

Elektrotechnika

V.

Generátorok

Thevenin helyettesítő kép

Norton helyettesítő kép

Szuperpozíció

5.1. Generátorok

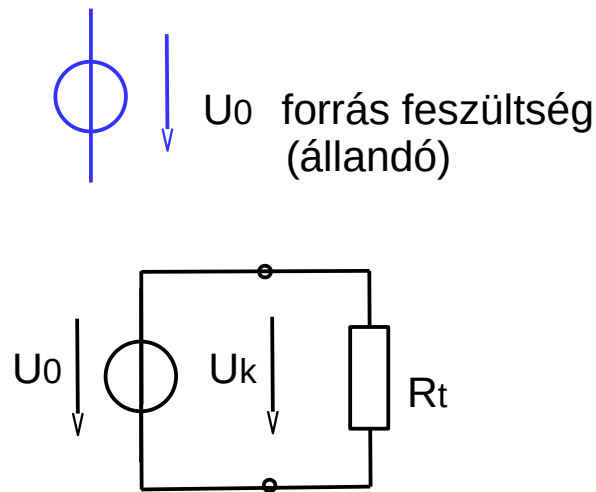
1. Generátor

- villamos energiát állít elő valamilyen másik energiából (kémiai, mechanikai, fény, ...)
- két fő típus: feszültség generátor (állandó feszültséget ad), áram generátor (állandó áramot ad)

2. Ideális generátorok

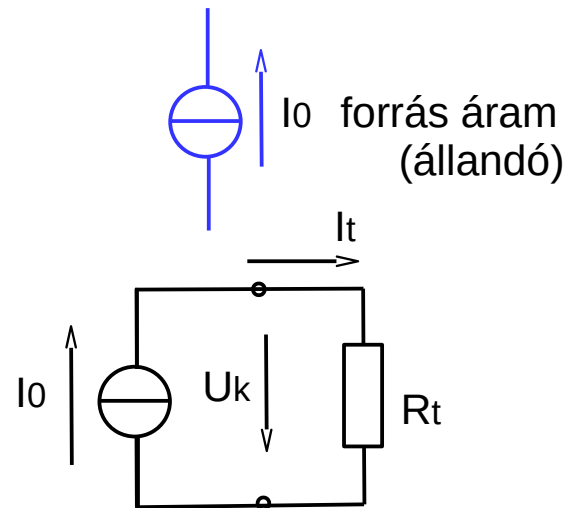
- ideális feszültség generátor: állandó feszültséget ad le (bármilyen terhelésre)
- ideális áram generátor: állandó áramot ad le (bármilyen terhelésre)

ideális feszültség generátor



U_k kapocs feszültség állandó
 $U_k = U_0$ bármekkora terhelés esetén

ideális áram generátor

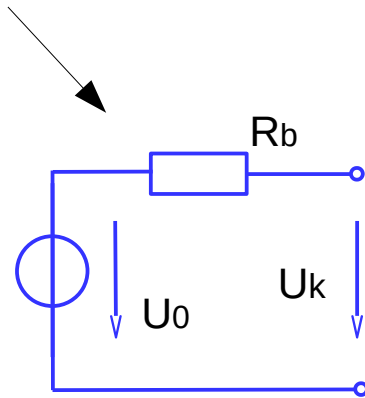


I_t terhelő áram állandó
 $I_t = I_0$ bármekkora terhelés esetén

5.1. Generátorok

3. Valódi feszültség generátor

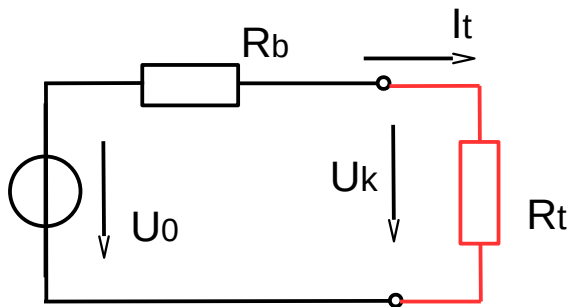
- kapocs feszültségük nem állandó → függ a terheléstől →
- nagyobb terhelő áram esetén a kapocs feszültség csökken !
- modellezése (van saját ellenállása):



R_b belső ellenállás

R_b általában kicsi

Terhelést rákötve → U_k csökken (feszültségosztó !!)



$$U_k = U_0 - I_t \cdot R_b$$

vagy

$$U_k = U_0 \cdot R_t / (R_b + R_t)$$

Például:

$U_0 = 9V$ és $R_b = 10 \Omega$
és $R_t = 90 \Omega$

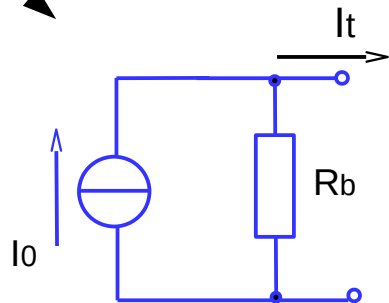
$$U_k = U_0 \cdot R_t / (R_b + R_t)$$

$$U_k = 9V \cdot 90 \Omega / 100 \Omega = 8,1 V$$

5.1. Generátorok

4. Valódi áram generátor

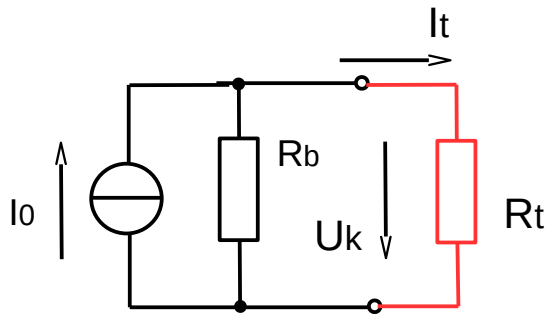
- árama (I_t) nem állandó \rightarrow függ a terheléstől
- kapocs feszültsége nem állandó \rightarrow függ a terheléstől
- modellezése:



R_b belső ellenállás

R_b általában nagy

Terhelést rákötve \rightarrow I_t értéke a terheléstől függ (áramosztó !!)



$$I_t = I_0 - U_k / R_b$$

$$I_t = I_0 * R_b / (R_b + R_t)$$

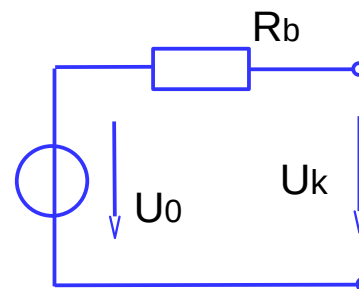
5.2. Generátorok terhelése

1. Generátorok terhelése

- üresjárás (terheletlen állapot)

$$U_k = U_0$$

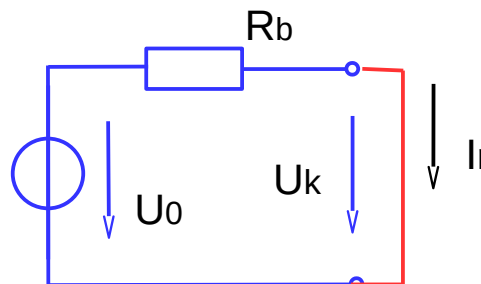
U_0 így mérhető
(nagyon nagy belső ellenállású műszerrel !)



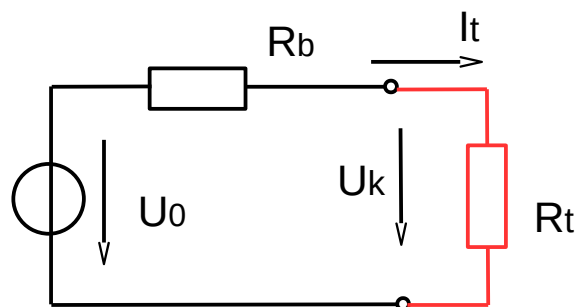
- rövidzáras

$$\text{Ha } R_t = 0 \rightarrow U_k = 0$$

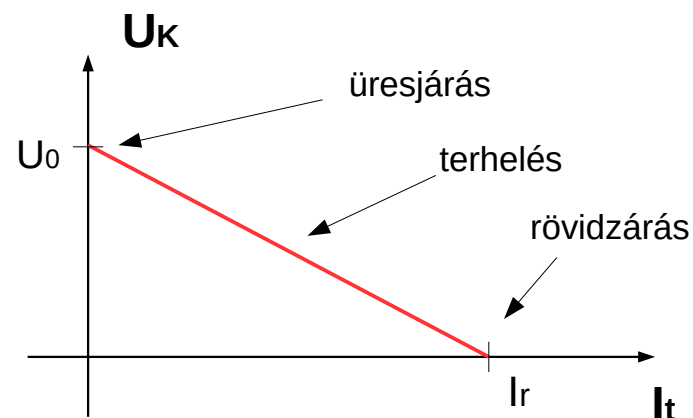
I_r rövidzárási áram,
 I_r nagyon nagy lehet !!



- terhelt állapot



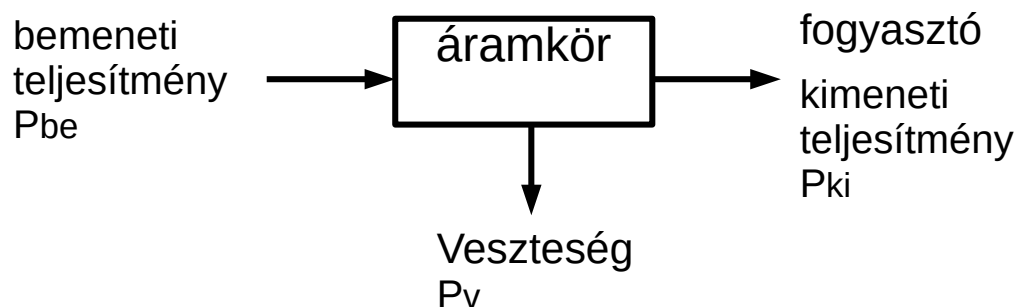
$$U_k = U_0 * R_t / (R_b + R_t)$$



5.2. Generátorok terhelése

2. hatásfok

Villamos rendszereknél is, más rendszerekhez hasonlóan, mindig lesz veszteség → a betáplált energiának egy része nem a fogyasztóra jut mint hasznos kimeneti energia, hanem az áramkör elemein mint veszteség jelentkezik (leggyakrabban hő formájában)

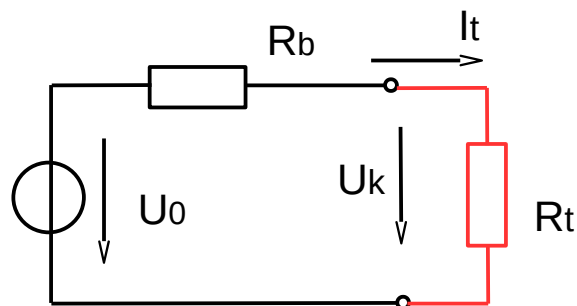


Hatásfok

Megmutatja, hogy a betáplált energia hányad része hasznosul → fogyasztóra jutó hasznos teljesítmény / a betáplált teljesítmény

$$\text{Hatásfok: } \eta = 100 \cdot P_{ki} / P_{be}$$

Generátor terhelt állapotában a kimeneti feszültség és így a terhelésre jutó teljesítmény is (és így a hatásfok is) függ a terhelés nagyságától



$$U_k = U_0 \cdot R_t / (R_b + R_t)$$

$$P_{ki} = P_t = U_k \cdot I_t$$

$$P_{be} = U_0 \cdot I_t$$

Hatásfok:

$$\eta = 100 \cdot P_{ki} / P_{be}$$

$$\eta = 100 \cdot U_k / U_0$$

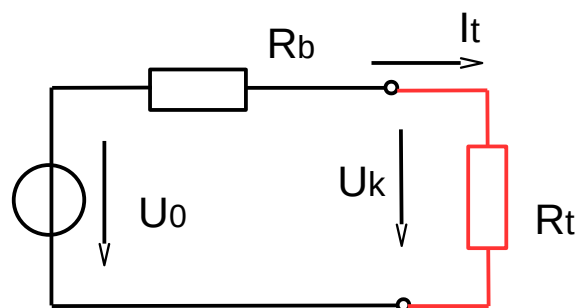
$$\eta = R_t / (R_b + R_t)$$

Akkor jó a hatásfok, ha R_t sokkal nagyobb mint R_b !!!!

