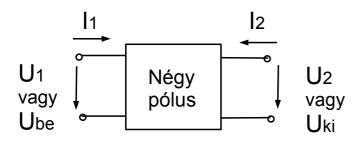
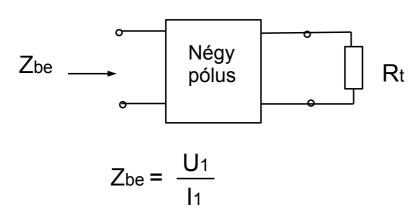
Elektrotechnika

X. Négypólusok, csillapítók, szűrők

1. Négypólus



2. Bemeneti impedancia

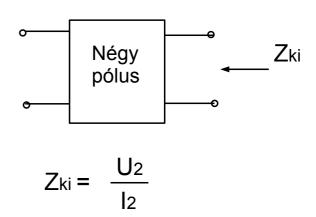


függ a kimenetet lezáró ellenállástól (Rt értékétől) !!

Négypólusok csoportosítása

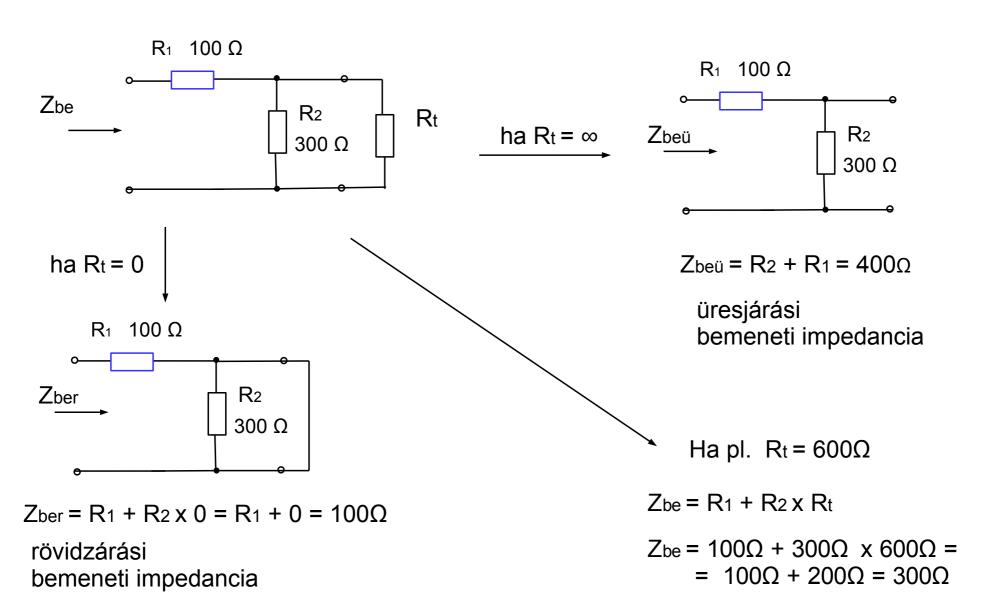
- lehet passzív vagy aktív
- lehet lineáris (csak R, L, C elemek) vagy nem lineáris
- lehet szimmetrikus vagy nem
- funkció alapján lehet: csillapító, illesztőtag, szűrő, erősítő, transzformátor, ...

3. Kimeneti impedancia

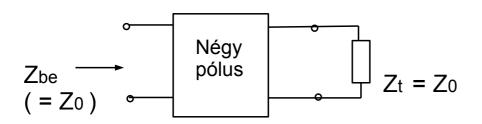


függ a bemenetet lezáró ellenállástól !!

