

Elektrotechnika

IX.

Váltakozó áramú hálózatok 2.

9.1. Admittancia

Admittancia

Az impedancia reciproka („általános vezetőképesség”)

Speciális fajtái: a vezetőképesség, induktív szuszceptancia, kapacitív szuszceptancia

Jele: Y, mértékegysége: S (siemens)

A feszültséghez és áramhoz hasonlóan vektoros mennyiség → van nagysága és fázisszöge !!

Ellenállás admittanciája

nagysága → $Y_R = G = 1/R$

fázisszöge → $\varphi_R = 0^\circ$

Tekercs admittanciája

nagysága → $Y_L = B_L = 1/X_L$

fázisszöge → $\varphi_L = -90^\circ$

Kondenzátor admittanciája

nagysága → $Y_C = B_C = 1/X_C$

fázisszöge → $\varphi_C = 90^\circ$

Eredő számítás

Soros kapcsolás esetén az impedanciák adódnak össze vektorosan

→ eredő impedancia

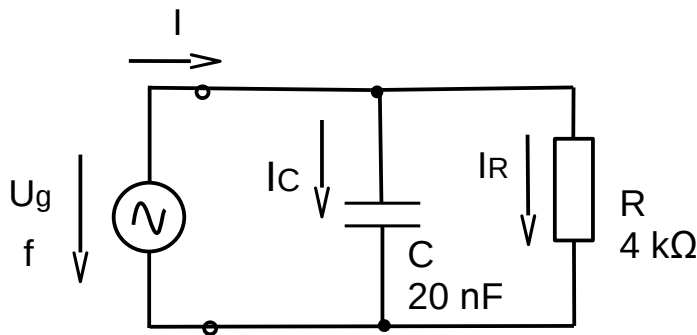
Párhuzamos kapcsolás esetén az admittanciák adódnak össze vektorosan

→ eredő admittancia

9.1. Admittancia

1. minta feladat

Mennyi lesz az eredő impedancia (Z), és mekkora áram (I) fog folyni az áramkörben, ha $U_g = 24V$ és $f = 4kHz$?



Az „ellenállások” és admittanciák:

$$X_C = 1 / (2\pi \cdot f \cdot C) = 1 / (2\pi \cdot 4000 \text{ Hz} \cdot 20 \cdot 10^{-9} \text{ F})$$

$$X_C = 1 / 0,000502655 = 1989,4 \Omega \approx 2 \text{ k}\Omega$$

$$Y_C = B_C = 1/X_C = 1 / 2 \text{ k}\Omega = 0,5 \text{ mS}$$

$$Y_R = G = 1/R = 1 / 4 \text{ k}\Omega = 0,25 \text{ mS}$$

Eredő admittancia számítása \rightarrow vektorosan !

$$\bar{Y}_e = \bar{Y}_R + \bar{Y}_C \quad !! \text{ vektorosan } \rightarrow$$

$$Y_e^2 = G^2 + B_C^2 = 0,25^2 + 0,5^2 = 0,3125$$

$$Y_e = 0,559 \text{ mS}$$

$$Z_e = 1 / Y_e = 1 / 0,559 \text{ mS} = 1,79 \text{ k}\Omega$$

Ohm törvénnyel:

$$I = U_g / Z_e = 24 \text{ V} / 1,79 \text{ k}\Omega = 13,416 \text{ mA}$$

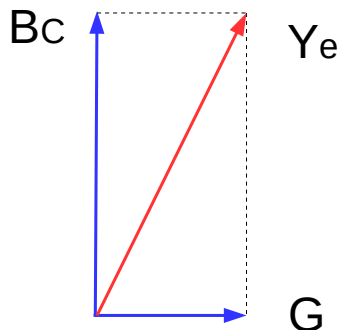
Ellenőrzés

$$I_C = U_g / X_C = 24 \text{ V} / 2 \text{ k}\Omega = 12 \text{ mA}$$

$$I_R = U_g / R = 24 \text{ V} / 4 \text{ k}\Omega = 6 \text{ mA}$$

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2 = 6^2 + 12^2 = 180 \rightarrow I = 13,416 \text{ mA}$$

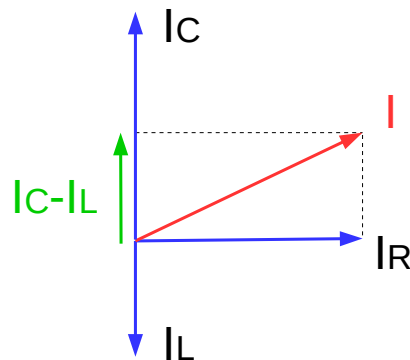
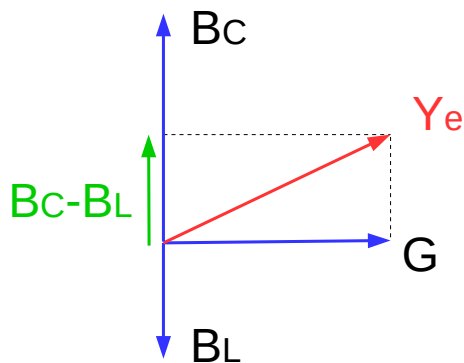
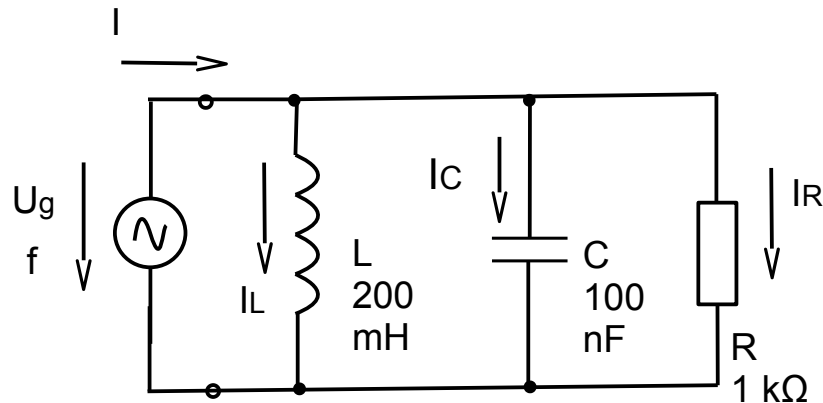
fázisszögek \rightarrow
 $\varphi_R = 0^\circ$ és $\varphi_C = 90^\circ$



9.1. Admittancia

2. minta feladat

Mennyi lesz az eredő impedancia (Z), és mekkora áram (I) fog folyni az áramkörben, ha $U_g = 10V$ és $f = 1600Hz$?



