

Digitális technika

II.

Boole-algebra,
kapuáramkörök

2.1. Boole-algebra

Logikai értékek

A digitális áramkörök azok logikai hálózatok \rightarrow leírásukra, tervezésükre a Boole-algebra használatos.

Két érték van:

hamis \rightarrow 0

igaz \rightarrow 1

(így használjuk, bár fordítva is hozzárendelhetnénk a számokat)

A gyakorlatban a két értékhez két különböző feszültség tartomány tartozik, ezeket L és H betűkkel jelöljük

(Low illetve High, alacsony és magas feszültség tartomány)

1 \rightarrow H

0 \rightarrow L

2.1. Boole-algebra

Logikai alapműveletek

Logikai szorzás (AND)

csak akkor igaz, ha
minden feltétel igaz
pl. $1*0*1*1=0$
 $1*1*1*1=1$

And (És)

$$0*0=0$$

$$0*1=0$$

$$1*0=0$$

$$1*1=1$$

Tagadás (NOT) vagy invertálás

Not (Nem)

$$\overline{0}=1$$

$$\overline{1}=0$$

Logikai összeadás (OR)

csak akkor hamis,
ha minden feltétel hamis
pl. $1+0+1+1=1$
 $0+1+0=1$ $0+0+0=0$

Or (Vagy)

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=1$$

2.1. Boole-algebra

- Logikai változók, függvények

változók, konkrét logikai érték helyett betűjelek $\rightarrow A, B, C, \dots$
két értéket vehetnek fel (0,1)

függvények \rightarrow pl. $Y = A * B + C \rightarrow$ jelentése

Y értéke igaz, ha (A igaz ÉS B igaz) VAGY (C igaz)

akkor pl. ha $A=1$ $B=0$ és $C=1 \rightarrow Y=1*0+1=1$

- néhány azonosság:

$$A+B=B+A \quad A*B=B*A \quad \overline{\overline{A}}=A$$

$$A+1=1 \quad A+0=A \quad A+A=A \quad A+\overline{A}=1$$

$$A*1=A \quad A*0=0 \quad A*A=A \quad A*\overline{A}=0$$

$$A*(B+C)=A*B+A*C \quad A+(B*C)=(A+B)*(A+C)$$

De Morgan azonosságok $\rightarrow \quad \overline{A+B}=\overline{A}*\overline{B} \quad \text{és} \quad \overline{A*B}=\overline{A}+\overline{B}$

2.2. Mintafeladatok

Műveletvégzés sorrendje ! → alapvetően a „legerősebb” művelet a tagadás (negálás), majd utána az ÉS kapcsolat (szorzás), majd a VAGY kapcsolat (összeadás) → de a zárójelek megváltoztatják a sorrendet és hasonló hatása van a közös negálásnak is !

pl. $Y = \bar{B} + A * \bar{C}$ → 1. a két negálás, majd a szorzás, majd az összeadás

$Y = (A + \overline{B+C}) * C$ → 1. $B+C$, 2. ennek a negálása, majd evvel VAGY A , majd ÉS C -vel

1. mintafeladat: hozd egyszerűbb alakra !

$$Y = (B * C + \bar{A}) * C = ? \quad Y = B * C * C + \bar{A} * C = B * C + \bar{A} * C$$

2. mintafeladat: hozd egyszerűbb alakra !

$$Y = \overline{(A * B)} = ? \quad Y = (\bar{A} + \bar{B}) = \bar{A} + B$$

2.2. Mintafeladatok

3. mintafeladat: hozd egyszerűbb alakra !

$$Y = \overline{(A * C + B)} = ? \quad Y = \overline{(\overline{A * C} * \overline{B})} = (\overline{A} + \overline{C}) * \overline{B} = \overline{A} * \overline{B} + \overline{C} * \overline{B}$$

4. mintafeladat: hozd egyszerűbb alakra !

$$Y = \overline{B * (C + \overline{A})} = ?$$

$$Y = \overline{B} + \overline{(C + \overline{A})} = \overline{B} + \overline{C} * \overline{\overline{A}} = \overline{B} + \overline{C} * A$$

2.3. Gyakorló feladatok

Hozd egyszerűbb alakra !