1. mintafeladat, bemeneti impedancia számítása



3. hullámimpedancia



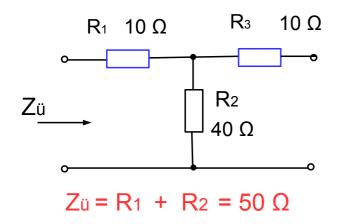
Ha nem szimmetrikus a négypólus → a bemenetnek és kimenetnek nem egyforma a hullámimpedanciája → Z₀₁ és Z₀₂ Hullámimpedancia, Zo

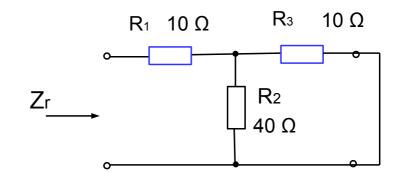
$$Z_{be} = Z_0$$
 ha $Z_t = Z_0$

Számítása:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{\ddot{u}} * Z_r}$$

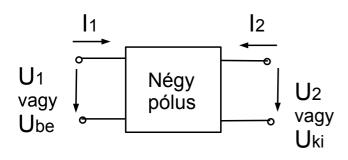
2. mintafeladat





$$Z_r = R_1 + (R_2 \times R_3) = 10 \Omega + 8 \Omega = 18 \Omega$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{\ddot{u}} * Z_{r}} = \sqrt{50*18} = 30 \Omega$$



4. Feszültségátvitel

A bemeneti és kimeneti feszültségek viszonyát adja

- használatos az Uki / Ube érték főként aktív négypólusok esetén (pl. erősítők),
- de használatos az Ube / Uki érték is, főként passzív négypólusok esetén (pl. csillapítók), vagy helyette a csillapítás (később)

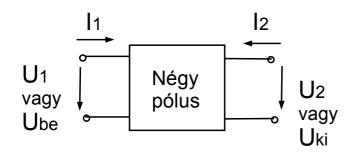
5. Erősítés

Valamely kimeneti jellemző hányszorosa a megfelelő bemeneti jellemzőnek. Megadhatók a viszonyszámok decibelben is!

```
- feszültség erősítés \rightarrow Au = Uki / Ube vagy Au<sup>dB</sup> = 20*log(|Uki / Ube|) dB

- áram erősítés \rightarrow Ai = Iki / Ibe vagy Ai<sup>dB</sup> = 20*log(|Iki / Ibe|) dB

- teljesítmény erősítés \rightarrow Ap = Pki / Pbe vagy Ap<sup>dB</sup> = 10*log(|Pki / Pbe|) dB
```



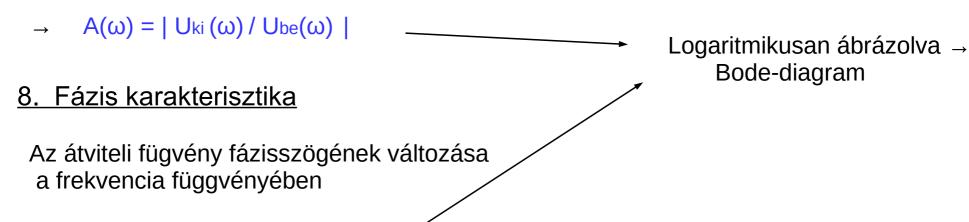
6. Átviteli függvény (karakterisztika)

Valamely kimeneti jellemző hányszorosa a megfelelő bemeneti jellemzőnek a frekvencia függvényében, (komplex mennyiség → nagyság + fázisszög)

$$K(\omega) = U_{ki}(\omega) / U_{be}(\omega)$$

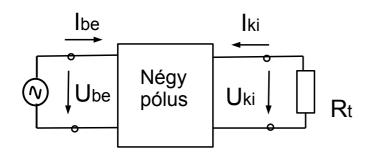
7. Amplitudó karakterisztika

Az átviteli fügvény nagyságának változása a frekvencia függvényében



 $\rightarrow \Psi(\omega) = arc ((Uki(\omega)/Ube(\omega))$

3. mintafeladat



$$U_{be} = 40 \text{mV}$$

$$I_{be} = 0,15 \text{mA}$$

$$U_{ki} = 6 \text{V}$$

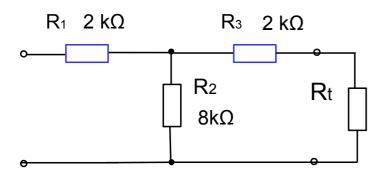
$$R_t = 2 \text{ k}\Omega$$

$$A_u^{dB} = ?$$
 $A_i^{dB} = ?$ $A_p^{dB} = ?$

teljesítmény erősítés → Ap = Pki / Pbe = 6*3mW / 40*0,15 μ W = 3000 (= Au * Ai) → Ap dB = 10*log(3000) = 34,77 dB