5.2. Generátorok terhelése

3. Illesztés

terhelt állapotban a kimeneti feszültség és így a terhelésre jutó teljesítmény változása



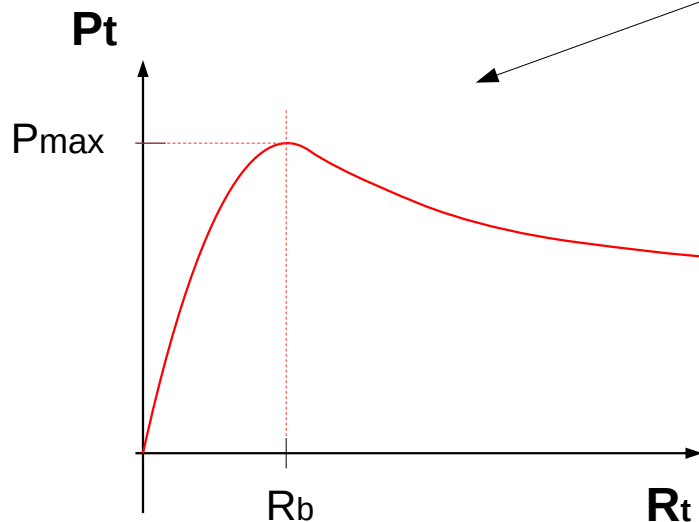
$$U_k = U_0 * R_t / (R_b + R_t)$$

$$I_t = U_0 / (R_b + R_t)$$

Fogyasztó teljesítménye:

$$P_t = U_k * I_t$$

$$P_t = U_0^2 * R_t / (R_b + R_t)^2$$



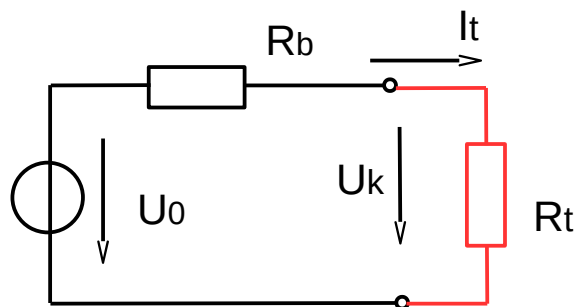
Fogyasztó a maximális teljesítményt akkor veszi fel, ha $R_t = R_b \rightarrow$ ezt nevezzük illesztésnek

$$P_{max} = U_0^2 / (4 * R_b)$$

Ilyenkor $U_k = U_0 / 2$
és $\eta = 50\%$

5.2. Generátorok terhelése

4. minta feladat



$$U_0 = 10 \text{ V}$$

$$R_b = 100 \text{ } \Omega$$

Számítsuk ki a fogyasztó teljesítményét,
és a hatásfokot különböző terhelések
esetén !

$$I_t = U_0 / (R_b + R_t)$$

$$P_t = U_k * I_t$$

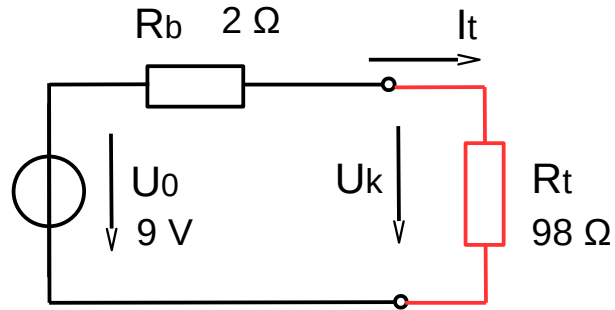
$$U_k = I_t * R_t$$

$$\eta = 100 * U_k / U_0$$

| R_t (Ω) | 0,1 | 1 | 10 | 50 | 100 | 200 | 1000 | 10000 |
|--------------------|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| I_t (mA) | 99,9 | 99 | 90,9 | 66,67 | 50 | 33,33 | 9,1 | 0,99 |
| U_k (V) | 0,0099 | 0,099 | 0,91 | 3,33 | 5 | 6,67 | 9,1 | 9,9 |
| P_t (mW) | 0,989 | 9,8 | 82,72 | 222 | 250 | 222,3 | 82,81 | 9,8 |
| η (%) | 0,099 | 0,99 | 9,1 | 33,3 | 50 | 66,7 | 91 | 99 |

5.3. Gyakorló feladatok

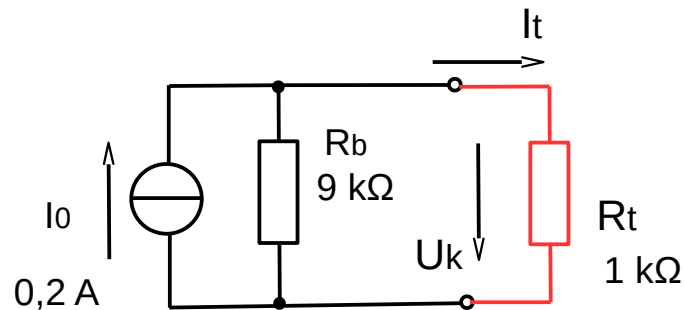
1. Minta feladat



$$I_t = U_0 / (R_b + R_t) = 9\text{ V} / 100\ \Omega = 0,09\text{ A}$$

$$U_k = I_t * R_t = 0,09\text{ A} * 98\ \Omega = 8,82\text{ V}$$

2. Minta feladat

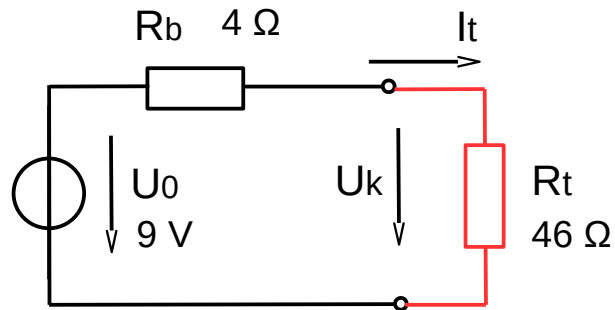


$$U_k = I_0 * (R_b \times R_t) = 0,2\text{ A} * (9 * 1 / 10)\text{ k}\Omega = 180\text{ V}$$

$$I_t = U_k / R_t = 180\text{ V} / 1\text{ k}\Omega = 180\text{ mA} = 0,18\text{ A}$$

5.3. Gyakorló feladatok

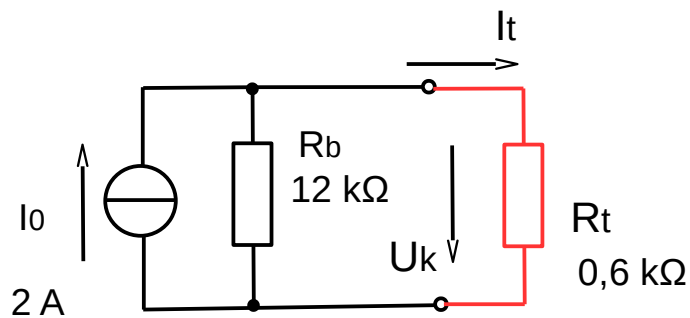
3. Minta feladat



$$U_k = U_0 * R_t / (R_b + R_t)$$

$$U_k = 9\text{ V} * 46\ \Omega / 50\ \Omega = 8,28\text{ V}$$

4. Minta feladat

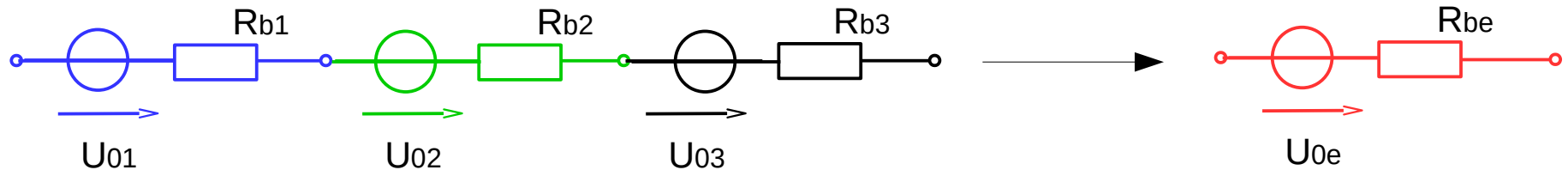


$$I_t = I_0 * R_b / (R_b + R_t)$$

$$I_t = 2\text{ A} * 12\text{ k}\Omega / 12,6\text{ k}\Omega = 180\text{ mA} = 1,9\text{ A}$$

5.4. Generátorok összekapcsolása

feszültség generátorok soros kapcsolása

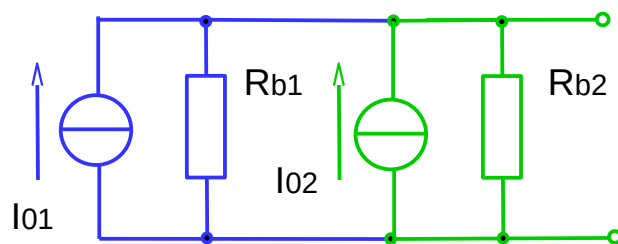


Eredő feszültség $\rightarrow U_{0e} = U_{01} + U_{02} + U_{03} + \dots$

Eredő belső ellenállás $\rightarrow R_{be} = R_{b1} + R_{b2} + R_{b3} + \dots$

Akkor használjuk ha nagyobb feszültség szükséges

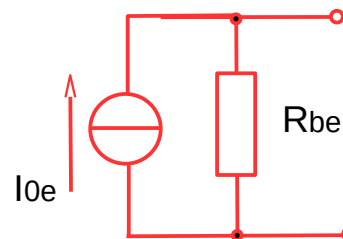
áram generátorok párhuzamos kapcsolása



Eredő áram $\rightarrow I_{0e} = I_{01} + I_{02} + \dots$

Eredő belső ellenállás $\rightarrow R_{be} = (R_{b1} \times R_{b2}) \times \dots$