Az „ellenállások” és admittanciák:

$$X_C = 1 / (2\pi \cdot f \cdot C) = 1 / (2\pi \cdot 1600 \text{ Hz} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \text{ F})$$

$$X_C = 1 / 0,000502655 = 994,72 \Omega \approx 1 \text{ k}\Omega$$

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 1600 \text{ Hz} \cdot 0,2 \text{ H} = 2010,62 \Omega$$

$$X_L \approx 2 \text{ k}\Omega$$

$$Y_C = B_C = 1/X_C = 1 / 1 \text{ k}\Omega = 1 \text{ mS}$$

$$Y_L = B_L = 1/X_L = 1 / 2 \text{ k}\Omega = 0,5 \text{ mS}$$

$$Y_R = G = 1/R = 1 / 1 \text{ k}\Omega = 1 \text{ mS}$$

Eredő admittancia számítása → vektorosan !

$$\bar{Y}_e = \bar{Y}_R + \bar{Y}_C + \bar{Y}_L \quad !! \text{ vektorosan} \rightarrow$$

$$Y_e^2 = G^2 + (B_C - B_L)^2 = 1^2 + 0,5^2 = 1,25$$

$$Y_e = 1,118 \text{ mS}$$

$$Z_e = 1 / Y_e = 1 / 1,118 \text{ mS} = 0,8944 \text{ k}\Omega$$

Ohm törvénnyel:

$$I = U_g / Z_e = 10 \text{ V} / 0,8944 \text{ k}\Omega = 11,18 \text{ mA}$$

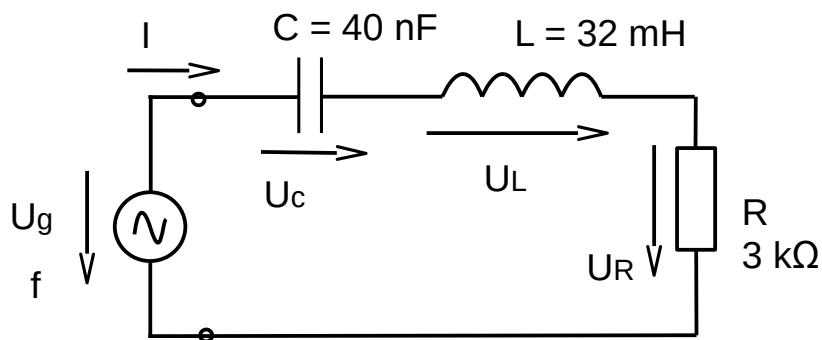
$$I_C = U_g / X_C = 10 \text{ V} / 1 \text{ k}\Omega = 10 \text{ mA}$$

$$I_L = U_g / X_L = 10 \text{ V} / 2 \text{ k}\Omega = 5 \text{ mA}$$

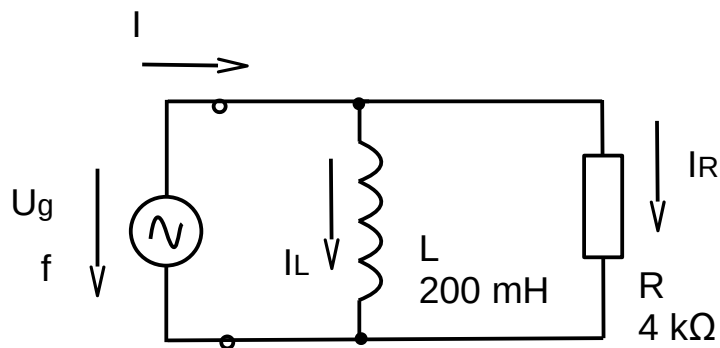
$$I_R = U_g / R = 10 \text{ V} / 1 \text{ k}\Omega = 10 \text{ mA}$$

