Bms
martedì 12 novembre 2024 21:33

1. $f(x) = \frac{1}{1+x}$

$f'(x) = 1 \cdot (1+x)^{-1} = -(1+x)^{-2} = -\frac{1}{(1+x)^2}$

$f''(x) = -1 \cdot (1+x)^{-2} = +2(1+x)^{-3} = \frac{2}{(1+x)^3}$

$f'''(x) = 2(1+x)^{-3} = -6(1+x)^{-4} = -\frac{6}{(1+x)^4}$

l'espressione della derivata n-esima è $n!\,(1+x)^{-n-1}$

2. Polinomio di Taylor con $P_{n,0}$ di f di ordine n centrato in $c = 0$

$f(x) = \frac{1}{1+x}$

$P_{3,0}(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2$

$f(0) = 1$

$f'(0) = -\frac{1}{(1+x)^2} = \frac{-1}{1} = -1$

$f''(x) = \frac{2}{(1+x)^3} = \frac{2}{1} = 2$

$f'''(x) = \frac{-6}{(1+x)^4} = \frac{-6}{1} = -6$

$$P_{3,0}(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

$= 1 - x + x^2 - x^3$

$P_{3,0}(x) = 1 - x + x^2 - x^3$

3. $P_{n,0}(1)$ per un valore di n:

$P_{3,0}(x) = 1 - x + x^2 - x^3$

$f(1) = \frac{1}{1+x} = \frac{1}{2}$

Stima $\frac{1}{2}$

$P_{3,0}(1) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{8 - 4 + 2 - 1}{8} = \frac{5}{8} = 0.625$