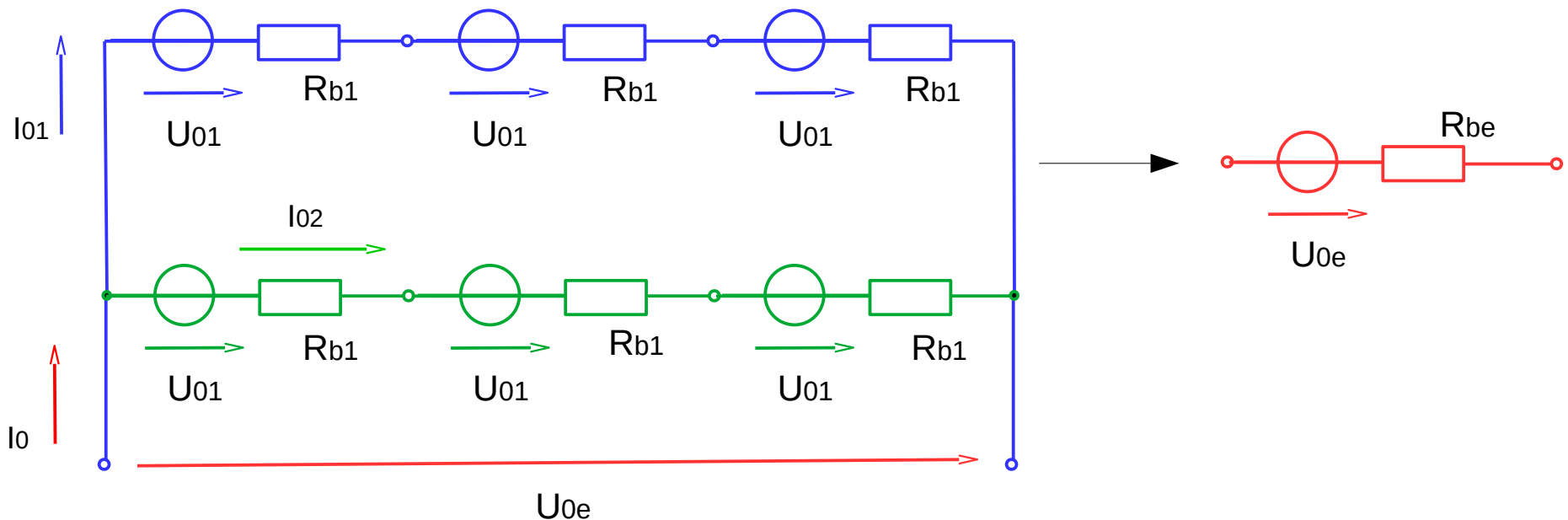
Akkor használjuk ha nagyobb áram szükséges



5.4. Generátorok összekapcsolása

feszültség generátorok vegyes kapcsolása

a párhuzamos ágak azonosak legyenek !



Eredő feszültség $\rightarrow U_{0e} = U_{01} + U_{01} + U_{01}$ (ahány sorba van kötve)

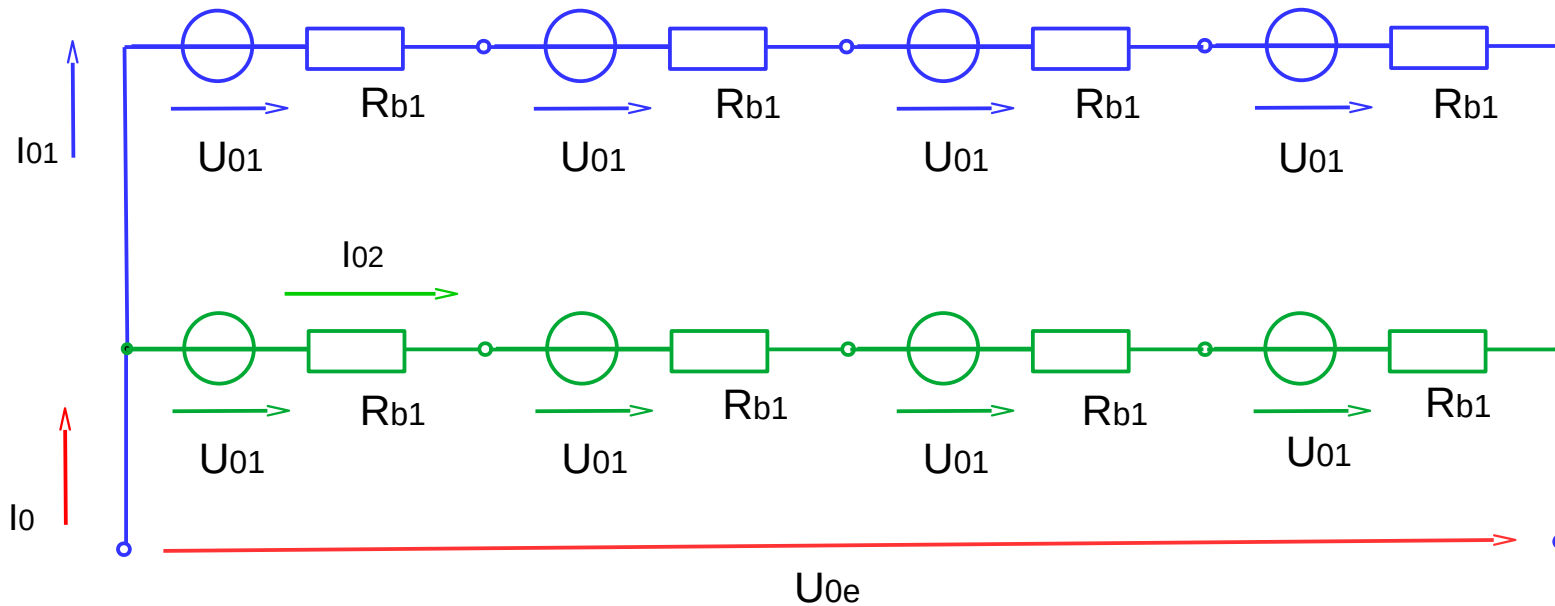
Eredő belső ellenállás $\rightarrow R_{be} = (R_{b1} + R_{b1} + R_{b1}) \times (R_{b1} + R_{b1} + R_{b1})$

$I_{0e} = I_{01} + I_{02}$

Akkor használjuk ha nagyobb feszültség és nagyobb áram is kell

5.5. Gyakorló feladatok

1. Mintafeladat



$$U_{01} = 1,5 \text{ V} \quad \text{és} \quad R_{b1} = 0,1 \, \Omega$$

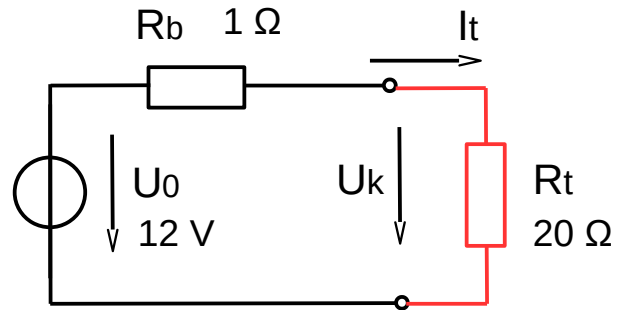
$$U_{0e} = U_{01} + U_{01} + U_{01} + U_{01} = 4 * 1,5 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

$$R_{be} = (R_{b1} + R_{b1} + R_{b1} + R_{b1}) \times (R_{b1} + R_{b1} + R_{b1} + R_{b1}) = (4 * 0,1 \, \Omega) \times (4 * 0,1 \, \Omega)$$

$$R_{be} = 0,4 \times 0,4 = 0,4 * 0,4 / (0,4 + 0,4) = 0,2 \, \Omega$$

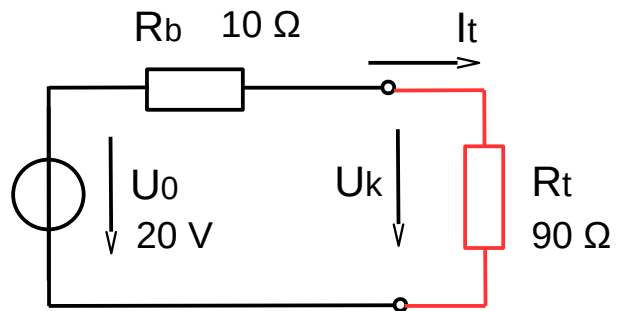
5.6. Feladatok

1. feladat



$$U_k = ?$$

2. feladat

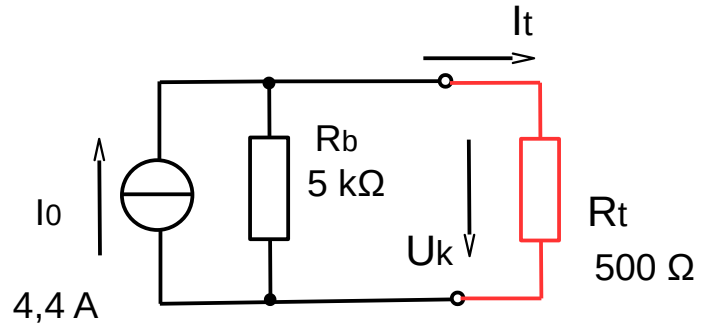


$$U_k = ?$$

$$I_t = ?$$

5.6. Feladatok

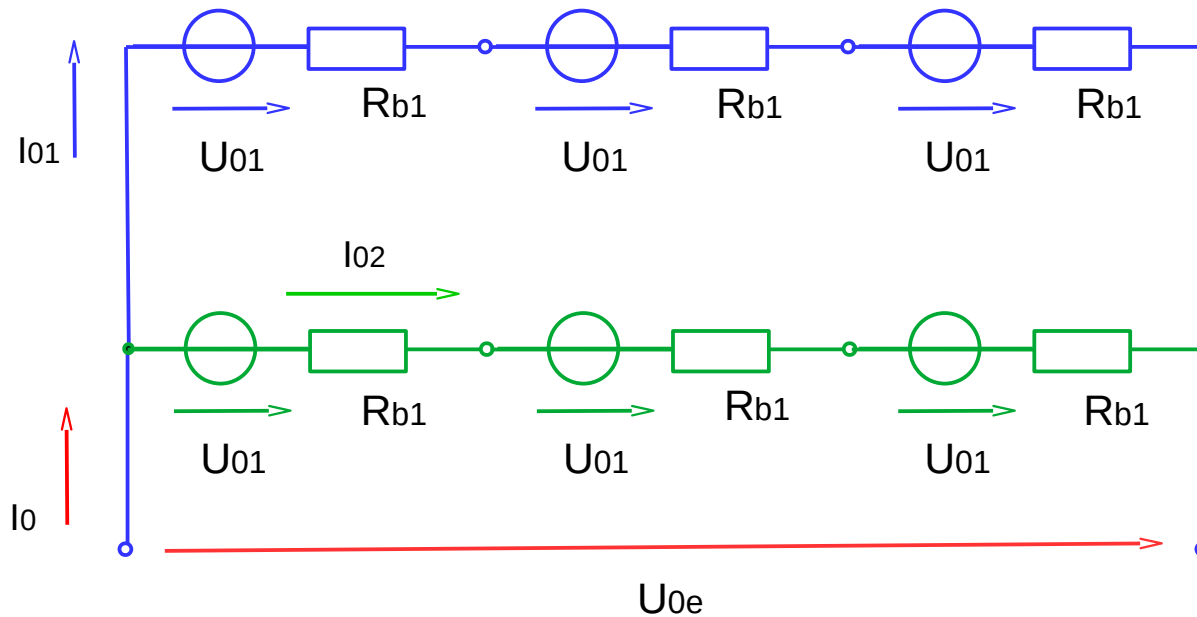
3. feladat



$$I_t = ?$$

$$U_k = ?$$

4. feladat



$$U_{01} = 2 \text{ V}$$
$$\text{és } R_{b1} = 0,2 \Omega$$

$$U_{0e} = ?$$

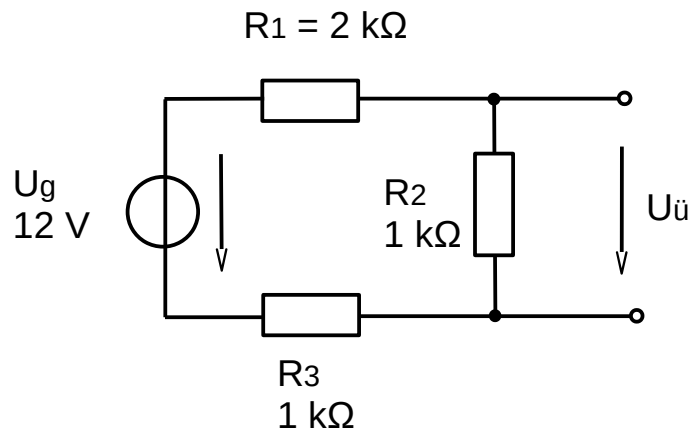
$$R_{be} = ?$$

5.7. Thevenin helyettesítő kép

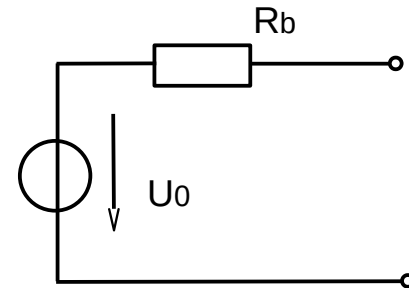
Thevenin tétel:

Egy aktív (generátorokból és ellenállásokból álló) kétpólus helyettesíthető egy valóságos feszültséggenerátorral (ideális feszültséggenerátor és egy ellenállás soros kapcsolása)

Aktív kétpólus



Thevenin helyettesítő
kapcsolás



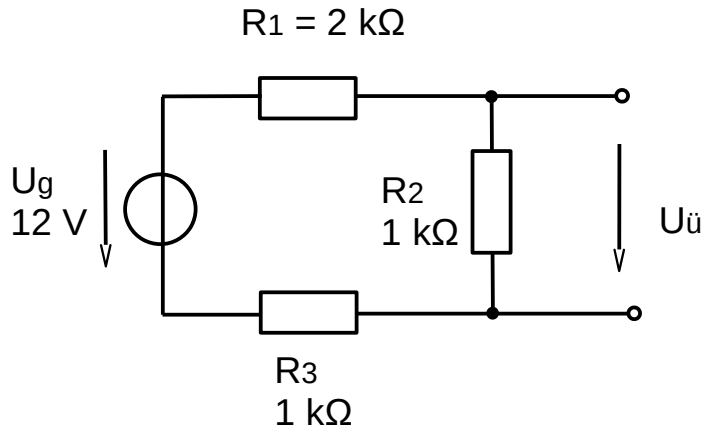
Thevenin helyettesítő kép számítása:

$$U_0 = U_{\text{ü}} \quad (U_{\text{ü}} \text{ a kétpólus üresjárási feszültsége})$$

$$R_b = U_{\text{ü}} / I_r \quad (I_r \text{ a kétpólus rövidzárási árama})$$

5.7. Thevenin helyettesítő kép

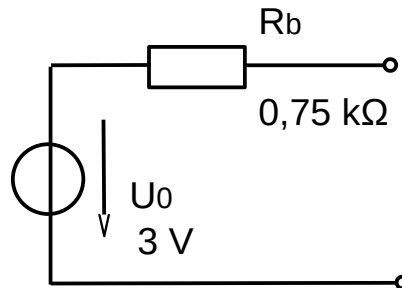
1. üresjárási feszültség számítása



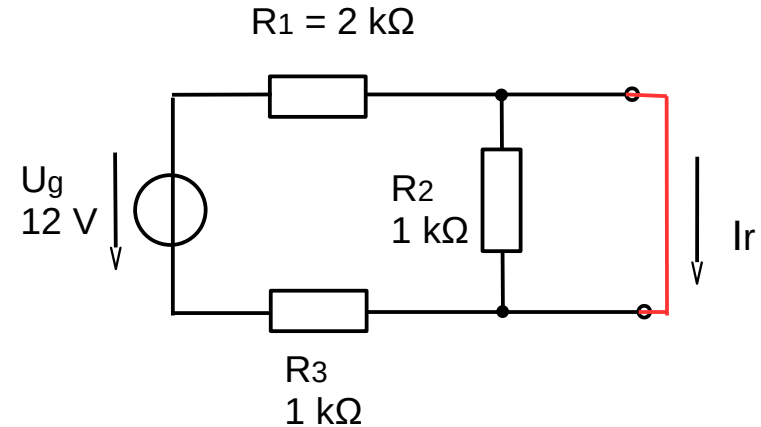
Megoldás:

$$U_{\ddot{u}} = U_g \cdot R_2 / (R_1 + R_2 + R_3) = 12V \cdot 1 \text{ k}\Omega / 4 \text{ k}\Omega = 3V$$

Thevenin helyettesítő
kapcsolás



2. rövidzárási áram számítása



Megoldás:

$$I_r = U_g / (R_1 + R_3) = 12V / 3 \text{ k}\Omega = 4 \text{ mA}$$

$$R_b = U_{\ddot{u}} / I_r = 3V / 4\text{mA} = 0,75 \text{ k}\Omega$$

5.7. Thevenin helyettesítő kép

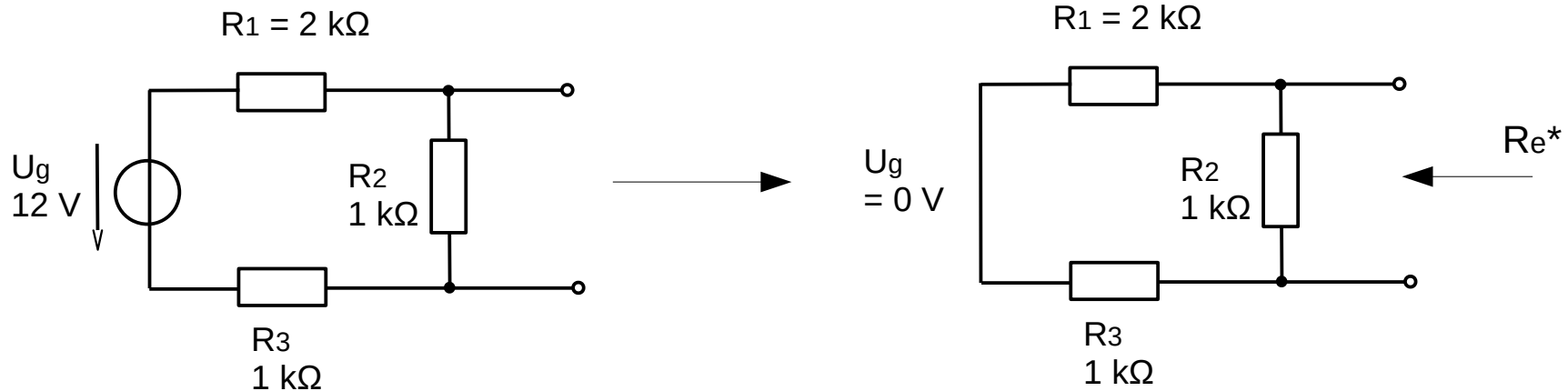
R_b számítása másképpen is lehetséges:

(gyakran így sokkal egyszerűbb, mint rövidzárási áramot számolni !)

→ a generátorokat hatástalanítva (0 értékűnek véve), eredő ellenállás számítása a kimeneti két pontra

↗ feszültség generátor → rövidzár

↘ áram generátor → szakadás



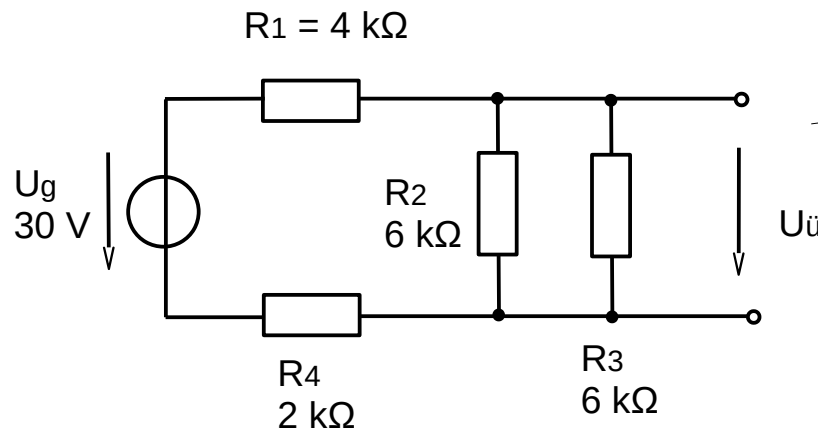
$$\begin{aligned} R_b = R_{e^*} &= R_2 \times (R_1 + R_3) = \\ &= 1\text{ k}\Omega \times 3\text{ k}\Omega / (1\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega) = 0,75\text{ k}\Omega \end{aligned}$$

5.8. Üresjárási feszültség, rövidzárási áram

1. üresjárási feszültség számítása

Általában hasonlóan tudunk számolni mint a feszültségosztó esetén (ha a bemeneten feszültség generátor van akkor ugyanúgy), csak itt a kimeneti feszültség neve $U_{\bar{u}}$ és nem U_{ki}

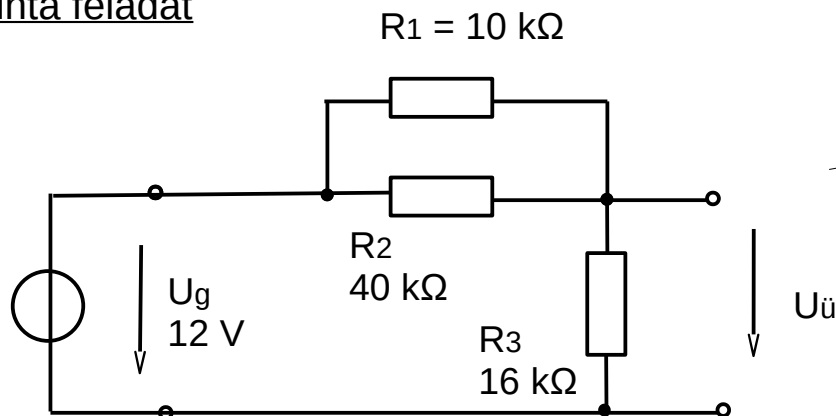
1. Minta feladat



Megoldás:

$$U_{\bar{u}} = U_g \cdot R_{23} / (R_1 + R_{23} + R_4) = 30\text{ V} \cdot 3\text{ k}\Omega / 9\text{ k}\Omega = 10\text{ V}$$

2. Minta feladat



Megoldás:

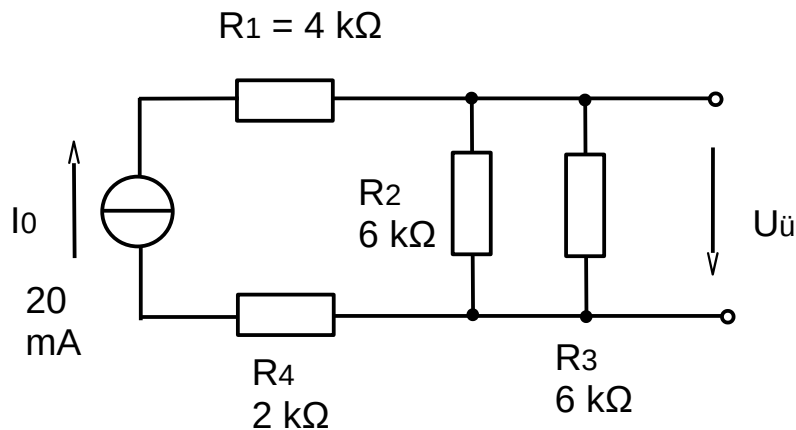
$$U_{\bar{u}} = U_g \cdot R_3 / (R_1 + R_3) = 12\text{ V} \cdot 16\text{ k}\Omega / (10 + 16\text{ k}\Omega) = 8\text{ V}$$