- 1. feladat: $Y = (A * C + \overline{B}) * \overline{C} + \overline{A} =$
- 2. feladat $Y = \overline{A * \overline{C}} + \overline{A} + B * B =$
- 3. feladat $Y = (B + \overline{A}) * \overline{B * C} =$
- 4. feladat $Y = \overline{B} + \overline{A + B * C} =$

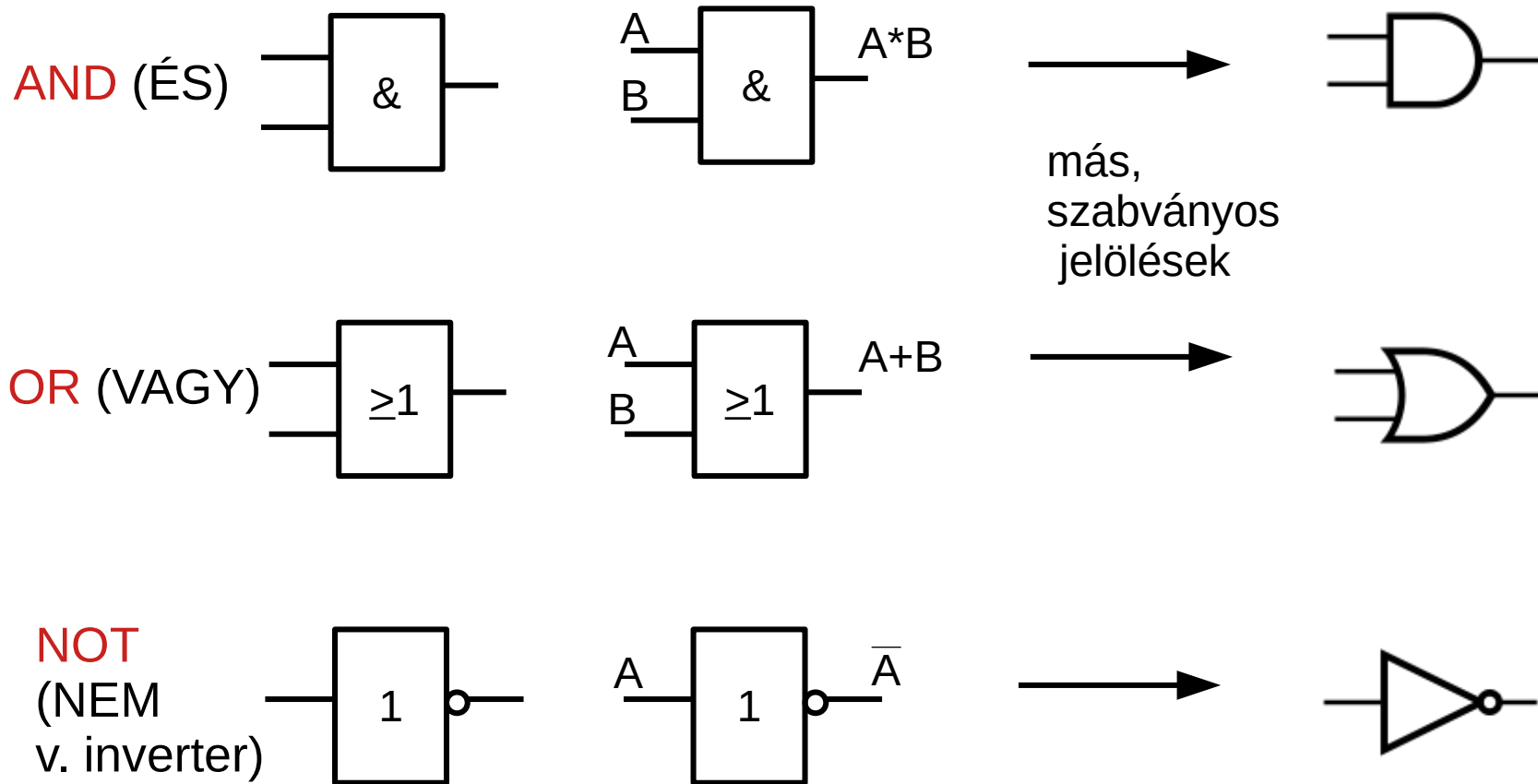
2.3. Gyakorló feladatok

Megoldások

- 1. feladat: $Y = (A * C + \overline{B}) * \overline{C} + \overline{A} = A * C * \overline{C} + \overline{B} * \overline{C} + \overline{A} = 0 + \overline{B} * \overline{C} + \overline{A} = \overline{B} * \overline{C} + \overline{A}$
- 2. feladat $Y = \overline{A * C} + \overline{A} + B * B = \overline{A} + \overline{C} + \overline{A} + B * B = \overline{A} + C + B$
- 3. feladat $Y = (B + \overline{A}) * \overline{B * C} = (B + \overline{A}) * (\overline{B} + \overline{C}) = B * \overline{B} + \overline{A} * \overline{B} + B * \overline{C} + \overline{A} * \overline{C}$
 $=$