10.2. Feladatok

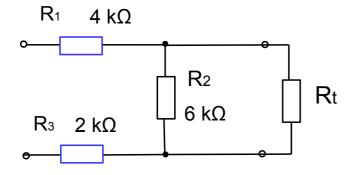
1. Feladat



Számolj bemeneti impedanciát, ha:

- Rt = ∞ (üresjárás)
- Rt = 0
- $Rt = 6k\Omega$

2. Feladat

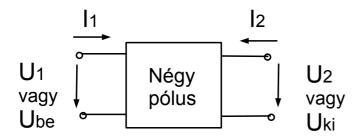


Számolj bemeneti impedanciát, ha:

- Rt = ∞ (üresjárás)
- Rt = 0
- $R_t = 12k\Omega$

1. csillapítás

A passzív négypólus veszteségét jellemzi mértékegysége: dB (decibel) vagy N (neper)



Feszültség csillapítás:

$$a_u = 20^* \text{ Ig } (U_{be} / U_{ki}) \text{ dB}$$

$$vagy \qquad a_u = \text{In } (U_{be} / U_{ki}) \text{ N}$$

Teljesítmény csillapítás:

$$a_p = 10^* \text{ lg } (P_{be} / P_{ki}) \text{ dB}$$

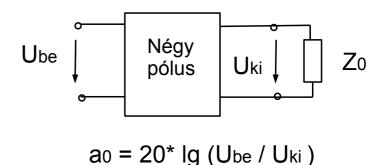
$$vagy \qquad a_p = \frac{1}{2} * \text{ ln } (P_{be} / P_{ki}) \text{ N}$$

3. fázis forgatás

A bemeneti és kimeneti feszültségek közötti fáziskülönbséget adja meg (b)

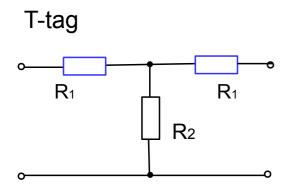
2. hullám csillapítás

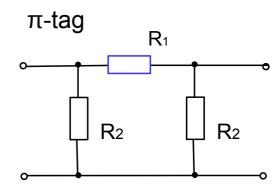
Hullámimpedanciájával lezárt négypólus csillapítása

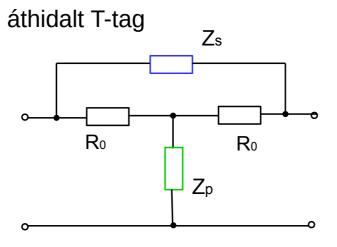


4. csillapítók

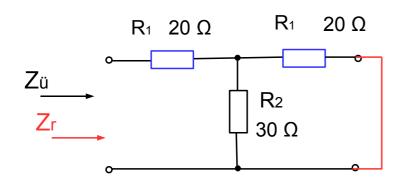
- szándékolt nagyságú csillapítást valósítanak meg → Uki < Ube
- lehet frekvencia független \rightarrow ellenállásokból! (pl. T-tag, π -tag, áthidalt T-tag...)
- lehet frekvencia függő (pl. áthidalt T-tag) →
 - * csillapítás kiegyenlítők
 - * lineáris torzítók (pl. hangszínszabályozók)







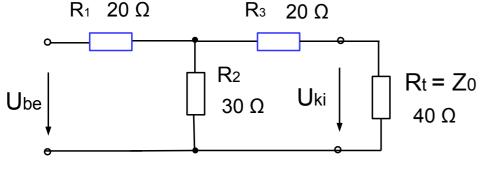
1. mintafeladat



$$Z_{\ddot{u}} = R_1 + R_2 = 50 \Omega$$

 $Z_{r} = R_1 + (R_2 \times R_1) = 20 \Omega + 12 \Omega = 32 \Omega$

$$Z_0 = \sqrt{Z_0 * Z_r} = \sqrt{R_1 * (R_1 + 2*R_2)} = \sqrt{50*32} = 40 \Omega$$



