

# Содержание

<b>Лекция 1</b>	<b>3</b>
Общие положения . . . . .	3
<b>Лекция 2</b>	<b>5</b>
Комплекс оборудования систем самолета . . . . .	5
Способы управления самолётом . . . . .	6
<b>Лекция 3</b>	<b>8</b>
Типы систем штурвального управления . . . . .	8
Необратимое ручное управление . . . . .	8
Необратимое бустерное управление . . . . .	8
Электродистанционная система управления . . . . .	9
Включение автоматических устройств в СШУ . . . . .	10
<b>Лекция 4</b>	<b>11</b>
Состав СШУ . . . . .	11
Ограничители предельных режимов . . . . .	12
<b>Лекция 5</b>	<b>13</b>
Летчик в СУ самолетом . . . . .	13
Устойчивость движения и управляемость самолета . . . . .	13
<b>Лекция 6</b>	<b>15</b>
Математическая модель самолета как объекта управления . . . . .	15
Общие уравнения движения самолета . . . . .	15
<b>Лекция 7</b>	<b>18</b>
Модель траекторного движения . . . . .	18
Уравнение бокового возмущенного движения . . . . .	19
<b>Лекция 8</b>	<b>21</b>
Траекторное движение . . . . .	21
Передаточные функции исполнительных устройств . . . . .	22
Астатический интегральный автомат продольного управления . . . . .	22
<b>Лекция 9</b>	<b>25</b>
Выбор значения $K_x$ . . . . .	25
Методика синтеза интегрального АПУ . . . . .	25
Автомат продольного управления устойчивого самолета . . . . .	26
Синтез статического автомата продольного управления неустойчивого самолет . . . . .	30
<b>Лекция 10. Семестр 2.</b>	<b>31</b>
Автоматическое управление угловым движением . . . . .	31
<b>Автоматическое регулирование угла тангажа</b>	<b>32</b>
Статический автопилот . . . . .	32
Анализ точности . . . . .	33
Каноническая форма записи передаточной функции АП $\vartheta$ . . . . .	34
Выбор ограничений . . . . .	34
Регулировка $K_{\omega_z}$ по режимам полета . . . . .	35
Астатический АП $\vartheta$ . . . . .	35

<b>Автоматическое регулирование угла рыскания (угла курса)</b>	<b>35</b>
Автоматическое регулирование угла рыскания при плоском развороте . . . . .	36
Статический регулятор . . . . .	36
Стабилизация угла рыскания через канал крен, координированный разворот . . . . .	37
Анализ точности . . . . .	39
<b>Автоматическое регулирование угла крена</b>	<b>40</b>
Статическое регулирование . . . . .	41
Анализ точности . . . . .	42
Астатический автопилот крена . . . . .	43
Коррекция коэффициентов $K_\gamma$ $K_{\omega_x}$ . . . . .	43
<b>Автоматическое регулирование перегрузкой</b>	<b>43</b>
Статический автопилот нормальной перегрузки . . . . .	43
Статический автопилот боковой перегрузки . . . . .	44
<b>Стабилизация высоты в тангажном и перегрузочном варианте</b>	<b>46</b>
Тангажный вариант регулирования высоты . . . . .	46
Астатическое регулирование . . . . .	48
Расчет ограничений . . . . .	48
Дополнительные соображения для выбора значений $i_H$ связанные с величинами ограничений . . . . .	48
Система стабилизации высоты в перегрузочном варианте . . . . .	49
Анализ точности . . . . .	51
Выбор ограничений . . . . .	51
<b>Стабилизация скорости полета</b>	<b>52</b>
Общие сведения . . . . .	52
Система стабилизации $V_{ин}$ в тангажном варианте . . . . .	53
<b>Управление полетом по заданной линии пути</b>	<b>54</b>
Задача смены направления движения . . . . .	56
<b>Стабилизация скорости с помощью автомата тяги</b>	<b>57</b>
<b>Автоматическое управление при посадке самолета</b>	<b>58</b>
Общие сведения . . . . .	58
Система управления по сигналам ГРМ . . . . .	59
Система управления боковым движением по сигналам курсового маяка . . . . .	61
<b>Автоматическое выравнивание</b>	<b>62</b>
Траектория выравнивания . . . . .	62
<b>Экспоненциальная траектория</b>	<b>63</b>

# Лекция 1

## Общие положения

**Цель курса:** Дать необходимые знания для понимания принципов построения и работы современных систем ручного и автоматического управления самолета, а так же умение применять мат. методы синтеза и анализа этих систем.

Любой полет можно рассматривать как последовательность выполнения следующих режимов (этапов полета):

1. Взлет.
2. Набор высоты с разгоном.
3. Крейсерский полет.
4. Смена эшелона.
5. Стабилизация заданной линии пути в горизонтальной плоскости.
6. Смена линий пути.
7. Разгон и торможение на постоянной высоте.
8. Снижение с торможением.
9. Заход на посадку.
10. Полет по глиссаде и посадка.

Каждый этап полета характеризуется определенным законом изменения параметров полета. Например: На режиме крейсерского полета,  $H = const$ ,  $V = const$ , выполнение этого условия достигается при определенном законе отклонения органов управления, в качестве которых выступают: руль высоты, элероны, руль направления, а так же РУД (регулирует тягу).

*По этому управление ЛА состоит в формировании отклонения органов управления для требуемого изменения параметров движения ЛА в условиях действия различного рода возмущений.*

При автоматическом управлении закон отклонения органов управления формируется автоматикой без участия летчика.

При полуавтоматическом управлении (ручном) в формировании закона управления участвует летчик.

При ручном управлении отклонения рулей в продольном и поперечном канале осуществляется летчиком с помощью штурвального управления через отклонение центральной ручки управления (РУС) или штурвала.

Отклонение органов управления в путевом канале осуществляется с помощью педалей.

Система управления полетом — это комплекс технических устройств преобразующих управляющее воздействие летчика и командные сигналы автоматических устройств в отклонение органов управления.

В настоящее время система управления самолетом включает в себя:

1. Система штурвального управления (СШУ) — она обеспечивает отклонение органов управления в соответствии с отклонением летчиком рычагов управления и сигналами системы устойчивости и управляемости самолёта (СУУ).
2. Система автоматического управления (САУ) — применяется для стабилизации параметров движения и их движения по заданным алгоритмам.
3. Система управления механизацией крыла — используется на взлетно-посадочных режимах.
4. Система управления тягой двигателя.
5. Система управления передней стойкой шасси.

Работа указанных систем обеспечивается системой энергопитания, которая отбирает часть мощности двигателя. СШУ с точки зрения выполняемых функциональных задач и обеспечения безопасности полета является основной системой. Проблема создания системы управления является важнейшим аспектом в проектировании самолета. СШУ существенным образом влияет на важнейшие характеристики пилотирования самолёта: устойчивость, управляемость, оказывает влияние на формирование облика самолёта ЛТХ. СШУ должна обеспечивать:

1. Максимальное использование маневренности самолета.
2. Наипростейшее пилотирование на всех этапах полёта.
3. Ограничение выхода самолёта на предельные режимы.

САУ предназначена для автоматизации полета по типовой траектории (от взлёта до посадки) с целью снижения загрузки экипажа особенно при длительном пилотировании. Повышение точности выполнения режимов полёта, а также снижение погодного минимума и повышение регулярности полётов. Тенденция расширения функций автоматического управления обусловлена снижением числа ошибок, происходящих по вине лётчика статистика показывает что 80% катастроф происходит по вине лётчика. Автоматизация посадки в условиях плохой видимости компенсация воздействия отказов требующих быстрой ответной реакции позволяет существенно уменьшить число ошибок которые совершаются по вине лётчика.

Таким образом первая часть курса посвящена изучению СШУ, синтезу автоматических устройств (демпферы, автоматы устойчивости) составляющих СУУ.

Необходимы знания:

- Динамика полета
- ТАУ

## Лекция 2

### Комплекс оборудования систем самолета

Автоматическое и ручное управление самолетом осуществляется с помощью разнообразных устройств и приборов, которые можно разбить на две функциональные части:

- Система СШУ
- Пилотажный навигационный комплекс (ПНК)

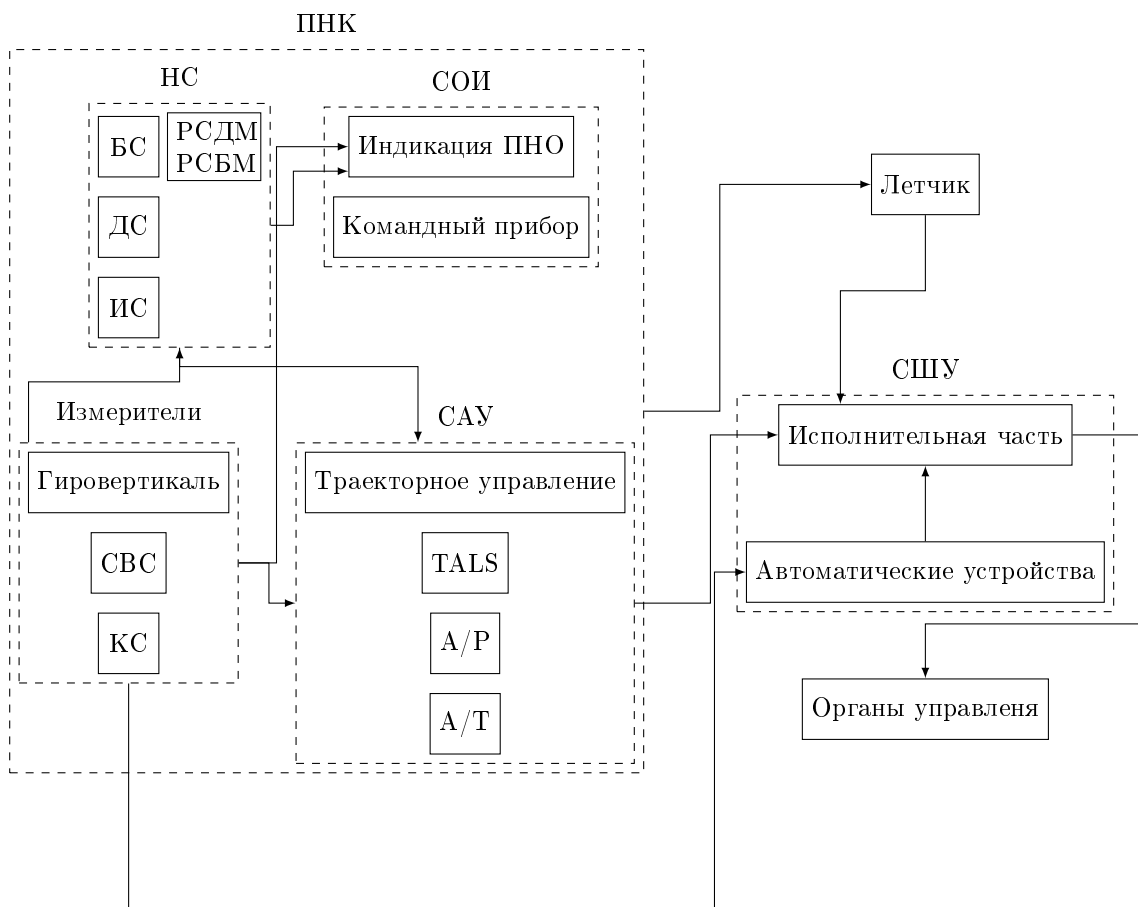
Навигационная система (НС): Бортовая цифровая вычислительная машина (БС), Инерциальная система (ИС), Датчики системы стабилизации (ДС), РСДМБ/РСБМ — радиостанции ближнего и дальнего наведения.

Измерители: Гировертикаль, курсовая система (КС), система воздушных сигналов (СВС).