- 4. feladat $Y = \overline{B} + \overline{A + B * C} = \overline{B} + \overline{A * B * C} = \overline{B} + \overline{A * B} * \overline{C} = \overline{B} + \overline{A * B} * \overline{C} = \overline{B} + \overline{A} * \overline{B} * \overline{C} = \overline{B} + \overline{A} * \overline{C} = \overline{B} + \overline{A} * \overline{C}$

2.4. Logikai kapuáramkörök

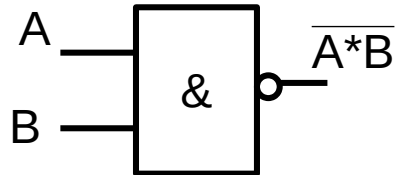
Egyszerű digitális alapáramkörök, a logikai műveleteket végzik el (bal oldalon bemenetek, jobb oldalon kimenet).
Kis kör jelzi az invertálást !!



2.4. Logikai kapuáramkörök

NAND

(Not AND,
És-Nem)



más,
szabványos
jelölések

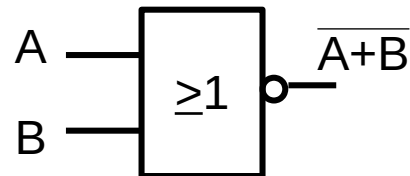


Először AND művelet (szoroz) !
és a végén NOT (invertál)

pl. ha $A=1$ és $B=0 \rightarrow \overline{1*0} = \overline{0} = 1$

NOR

(Not OR,
Vagy-Nem)

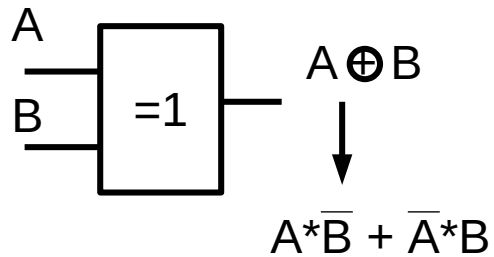


Először OR művelet (logikai összeadás) !
és a végén NOT (invertál)

pl. ha $A=1$ és $B=0 \rightarrow \overline{1+0} = \overline{1} = 0$

2.4. Logikai kapuáramkörök

XOR
(Kizáró-Vagy)