9.2. Feladatok

1. Mekkora lesz az áramkör eredő impedanciája (Z_e), és mekkora áram (I) fog folyni ha $U_g=10V$ és $f=10kHz$?

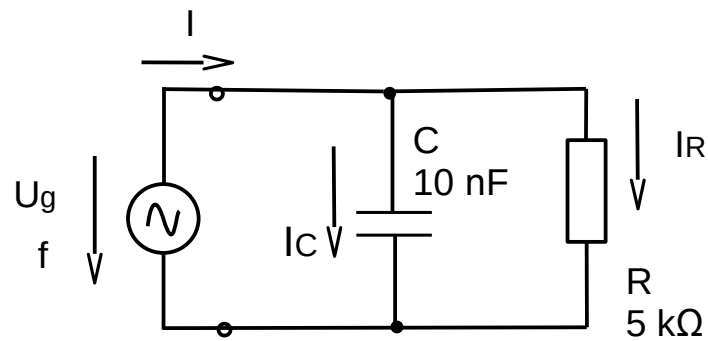


2. Mekkora lesz az áramkör eredő impedanciája (Z_e), és mekkora áram (I) fog folyni ha $U_g=10V$ és $f=2400Hz$?

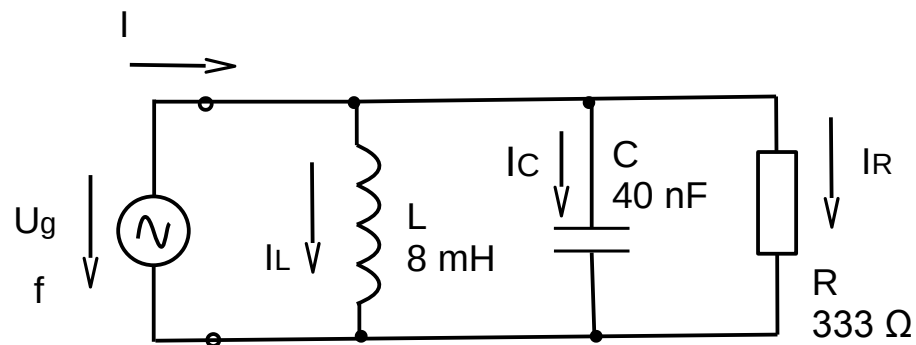


9.2. Feladatok

3. Mekkora lesz az áramkör eredő impedanciája (Z_e), és mekkora áram (I) fog folyni ha $U_g=10V$ és $f=400Hz$?



4. Mekkora lesz az áramkör eredő impedanciája (Z_e), és mekkora áram (I) fog folyni ha $U_g=10V$ és $f=10kHz$?

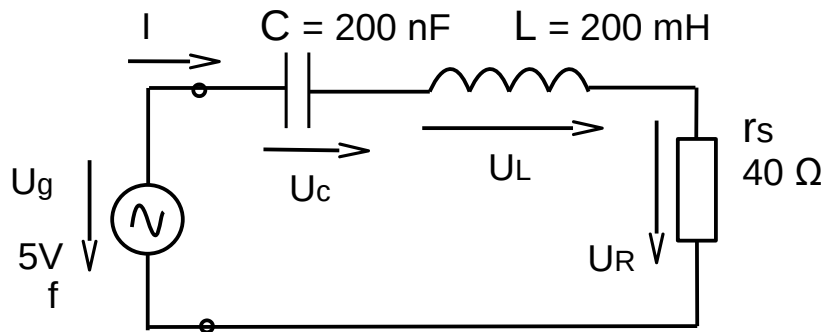


9.3. Soros rezgőkör

Soros RLC kapcsolás

- rezonancia frekvencia, $f_0 \rightarrow$ ahol $X_L = X_C \rightarrow f_0 = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C})$
- az eredő impedanciája a rezonancia frekvencián a legkisebb $\rightarrow Z_e = r_s$

minta feladat



$$f_0 = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}) = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{0,2 \cdot 0,0000002})$$

$$f_0 = 5000 / 2\pi = 795,775 \text{ Hz}$$

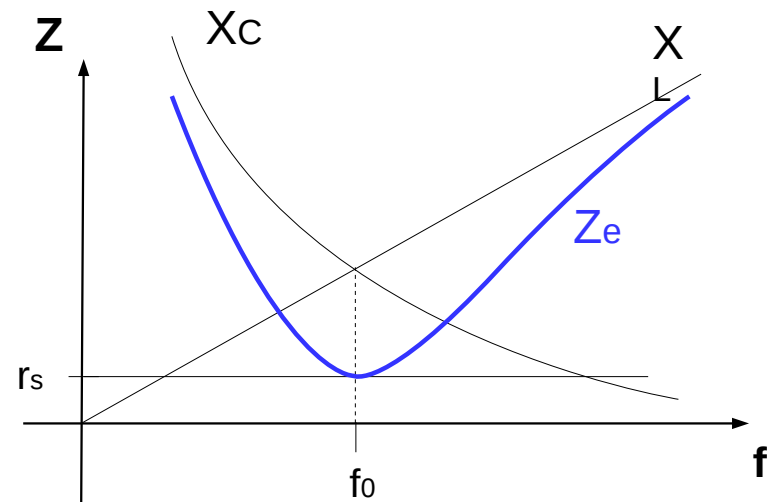
$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 795,775 \text{ Hz} \cdot 0,2 \text{ H}$$

$$X_L = 1 \text{ k}\Omega \rightarrow X_C = 1 \text{ k}\Omega$$

Eredő impedancia, f_0 frekvencián \rightarrow

$$Z_e^2 = r_s^2 + (X_C - X_L)^2 = r_s^2$$

$$Z_e = r_s = 40 \Omega$$



Ohm törvénnyel:

$$I = U_g / Z_e = 5 \text{ V} / 40 \Omega = 125 \text{ mA}$$

és

$$U_R = I \cdot r_s = 125 \text{ mA} \cdot 40 \Omega = 5 \text{ V}$$

$$U_L = I \cdot X_L = 125 \text{ mA} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 125 \text{ V} !!$$

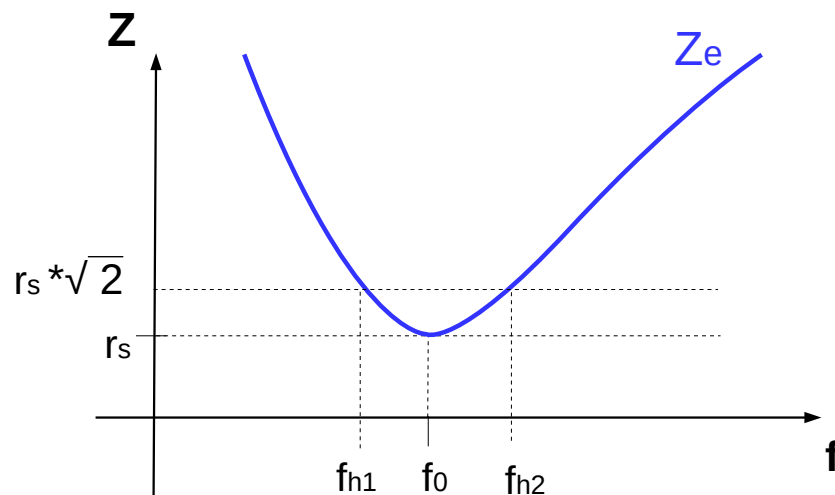
$$U_C = I \cdot X_C = 125 \text{ mA} \cdot 1 \text{ k}\Omega = 125 \text{ V} !!$$

9.3. Soros rezgőkör

Soros RLC kapcsolás

- U_L és U_C rezonancia frekvencián egyforma nagyságú, de ellentétes irányú $\rightarrow U_g = U_R$
- rezonancia frekvencián L és C elemeken sokkal nagyobb feszültség eshet mint a generátor feszültség !!!
- jósági tényező, $Q = \text{meddő teljesítmény} / \text{valós teljesítmény} \rightarrow$
soros kapcsolásnál, rezonancia frekvencián $Q_0 = X_L / r_s$ (vagy X_C / r_s)
- $U_L = Q_0 * U_R$ és $U_C = Q_0 * U_R$
- van két határfrekvencia (f_{h1} és f_{h2}) ahol $r_s = X_C - X_L$ ill. $r_s = X_L - X_C \rightarrow$
ezeken a frekvenciákon $Z_e = r_s * \sqrt{2}$
- sávszélesség, $B = f_{h2} - f_{h1}$
- összefüggés a sávszélesség és a jósági tényező között $\rightarrow B = f_0 / Q_0$

minta feladat folyt.