$$Z_{be} = Z_0 = 40 \ \Omega$$

$$I_{be} = U_{be} / Z_0$$

$$U_{R1} = I_{be} * R_1 = 20 \ \Omega * U_{be} / 40 \ \Omega = U_{be} / 2$$

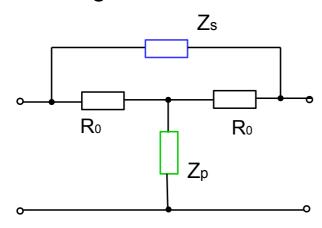
$$U_{R2} = U_{be} - U_{R1} = U_{be} / 2$$

$$U_{ki} = U_{R2} * R_t / (R_3 + R_t) = U_{be} / 2 * 40 / 60$$

$$U_{ki} = U_{be} / 3$$

$$I_{ki} = U_{ki} / Z_0 = U_{be} / (3*Z_0)$$

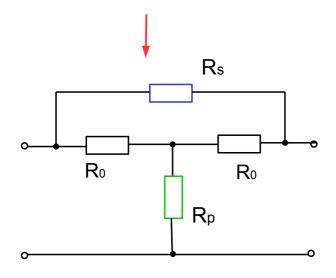
5. áthidalt T-tag



2. mintafeladat

- frekvencia független csillapító tervezése

$$Z_0 = 150 \Omega$$
 és $a_0 = 20 \text{ dB}$



$$R_0 = Z_0 = 150 \Omega$$

$$a_0 = 20^* \text{ Ig } (R_s / R_0 + 1) \rightarrow$$

$$R_s = R_0^* (10^{a_0/20} - 1)$$

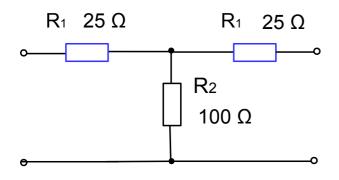
$$R_s = 150 \Omega^* (10^1 - 1) = 1350 \Omega$$

$$R_p = R_0^* R_0 / R_s = 150^* 150/1350 \Omega$$

$$R_p = 16,67 \Omega$$

10.4. Feladatok

1. Feladat



Számolj

- hullám impedanciát
- hullám csillapítást

2. Feladat

- frekvencia független csillapító tervezése

$$Z_0 = 75 \Omega$$
 és $a_0 = 40 dB$
 R_0
 R_0

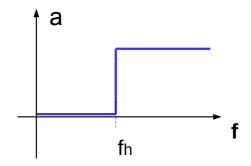
1. Szűrők

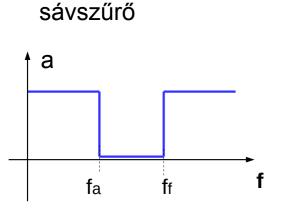
Csillapításuk valamely frekvencia tartományban nagyon kicsi, a többi frekvencián pedig nagy

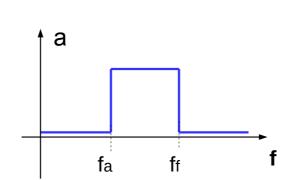
Típusai:

- aluláteresztő (kis frekvenciákon kicsi a csillapítása)
- felüláteresztő (nagy frekvenciákon kicsi a csillapítása)
- sávszűrő (közepes frekvenciákon kicsi a csillapítása)
- sávzáró (közepes frekvenciákon nagy a csillapítása)

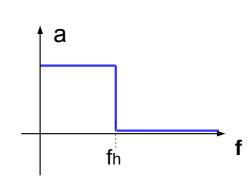








sávzáró



felüláteresztő

Ideális csillapítás karakterisztikák !! → a gyakorlatban ezeket csak megközelíteni lehet ! (minél bonyolultabb áramkör, annál jobban)

2. Szűrők feszültségátvitele

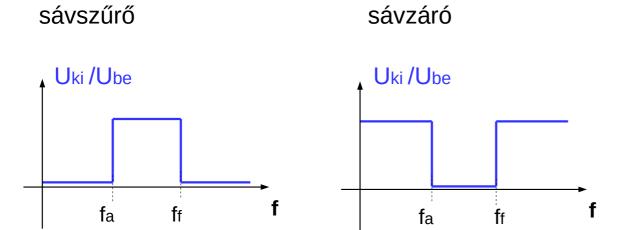
Valamely frekvencia tartományban értéke 1 (Uki / Ube), a többi frekvencián pedig nagyon kicsi (~0)