→
más,
szabványos
jelölések

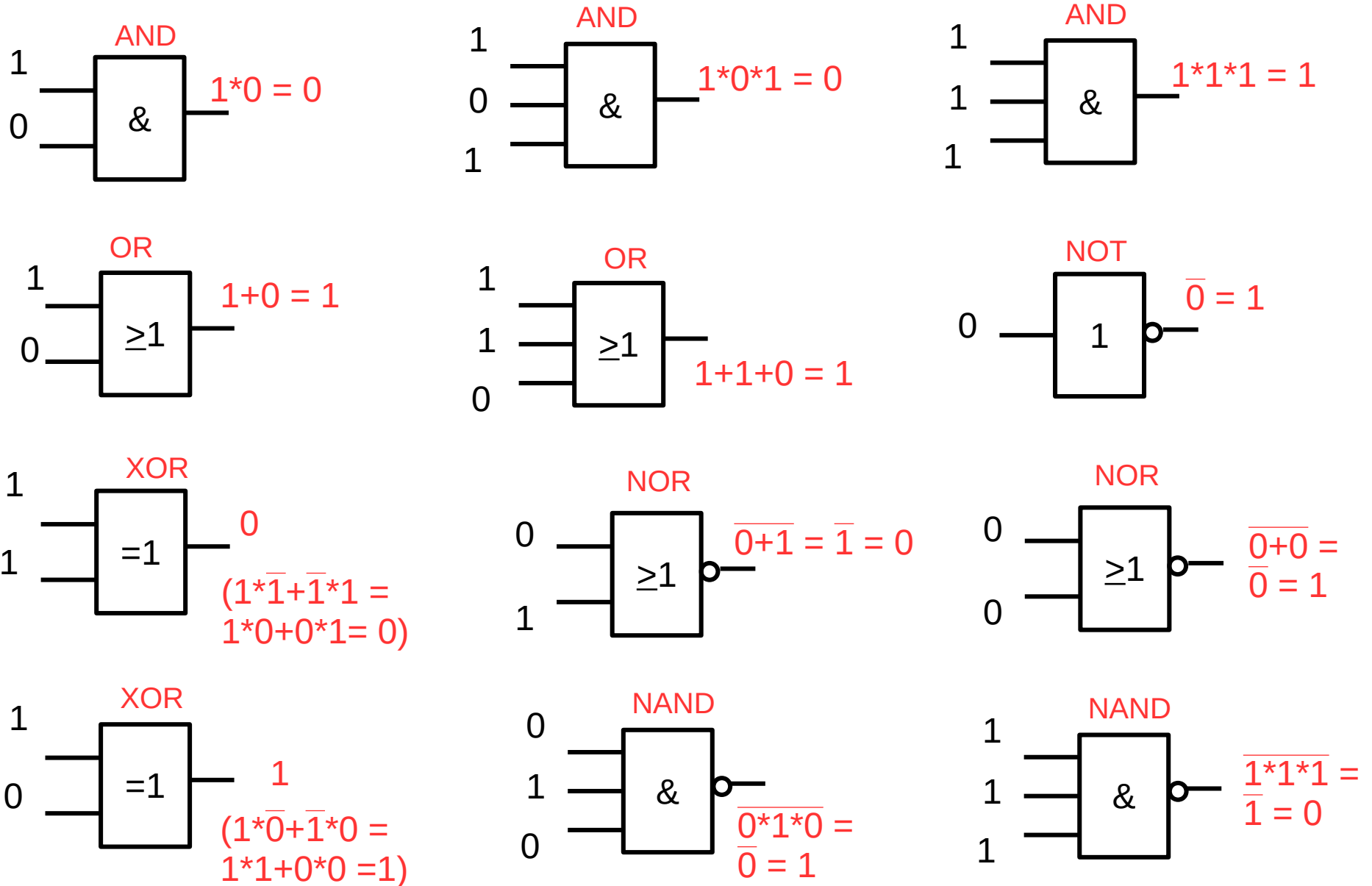


Akkor 1-es a kimenet,
ha különböző a két
bemenet

pl. ha $A=1$ és $B=0 \rightarrow 1 * \bar{0} + \bar{1} * 0 = 1 * 1 + 0 * 0 = 1$

de, ha $A=1$ és $B=1 \rightarrow 1 * \bar{1} + \bar{1} * 1 = 1 * 0 + 0 * 1 = 0$

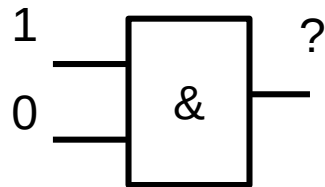
2.5. Logikai kapuk, mintafeladatok



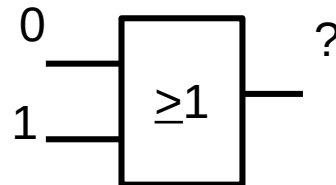
2.6. Gyakorló feladatok

Milyen kapu és mi lesz a kimenetének értéke az adott bemenet esetén ?!