Система отображения информации (СОИ): Индикация пилотажно-навигационной обстановки (ПНО), командный прибор.

Система автоматического управления (САУ): Система тракторного управления, система взлета и посадки, автопилот, автомат тяги.

Система штурманского управления (СШУ): Исполнительная часть системы управления (Привода), автоматические устройства.



СШУ — совокупность всех средств передающих управляющее воздействие летчика и САУ на органы управления самолётом, а также автоматические устройства улучшения пилотажных и летных характеристик самолета, которые работают параллельно с лётчиком. Является основой системы управления, так как она непосредственно взаимодействует с органами управления, через СШУ обрабатываются сигналы САУ. СШУ должна обеспечивать:

1. Максимальное использование маневренности самолёта.
2. Наибольшую простоту пилотирования на всех режимах.

### 3. Ограничение выхода самолёта на предельные режимы полёта

ПНК — совокупность измерителей индикаторов и автоматических устройств с помощью которых на борту создается информационная модель полёта и результаты задачи стабилизации, автоматического и полуавтоматического управления. ПНК должна обеспечивать:

1. Стабилизацию режимов полётов.
2. Навигацию и автоматическое управление траекторией по программе.
3. Автоматический взлёт и посадку.
4. Определение пилотажно-навигационных параметров и их отображение лётчику.

### Способы управления самолётом

Для современных систем управления характерна функциональная избыточность, проявляющаяся в том, что управление самолетом может осуществляется несколькими способами:

1. Автоматическое управление траекторией — все режимы программируются в вычислителе навигационного комплекса управление самолётом производится по отклонениям от программы полёта. На основе этих отклонений вырабатываются команды на изменение углового положения, которые отрабатываются соответствующими системами стабилизации. При автоматическом управлении полётом лётчик выполняет функцию включения тех или иных систем и общего контроля за работой системы.
2. Управление траекторным движением по командному прибору (директорное управление) — в этом режиме управление самолётом производится лётчиком вручную через воздействие на рычаги управления. Стратегия управления — требуемую угловую ориентацию самолёта вырабатывает автоматические системы траекторного управления, однако приведение самолёта в заданное угловое положение (отработку заданных  $\vartheta$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) осуществляет лётчик, а не система стабилизации углового положения. Управление производится с помощью командного прибора. На стрелки прибора выводится рассогласование между требуемым углом и текущим положением задача лётчика путем воздействия на рычаги управления устранить это рассогласование, тем самым лётчик выполняет функцию стабилизации углового положения.
3. Автоматическая стабилизация параметров движения в этом случае лётчик ориентируется по пилотажным командным приборам (не директорный) и вызывает тот или иной режим стабилизации, выполняемый автопилотом. Управление производится с помощью манипуляции с задающими устройствами. В процессе полёта лётчик может неоднократно переходить от автоматического управления к ручному и наоборот, этот способ управления называется совмещенный
4. Ручное управление по пилотажно-навигационным индикаторам или ориентирам лётчик управляет самолётом с помощью рычагов управления вклад автоматики в процесс управления минимален (выполняет функцию системы улучшения устойчивости и управляемости)

Проблема рационального сочетания ручного управления и автоматического заключается в использовании совмещенного управления в котором обеспечивается:

1. Автоматическое управление на всех режимах полёта.
2. Поканальный переход с режима автоматического управления на ручное при вмешательстве лётчика в управление.
3. Восстановление режима автоматического управления после окончания вмешательства лётчика.
4. Сохранение для лётчика динамического стереотипа управления.

В настоящее время на большинстве самолётах реализован режим совмещенного управления угловым движением самолёта, в этом режиме осуществляется стабилизация того углового положения которое имело место в момент окончания вмешательства лётчика в управление. Для этого необходимо:

1. Определение момента начала и окончания вмешательства лётчика в управление.

2. Отключить режим САУ с целью обеспечения лётчику на время вмешательства традиционного стереотипа управления.
3. По окончании вмешательства задействовать режим автоматической стабилизации.

## Лекция 3

### Типы систем штурвального управления

#### Необратимое ручное управление

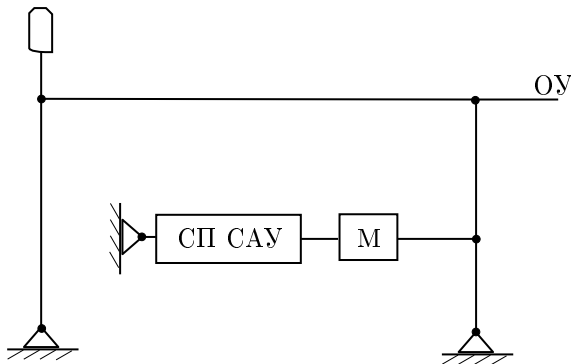
НРУ — широко применяется на самолетах малых и средних размерах, передача управляющего сигнала к рулям осуществляется непосредственно летчиком без использования внешних источников энергии благодаря этому достигается: простота конструкции, простота обслуживания, высокая надёжность. В систему НРУ входят:

1. Рычаги управления самолетом, штурвал, педали, механическая проводка управления, тросовая или жесткая в виде тяг.
2. Органы управления  $\delta_{OУ} = K_{ш} X_{ру}$

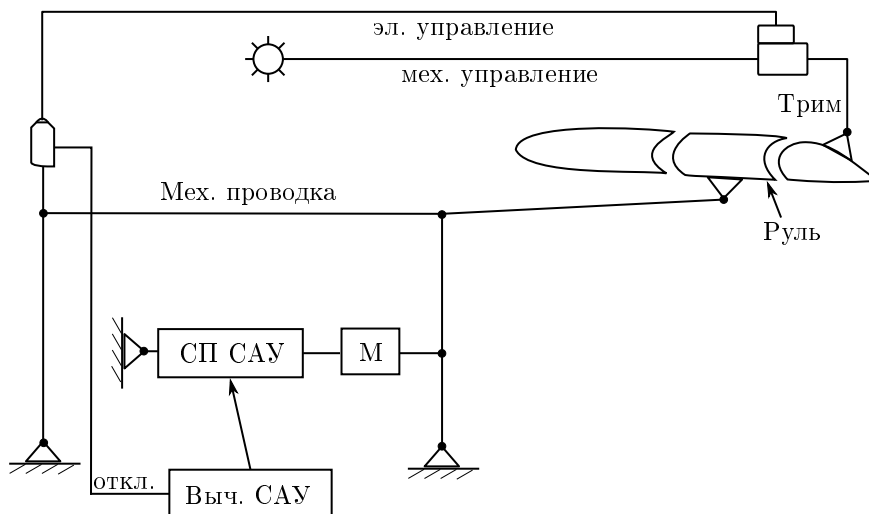
Соответственно усилие на рычагах управления  $P_{ру}$  от шарнирных аэродинамических моментов определяется соотношением:

$$P_{ру} = K_{ш} M_{ш}$$

В общем случае уровень усилий должен быть сопоставим с возможностями летчика поэтому НРУ имеют средства снижения шарнирного момента. При НРУ сигналы САУ обрабатываются специальным приводом. связь привода САУ с проводкой осуществляется через устройство пересиливания и отключения (муфта)



#### Необратимое бустерное управление



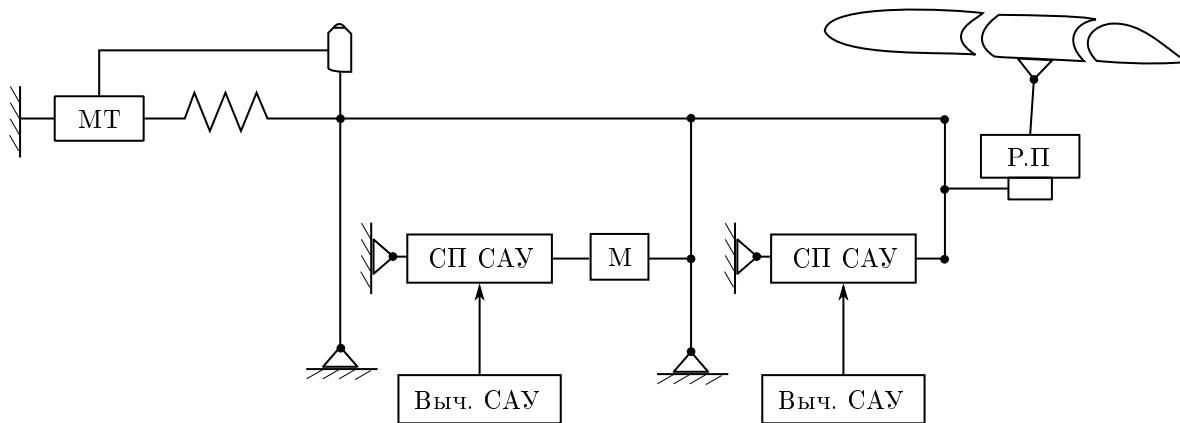
В системе НБУ шарнирный момент органа управления полностью воспринимается бустером. Появление НБУ обусловлено развитием авиационной техники характерной особенностью которого является: расширение



области режима полета (сверхзвук) и увеличение размеров самолета. Использование НБУ создала возможность улучшения характеристик устойчивости и управляемости с помощью специальных автоматических устройств (СУУ). Вместе с рычагами управления и механической проводкой основными элементами являются рулевой привод и загрузочное устройство с триммерным механизмом и система гидравлического питания. Все системы должны иметь высокую надежность, что достигается многократным резервированием для НБУ характерны следующие особенности:

1. Усилия управления в НБУ определяется характеристиками искусственной загрузки независимо от шарнирного момента усилия можно сделать такими какие можно сделать для обеспечения управляемости и безопасности.
2. В НБУ могут быть включены различные устройства (САУ, СУ). Исполнительные устройства этих систем могут быть небольшой мощности т.к они не рассчитаны на  $M_{ш}$ , а на усилие входной части привода.
3. Механическая проводка может быть облегчена.
4. На базе НБУ может быть построена система электродистанционная система управления (ЭДСУ).

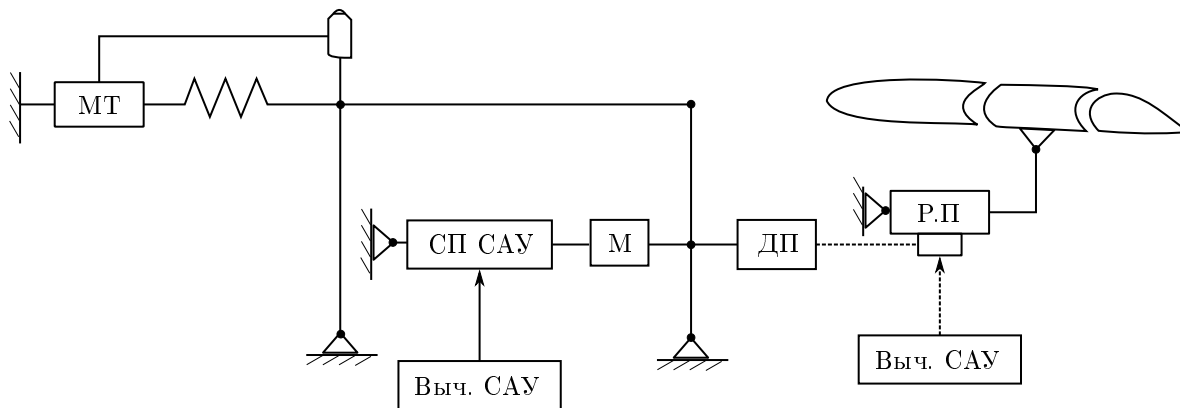
### Электродистанционная система управления



ЭДСУ - система в которой связь между рычагом управления и исполнительными приводами реализовано не механически, а электрическим (по проводам) это позволяет достичь высокой точности и быстродействия в отработке сигнала: летчика, САУ и СУ, благодаря отсутствию зазоров, трения, упругости механической проводки ЭДСУ происходит постепенное вытеснение аналоговой в замен цифровой.