5.8. Üresjárási feszültség, rövidzárási áram

1. üresjárási feszültség számítása

Egyéb esetekben az a lényeg, hogy a kimeneti pontok közötti feszültséget kell kiszámolni (úgy hogy a kimeneti pontokra nincs kötve semmi)

3. Minta feladat



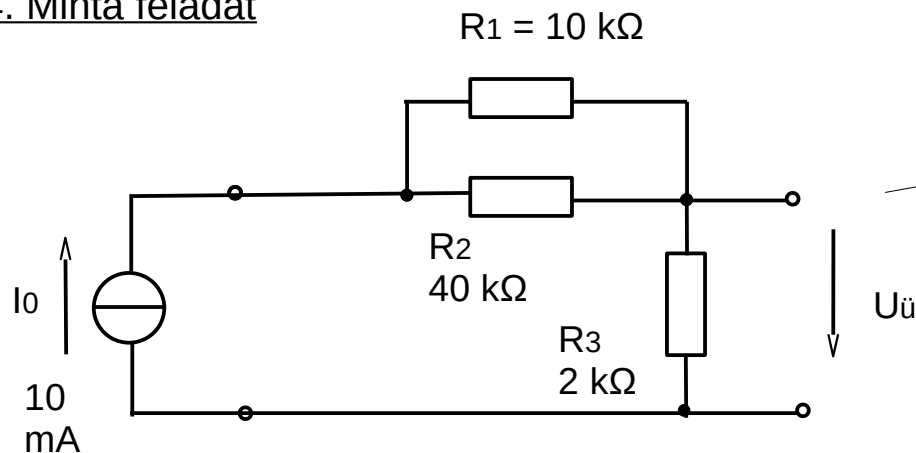
Megoldás:

$$U_{\text{ü}} = I_0 \cdot R_{23} = 20 \text{ mA} \cdot 3 \text{ k}\Omega = 60 \text{ V}$$

Vagy, mivel R_2 és R_3 azonos értékű $\rightarrow I_0$ pont feleződik \rightarrow

$$U_{\text{ü}} = (I_0 / 2) \cdot R_3 = 10 \text{ mA} \cdot 6 \text{ k}\Omega = 60 \text{ V}$$

4. Minta feladat



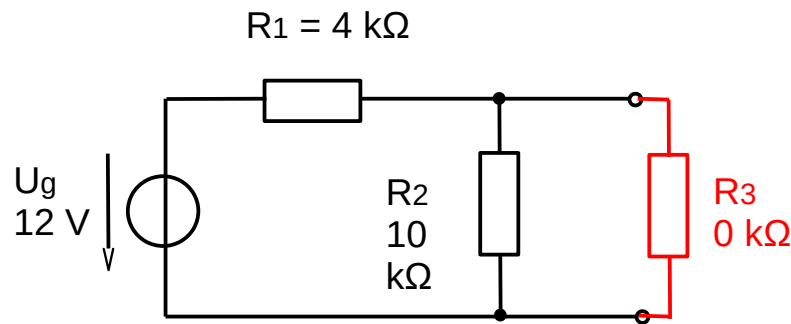
Megoldás:

$$U_{\text{ü}} = I_0 \cdot R_3 = 10 \text{ mA} \cdot 2 \text{ k}\Omega = 20 \text{ V}$$

5.8. Üresjárási feszültség, rövidzárási áram

2. rövidzárási áram számítása

A kimeneti két pontot rövidre zárjuk → rövid vezeték → lényegében egy 0 értékű ellenállást kötünk a kimenetre ! Az ezen a rövid vezetéken folyó áram a rövidzárási áram. Számítása nem mindig egyszerű.

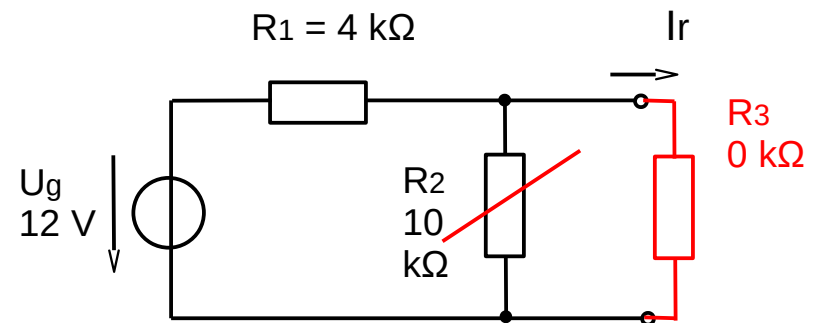
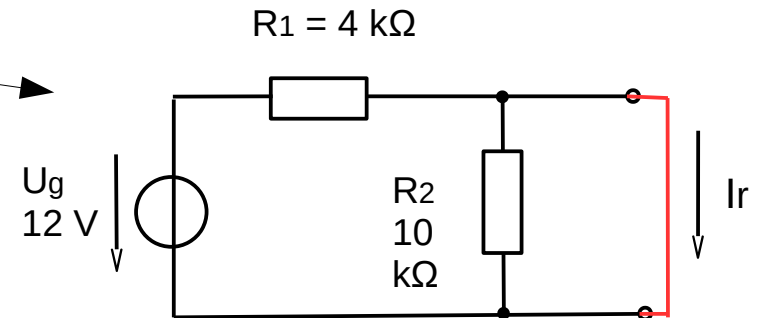


R2 és R3
párhuzamos,
eredőjük

$$R_{23} = R_2 \times R_3 = 10 \cdot 0 / (10 + 0) = 0 !!$$

Tehát ha rövidzár van párhuzamosan valamivel → az eredő is rövidzár lesz !
→ a rövidzárral párhuzamos alkatrészt nyugodtan ki is szedhetjük ! Azon áram úgysem folyik (áramosztás törvénye alapján sem)

5. Minta feladat



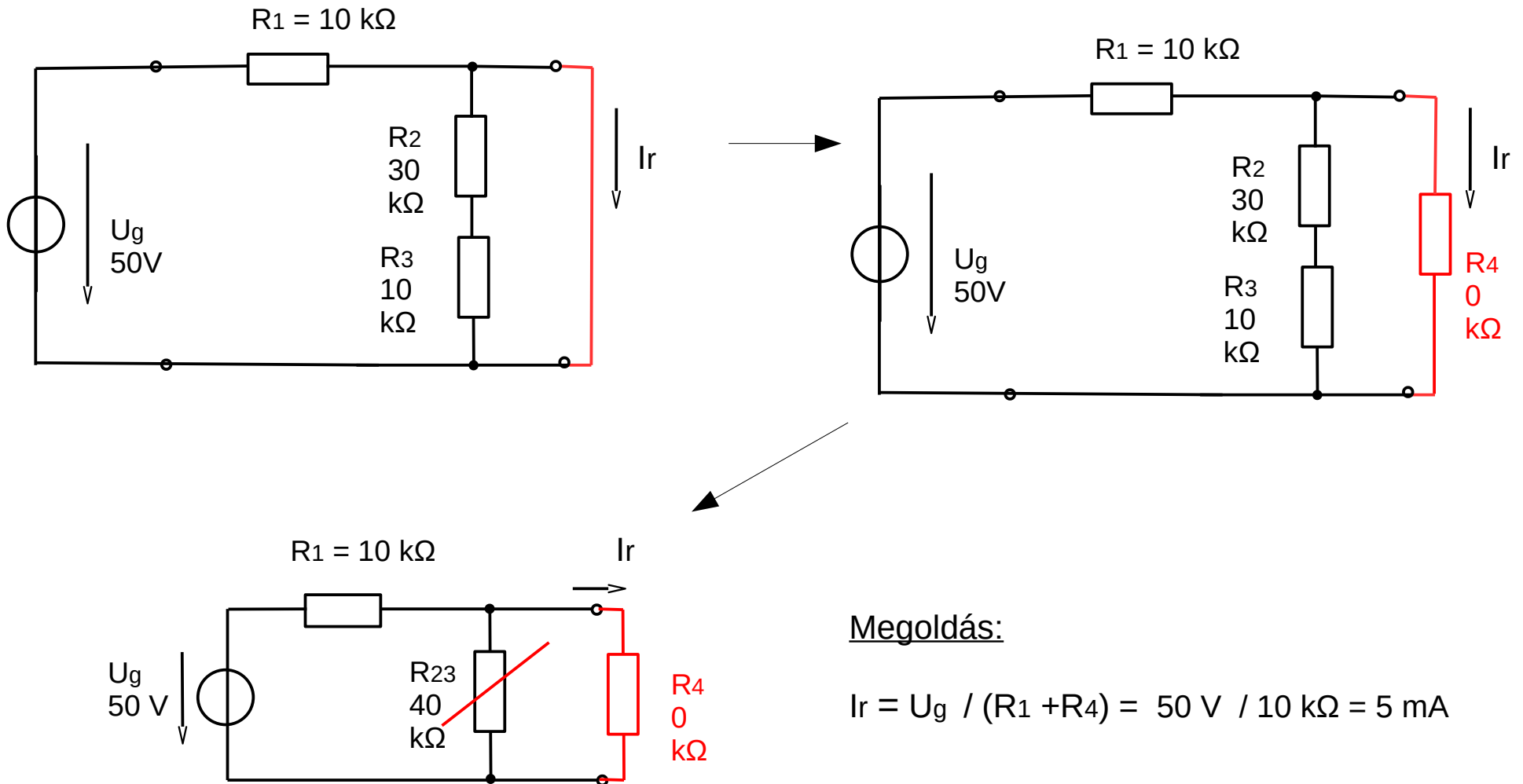
Megoldás:

$$I_r = U_g / (R_1 + R_3) = 12V / 4k\Omega = 3mA$$

5.8. Üresjárási feszültség, rövidzárási áram

2. rövidzárási áram számítása

6. Minta feladat



Megoldás:

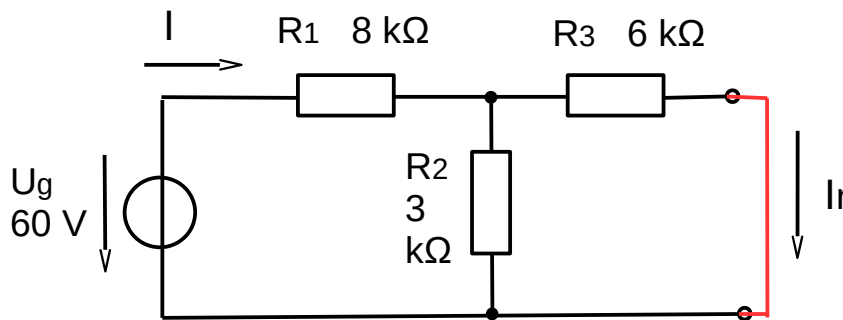
$$I_r = U_g / (R_1 + R_4) = 50\text{ V} / 10\text{ k}\Omega = 5\text{ mA}$$

5.8. Üresjárási feszültség, rövidzárási áram

2. rövidzárási áram számítása

De ha nem párhuzamos a rövidzár alkatrészekkel
akkor nem esik ki ellenállás !!