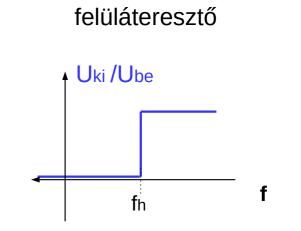
A karakterisztikák ellentétesek a csillapítás karakterisztikákkal

- aluláteresztő → nagy frekvenciákon Uki /Ube ≈ 0
- felüláteresztő → kis frekvenciákon Uki /Ube ≈ 0
- sávszűrő → kis és nagy frekvenciákon Uki /Ube ≈ 0
- sávzáró → közepes frekvenciákon Uki /Ube ≈ 0



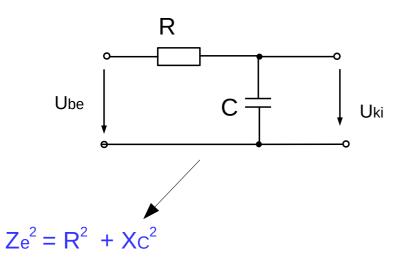
fh





Ideális karakterisztikák !! → a gyakorlatban az átmenet nem ilyen éles

3. Egyszerű aluláteresztők



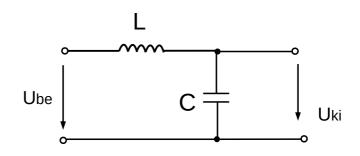
és Uki = Ube * Xc /
$$Z_e$$
 = Ube * Xc / $\sqrt{R^2 + Xc^2}$

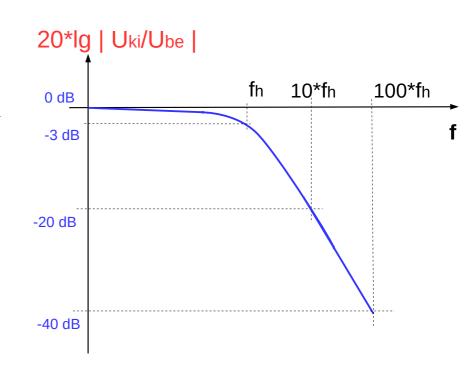
$$| U_{ki}/U_{be} | = 1 / \sqrt{1 + R^2 / Xc^2}$$

Határ frekvencia \rightarrow ahol R = Xc \rightarrow fh = 1 / (2 π *R*C)

Ha f=fh
$$\rightarrow$$
 Uki/Ube = $1/\sqrt{2}$ \rightarrow -3 dB (fázisszög, ϕ = -45°)

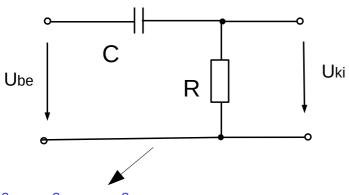
Ha f<\rightarrow Uki/Ube
$$\approx$$
 1 \rightarrow 0 dB
Ha f>> fh \rightarrow Uki/Ube \approx Xc/R = 1/(2 π *f*R*C)





4. Egyszerű felüláteresztők

Nagyfrekvenciákat kis mértékben, kis frekvenciákat nagymértékben csillapítja



$$Ze^2 = R^2 + Xc^2$$

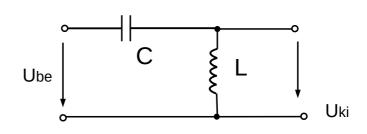
és Uki = Ube * R / Ze = Ube * R /
$$\sqrt{R^2 + Xc^2}$$

$$| U_{ki}/U_{be} | = 1 / \sqrt{1 + X_{c}^{2}/R^{2}}$$

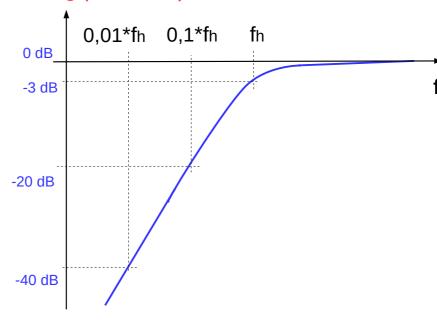
Határ frekvencia \rightarrow ahol R = Xc \rightarrow fh = 1 / (2 π *R*C)