ЦСДУ имеет более широкие возможности в реализации сложных законов управления. А также более глубокой эффективной организации обмена данными благодаря ЦСДУ открылась возможность интеграции всех систем в единый комплекс предназначенный для решения задач пилотирования самолета. Применение ЭДСУ позволило использовать мало габаритные рычаги управления (боковая ручка) это помогает летчику управлять на больших перегрузках, улучшает обзор приборной доски, снижает вес рычагов управления. Основная проблема обеспечения надежности не ниже чем у механических систем.

### Включение автоматических устройств в СШУ



Где ДП — дистанционный передатчик.

Под СУУ понимается автоматическая система которая обеспечивает необходимый уровень статических и динамических характеристик управляемости самолета. СУУ должна обеспечивать приемлемый стереотип пилотажных характеристик самолета который должен быть ориентировать на определение психо-физиологических возможностей летчика, как звена контура управления «Летчик – СУ – самолет» фактически для летчика не важно каким образом СУ обеспечивает заданные характеристики ему важно, чтобы объект управления (ОУ) обладал такими характеристиками которые делают процесс управления простым и безопасным. Восприятие пилотажных характеристик автоматизированного самолета летчиком должно быть таким же, как если бы эти характеристики обеспечивались традиционными средствами. Для того чтобы работа этой системы была незаметной рычаги должны оставаться неподвижными не должны возникать «отдачи» (В этом случае СУ) включается в СШУ последовательно. В ЭДСУ сигнал вычислителя СУ поступает на вход привода с электрическим входом и никак не связан с механической проводкой и следовательно его отработка никак не сказывается на отработку рычага управления. При механической проводке СШУ подобный способ включения СУ реализуется по схеме «раздвижной тяги». САУ включается в СШУ по параллельной схеме, в этом случае привод САУ подключается к проводке таким образом, чтобы при работе САУ вся механическая проводка при управлении так же перемещалась, как при управлении самолета летчиком. Рычаги управление в этом случае являются индикатором правильной работы САУ, за время эксплуатации самолета у летчика вырабатывается стереотип правильно работы САУ и в случае отклонения от него, летчик имеет возможность взять управление на себя путем отключения САУ.

## Лекция 4

### Состав СШУ

СШУ состоит из различной степени сложности, выполняющие различные функции. Разделяют следующие системы:

- Механическая или электродистанционная система связывающая рычаги управления с приводами.
- Система создания усилия на рычагах управления — загрузочное устройство (ЗУ).
- Система сервоприводов и рулевых приводов.
- Система регулирования коэффициентов передачи между рычагами и рулями ( $K_{ш}$ ).
- Система ограничения предельных режимов полета ОНР.
- Система управления балансировкой.
- Система улучшения устойчивости и управляемости (через СШУ отрабатывается сигнал от САУ).

**Загрузочные устройства или автомат регулирования загрузки (ЗУ или АРЗ).** Бустер мешает летчику ощущать нагрузку на руль ( $q$ ) без этого управления самолётом становится практически невозможным. Следовательно появляются ЗУ и триммеры ЗУ — предназначена для обеспечения приемлемых характеристик управления. По прикрепленным к рычагам усилиям на всех режимах полета. Важными параметрами являются градиенты усилия на рычаге, градиент усилия на РУ по нормальной перегрузке  $P^{n_y}$  и в боковом канале по скорости крена  $P^{\omega_x}$ . Также контролируется  $X^{n_y}$ ;  $X^{\omega_x}$  параметры. Для легких самолетов:

$$P^{n_y} = 10 \dots 30 \frac{H}{\text{ед. перегрузки}}; X^{n_y} \geq 12 \frac{\text{мм}}{\text{ед. перегрузки}}$$

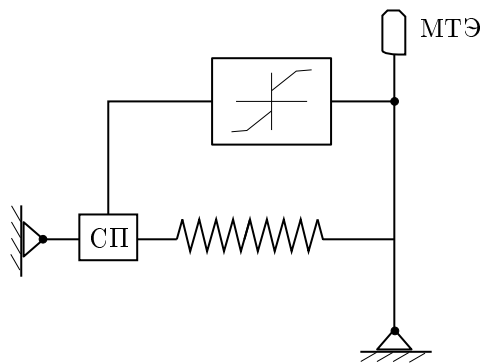
Можно определить требования загрузочного устройства:

$$P^{n_y} = \frac{\Delta P}{\Delta n_y} = \frac{\Delta P}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta n_y} = P^x X^{n_y}$$

$$P^x = \frac{P^{n_y}}{X^{n_y}} \approx 2 \frac{H}{\text{мм}} \text{ — характеристики загрузочного устройства}$$

Наиболее простое устройство пружина. Характеристиками пружины ЗУ являются предварительный натяг и излом.  $P_0$  - вводится для центровки, а излом обусловлен тем, что на больших приборных скоростях, где требуются малые отклонения рулей необходимо затяжение загрузки для предотвращения раскачки самолета, а на малых скоростях, где требуются большие отклонения загрузка не должна быть чрезмерной. Существуют более сложные загрузочные устройства. Автоматически осуществляется регулирование  $P^x$ .

Задача загрузочных устройств обеспечение примерно равное  $P^{n_y}$ . Усилие возникающее при отклонении рычагов летчиком снимаются с помощью механического триммера эффекта. Системы регистрируют  $K_{ш}$  на



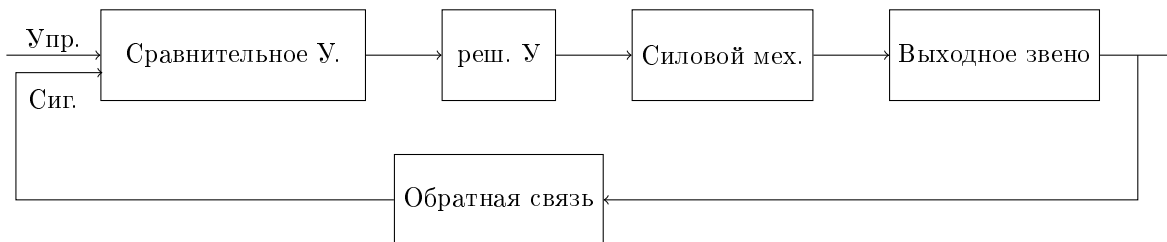
легких самолетах с механической проводкой применяют автоматы двух типов:

1. АРЗ

2. АРУ — который одновременно регулирует  $P^x$  и  $K_{ш}$  на всех режимах полета. Особенность АРЗ состоит в том, что при его работе сохраняется полный диапазон отклонения в том числе при отказе

$$\delta_v = K_{ш} X_v$$

В случае АРУ (одновременно  $P^x$  и  $K_{ш}^V$ ) диапазон отклонения органов управления изменяются по режимам полета, это требует применения мер безопасности в случае отказа АРУ. Исполнительная часть управления полетом. Исполнительными устройствами СУ преобразующими командные сигналы в механические перемещения органов управления являются приводы. Приводы присоединены к аэро приводам называемые рулевыми. Помимо отработки командных сигналов эти выполняют усилие мощности. Приводы главная задачей которого являются преобразование электрического сигнала в механическое называют сервопривод. Они являются маломощными исполнительными устройствами которые обычно устанавливаются во входных части системы. В последнее время тенденция к слиянию сервоприводов с рулевыми с целью улучшения динамических свойств, улучшение надежности и уменьшение веса. Обычно называют силовыми или электроприводами. Любой привод представляет следующую систему: входной величиной которого являются управляющие сигналы, а выходная перемещение или скорость перемещения привода.



Если звено обратной связи несет информацию о перемещении системы, то в этом случае управляющий сигнал вызывает смещение выходного звена относительно нейтрали (привод с жесткой обратной связью). Если сигнал обратной связи пропорционален скорости изменения выходного звена, то привод со скоростной обратной связью. Если выход и обратная связь гидропривода является механической, то привод гидромеханический (бустер) при бустерном управлении летчику достаточно прикладывать небольшие усилия.

## Ограничители предельных режимов

**Ограничитель предельных значений  $\alpha$  и  $n_y$ .** Предотвращает выход самолета на предельные значения параметров движения, преследует цель: безопасность полетов, путем информирования (предупреждения) и активного воздействия на руль высоты. Для пассажирских ЛА наиболее активно предотвращают выход на  $\alpha_{пред}$ . Это задача решается несколькими путями световая и звуковая сигнализация, вибрация, или его дополнительная нагрузка, активное ограничение путем воздействия на руль высоты. Эти способы предотвращения выхода на  $\alpha_{крит}$  применяется с любым типом СУУ. Звуковая сигнализация и световая обязательная мера которая используется на всех пассажирских самолетах, однако в стрессовой ситуации этой меры может быть не достаточно для предотвращения возникновения опасной ситуации. Поэтому дополнительно используют более эффективный способ предупреждения — тряска. Другим столь же эффективным способом является дополнительная нагрузка рычагов управления реализуется специальным нагрузителем.

$$0 - \bar{\alpha} < \alpha_{кр}; \bar{\alpha} = \alpha + K_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}$$

$$1 - \bar{\alpha} > \alpha_{кр}; \alpha = \alpha + K_{\omega_z} \omega_z$$

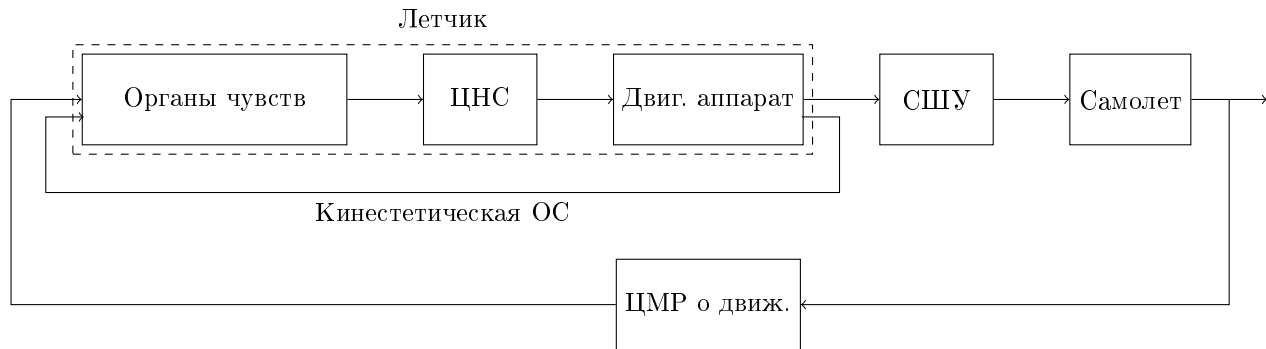
Вторые слагаемые используются для внесения опережения, то есть учета прогноза в движении самолета по углу атаки.

**Система управления балансировкой (Рычага управления обнуление силы действующей на рычаг со стороны ЗУ.)** При ручном управлении балансировку нужно выполнять с помощью МТЭ по сигналам летчика МТЭ при любом положении рычага управления приводит пружину в нейтраль, пружина не сжата, не растянута при этом  $P = 0$  в этом случае летчик может освободить рычаг управления, рычаг остается в заданном положении, а следовательно и ОУ. САУ отклоняет руль на  $\Delta\delta_{доп}$  к балансирующему значению  $\delta_{бал}$ , поэтому если летчик стриммировал рычаг управления в момент когда ЛА находится на опорной траектории, то  $\Delta\delta = 0$  и переход на автоматическое управление происходит плавно без рывков на органы управления. Обратный переход от автоматического к ручному будет происходить плавно если в момент отклонения САУ рычаг управления будет находиться в стриммированном состоянии — это достигается с помощью УАТ.