7. Minta feladat



a rövidzár miatt R_2 és R_3
párhuzamosan lesz !

I_r az R_3 ellenálláson folyó
árammal egyenlő

$$R_{23} = R_2 \times R_3 / (R_2 + R_3) = 3 \times 6 / (3 + 6) = 2\text{ k}\Omega$$

Megoldás:

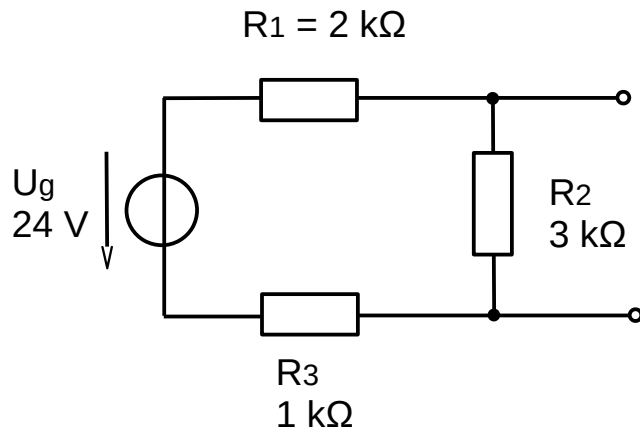
$$R_e = R_1 + R_{23} = 10\text{ k}\Omega$$

$$I = U_g / R_e = 60\text{ V} / 10\text{ k}\Omega = 6\text{ mA}$$

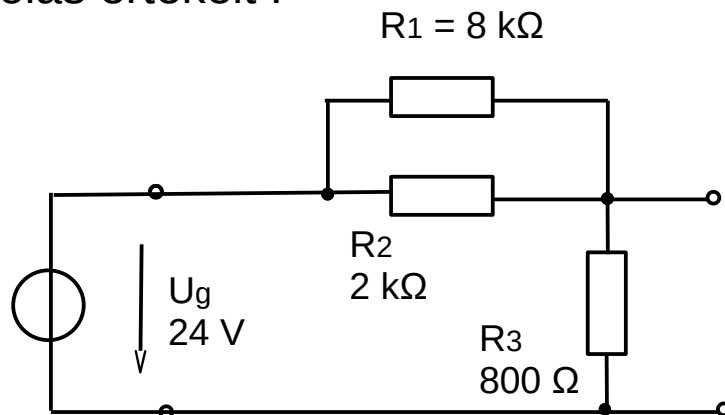
$$\text{Áramosztással} \rightarrow I_r = I \times R_2 / (R_2 + R_3) = 6\text{ mA} \times 3 / (3+6) = 2\text{ mA}$$

5.9. Feladatok

1. Számítsd ki a Thevenin helyettesítő
kapcsolás értékeit !

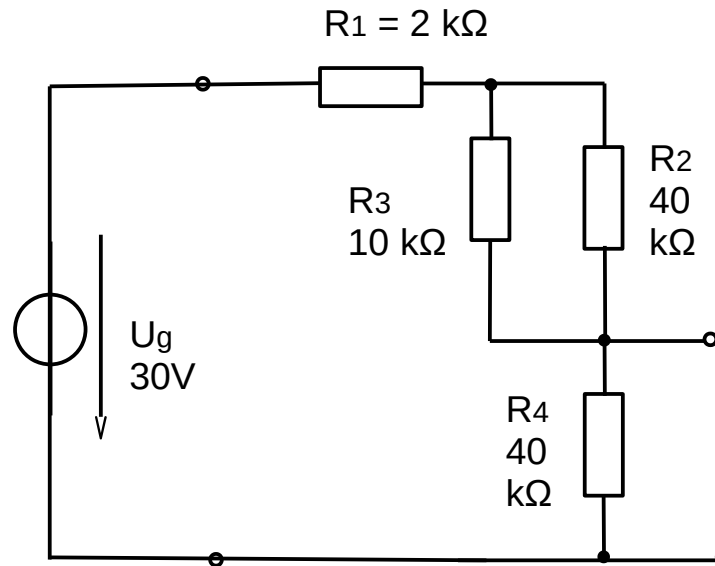


2. Számítsd ki a Thevenin helyettesítő
kapcsolás értékeit !

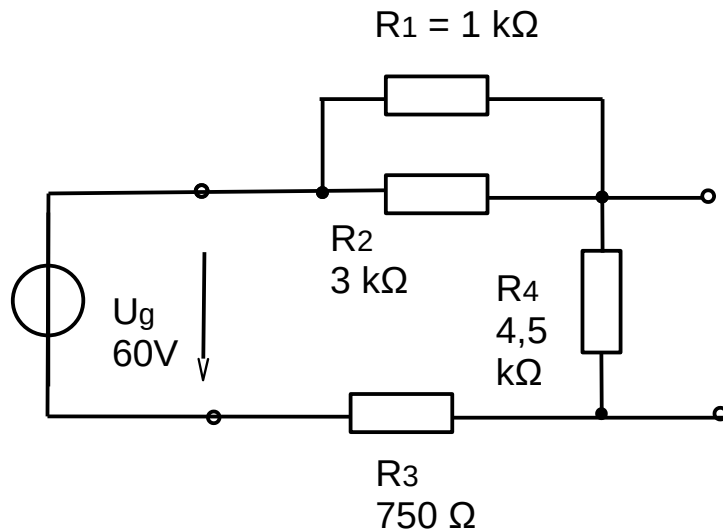


5.9. Feladatok

3. Számítsd ki az
- üresjárási feszültséget!
 - rövidzárási áramot

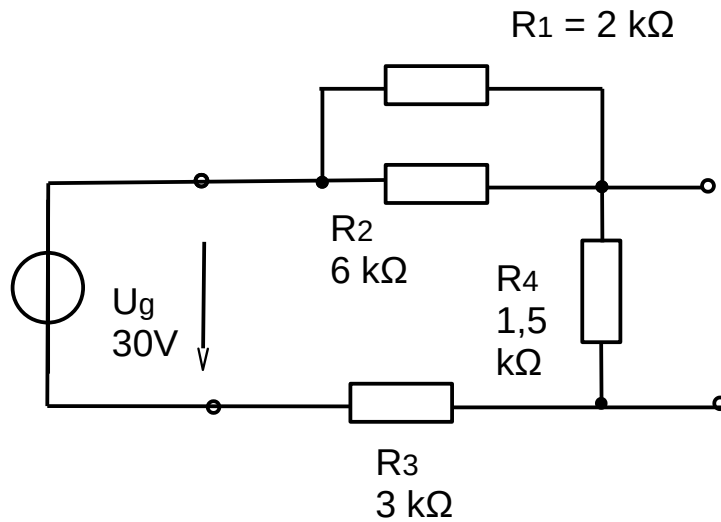


4. Számítsd ki az
- üresjárási feszültséget!
 - rövidzárási áramot

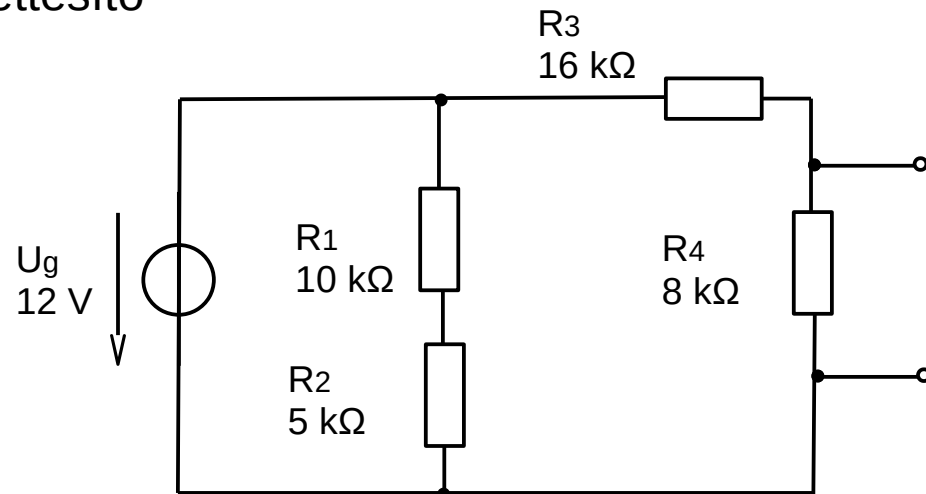


5.9. Feladatok

5. Számítsd ki a Thevenin helyettesítő kapcsolás értékeit !



6. Számítsd ki a Thevenin helyettesítő kapcsolás értékeit !



5.9. Feladatok megoldásai

1. Feladat, megoldás

U_ü számítása

$$U_{\bar{u}} = U_g \cdot R_2 / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$U_{\bar{u}} = 24 \text{ V} \cdot 3 / 6 = 12 \text{ V}$$

I_r számítása

$$I_1 = U_g / (R_1 + R_3) = 24 \text{ V} / 3 \text{ k}\Omega = 8 \text{ mA}$$

$$I_r = I_1$$

R_b számítása

$$R_b = U_{\bar{u}} / I_r = 12 \text{ V} / 8 \text{ mA} = 1,5 \text{ k}\Omega$$

3. Feladat, megoldás

U_ü számítása

$$U_{\bar{u}} = U_g \cdot R_4 / (R_1 + R_2 \times R_3 + R_4)$$

$$U_{\bar{u}} = 30 \text{ V} \cdot 40 / 50 = 24 \text{ V}$$

I_r számítása

$$I_1 = U_g / (R_1 + R_2 \times R_3)$$

$$I_1 = 24 \text{ V} / 10 \text{ k}\Omega = 2,4 \text{ mA}$$

$$I_r = I_1$$

2. Feladat, megoldás

U_ü számítása

$$U_{\bar{u}} = U_g \cdot R_3 / (R_1 \times R_2 + R_3)$$

$$U_{\bar{u}} = 24 \text{ V} \cdot 0,8 / 2,4 = 8 \text{ V}$$

I_r számítása

$$I = U_g / (R_1 \times R_2) = 24 \text{ V} / 1,6 \text{ k}\Omega = 15 \text{ mA}$$

$$I_r = I$$

R_b számítása

$$R_b = U_{\bar{u}} / I_r = 8 \text{ V} / 15 \text{ mA} = 0,533 \text{ k}\Omega$$