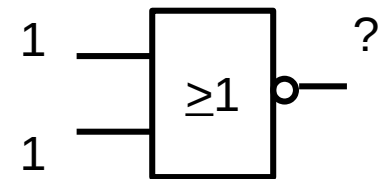
1. feladat



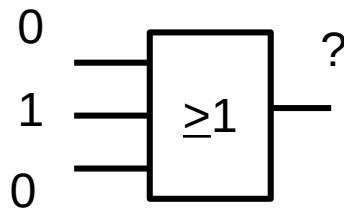
2. feladat



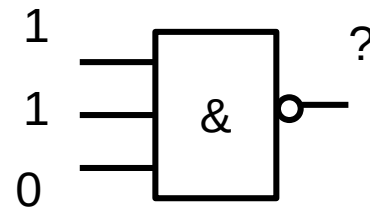
3. feladat



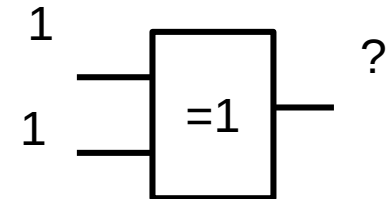
4. feladat



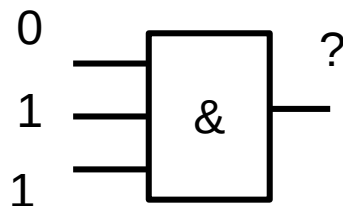
5. feladat



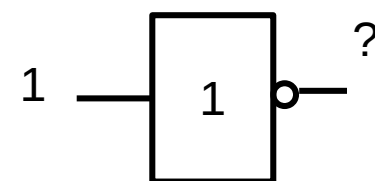
6. feladat



7. feladat



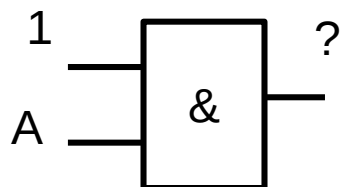
8. feladat



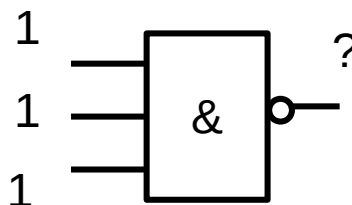
2.6. Gyakorló feladatok

Milyen kapu és mi lesz a kimenetének értéke az adott bemenet esetén ?!