## Лекция 5

### Летчик в СУ самолетом

При пилотировании летчик осуществляет сравнение фактических параметров движения самолета с заданными, оценивает величину направление и рассогласования, и с помощью рулевых органов, используя СШУ, устраняет это рассогласование. С этой точки зрения летчик и самолет являются взаимосвязанными элементами единой замкнутой СУ «Летчик — СШУ — Самолёт» при этом качество управления определяется как динамическими характеристиками самолета (его Устойчивость и управляемость), так и психофизиологическими особенностями летчика, а также свойствами СШУ при аналитическом исследовании этой системы удобно оперировать математическим ожиданием действий летчика, как звена этой системы. Летчик как звено СУ имеет вход и выход. Входом являются органы чувств, воспринимающие информацию по положению самолета, выходом являются мускульные усилия которые он прилагает к рычагам управления. Выход связан со входом, и центральной нервной системой внутренней и внешней обратной связью по положению и усилиям.



Внутренняя обратная связь осуществляется двигательными ощущениями называется кинестетической внешней обратной связью. Осуществляется зрением и осязанием изменение усилий, ощущается летчиком лучше нежели изменение положения РУ. Поэтому летчик управляет самолетом основываясь на восприятии усилий, это определяет использование загрузочных механизмов. Для описания динамических свойств летчика как элемента замкнутой системы используют следующую передаточную функцию:

$$W_{\text{л}} = W_{\text{л}}^1 W_{\text{л}}^2 \quad (1)$$

$$W_{\text{л}} = e^{-p\tau} \frac{1}{\tau_{\text{н.м}} p + 1} \quad (2)$$

$$W_{\text{л}} = \frac{K_{\text{л}}(T_1 p + 1)}{T_2 p + 1} \quad (3)$$

ПФ (1) — отражает присущие человеку свойства временной запаздывание (задержка в реакции)

ПФ (2) — Нервно-мышечное запаздывание, где  $\tau = 0.13 - 0.2 \tau_{\text{н.м}} = 0.1$  с

ПФ (3) — Отражает адаптивные свойства параметры изменяются в следствии адаптации, где  $T_1 = 0.25 - 0.5$  с - постоянное упреждение,  $T_2 = 10 - 20 * T_1$  - характеризует динамическое запаздывание.

Из анализа процесса пилотирования в одноканальной задаче слежения можно сделать вывод, летчик действует так, чтобы оптимизировать суммарные характеристики замкнутой системы, с целью обеспечения минимума ошибки слежения. В связи с этим для оценки параметров летчика можно использовать правило оптимизации линейных систем. **Задачи оптимизации.** Правила частотного анализа при этом подходе в виде требований: к полосе пропускания и запасам устойчивости, если окажется, что для выполнения этих требований потребуется значение  $(K_{\text{л}}, T_1)$  лежащие за пределами человеческих возможностей, то можно сделать вывод о неблагоприятной динамики самолета, когда желаемые качества регулирования достигаются ценой психических и физиологических нагрузок.

### Устойчивость движения и управляемость самолета

Процесс управления можно представить в виде двух задач:

1. Обеспечить требуемое значение перегрузок, углов атаки, скольжения, крена необходимых для реализации заданного опорного движения. В установившемся опорном движении моменты уравниваются, а углы постоянны, однако реальное движение всегда отличается от идеального из-за внешней среды, неточности пилотирования, ветровых возмущений, пульсации силовой установки и т.д.
2. Парирование возмущающих воздействий и сохранение заданного или близкого к нему состояния при воздействии возмущений.

Обе задачи могут быть решены если самолет обладает управляемостью.

Управляемость — способность выполнять в ответ на целенаправленные действия летчика или автоматики любой предусмотренный в процессе эксплуатации маневр. В любых допустимых условиях в том числе и при наличии возмущений. Когда возмущения малы и действуют кратковременно, то управление полетом существенно упрощается, если опорное движение устойчиво.

Устойчивость — способность самостоятельно без участия летчика сохранять заданный режим полета и возвращаться к нему после произвольного отклонения от него под действием внешних возмущений, когда эти возмущения исчезнут.

Различают устойчивость к бесконечно малым возмущениям (устойчивость в «малом») и устойчивость к ограниченными конечными возмущениями (устойчивость в «большом»). Исследование устойчивости в большом имеет смысл только тогда, когда движение устойчиво в малом. При исследовании устойчивости в малом удобно рассматривать не сами параметры возмущенного движения, а их отклонение от параметров невозмущенного движения.

Устойчивость и управляемость самолетом относится к числу особенно важных физических свойств самолета. От них в значительной степени зависит простота и точность пилотирования, а также полнота реализации летчиком технических возможностей самолета. Эти свойства самолета проявляются в характере протекания переходных процессов при отклонении летчиком органов управления при изменении режима работы двигателей, при воздействии атмосферных возмущений и т.д. Очевидно предпочтительнее такие переходные процессы, которые без участия летчика приводят к быстрому восстановлению к исходному режиму полета, а при управлении приводят к его быстрой перебалансировке и не требуют от летчика чрезмерных затрат (по времени и усилиям). Наиболее желательным переходным процессом является колебательное движение с быстрым затуханием или аperiodическое с малым временем переходного процесса. Недопустимо возрастающие по амплитуде колебание малого периода, и достаточно быстрое развивающееся неустойчивое аperiodическое движение.

Устойчивость зависит от:

1. Фактических условий полета.
2. Особенности аэродинамической и весовой компоновки.
3. От средств автоматической стабилизации и демпфирования (СУУ).

Управляемость зависит от:

1. От его устойчивости.
2. От особенностей системы (СПУ).
3. От кинематических и динамических характеристик, закона изменения усилий на рычагах управления.

Управляемость самолета, как и устойчивость подлежат количественной оценке при полете на различных высотах и скоростях, а также при всех основных вариантах загрузки.

## Лекция 6

### Математическая модель самолета как объекта управления

#### Общие уравнения движения самолета

Движение самолета как твердого тела (без учета деформации) в спокойной атмосфере, считая постоянной массу самолета  $m = const$  и не учитывая кривизну земли и гироскопического момента двигателя описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= \frac{R_{x_a}}{m} - g \sin \theta; \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{mV} (R_{y_a} \cos \gamma_a - R_{z_a} \sin \gamma_a - mg \cos \theta); \\ \frac{d\Psi}{dt} &= -\frac{1}{mV \cos \theta} (R_{y_a} \sin \gamma_a + R_{z_a} \cos \gamma_a); \\ I_x \frac{d\omega_x}{dt} - I_{xy} \frac{d\omega_y}{dt} - (I_z - I_y) \omega_z \omega_y + I_{xy} \omega_x \omega_z &= M_{R_x}; \\ I_y \frac{d\omega_y}{dt} - I_{xy} \frac{d\omega_x}{dt} + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I_{xy} \omega_y \omega_z &= M_{R_y}; \\ I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) &= M_{R_z}; \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma; \\ \frac{d\beta}{dt} &= \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha + \frac{1}{mV} (R_z + mg \cos \theta \sin \gamma_a); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dt} &= V \cos \theta \cos \Psi; \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta; \\ \frac{dZ_g}{dt} &= -V \cos \theta \sin \Psi; \end{aligned}$$

Для определения угла атаки и скоростного угла крена и рыскания используют следующие выражения:

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z + \tan \beta (\omega_y \sin \alpha - \omega_x \cos \alpha) - \frac{1}{mV \cos \alpha} (R_{y_a} - mg \cos \theta \cos \gamma_a), \\ \sin \gamma_a &= \frac{\cos \vartheta \sin \gamma + \sin \theta \sin \beta}{\cos \theta \cos \beta}, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \end{aligned}$$

На основании этих уравнений получим упрощенное уравнение самолета для частных случаев: уравнение продольного не возмущенного движения  $OX_k Y_k Z_k$  — в траекторной СК.

$$\begin{aligned}\dot{V}_k &= g(n_x - \sin \theta); \\ \dot{\theta} &= \frac{g}{V_k} (n_y - \cos \theta); \\ \omega_z &= \dot{M}_{R_z}; \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z; \\ \dot{H} &= V_k \sin \theta; \\ \dot{L} &= V_k \cos \theta. \end{aligned} \tag{4}$$

Считая угол  $\alpha_W$  малым то имеем:

$$n_x = \frac{P \cos(\alpha_k - \varphi_{дв}) - X_a}{mg}$$

$$n_y = \frac{P \sin(\alpha_k + \varphi_{дв}) + Y_a}{mg}$$

где  $X_a = C_{x_a} qS$ ;  $Y_a = C_{y_a} qS$ ;  $\alpha_k = \vartheta - \theta$ ,  $\alpha_W = \frac{W}{V_k}$  — учитывает угол атаки за счет ветра.

$$\bar{M}_{R_z} = \frac{M_{R_z}}{I_z};$$

$$M_{R_z} = M_z + P \bar{l}_P b_a,$$

где  $M_z = m_z qS b_a$ ;  $\bar{l}_P = \bar{x}_P \sin \varphi_{дв} - \bar{y}_P \cos \varphi_{дв}$ ;  $\bar{y}_P$  и  $\bar{x}_P$  — координаты точки приложения тяги в связанной СК отнесенные к  $b_a$

На всех режимах управляемого полета задачей управления, является движение по заданной траектории поскольку управляющие воздействия направлены на стабилизацию программного движения, а отклонение от программной траектории вызванные возмущающими действиями малы, то для анализа этих отклонений можно использовать линейризованную относительно программной траектории. Проведя линейризацию (4), получим:

$$\Delta \dot{V} = g(n_x^V \Delta V - \cos \theta_0 \Delta \theta + n_x^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + n_x^H \Delta H + n_x^\psi \Delta \psi + n_x^u \delta u + n_x^{\alpha_W} \Delta \alpha_W)$$

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{g}{V_0} [(n_y^V - \frac{n_{y_0} - \cos \theta_0}{V_0}) \Delta V + \sin \theta_0 \Delta \theta + n_y^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + n_y^H \Delta H + n_y^{\varphi_{дв}} \Delta \varphi_{дв} + n_y^u \Delta u + n_y^{\alpha_W} \Delta \alpha_W]$$

$$\Delta \dot{\omega}_z = \bar{M}_z^V \Delta V + \bar{M}_z^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + \bar{M}_z^{\omega_z} \Delta \omega_z + \bar{M}_z^{\alpha_k} \Delta \dot{\alpha}_k + \bar{M}_z^H \Delta H + \bar{M}_z^\varphi \Delta \varphi + \bar{M}_z^{\alpha_W} \Delta \alpha_W$$

$$\Delta \dot{\theta} = \Delta \omega_z$$

$$\Delta \dot{H} = \sin \theta_0 \Delta V + V_0 \cos \theta_0 \Delta \theta$$

$$\Delta \dot{L} = \cos \theta_0 \Delta V - V_0 \sin \theta_0 \Delta \theta$$

$$\Delta \alpha_k = \Delta \vartheta - \Delta \theta$$

Вся эта математическая модель описывает угловое и тракторное движение во взаимосвязи и ее используют когда невозможно разделить тракторное и угловое движение например в задачах посадки. На установившихся режимах можно выделить короткопериодические и длиннопериодическое при следующих допущениях:

1. При описании быстро протекающего короткопериодического движения можно пренебречь изменением скорости и высоты, а также изменением режима работы двигателя. А также можно положить  $g/V_0 \approx 0$
2. Длиннопериодическое движение можно рассматривать как реакцию на изменение угла тангажа и режима работы двигателя, задаваемого управляющим воздействием

$$\Delta V = 0, \Delta H = 0, \Delta L = 0.$$

$$\Delta \dot{\omega}_z = \bar{M}_z^\alpha \Delta \alpha_k + \bar{M}_z^{\omega_z} \Delta \omega_z + \bar{M}_z^\alpha \Delta \dot{\alpha}_k + \bar{M}_z^\phi \Delta \phi + \bar{M}_z^\alpha \Delta \alpha_k + \bar{M}_z^{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha}_W$$