Ha f=fh
$$\rightarrow$$
 Uki/Ube = $1/\sqrt{2}$ \rightarrow -3 dB (fázisszög, ϕ = 45°)

Ha f>>fh
$$\rightarrow$$
 Uki/Ube $\approx 1 \rightarrow 0$ dB
Ha f<< fh \rightarrow Uki/Ube \approx R/Xc = 2π *f*R*C



20*lg | Uki/Ube |



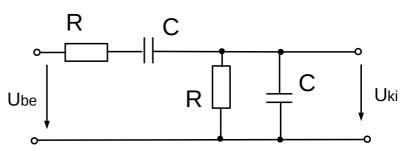
~ egyenes meredeksége → 20 dB / dekád

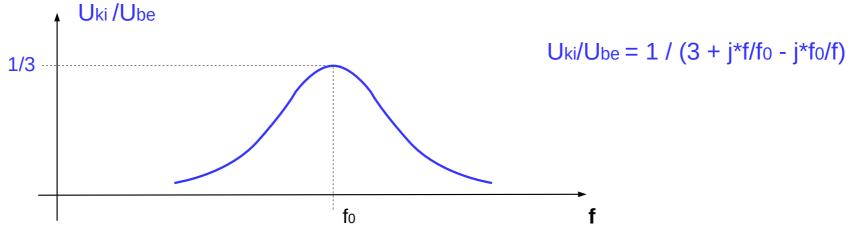
5. Egyszerű sávszűrő

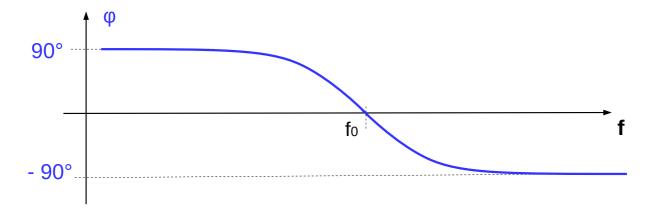
Lgyszerű savszűre

Wien-osztó
$$f_0 = 1 / (2\pi^*R^*C)$$

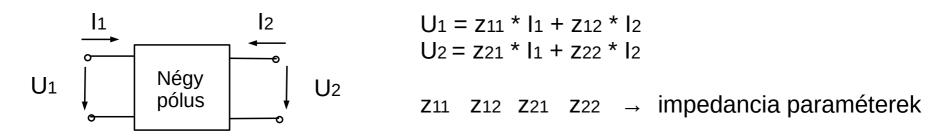
Ha f=f0
$$\rightarrow$$
 Uki/Ube = 1/3 és ϕ = 0°







1. Impedancia paraméterek



U1, I1, U2, I2 értékekből csak kettő független $! \rightarrow a$ másik kettő mindig számítható

Az impedancia paramétereket a négypólus belső felépítése határozza meg.

Számításuk, értelmezésük →

$$z_{11} = \frac{U_1}{I_1}$$
 ha $I_2 = 0$ (szakadás) $z_{21} = U_2 / I_1$ ha $I_2 = 0$
 $z_{12} = \frac{U_1}{I_2}$ ha $I_1 = 0$ $z_{22} = U_2 / I_2$ ha $I_1 = 0$