4. Feladat, megoldás

U_ü számítása

$$U_{\bar{u}} = U_g \cdot R_4 / (R_1 \times R_2 + R_4 + R_3)$$

$$U_{\bar{u}} = 60 \text{ V} \cdot 4,5 / 6 = 45 \text{ V}$$

I_r számítása

$$I = U_g / (R_1 \times R_2 + R_3)$$

$$I = 60 \text{ V} / 1,5 \text{ k}\Omega = 40 \text{ mA}$$

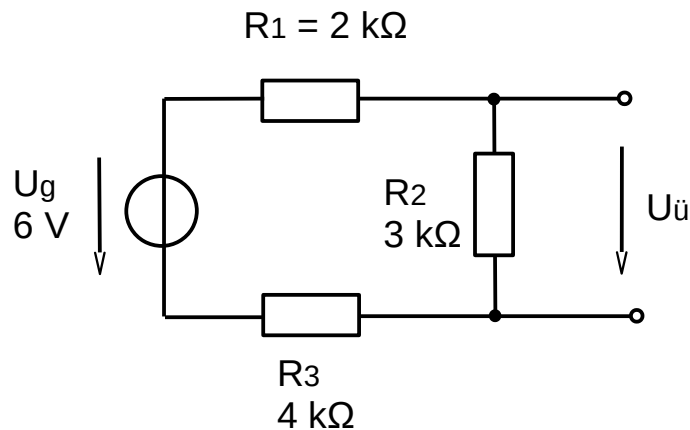
$$I_r = I$$

56. Norton helyettesítő kép

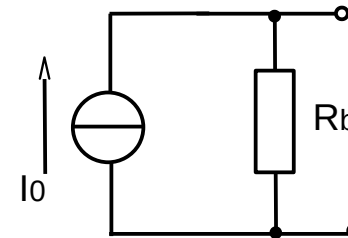
Norton tétel:

Egy aktív (generátorokból és ellenállásokból álló) kétpólus helyettesíthető egy valóságos áramgenerátorral (ideális áramgenerátor és egy ellenállás párhuzamos kapcsolása)

Aktív kétpólus



Norton helyettesítő
kapcsolás



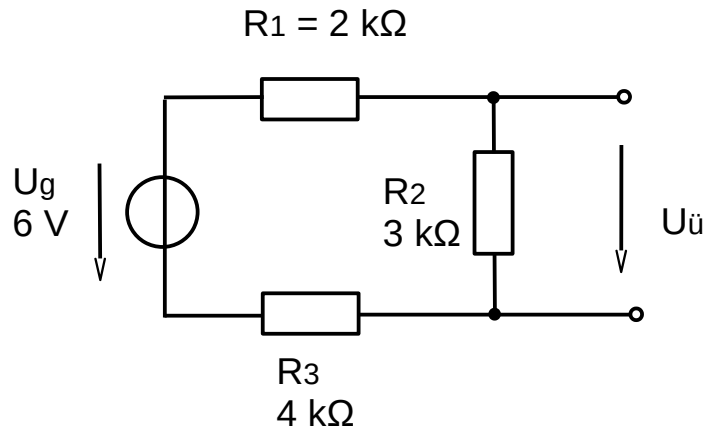
Norton helyettesítő kép számítása:

$$I_0 = I_r \quad (I_r \text{ a kétpólus rövidzárási árama})$$

$$R_b = U_{\text{ü}} / I_r \quad (U_{\text{ü}} \text{ a kétpólus üresjárási feszültsége})$$

56. Norton helyettesítő kép

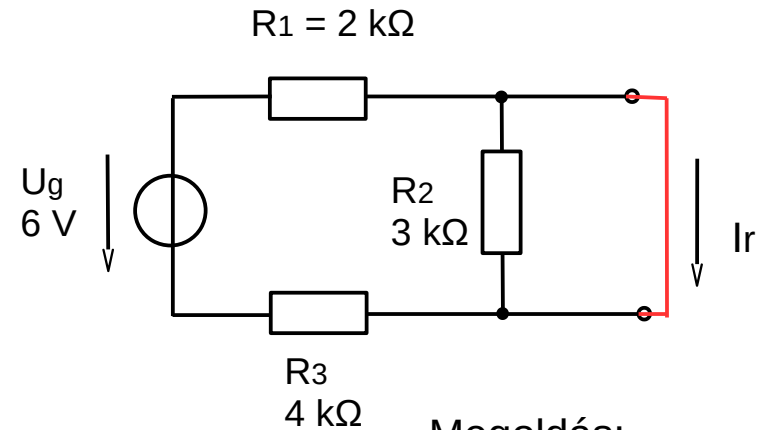
1. üresjárási feszültség számítása



Megoldás:

$$U_{\ddot{u}} = U_g \cdot R_2 / (R_1 + R_2 + R_3) = 6\text{V} \cdot 3\text{ k}\Omega / 9\text{ k}\Omega = 2\text{V}$$

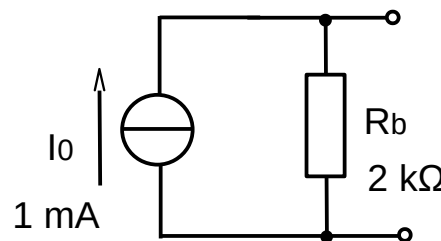
2. rövidzárási áram számítása



Megoldás:

$$I_r = U_g / (R_1 + R_3) = 6\text{V} / 6\text{ k}\Omega = 1\text{ mA}$$

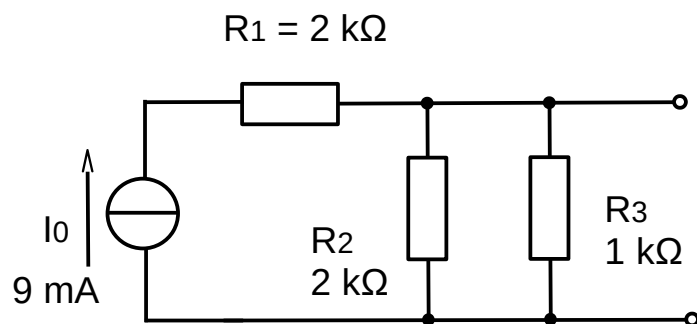
Norton helyettesítő
kapcsolás



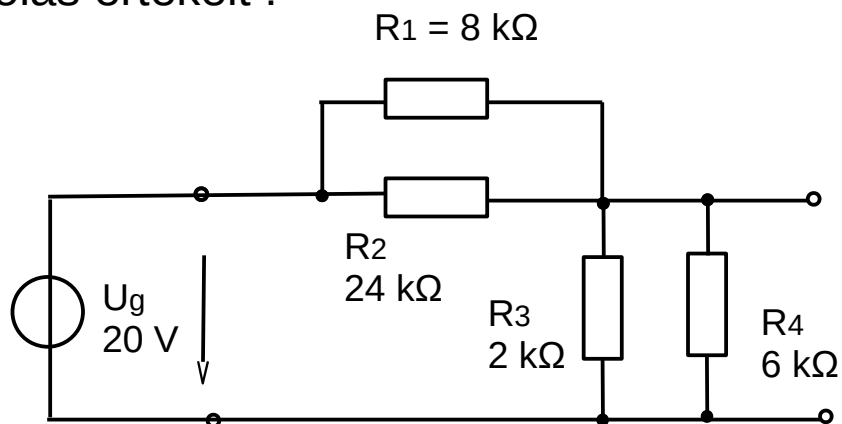
$$R_b = U_{\ddot{u}} / I_r = 2\text{V} / 1\text{ mA} = 2\text{ k}\Omega$$

56.5. Feladatok

1. Számítsd ki a Norton helyettesítő kapcsolás értékeit !

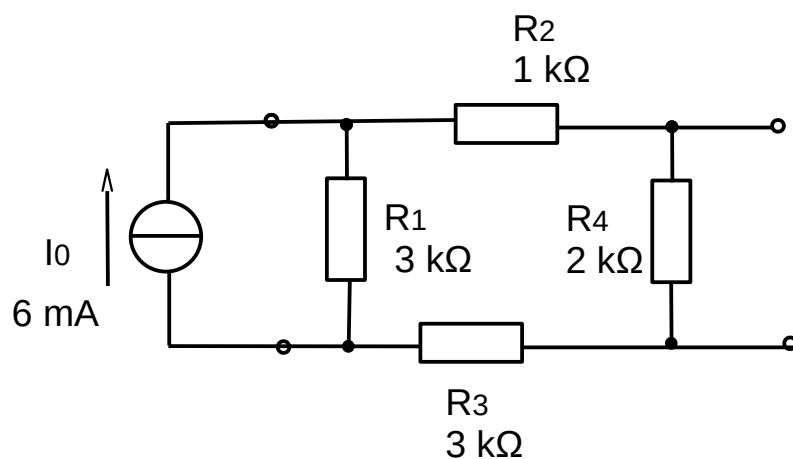


2. Számítsd ki a Norton helyettesítő kapcsolás értékeit !

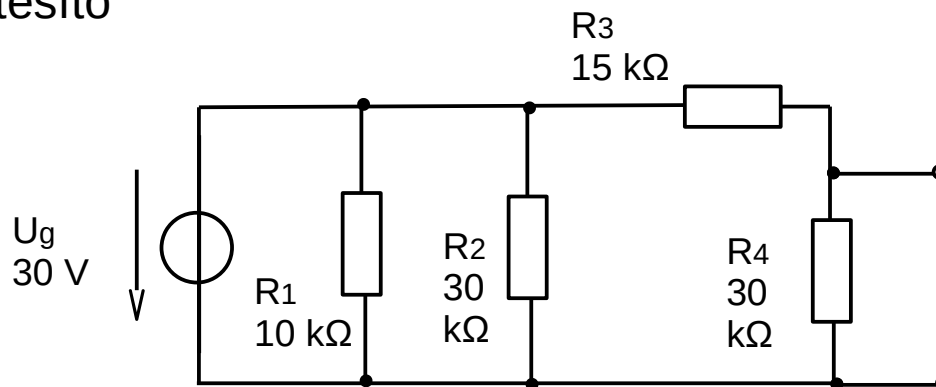


56.5. Feladatok

3. Számítsd ki a Norton helyettesítő kapcsolás értékeit !



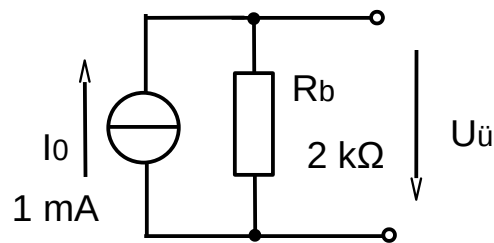
4. Számítsd ki a Norton helyettesítő kapcsolás értékeit !