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{g}{V} \Delta n_y$$

$$\Delta n_y = n_y^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + n_y^\varphi \Delta \varphi + n_y^{\alpha_W} \Delta \alpha_W$$

$$\Delta \theta = \Delta \vartheta + \Delta \alpha_k$$

Найдем передаточные функции  $n_y^\varphi = 0$

$$W_{\frac{\alpha_k}{\varphi}}(p) = \frac{\Delta \alpha_k(p)}{\Delta \varphi(p)} = \frac{\bar{M}_z^\varphi}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} \quad (5)$$

$$W_{\frac{\omega_z}{\varphi}}(p) = \frac{\Delta \omega_z(p)}{\Delta \varphi(p)} = \frac{\bar{M}_z^\varphi(p + \frac{g}{V} n_y^{\alpha_k})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2},$$



где  $2h = \frac{g}{v}(n_y^{\alpha_k} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}})$ ;  $\omega_0^2 = -\bar{M}_z^{\alpha} - \frac{g}{V}n_y^{\alpha_k}\bar{M}_z^{\omega_z} = \frac{-qsb_a}{I_z}C_{y_a}^{\alpha}\sigma_n$   
 $\sigma_n = m_z^{C_y} + \frac{\bar{M}_z^{\omega_z}}{\mu}$ ;  $\mu = \frac{2m}{\rho S b_a}$

Перепишем в каноническом виде:

$$W_{\frac{\omega_z}{\varphi}} = \frac{\bar{M}_z^{\varphi}(p + \frac{g}{V}n_y^{\alpha_k})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} = -\frac{K_c(T_{1c}p + 1)}{T_c^2 p^2 + 2T_c \xi_c p + 1} \quad (6)$$

где  $T_c = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2}} = \sqrt{-\frac{I_z}{qSb_a\sigma_n C_{y_a}^{\alpha}}}$ ;  $\xi_c = \frac{h}{T_c} = \frac{1}{2}(\frac{g}{V}n_y^{\alpha_k} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}})\sqrt{-\frac{qsb_a\sigma_n C_{y_a}^{\alpha}}{I_z}}$ ;  $T_{1c} = \frac{V}{gn_y^{\alpha_k}}$ ;  $K_c = \frac{-\bar{M}_z^{\phi}}{\omega_0^2 T_{1c}}$

Для самолета нормальной схемы все коэффициенты должны быть положительны в передаточных функциях (5) (6).

Обратимся к второму внешнему возмущению  $\alpha_w$ :

$$W_{\frac{\alpha_k}{\alpha_w}} = \frac{(\bar{M}_z^{\dot{\alpha}} - \frac{g}{V}n_y^{\alpha_w})p + \bar{M}_z^{\alpha} + \frac{g}{V}n_y^{\alpha_w}\bar{M}_z^{\omega_z}}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

$$W_{\frac{\alpha}{\alpha_w}} = \frac{p(p - \bar{M}_z^{\omega_z})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

$$W_{\frac{n_y}{w_y}} = \frac{n_y^{\alpha}}{V} \frac{p(p - \bar{M}_z^{\omega_z})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

## Лекция 7

### Модель траекторного движения

Получим уравнение траекторного движения, когда можно пренебречь действием силы на управляющей аэродинамической поверхности, выделим из системы уравнений (4) выделим уравнение для траекторных параметров  $\Delta\vartheta$ ,  $\Delta n$ , полагая  $n_y^\phi = n_x^\phi = 0$  в качестве опорного движения принимаем  $\theta = 0$  получим СДУ в которой величины  $\Delta\vartheta$ ,  $\Delta n$  управляющие.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta\Theta \\ \Delta H \\ \Delta L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta\Theta \\ \Delta H \\ \Delta L \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\vartheta \\ \Delta n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= gn_x^V \\ a_{12} &= -gn_x^{\alpha_k} - g \cos \theta \\ a_{13} &= gn_x^H \\ a_{21} &= \frac{g}{V} n_y^V \\ a_{22} &= -\frac{g}{V} n_y^{\alpha_k} \\ a_{23} &= \frac{g}{V} n_y^H \\ a_{31} &= \sin \theta \\ a_{32} &= V \cos \theta \\ a_{41} &= \cos \theta \\ a_{42} &= -V \sin \theta \\ b_{11} &= gn_x^{\alpha_k} \\ b_{12} &= g \cos \alpha_k + \varphi_{дв} \\ b_{21} &= -a_{22} \\ b_{22} &= \frac{g}{V} \sin (\alpha_k + \varphi_{дв}) \end{aligned}$$

Полагая коэффициенты постоянными получаем 8 передаточных функций. Для упрощения ПФ положим:

$$a_{11} \approx a_{21} \approx a_{13} \approx a_{23} \approx 0,$$

это допущение основывается на том факте, что управляющее воздействие развиваемое системой в процессе регулирования, значительно превосходит силы возникающие в следствии вариации  $\Delta n$  и  $\Delta\vartheta$ , кроме того в получающихся выражениях:  $a_{42}b_{22}$ ,  $a_{12}b_{22}$  можно пренебречь в следствии малости. В результате в следствии вычислений получим две группы передаточных функций. Канал тангажа:

$$\begin{aligned} W_{\frac{V}{\vartheta}} &= -\frac{K_V(1 + T_V p)}{p(1 + T_{1c} p)}, \quad W_{\frac{H}{\vartheta}} = \frac{K_H}{p(1 + T_{1c} p)}, \quad W_{\frac{\Theta}{\vartheta}} = \frac{1}{1 + T_{1c} p} \\ W_{\frac{L}{\vartheta}} &= \frac{K_L(1 + T_L p)}{p^2(1 + T_{1c} p)}, \end{aligned}$$

где

$$T_{1c} = \frac{V}{gn_y^\alpha}; \quad K'_v = g \cos \alpha; \quad T_v = -\frac{Vn_x^\alpha}{g \cos \Theta n_y^\alpha}; \quad K_H = V \cos \theta; \quad K_L = g \cos \theta^2; \quad T_L = \frac{V}{g \cos \theta} \left( -\frac{n_x^\alpha}{n_y^\alpha} + \tan \theta \right).$$

Канал двигателя:

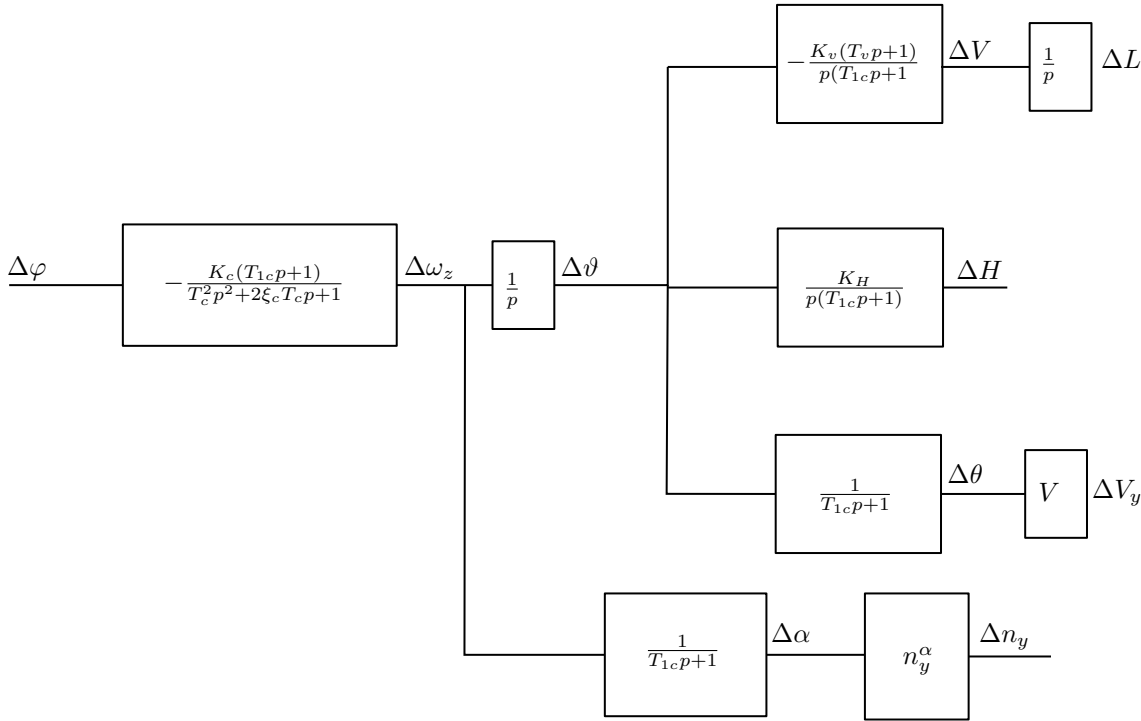
$$W_{\frac{V}{n}} = \frac{K_v}{p}; W_{\frac{H}{n}} = \frac{K_v \sin \theta + (K'_H + K'_V T_{1c} \sin \theta)p}{p^2(1 + T_{1c}p)};$$

$$W_{\frac{\theta}{n}} = \frac{K'_\theta}{1 + T_{1c}p}; W_{\frac{L}{n}} = \frac{K'_L}{p^2}$$

где

$$K'_v = g \cos \alpha; K'_\theta = \frac{\sin \alpha}{n_y^\alpha}; K'_H = g T_{1c} \cos \theta \sin \alpha; K'_L = g \cos \theta \cos \alpha$$

Приведем схему полученных передаточных функций пригодных для приближенного исследования продольного возмущенного движения: схема 1 канал руля высоты:



## Уравнение бокового возмущенного движения

Система уравнений описывающее боковое возмущенное движение самолета по параметрам  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\beta} &= \frac{g}{V} n_z + \omega_y \cos \alpha + \omega_x \sin \alpha + \frac{g \cos \vartheta}{V} \gamma \\ \dot{\omega}_y &= \frac{I_{xy}}{I_y} \dot{\omega}_x + \bar{M}_y^\beta \beta + \bar{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_y^{\delta_n} \delta_n + \bar{M}_y^{\delta_\gamma} \delta_\gamma \\ \dot{\omega}_x &= \frac{I_{xy}}{I_x} \dot{\omega}_y + \bar{M}_x^\beta \beta + \bar{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_n} \delta_n + \bar{M}_x^{\delta_\gamma} \delta_\gamma \end{cases} \quad (8)$$

В условии  $I_{xy} = 0$  в качестве СК выбрать главные центральные оси инерции.