$$f_0 = 795,775 \text{ Hz}$$

$$X_L = X_C = 1 \text{ k}\Omega$$

$$Z_e = r_s = 40 \text{ }\Omega$$

$$Q_0 = X_L / r_s = 1000 / 40 = 25$$

$$U_R = U_g = 5 \text{ V}$$

$$U_L = Q_0 * U_R = 125 \text{ V}$$

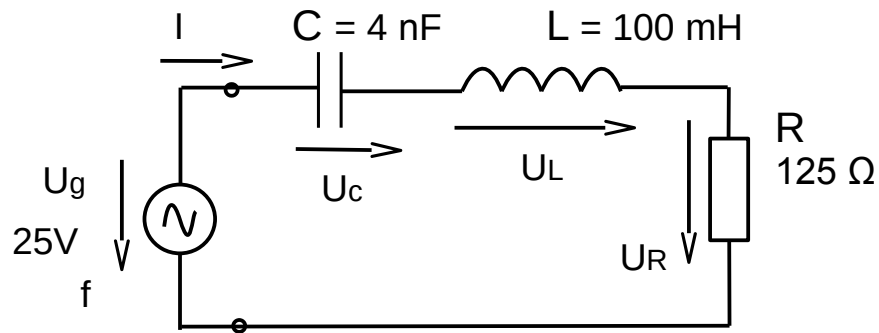
$$U_C = Q_0 * U_R = 125 \text{ V}$$

$$B = f_0 / Q_0 = 795,775 \text{ Hz} / 25 = 31,83 \text{ Hz}$$

9.4. Feladatok

1. Mekkora lesz az áramkör rezonancia frekvenciája?

Mekkora lesz rezonancia frekvencián az eredő impedanciája, jóssági tényezője, áram felvétele, sávszélessége, az egyes alkatrészeken eső feszültség ?

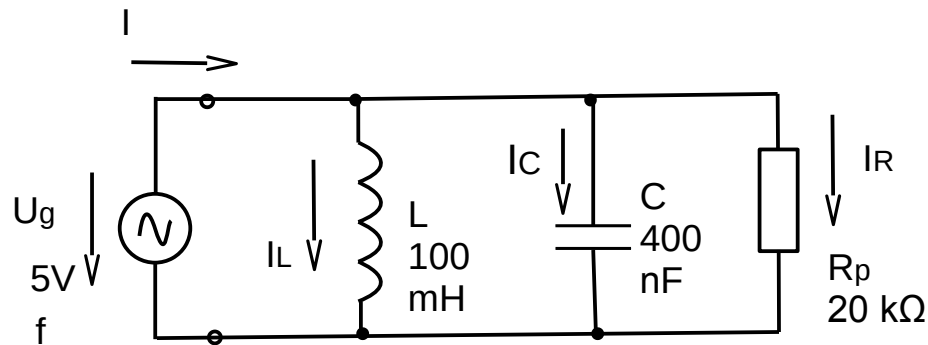


9.5. Párhuzamos rezgőkör

Párhuzamos RLC kapcsolás

- rezonancia frekvencia, $f_0 \rightarrow$ ahol $X_L = X_C \rightarrow f_0 = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C})$
- az eredő impedanciája a rezonancia frekvencián a legnagyobb $\rightarrow Z_e = R_p$

minta feladat



$$f_0 = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}) = 1 / (2\pi \cdot \sqrt{0,1 \cdot 0,0000004})$$

$$f_0 = 5000 / 2\pi = 795,775 \text{ Hz}$$

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 795,775 \text{ Hz} \cdot 0,1 \text{ H}$$

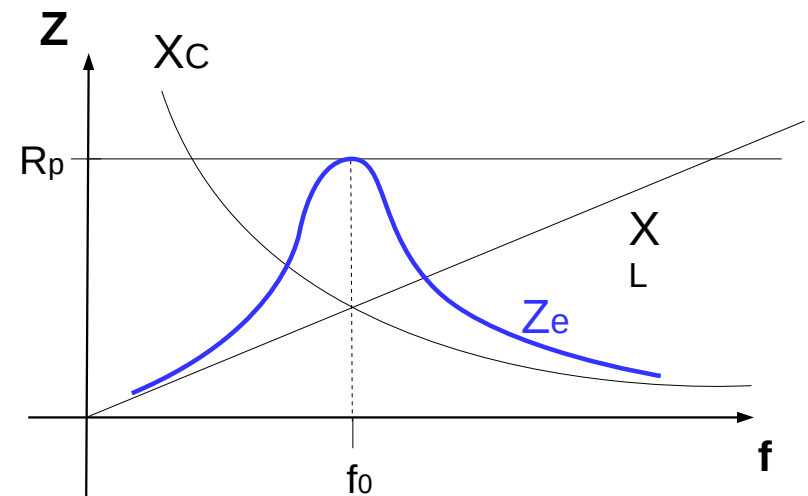
$$X_L = 500 \Omega \rightarrow X_C = 500 \Omega$$

Eredő admittancia, f_0 frekvencián \rightarrow

$$B_C = 1/X_C \text{ és } B_L = 1/X_L \text{ és } G = 1/R_p$$

$$Y_e^2 = G^2 + (B_L - B_C)^2 = G^2 \rightarrow Y_e = G$$

$$Z_e = 1 / Y_e = R_p = 20 \text{ k}\Omega$$



Ohm törvénnyel:

$$I_C = U_g / X_C = 5 \text{ V} / 500 \Omega = 10 \text{ mA}$$

$$I_L = U_g / X_L = 5 \text{ V} / 500 \Omega = 10 \text{ mA}$$

$$I_R = U_g / R_p = 5 \text{ V} / 20 \text{ k}\Omega = 0,25 \text{ mA}$$

Csomóponti törvénnyel:

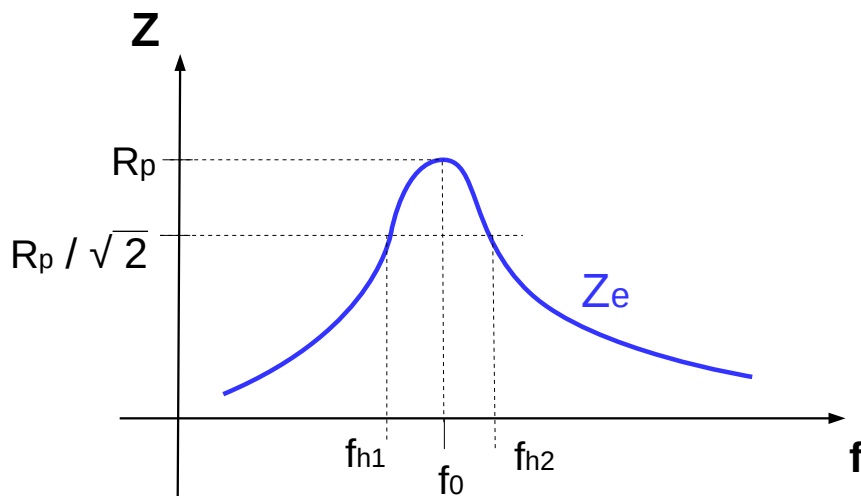
$$I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 = I_R^2 \rightarrow I = I_R = 0,25 \text{ mA}$$

9.5. Párhuzamos rezgőkör

Párhuzamos RLC kapcsolás

- I_L és I_C rezonancia frekvencián egyforma nagyságú, de ellentétes irányú $\rightarrow I = I_R$
- rezonancia frekvencián L és C elemeken sokkal nagyobb áram folyhat mint a generátor által leadott áram !!!
- jósági tényező, $Q = \text{meddő teljesítmény} / \text{valós teljesítmény} \rightarrow$
párhuzamos kapcsolásnál, rezonancia frekvencián $Q_0 = R_p / X_L$ (vagy R_p / X_C)
- $I_L = Q_0 * I_R$ és $I_C = Q_0 * I_R$
- van két határfrekvencia (f_{h1} és f_{h2}) ahol $R_p = X_C - X_L$ ill. $R_p = X_L - X_C \rightarrow$
ezeken a frekvenciákon $Z_e = R_p / \sqrt{2}$
- sávszélesség, $B = f_{h2} - f_{h1}$
- összefüggés a sávszélesség és a jósági tényező között $\rightarrow B = f_0 / Q_0$

minta feladat folyt.



$$f_0 = 795,775 \text{ Hz}$$

$$X_L = X_C = 500 \Omega$$

$$Z_e = R_p = 20 \text{ k}\Omega$$

$$Q_0 = R_p / X_L = 20 / 0,5 = 40$$

$$I = I_R = 0,25 \text{ mA}$$

$$I_L = Q_0 * I_R = 40 * 0,25 \text{ mA} = 10 \text{ mA}$$

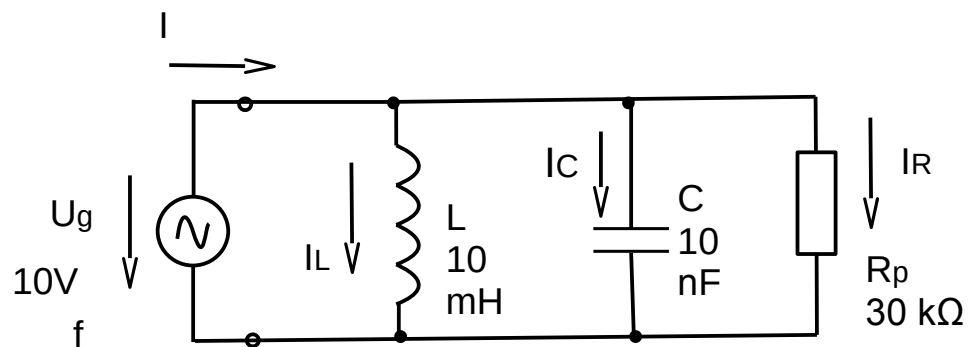
$$I_C = Q_0 * I_R = 40 * 0,25 \text{ mA} = 10 \text{ mA}$$

$$B = f_0 / Q_0 = 795,775 \text{ Hz} / 40 = 19,9 \text{ Hz}$$

9.6. Feladatok

1. Mekkora lesz az áramkör rezonancia frekvenciája ?

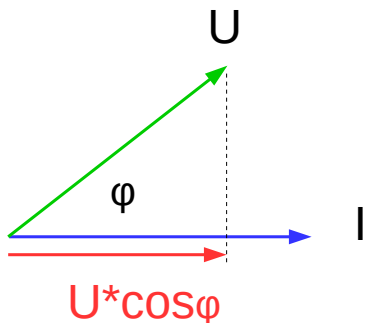
Mekkora lesz rezonancia frekvencián az eredő impedanciája, jósági tényezője, áram felvétele, sávszélessége, az egyes alkatrészekben folyó áram?



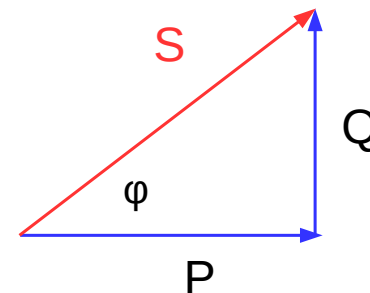
9.7. Teljesítmények

Teljesítmény

- Kiszámítása kicsit bonyolultabb mint egyen áram esetén ($P=U \cdot I$), mivel a feszültségek és áramok vektoros jellegűek (időben változnak, és egymáshoz képest elcsúszhatnak az időben). → a teljesítmény is változik az időben → átlag teljesítményt számolunk !
- Az ellenállás, tekercs, kondenzátor által felvett teljesítmény jellege is más → tekercs és kondenzátor esetén az átlag teljesítmény 0 (egyszer teljesítményt felvesz, máskor meg lead)
- A teljesítmény típusai:
 - látszólagos, $S = U \cdot I$ mértékegysége: VA
 - hatásos (wattos, ellenálláson), $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ mértékegysége: W (watt)
 - meddő (reaktív, tekercs és kondenzátor esetén), $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$
mértékegysége: VAR (φ az U és I közötti fázisszög)
- Fázistényező: $\cos\varphi$ → az a jó ha φ kicsi !
- fázisjavítás: φ csökkentése → mivel a fogyasztók általában induktív jellegűek → kompenzáló kondenzátor bekötése az áramkörbe