z₁₁ → üresjárási bemeneti impedancia

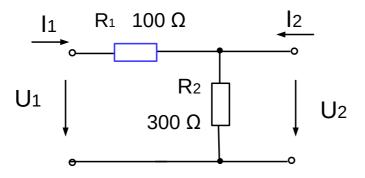
z₁₂ → üresjárási transzfer impedancia

z₂₁ → üresjárási transzfer impedancia

z₂₂ → üresjárási kimeneti impedancia

Impedancia paraméterek számítása

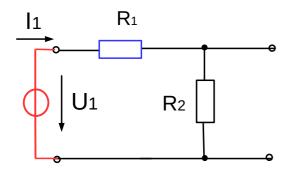
1. mintafeladat



$$U_1 = z_{11} * I_1 + z_{12} * I_2$$

 $U_2 = z_{21} * I_1 + z_{22} * I_2$

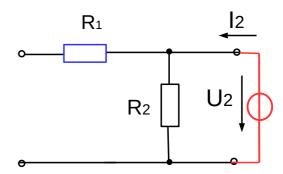
 $z_{11} = U_1 / I_1$ ha $I_2 = 0$



$$I_1 = U_1 / (R_1 + R_2)$$

$$z_{11} = U_1 / I_1 = R_1 + R_2 = 400 \Omega$$

 $z_{22} = U_2 / I_2$ ha $I_1 = 0$

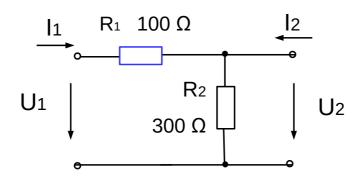


$$I_2 = U_2 / R_2$$

$$z_{22} = U_2 / I_2 = R_2 = 300 \Omega$$

Impedancia paraméterek számítása

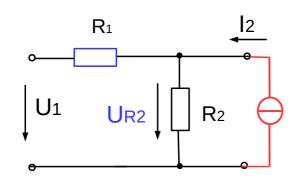
1. mintafeladat



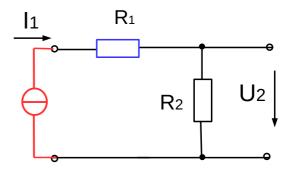
$$U_1 = z_{11} * I_1 + z_{12} * I_2$$

 $U_2 = z_{21} * I_1 + z_{22} * I_2$

 $z_{12} = U_1 / I_2$ ha $I_1 = 0$



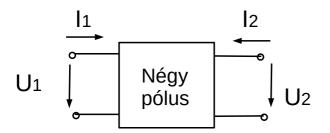
 $U_1 = U_{R2} = I_2 *R_2$ $z_{12} = U_1 / I_2 = I_2 *R_2 / I_2 = R_2 = 300 \Omega$ $z_{21} = U_2 / I_1$ ha $I_2 = 0$



$$U_2 = I_1 *R_2$$

 $Z_{21} = U_2 / I_1 = I_1 *R_2 / I_1 = R_2 = 300 \Omega$

2. Admittancia paraméterek



y11 y12 y21 y22 → admittancia paraméterek

$$y_{11} = I_1 / U_1$$
 ha $U_2 = 0$ (rövidzár)

 $y_{12} = -I_1/U_2$ ha $U_1 = 0$

 $y_{21} = -I_2/U_1$ ha $U_2 = 0$

 $y_{22} = I_2 / U_2$ ha $U_1 = 0$

y11 → rövidzárási bemeneti admittancia

y12 → rövidzárási transzfer admittancia

y₂₁ → rövidzárási transzfer admittancia

y22 → rövidzárási kimeneti admittancia

3. Hibrid paraméterek

$$U_1 = h_{11} * l_1 + h_{12} * U_2$$

 $l_2 = -h_{21} * l_1 + h_{22} * U_2$

h11 h12 h21 h22 → hibrid paraméterek

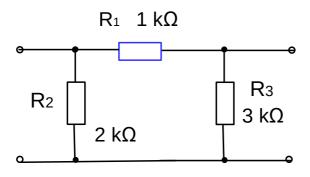
$$h_{11} = U_1 / I_1$$
 ha $U_2 = 0$ (rövidzár)

$$h_{12} = U_1 / U_2$$
 ha $I_1 = 0$ (szakadás)

$$h_{21} = -I_2/I_1$$
 ha $U_2 = 0$

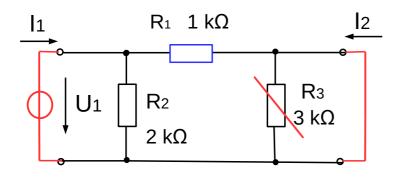
$$h_{22} = I_2 / U_2$$
 ha $I_1 = 0$

2. mintafeladat



Számold ki az admittancia paramétereket!