Допущения  $\theta = 0$ ,  $\vartheta = \alpha = \text{const}$  применив преобразования Лапласа получаем систему  $x = Ax + Bu$  бокового движения самолета вокруг центра масс необходимо для исследования ручного режима движения и системы угловой стабилизации самолета. Эта система учитывает взаимосвязь движения рыскания и крена. При полете на малых углах атаки эта взаимосвязь мала и для приближенной оценки динамики управляемого движения можно использовать изолированного движения рыскания и крена:

1. Уравнение изолированного движения рыскания. Допущения:  $\gamma = 0$ ,  $\omega_x = 0$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha = 0$  Тогда система значительно упрощается  $(pI_n - A)x = Bu$  если пренебречь поперечной перегрузкой от руля направления, то получим передаточные функции:

$$W_{\frac{\omega_y}{\delta_n}} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_n}(p - \frac{g}{V} n_z^\beta)}{p^2 + 2h_6p + \omega_{06}^2}$$

$$W_{\delta_n}^{\beta} = \frac{M_y^{\delta_n}}{p^2 + 2h_6 p + \omega_{06}^2}$$

$$\text{где } \omega_{06}^2 = \frac{g}{V} n_z^{\beta} \tilde{M}_y^{\omega_y} - \tilde{M}_y^{\beta}, \quad 2h_6 = -\frac{g}{V} n_z^{\beta} - \tilde{M}_y^{\omega_y}$$

2. Уравнения изолированного движения крена. Допущения:  $\beta = 0$ ,  $\omega_y = 0$ .

$$W_{\delta_{\vartheta}}^{\omega_x} = \frac{\tilde{M}_x^{\delta_{\vartheta}}}{p - \tilde{M}_x^{\omega_x}}$$

$$W_{\delta_{\vartheta}}^{\gamma} = \frac{\tilde{M}_x^{\delta_{\vartheta}}}{p(p - \tilde{M}_x^{\omega_x})}$$

## Лекция 8

### Траекторное движение

Для исследования самолета по траектории можно исп упрощенную мат. модель. Будем считать  $\beta, \gamma$  от которых зависит боковая сила параметрами управления изменение параметров  $\Psi$  и  $V_z$  описывается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = -\frac{g}{V}(n_{ya} \sin \gamma_a + n_z \cos \beta \cos \gamma_a) \\ V_z = -V \sin \Psi \\ \dot{z} = V_z \\ \sin \gamma_a = \frac{\cos \vartheta}{\cos \beta} \sin \gamma \end{cases} \quad (9)$$

линеаризация этих уравнений в окрестности прямолинейного горизонтального движения приводит к следующим уравнениям траекторного движения

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = -\frac{g}{V}(n_y(\alpha) \cos \alpha \gamma + n_z) \\ \dot{V}_z = -V \dot{\Psi} = g(n_y^\alpha(\alpha) \cos \alpha \gamma + n_z) \\ \dot{z} = V_z \end{cases} \quad (10)$$

На основе этих уравнений получим передаточные функции (принимая  $n_y^\alpha \alpha = 1$ )

$$W_{\frac{V_z}{\gamma}} = \frac{g \cos \alpha}{p}, \quad W_{\frac{z}{\gamma}} = \frac{g \cos \alpha}{p^2}, \quad W_{\frac{V_z}{n_z}} = \frac{g}{p}, \quad W_{\frac{z}{n_z}} = \frac{g}{p^2}.$$

Рассматривая изолированное движение крена ( $\beta = 0$  и  $m_z = 0$ ) получим:

$$\begin{aligned} \omega_y + \omega_x \alpha_{\text{гн}} + \frac{g}{V} \gamma &= 0 \\ \omega_x &= \dot{\gamma} \\ \omega_y(p) &= -\gamma(p)(\alpha_{\text{гн}} p + \frac{g}{V} n_y^\alpha \alpha_{\text{гн}}) \end{aligned}$$

Если мы рассматриваем в качестве опорного движение горизонтальный полет, то уравнение переписывается в виде:

$$\omega_y(p) = -\gamma(p)(\alpha_{\text{гн}} p + \frac{g}{V})$$

Тогда передаточная функция зависимости угла крена от угла рыскания:

$$\begin{aligned} W_{\omega_y/\gamma} &= -\alpha_{\text{гн}}(p + \frac{g}{V} n_y^\alpha) \\ W_{\psi/\gamma} &= -\frac{\alpha(p + \frac{g}{V} n_y^\alpha)}{p} \end{aligned}$$

Схема канал элерона:

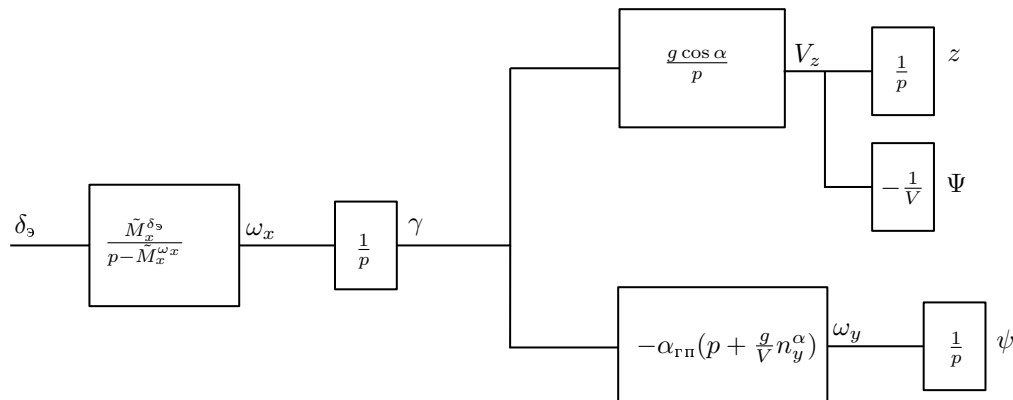
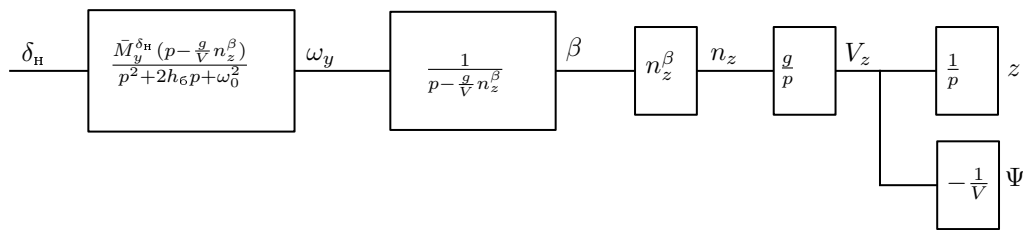


Схема канала руля направления:



рассматриваем их изолированное движение.

## Передаточные функции исполнительных устройств

- Привод с жесткой обратной связью

$$W_{\text{np}} = \frac{1}{T_{\text{np}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{np}} T p + 1}$$

где  $\xi_{\text{пр}} = 0.7$ ,  $T_{\text{пр}}$  – постоянная времени, определяется из динамических свойств самолета.

- ДУС - датчик угловой скорости. ПФ – колебательное звено.  
 $\xi = 0.7, T \approx 0.01\text{с}$
- Датчик перегрузок ПФ – колебательное звено.  
 $\xi = 0.7, T \approx 0.005\text{с}$

# Астатический интегральный автомат продольного управления

Отклонение руля:

$$\varphi = K_{\text{III}}X + K_{\omega_z}\omega_z + K_{n_y}\Delta n_y + K_f \int (\Delta n_y + K_x \Delta x) dt \quad (11)$$

где  $\Delta x = x - x_{\text{б.л}}$ . Рассмотрим режим балансировки самолета в установившемся горизонтальном полете с законом отклонения руля (11). Балансировочное значение  $-\varphi_{\text{б.л}} = K_{\text{ш}} X_{\text{б.л}} + K_{\text{р}} C$

Данное свойство закона управления исправляет "ложку" ( $X^{\text{бал}}(M)$ ) которое имеет место быть в случае статического АПУ (Обращенное управление). В интегральном АПУ можно обеспечить монотонный характер в зависимости  $X^{\text{бал}}(M)$  недостающую величину вырабатывает автоматика  $K_f C$  Рассмотрим реакцию самолета на ступенчатое отклонение рычага управления  $\Delta X = \text{const}$ . В установившейся фазе переходного процесса должно выполняться:

$$\Delta n_y + K_x \Delta x = 0,$$

$X^{n_y} = \frac{\Delta x}{\Delta n_y} = -\frac{1}{K_x}$  - статический коэффициент управляемости является величиной постоянной и не зависит от режима полета (до 21 века). Учитывая выше сказанное нарисует структурную схему.

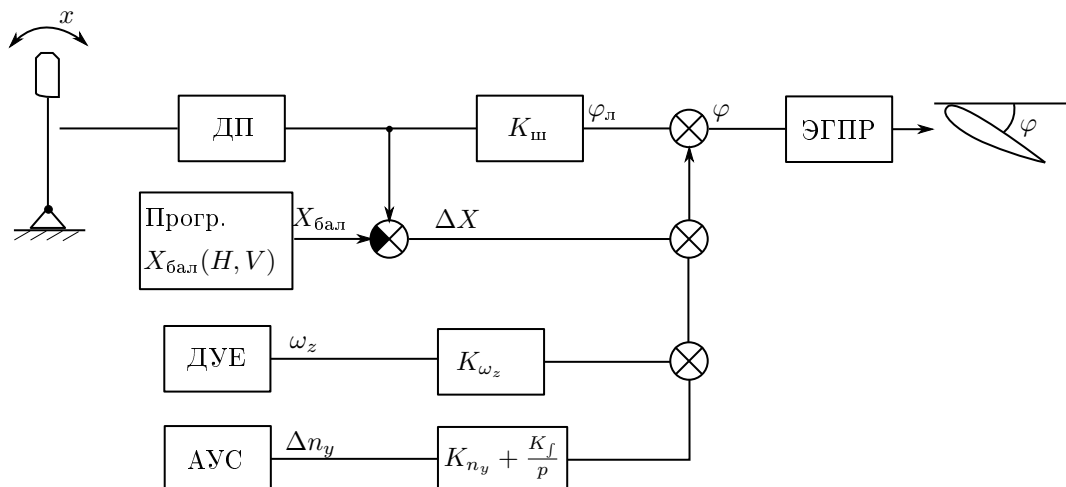
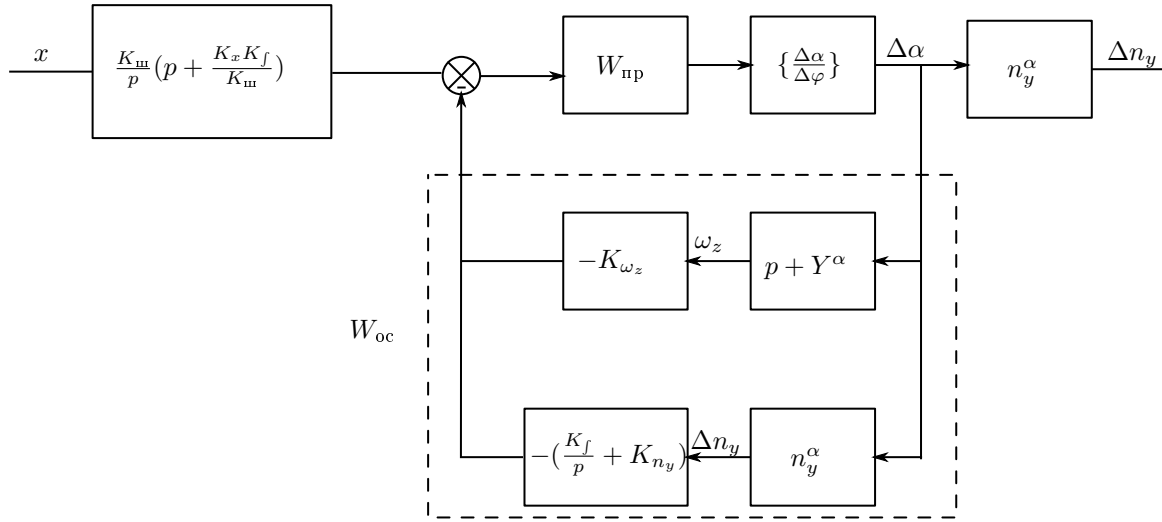