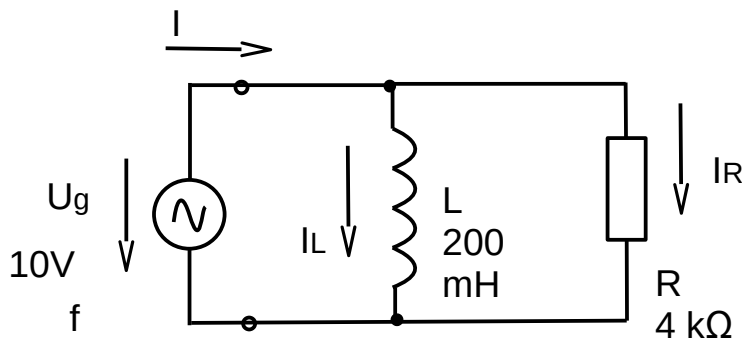
$$S^2 = P^2 + Q^2$$



9.7. Teljesítmények

Mintafeladat:

Mekkora lesz az áramkör eredő impedanciája (Z_e), és mekkora áram (I) fog folyni ha $U_g=10V$ és $f=800Hz$? Mekkora teljesítményt vesznek fel az egyes alkatrészek, és mekkorát a teljes áramkör ($P=?$ $Q=?$) ?



Csomóponti törvénnyel:

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 = 2,5^2 + 10^2 = 106,25$$
$$I = 10,31 \text{ mA}$$

Fázisszög I és U_g között:

$$\tan \varphi = I_L / I_R = R / X_L = 4 \rightarrow$$
$$\varphi = 75,96^\circ$$

$$S = U_g * I = 10 \text{ V} * 10,31 \text{ mA} = 0,1031 \text{ VA}$$

$$P = U_g * I * \cos \varphi = 0,1031 * 0,2425$$
$$= 25 \text{ mW}$$

$$Q = U_g * I * \sin \varphi = 0,1031 * 0,97 = 0,1 \text{ VAR}$$

A tekercs „ellenállása”:

$$X_L = 2\pi * f * L = 2\pi * 800 \text{ Hz} * 0,2 \text{ H}$$

$$X_L = 1005,31 \Omega \approx 1 \text{ k}\Omega$$

Ohm törvénnyel:

$$I_L = U_g / X_L = 10 \text{ V} / 1 \text{ k}\Omega = 10 \text{ mA}$$

és

$$I_R = U_g / R = 10 \text{ V} / 4 \text{ k}\Omega = 2,5 \text{ mA}$$

Ellenállás teljesítményei ($\varphi = 0$) \rightarrow

$$P_R = U_g * I_R * \cos \varphi = 10 \text{ V} * 2,5 \text{ mA} = 25 \text{ mW}$$

$$Q_R = U_g * I_R * \sin \varphi = 0 \text{ VAR}$$

$$S_R = U_g * I_R = 25 \text{ mVA}$$

Tekercs teljesítményei ($\varphi = 90^\circ$) \rightarrow

$$P_L = U_g * I_L * \cos \varphi = 0 \text{ W}$$

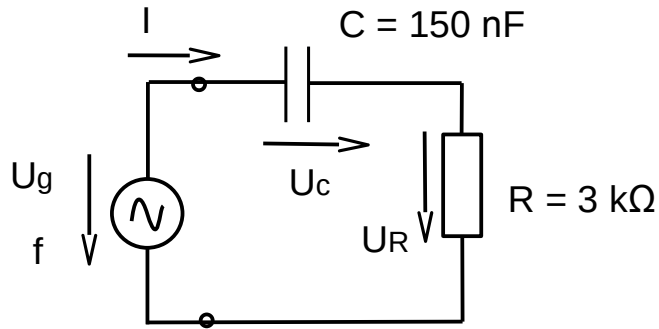
$$Q_L = U_g * I_L * \sin \varphi = 10 \text{ V} * 10 \text{ mA} = 0,1 \text{ VAR}$$

$$S_L = U_g * I_L = 0,1 \text{ VA}$$

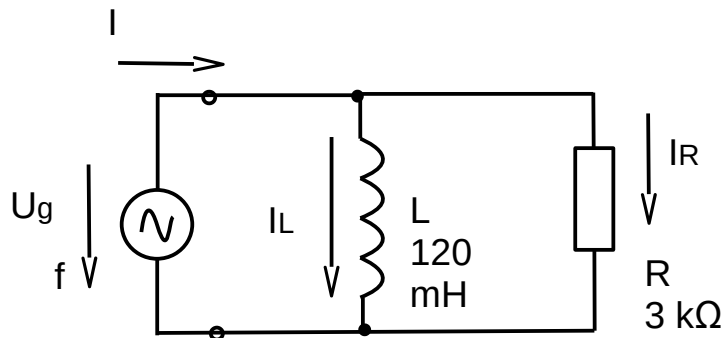
9.8. Feladatok

Mekkora lesz az áramkör eredő impedanciája (Z_e), és mekkora áram (I) fog folyni ha $U_g=24V$ és $f=1200Hz$? Mekkora teljesítményt vesznek fel az egyes alkatrészek, és mekkorát a teljes áramkör ($P=?$ $Q=?$) ?