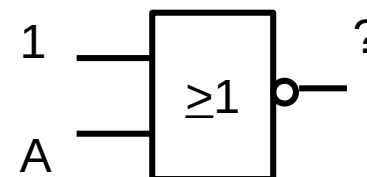
9. feladat



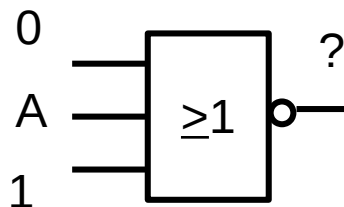
10. feladat



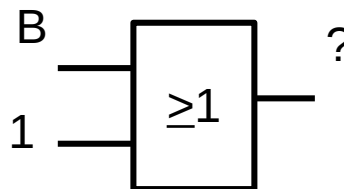
11. feladat



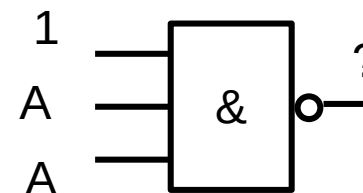
12. feladat



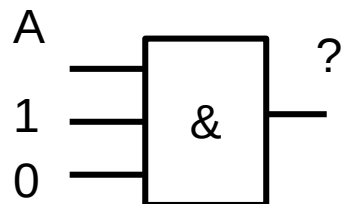
13. feladat



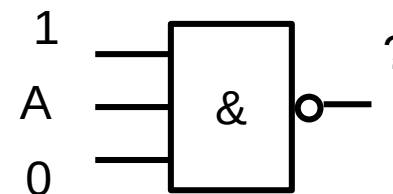
14. feladat



15. feladat



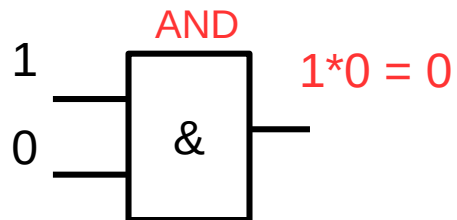
16. feladat



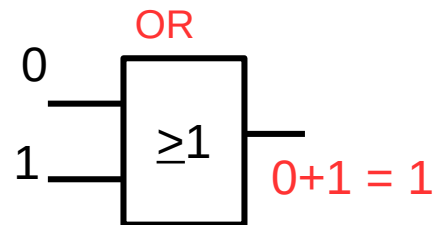
2.6. Gyakorló feladatok

Megoldások:

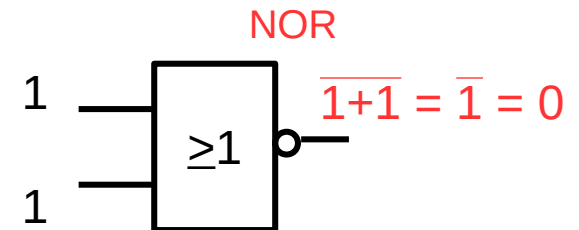
1. feladat



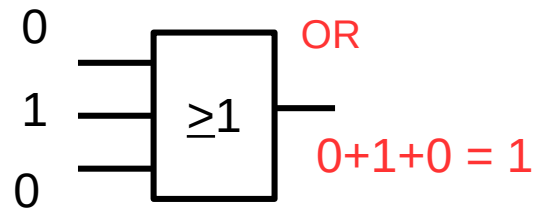
2. feladat



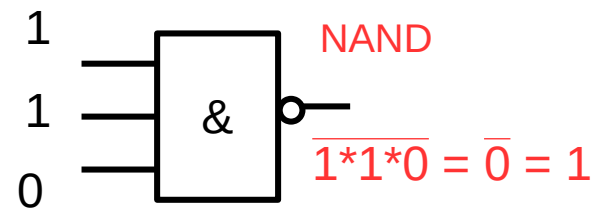
3. feladat



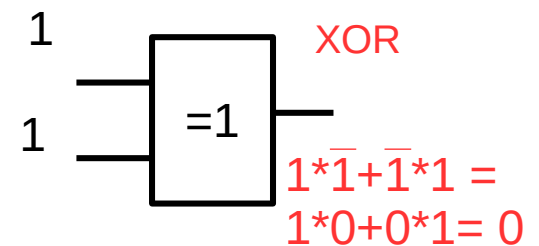
4. feladat



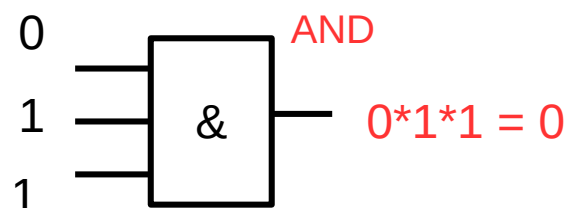
5. feladat



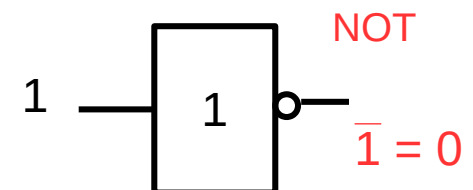
6. feladat



7. feladat



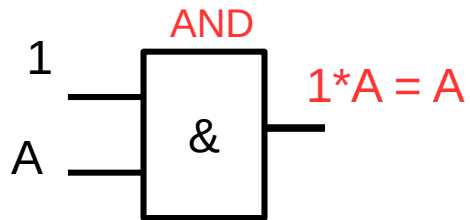
8. feladat



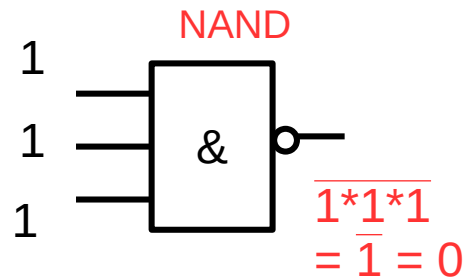
2.6. Gyakorló feladatok

Megoldások:

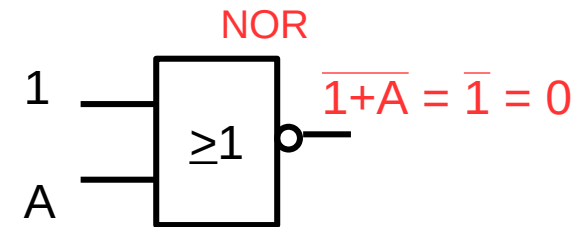
9. feladat



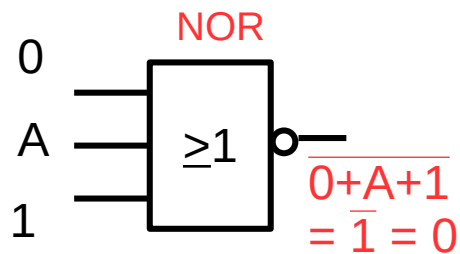
10. feladat



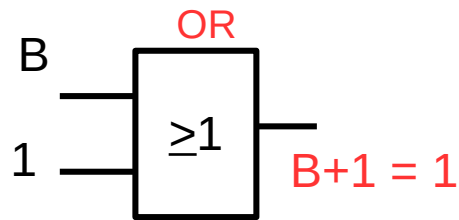
11. feladat



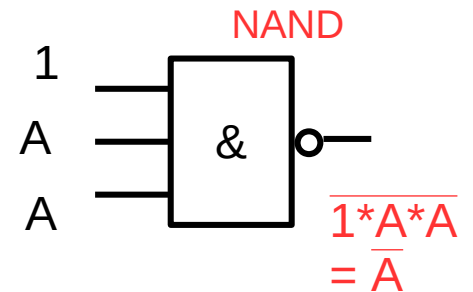
12. feladat



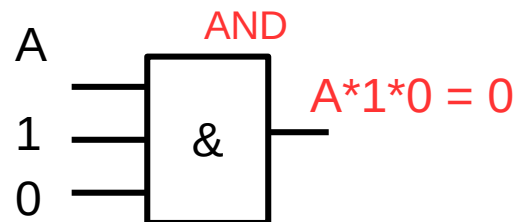
13. feladat



14. feladat



15. feladat



16. feladat

