 = Q_e - C_1 \times U = 1200 \text{ nC} - 20 \text{ nF} \times 30 \text{ V} = 600 \text{ nC}$

$$U_2 = Q_2 / C_2 = 600 \text{ nC} / 40 \text{ nF} = 15 \text{ V}$$

c) $U_3 = U_4 = U - U_2 = 30 \text{ V} - 15 \text{ V} = 15 \text{ V}$

$$Q_3 = C_3 \times U_3 = 10 \text{ nF} \times 15 \text{ V} = 150 \text{ nC}$$

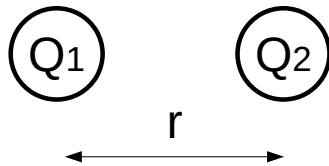
$$Q_4 = C_4 \times U_4 = 30 \text{ nF} \times 15 \text{ V} = 450 \text{ nC}$$

6.5. Feladatok megoldásai

7. feladat

Határozd meg két pontszerű villamos töltés között ható erő nagyságát !

Adatok: $Q_1 = 800\text{nC}$ $Q_2 = 2\mu\text{C}$ $r = 20\text{ cm}$ $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / (\text{As})^2$



Megoldás:

$$F = k \cdot (Q_1 \cdot Q_2) / r^2$$

$$F = (9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / (\text{As})^2) \cdot 800 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} / (0,2^2 \text{ m}^2)$$

$$F = 144 \cdot 10^{-4} \text{ N} / 0,04 = 0,36 \text{ N}$$

8. feladat

Határozd meg egy eredetileg 0 V feszültségű, állandó árammal töltődő kondenzátor feszültségét a töltés kezdetétől számított 2 perc elteltével !

Adatok:

- a kondenzátor kapacitása: $500 \mu\text{F}$
- a töltő áram: 2 mA

Megoldás:

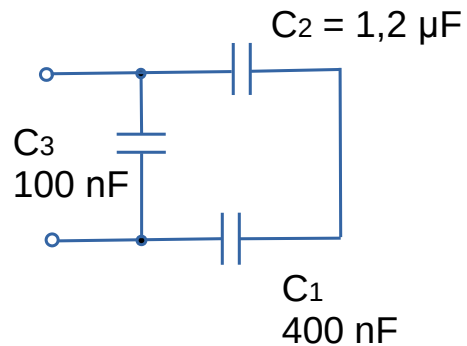
- Áram: $I = \Delta Q / \Delta t \rightarrow$ töltés: $\Delta Q = I \cdot \Delta t = 2 \text{ mA} \cdot 120 \text{ s} = 240 \text{ mAs} = 240 \text{ mC}$
- Mivel kezdetben a kondenzátor töltése 0 C (mert a feszültsége 0), ezért 2 perc elteltével a töltése $Q = 240 \text{ mC}$, és mivel $Q = C \cdot U \rightarrow$
- a feszültsége: $U = Q / C = 240 \text{ mC} / 500 \mu\text{F} = 480 \text{ V}$

6.6. Ismétlő feladatok

1. Villamos tér, villamos töltés és villamos térerősség. Jellemzőik, kapcsolatok ?

4. Rajzold fel hogyan változik a kondenzátor feszültsége amikor feltöltjük, illetve amikor kisütjük !

5. Számold ki az alábbi kétpólus eredő kapacitását !



2. Kondenzátor felépítése, fontosabb jellemzői, típusai

3. Mennyi az időállandó értéke az alábbi kapcsolásban ? Számold ki !
Mennyi idő alatt lesz feltöltve a kondenzátor, ha töltése 0 C volt amikor rákapcsoltuk a generátort ?