1. feladat



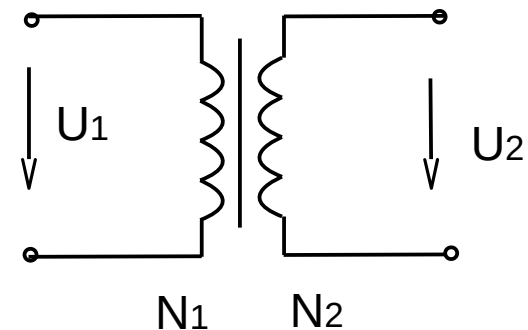
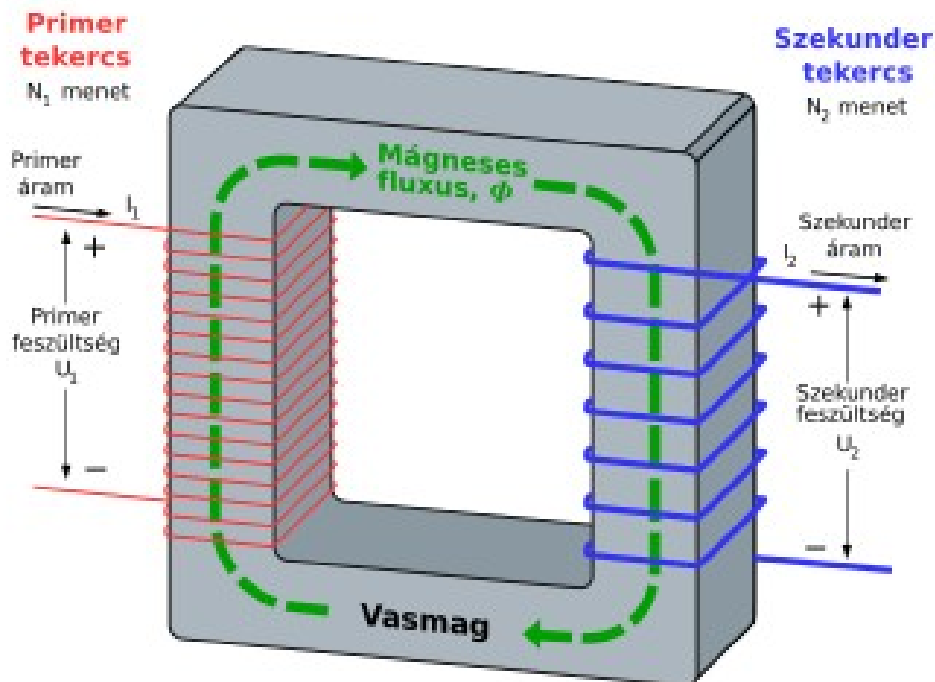
2. feladat



9.9. Transzformátor

Transzformátor

- villamos gép (de mozgást nem végez)
- a váltakozó feszültségű villamos teljesítményt más feszültségűvé alakítja nagyon jó hatásfokkal (feltranszformálja vagy letranszformálja)
- a feszültség mellett áram és impedancia átalakítást is végez !
- felépítése: közös vasmagon két tekercs (primer és szekunder)
 - közös vasmag miatt csatolás
- működése a kölcsönös indukción alapul (+ önindukció is)



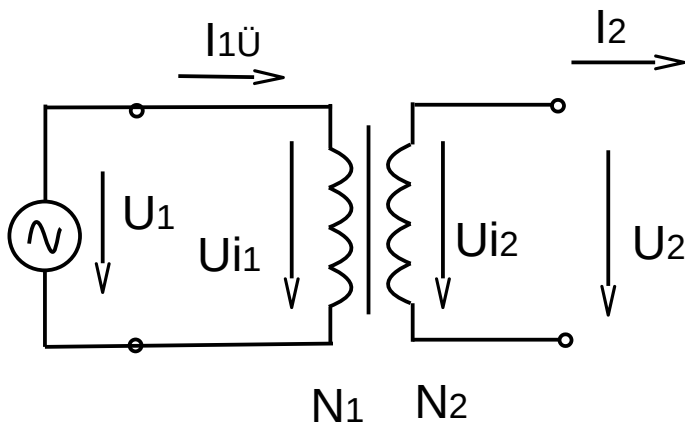
Primer tekercs menetszáma $\rightarrow N_1$
Szekunder tekercs menetszáma $\rightarrow N_2$

Menetszám áttétel

$$a = N_1 / N_2$$

9.9. Transzformátor

Ideális transzformátor, üresjárásban



Nyugalmi indukció: $u_i = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$

$$\hat{U}_i = N \cdot A \cdot 2\pi \cdot f \cdot B_{\max}$$

$$U_{i1} = 4,44 \cdot N_1 \cdot A \cdot f \cdot B_{\max}$$

$$U_{i2} = 4,44 \cdot N_2 \cdot A \cdot f \cdot B_{\max}$$

$$U_1 = U_{i1} \text{ és } U_2 = U_{i2}$$

1. Mintafeladat:

$$N_1 = 300 \quad N_2 = 25 \quad U_1 = 230V$$

$$U_2 = ?$$

$$U_1 / U_2 = N_1 / N_2 = 300/25=12$$

$$\rightarrow U_2 = U_1 / 12 = 230V / 12$$

$$\rightarrow U_2 = 19,17 \text{ V}$$

Feszültség áttétel

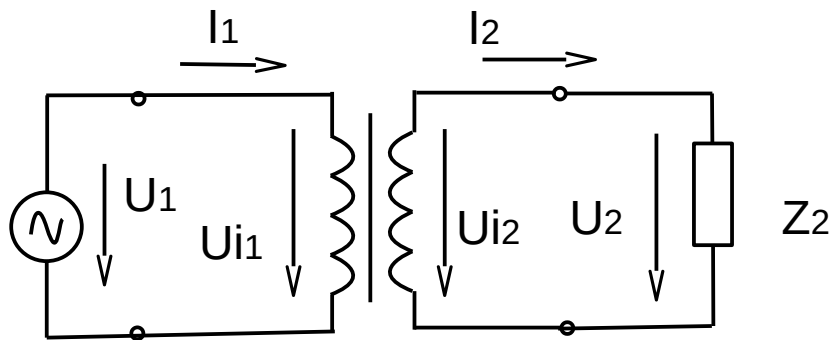
$$U_1 / U_2 = N_1 / N_2 = a$$

$$I_{1\text{Ü}} = U_1 / X_{L1} = U_1 / 2\pi \cdot f \cdot L_1$$

$I_{1\text{Ü}}$ nagyon kicsi !!