Рис. 1: Схема ЭДСУ



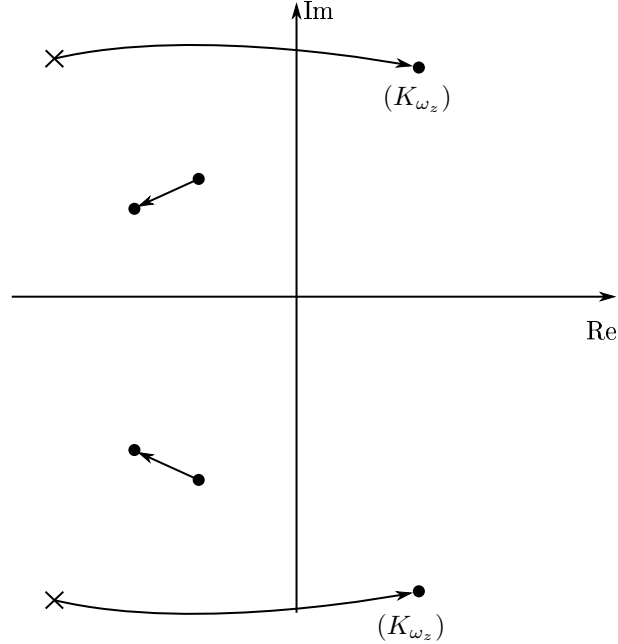
$$W_{oc} = -K_{\omega_z}(p + \bar{Y}^\alpha) - n_y^\alpha \left( \frac{K_f}{p} + K_{n_y} \right) \approx -K_{\omega_z} \frac{W_{колеб}}{p}$$

где  $2h_1 = \frac{-K_{n_y} n_y^\alpha}{K_{\omega_z}} - \bar{Y}^\alpha$ ,  $\omega_1^2 = -\frac{K_f}{K_{\omega_z}} n_y^\alpha$

Найдем передаточную функцию следующего разомкнутого контура:

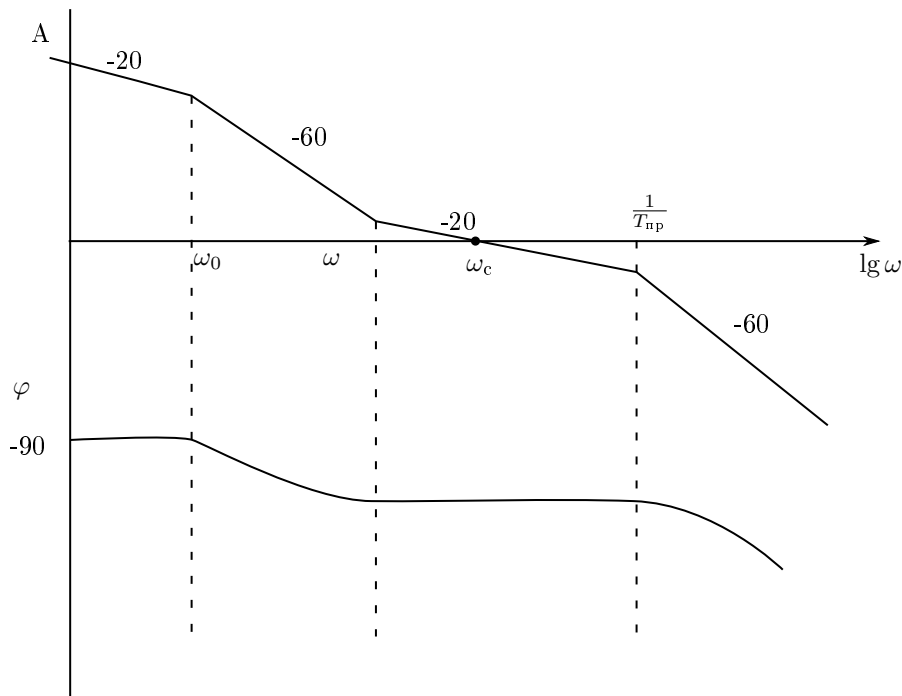
$$W_{пр*} = \frac{\alpha}{\varphi} = \frac{|\bar{M}_z^\varphi|(p^2 + 2h_1 p + \omega_1^2)}{p(p^2 + 2h p + \omega_0^2)(p^2 + 2h_{пр} p + \omega_{пр}^2)},$$

При выполнении условия  $\frac{1}{T} \gg 10\omega_0$  корневой годограф замкнутого контура имеет вид:



Видно что для достаточно больших значений  $K_{\omega_z}$  пара комплексно сопряженных корней замыкаются на комплексно сопряженный 0.

Изобразим ЛФЧХ разомкнутого контура.  $\omega_1 < \omega_c < \frac{1}{T_{пр}}$



Полагая что  $\omega_c = K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| = \frac{1}{T_{нр}} (K_{\omega_z})_{гр} = \frac{1}{T_{нр} |\bar{M}_z^\varphi|}$

Для обеспечения запаса амплитуды  $A > 12\text{дБ}$  должно выполняться неравенство  $\frac{K_{\omega_z}}{(K_{\omega_z})_{гр}} \leq 0.3\sigma$ . Левая граница  $\omega_1 \leq 0.15 \frac{1}{T_{нр}}$  обеспечивает необходимую длину -20 дБ/дек чем меньше  $\omega_1$  тогда увеличивает запас по фазе. Дадим рекомендации по выбору рациональных значений коэффициентов от которого зависят параметры  $h_1, \omega_1$  определяющие предельные значения ( $K_{\omega_z} \rightarrow \infty$ ) пары корней.

Все сделали для того чтобы выбрать коэффициенты обратной связи.

Таким образом полагаем,  $\omega_1^0 = (0.1 - 0.15) \frac{1}{T_{нр}}$ ,  $\xi_1^0 = (\frac{h_1}{\omega_1}) = 0.8$ .

При этом  $K_{\omega_z}^0 = \sigma_0 (K_{\omega_z})_{гр}$ ,  $K_{ny}^0 = (2\xi_1^0 \omega_1^0 - \bar{Y}^\alpha) \frac{1}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}^0$ ,  $K_\xi^0 = \frac{1}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}^0$ ,  $\sigma_0 = (0.2 - 0.3)$



## Лекция 9

### Выбор значения $K_x$

Найдем передаточную функцию системы  $\Delta n_y, \Delta x$ . Привод идеальный.

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = K_{\text{ш}} \left( p + \frac{K_f K_x}{K_{\text{ш}}} \right) \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p(p^2 + 2hp + \omega_0^2) - K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi (p^2 + 2h_1p + \omega_1^2)} \quad (12)$$

Если  $p \rightarrow 0$ :

$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta x} \right\}_{\text{уст}} = -K_f K_x \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi \omega_1^2} = -K_x; \quad K_f = \frac{\omega_1^2}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}$$

$$X^{n_y} = -\frac{1}{K_x} = \frac{\Delta X}{(\Delta n_y)_{\text{уст}}}$$

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{K_{\text{ш}} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha (p + \lambda_0)}{p^3 + p^2(2h + \omega_{\text{ср}}) + p(\omega_0^2 + \omega_{\text{ср}} h_1) - \omega_{\text{ср}} \omega_1^2} = \frac{K_{\text{ш}} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha (p + \lambda_0)}{\Delta(p)}$$

где  $\lambda_0 = \frac{K_f K_x}{K_{\text{ш}}}$ ,  $\omega_{\text{ср}} = -K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi$ . С другой стороны учитывая пару корней замкнутой системы при  $\uparrow K_{\omega_z}$ . Определяется приближенно из уравнения :

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{p^2 + 2h_1p + \omega_1^2}{\Delta(p)},$$

где  $\Delta(p) = (p^2 + 2h_1p + \omega_1^2)(p + \lambda_1)$ ,  $\lambda_1 = \omega_{\text{ср}}$ . Учитывая  $\omega_{\text{ср}} = -K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|$ ,  $K_{\omega_z} = \sigma_0 (K_{\omega_z})_{\text{гр}}$ .

$$(K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{1}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$$

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\sigma_0}{T_n} = \lambda_1$$

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{K_{\text{ш}} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha (p + \lambda_0)}{(p^2 + 2h_1p + \omega_1^2)(p + \lambda_1)}$$

Но  $\lambda_0$  является источником колебательности следовательно от него нужно избавиться, можно обеспечить  $\lambda_0 = \lambda_1$ .

$$K_{\text{ш}} = \frac{K_x K_f}{\sigma_0} T_n = \frac{K_x \omega_1^2}{|\bar{M}_z^\varphi| n_y^\alpha}$$

С учетом выбора  $K_{\text{ш}}$ :

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = -\frac{\omega_1^2 K_x}{p^2 + 2h_1p + \omega_1^2} \quad (13)$$

Эта передаточная функция описывает приближенно систему "самолет + интегральное АПУ".

### Методика синтеза интегрального АПУ

1. Задаем  $\omega_{10} = (0.1 \div 0.15) \frac{1}{T_n}$ ,  $\xi_1^0 = (0.8 \div 0.9)$ ,  $\sigma_0 = 0.4$ .
2.  $K_{\omega_z}^0 = \sigma_0 (K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{\sigma_0}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$
3.  $K_{n_y} = (2\xi_1^0 \omega_1^0 - Y^\alpha) \frac{1}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}^0$
4.  $K_x^0 = \frac{1}{|X^{n_y}|}$
5.  $K_{\text{ш}} = \frac{K_x^0 K_f^0}{\sigma_0} T_n$
6.  $K_f^0 = \frac{\omega_1^{02} K_{\omega_z}^0}{n_y^\alpha}$

Закон отклонения позволяет:

1. Обеспечить желаемое изменение положения рычага управления  $X_{\text{бал}}(H, M)$  в зависимости от параметров движения в разгоне и торможении.
2. Обеспечить желаемое постоянное значение статических характеристик.
3. Обеспечить заданные динамические переходные процессы по  $n_y$  (приближенно описывается колебательным звеном).

### Автомат продольного управления устойчивого самолета

АПУ – это СУУ в котором по отрицательной обратной связи по  $\omega_z$  вводится обратная связь по  $n_y$  или  $\omega_z$  и регулировать коэффициент передачи  $K_{\text{ш}} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$ .

Дополнительно к летчику: Руль отклонения по следующему закону:

$$\Delta \varphi_a = K_{\omega_z} \Delta \omega_z + K_{n_y} \Delta n_y$$

$$\Delta \varphi = K_{\text{ш}} + K_{\omega_z} \Delta \omega_z + K_{n_y} \Delta n_y$$

Будем считать, что перегрузка измеряется акселерометрами:  $\Delta n_y = n_y^\alpha \Delta \alpha$  Оценим влияние обратной связи по  $n_y$  на  $m_z^{C_y}$  в этом случае имеем приращение коэффициента момента:

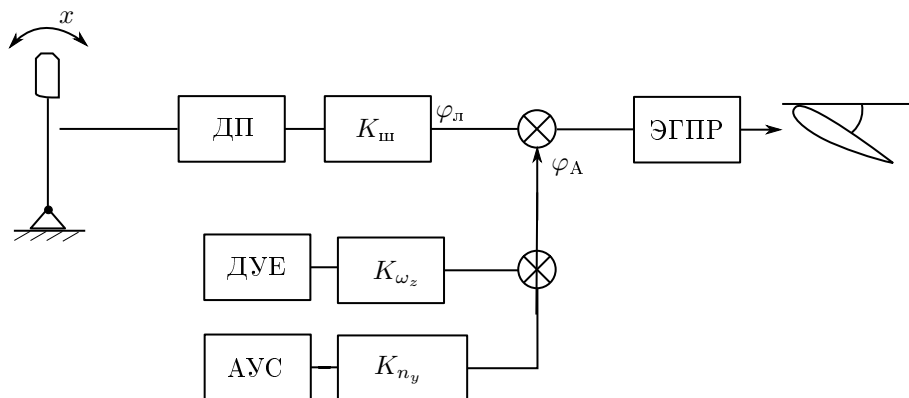
$$\Delta m_z = m_z^\varphi K_{n_y} \Delta n_y = m_z^\varphi K_{n_y} \frac{\Delta Y}{G}$$

$$\Delta m_z^{C_y} = m_z^\varphi K_{n_y} \bar{C}_{y_{\Gamma\Pi}} = m_z^\varphi K_{n_y} \frac{qS}{mg}$$