57. Thevenin-Norton átalakítás

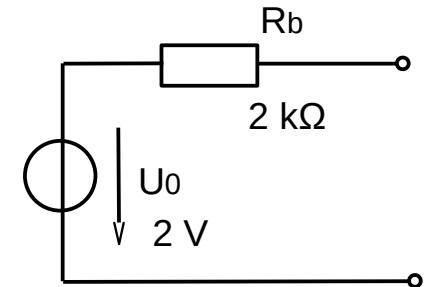
Egy Thevenin illetve Norton helyettesítő kép egymásba is könnyen átalakítható → a belső ellenállás ugyanolyan értékű, csak U_0 vagy I_r értéket kell meghatározni

Norton helyettesítő
kapcsolás

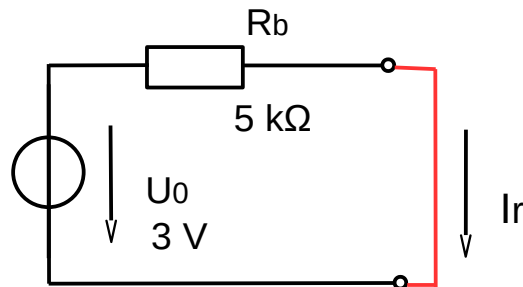


$$U_0 = I_0 \cdot R_b = 1 \text{ mA} \cdot 2 \text{ k}\Omega = 2 \text{ V}$$

Thevenin helyettesítő
kapcsolás

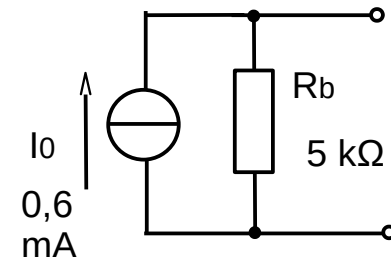


Thevenin helyettesítő
kapcsolás



$$I_r = U_0 / R_b = 3 \text{ V} / 5 \text{ k}\Omega$$
$$I_r = 0,6 \text{ mA}$$

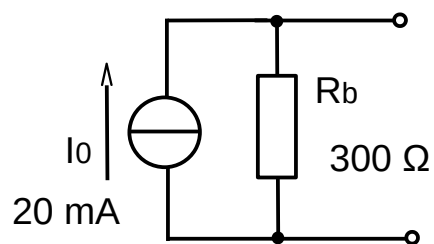
Norton helyettesítő
kapcsolás



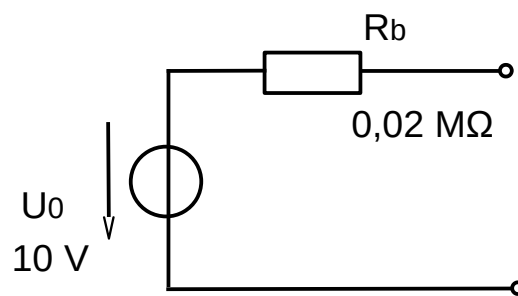
57.5. Feladatok

Számold ki a másik alakokat (Thevenin \rightarrow Norton, vagy Norton \rightarrow Thevenin)

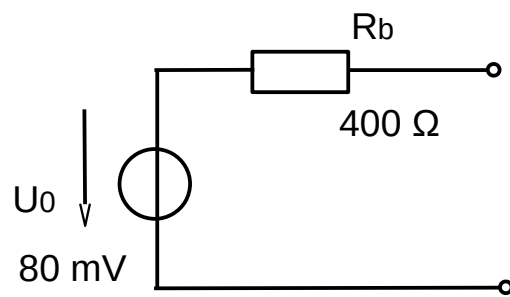
1. feladat



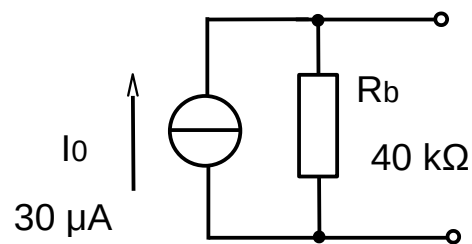
2. feladat



3. feladat



4. feladat



58. Szuperpozíció tétel *

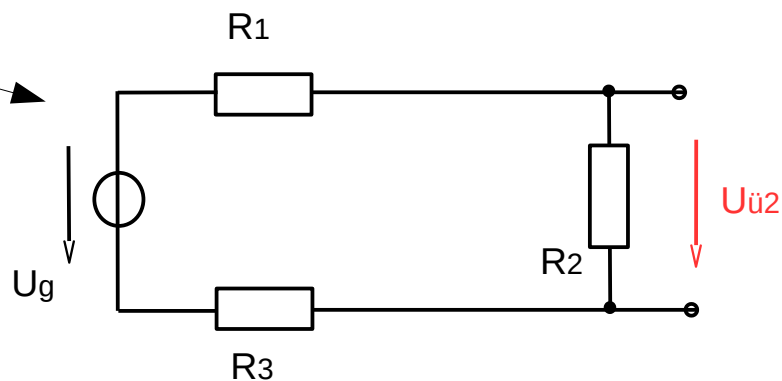
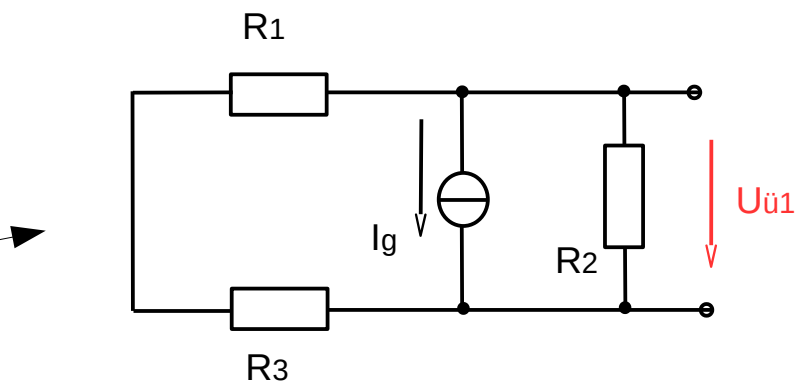
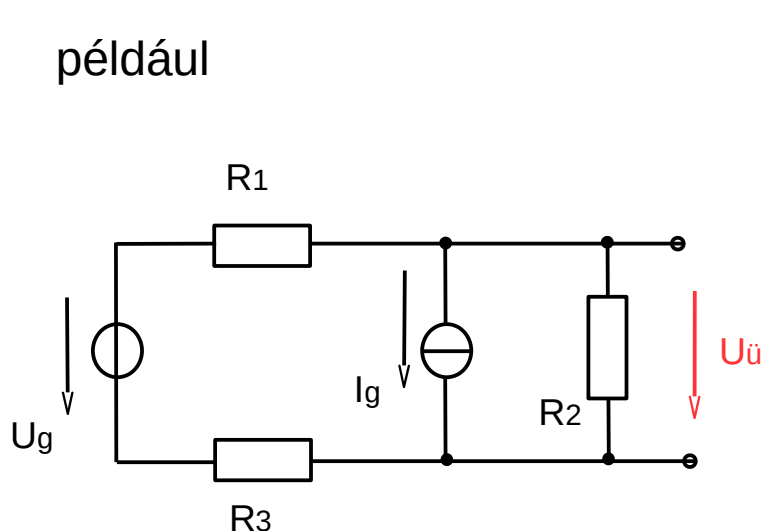
Szuperpozíció tétel:

Több generátorból és ellenállásokból álló hálózat esetén, a hálózat valamelyik jellemző értékét (feszültségét, áramát) a következőképpen határozhatjuk meg →

A generátorok hatásait egyenként meghatározzuk (milyen áramot, feszültséget hoz létre az adott helyen), majd a hatásokat összegezzük.

Amíg egy generátor hatását vizsgáljuk addig a többi generátort hatástalanítani (deaktiválni) kell !! → $U_g = 0$ (rövidzár) illetve $I_g = 0$ (szakadás)

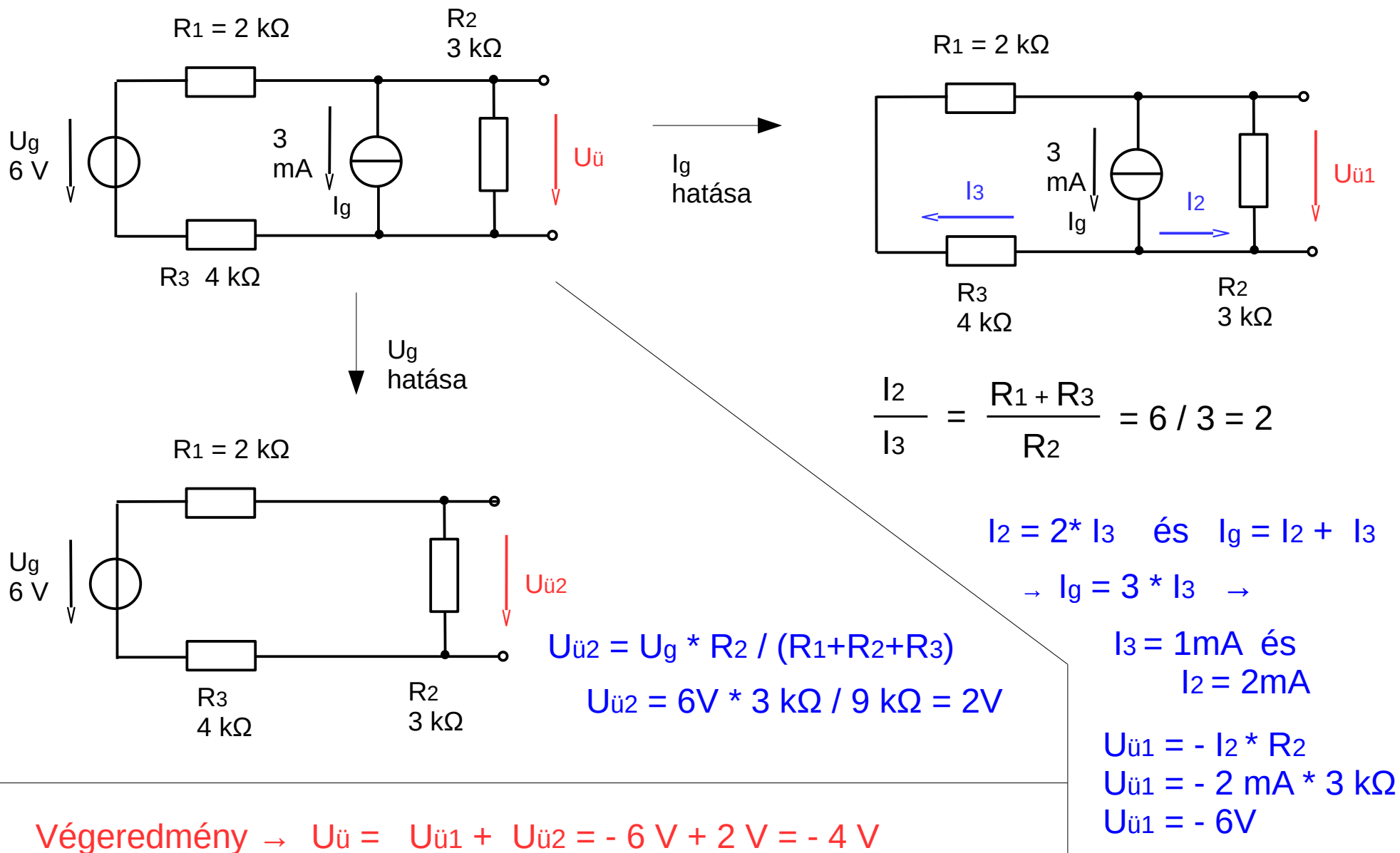
például



Végeredmény → $U_{\bar{u}} = U_{\bar{u}1} + U_{\bar{u}2}$

58. Szuperpozíció tétel *

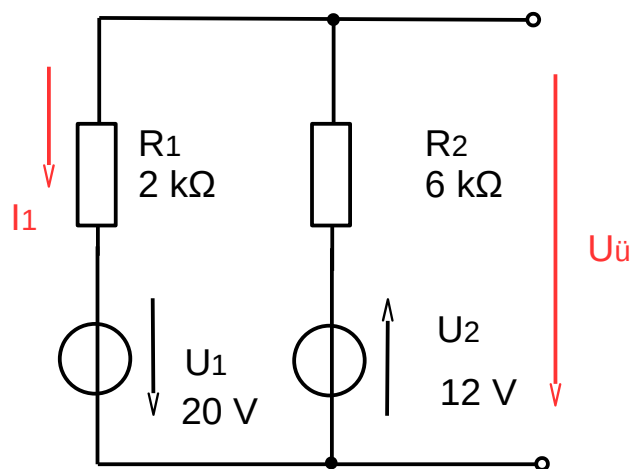
1. mintafeladat



58.5. Feladatok *

1. feladat

Mennyi lesz $U_{\text{ü}}$ és I_1 értéke ?



2. feladat

Mennyi lesz $U_{\text{ü}}$ értéke ?