9.9. Transzformátor

Ideális transzformátor, terhelten



Feszültség áttétel

$$U_1 / U_2 = N_1 / N_2 = a$$

$$\text{Ideális eset} \rightarrow P_1 \approx P_2 \rightarrow U_1 * I_1 = U_2 * I_2$$

Áram áttétel

$$I_1 / I_2 = N_2 / N_1 = 1 / a$$

Impedancia áttétel

$$Z_1 / Z_2 = N_1^2 / N_2^2 = a^2$$

2. Mintafeladat:

$$N_1 = 50 \quad N_2 = 400 \quad U_1 = 5V$$

$$Z_2 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$U_2 = ? \quad I_1 = ? \quad I_2 = ? \quad Z_1 = ?$$

$$a = U_1 / U_2 = N_1 / N_2 = 50/400 = 1/8$$

$$\rightarrow U_2 = U_1 / a = 5V * 8 = 40V$$

$$I_2 = U_2 / Z_2 = 40 \text{ V} / 4 \text{ k}\Omega = 10 \text{ mA}$$

$$I_1 = I_2 / a = 10 \text{ mA} / (1/8) = 80 \text{ mA}$$

$$Z_1 = a^2 * Z_2 = 1/64 * 4 \text{ k}\Omega = 62,5 \Omega$$

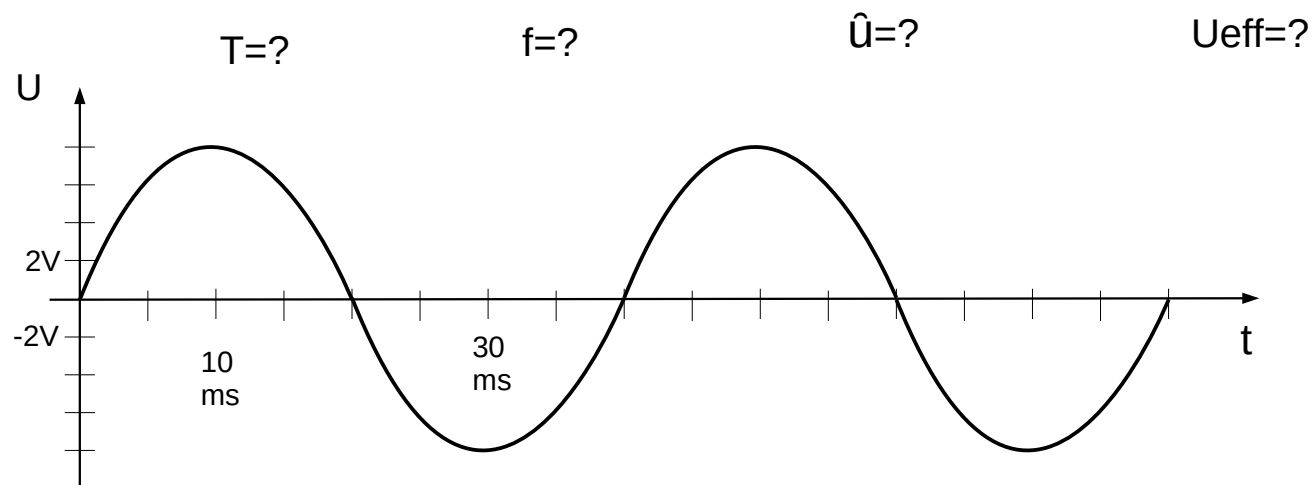
9.10. Ismétlő feladatok

1. Magyarázd el a következő villamos mennyiségeket !

frekvencia:

amplitudó:

2.



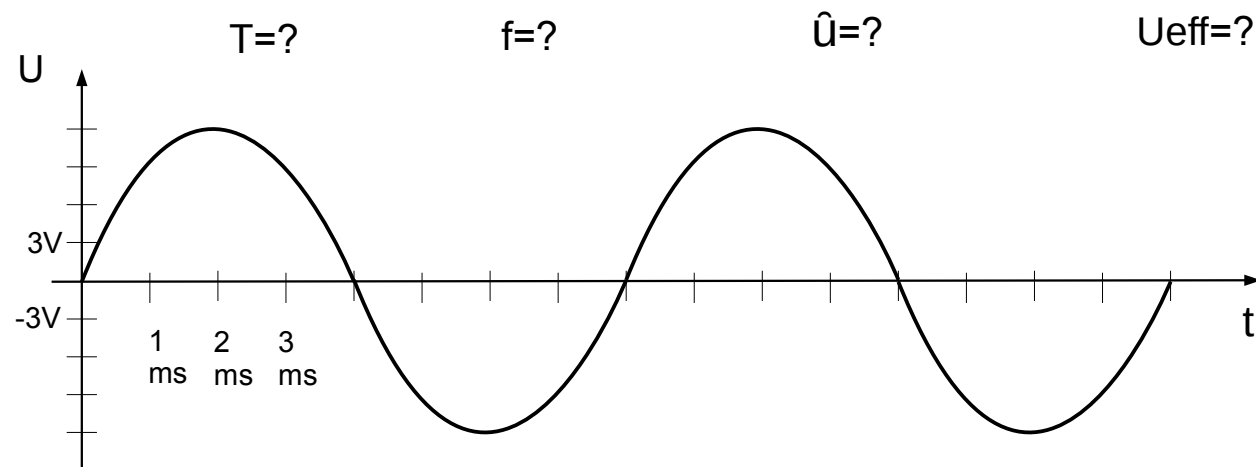
9.11. Ismétlő feladatok

1. Magyarázd el a következő villamos mennyiségeket !

periódusidő:

effektív érték:

2.



9.12. Ismétlő feladatok

1. $f = 4\text{kHz}$, $C = 100\text{nF}$ \rightarrow $X_C = ?$

$f = 500\text{Hz}$, $C = 300\text{nF}$ \rightarrow $X_C = ?$

$f = 2\text{kHz}$, $L = 100\text{mH}$ \rightarrow $X_L = ?$

$f = 300\text{Hz}$, $L = 300\text{mH}$ \rightarrow $X_L = ?$

2. Mennyi az eredő impedanciája az alábbi kétpólusnak ?