$y_{11} = I_1 / U_1$ ha $U_2 = 0$ (rövidzár)



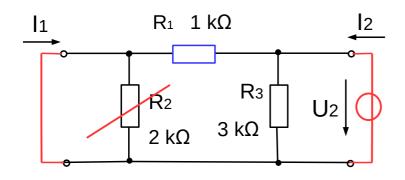
$$I_1 = U_1 / (R_1 \times R_2)$$

$$y_{11} = I_1 / U_1 = 1 / (R_1 \times R_2)$$

 $y_{11} = 1 / (2/3 \text{ k}\Omega) = 1,5 \text{ mS}$

$$y_{21} = -I_2/U_1$$
 ha $U_2 = 0$ (rövidzár)
 $I_2 = -U_1/R_1$
 $y_{21} = -I_2/U_1 = 1/R_1$
 $y_{21} = 1/(1 k\Omega) = 1 mS$

2. mintafeladat



```
y_{22} = I_2 / U_2 ha U_1 = 0 (rövidzár)

I_2 = U_2 / (R_1 \times R_3)

y_{22} = I_2 / U_2 = 1 / (R_1 \times R_3)

y_{22} = 1 / (3/4 \text{ k}\Omega) = 4/3 \text{ mS} = 1,33\text{mS}
```

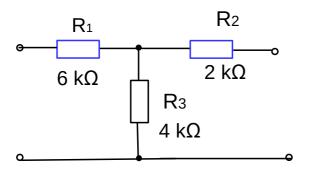
```
y_{12} = -I_1/U_2 ha U_1 = 0

I_1 = -U_2/R_1

y_{12} = -I_1/U_2 = 1/R_1

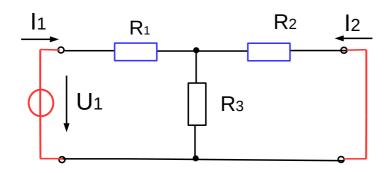
y_{12} = 1/(1 \text{ k}\Omega) = 1 \text{ mS}
```

3. mintafeladat



Számold ki a hibrid paramétereket!

$h_{11} = U_1 / I_1$ ha $U_2 = 0$ (rövidzár)



$$I_1 = U_1 / (R_1 + R_2 \times R_3)$$

$$h_{11} = U_1 / I_1 = R_1 + R_2 \times R_3$$

 $h_{11} = 6 k\Omega + 2*4/(2+4)k\Omega = 7,33 k\Omega$

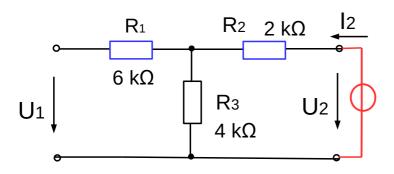
$$h_{21} = -I_2/I_1$$
 ha $U_2 = 0$

$$I_2 = -I_1 * R_3 / (R_2 + R_3)$$

$$h_{21} = - I_2 / I_1 = R_3 / (R_2 + R_3)$$

 $h_{21} = 4 k\Omega / (2+4k\Omega) = 2/3 = 0,667$

3. mintafeladat



```
h<sub>22</sub> = I<sub>2</sub> / U<sub>2</sub> ha I<sub>1</sub> =0 (szakadás)

I<sub>2</sub> = U<sub>2</sub> / (R<sub>2</sub> + R<sub>3</sub>)

h<sub>22</sub> = I<sub>2</sub> / U<sub>2</sub> = 1/ (R<sub>2</sub> + R<sub>3</sub>)

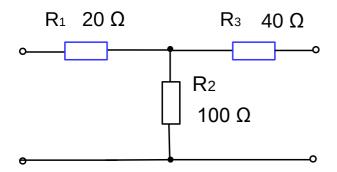
h<sub>22</sub> = 1 / (6 k\Omega) = 1,67mS
```

h₁₂ = U₁ / U₂ ha I₁ = 0
U₁ = U_{R3} = R₃ * I₂ = R₃ * U₂ / (R₂ + R₃)
h₁₂ = U₁ / U₂ = R₃ / (R₂ + R₃)
h₁₂ = 4 k
$$\Omega$$
 / (2+4k Ω) = 2/3 = 0,667

10.7. Feladatok

1. Feladat

Számold ki az impedancia paramétereket!



2. Feladat

Számold ki a hibrid paramétereket!