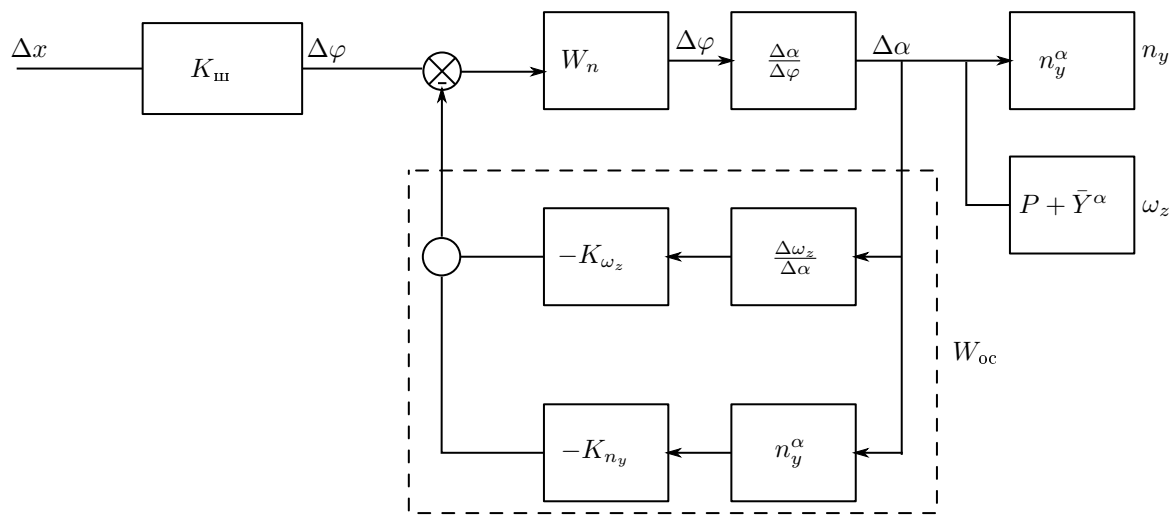
Следовательно за счет увеличения  $m_z^{C_y}$  на  $|\Delta m_z^{C_y}|$  происходит увеличение эффективное значение собственных колебаний самолета.

$$\omega_0^2 = \frac{-qSb_a}{I_{zz}} C_y^\alpha \sigma_n$$

Функциональная схема для ЭДСУ



Составим структурную схему с учетом идеальных измерителей:



$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\varphi} = \frac{\bar{M}_z^\varphi}{p^2 + 2h_0p + \omega_0^2},$$

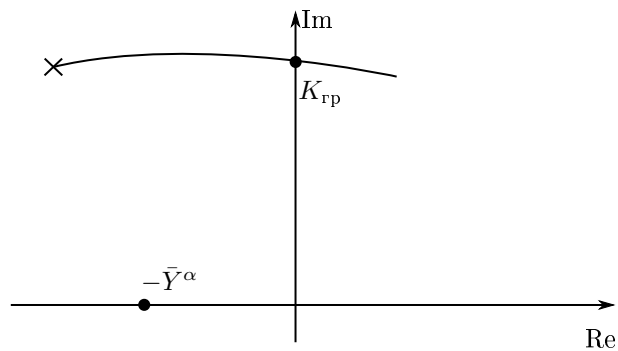
$$\left\{ \frac{\Delta\omega_z}{\Delta\alpha} \right\} = P + \bar{Y}^\alpha,$$

$$W_{oc} = -K_{n_y}n_y^\alpha - K_{\omega_z}(P + \bar{Y}^\alpha).$$

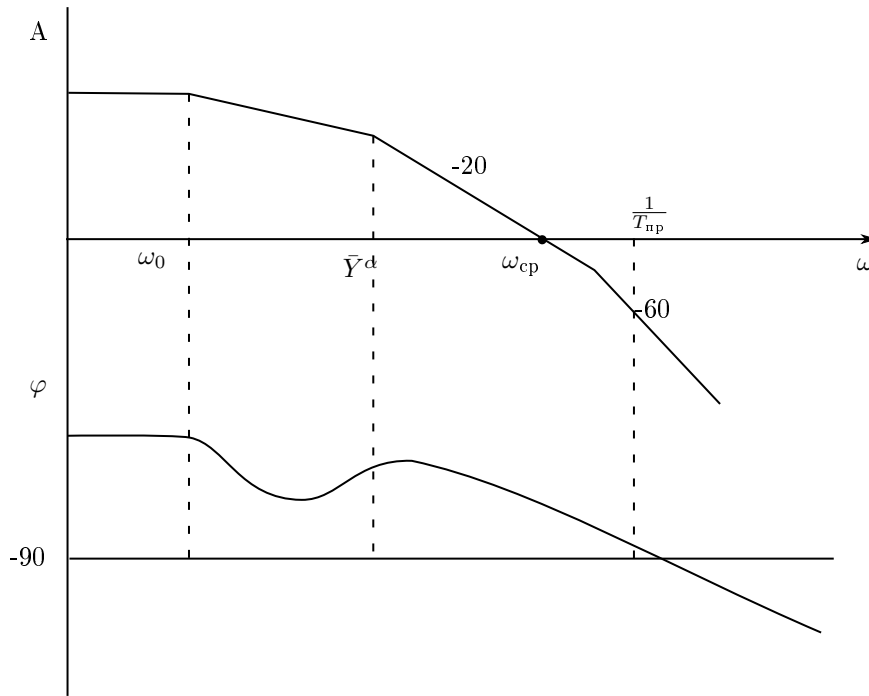
Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_{раз} = \frac{K_{\omega_z}|\bar{M}_z^\varphi|(P + \bar{Y}^\alpha)}{(p^2 + 2hp + \omega_0^2)(T_{np}^2p^2 + 2\xi_{np}T_{np}p + 1)}.$$

Аналогично контуру демпфирования с одним отличием можно регулировать нуль  $-\bar{Y}^\alpha$  при условии  $10\omega_0 = \frac{1}{T_{np}}$ .



Построим АФЧХ:



На участке  $\bar{Y}^\alpha \div \frac{1}{T_{пр}}$  передаточная функция имеет вид:

$$\frac{K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|}{p},$$

$$\omega_{ср} = K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|,$$

$$(K_{\omega_z})_{гр} = \frac{1}{T_{пр} |\bar{M}_z^\varphi|}.$$

Требуется чтобы длины участка с наклоном  $-20 \frac{дБ}{дек}$  была больше 0.7 дек. накладывается дополнительное ограничение:

$$\lg \frac{1}{T_n} - \lg \bar{Y}_*^\alpha \geq 0.7; \quad \frac{1}{T_n \bar{Y}_*^\alpha} \geq 5; \quad \bar{Y}_*^\alpha \leq \frac{0.2}{T_n}.$$

Значение  $K_{\omega_z} = 0.25(K_{\omega_z})_{гр}$  определяет запас устойчивости по амплитуде.  $T_n \bar{Y}_*^\alpha$  определяет запас по фазе. Чем меньше произведение, тем больше запас по фазе. Исходя из условий:

$$\begin{cases} \sigma = \frac{K_{\omega_z}}{(K_{\omega_z})_{гр}} \leq 0.25 \\ \bar{Y}_*^\alpha \leq \frac{0.2}{T_{пр}} \end{cases}.$$

С учетом этих коэффициентов подчиним выбор коэффициентов  $K_{\omega_z}$ ,  $K_{n_y}$  требуется обеспечить желаемую динамику "самолет + АПУ".

Установим как зависят корни замкнутой системы порождаемые от  $K_{\omega_z}$ ,  $K_{n_y}$ .

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{\bar{M}_z^\varphi (P + \bar{Y}^\alpha)}{\Delta(p)},$$

где  $\Delta(p) = p^2 + 2(h + 0.5K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|)p + (\omega_0^2 + K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| \bar{Y}^\alpha)$ ,  $\omega_{ср} = K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| \bar{Y}^\alpha$ . АПУ изменяет только параметры знаменателя передаточной функции. Приравнивая знаменатель нулю получим характеристическое уравнение:

$$\Delta_{эф}(p) = p^2 - 2\xi_{эф}\omega_{0эф}p + \omega_{0эф}^2 = 0,$$

$$\omega_{0эф}^2 = \omega_0^2 + \omega_{ср} \bar{Y}_*^\alpha,$$

$$\begin{aligned}
\xi_{\text{эф}} &= \frac{\omega_0 \xi_c + 0.5 \omega_{\text{ср}}}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_{\text{ср}}}} \bar{Y}_*^\alpha, \\
h &= \omega_0 \xi_c, \\
\omega_{\text{ср}} &= \frac{\omega_0^2 - \omega_0^2}{\bar{Y}_*^\alpha}, \\
\bar{Y}_*^\alpha &= \frac{\frac{1}{\xi_c^{*2}}}{h + 0.5 \omega_{\text{ср}}^2 - \omega_0^2} \omega_{\text{ср}}, \\
\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}} &= 2(\xi_c^* \omega_0^* - h), \\
\frac{0.2}{T_n} &\geq \bar{Y}_*^\alpha = \frac{\omega_0}{\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}}}, \\
K_{\omega_z}^{\text{потр}} &= \frac{\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}}}{|M_z^\varphi|}, \\
K_{\omega_z}^0 &= \min\{K_{\omega_z}^{\text{потр}}; 0.25(K_{\omega_z})_{\text{гр}}\}, \\
K_{n_y} &= \lambda^0 K_{\omega_z}^0, \\
\lambda^0 &= \frac{1}{n_y^\alpha} (\bar{Y}_*^{\alpha^{\text{потр}}} - \bar{Y}^\alpha).
\end{aligned}$$

В процедуре синтеза необходимо провести для всех режимов и определить в процессе регулировки параметры:

$$K_{\omega_z}(q), K_{n_y}(q).$$

Эффективное значение  $\xi_c^*$ ,  $\omega_0^*$  вычисляется по отдельным формулам:

$$\begin{aligned}
\omega_{0_{\text{эф}}} &= \sqrt{\omega_0^2 - \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha \left(\frac{g}{V}\right)}, \\
\xi &= \frac{h - 0.5 K_{\omega_z}^* \bar{M}_z^\varphi}{\omega_{0_{\text{эф}}}}.
\end{aligned}$$

Влияние АПУ на статические характеристики  $\sigma_n$ :

$$\Delta \sigma_n = \frac{m_z^\varphi q S}{mg} (K_{n_y} + \frac{g}{V} K_{\omega_z}).$$

2. Для установившейся фазы полета

$$\begin{aligned}
\varphi &= K_{\text{ш}} x + K_{\omega_z} \omega_z \frac{g}{V} \Delta n_y + K_{n_y} \Delta n_y, \\
X^{n_y} &= \frac{\varphi^{n_y}}{K_{\text{ш}}} - \frac{1}{K_{\text{ш}}} (K_{\omega_z} \frac{g}{V} + K_{n_y}), \\
\Delta X^{n_y} &= \frac{1}{K_{\omega}} \left( \frac{g}{V} K_{\omega_z} + K_{n_y} \right).
\end{aligned}$$

В состав АПУ также входит автомат регулирования управления его задача уменьшить забросы по  $n_y$  по режимам полета это осуществляется путем регулирования коэффициента

## Синтез статического автомата продольного управления неустойчивого самолет

В статическом АПУ дополнительное отклонение органа управления осуществляется по закону:

$$\Delta\phi = K_{\omega_z}\omega_z + K_{n_y}\Delta n_y.$$

Структурная схема, используемая в синтезе АПУ неустойчивого самолета такая же как и для устойчивого отличие только в передаточной функции

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\phi} = \frac{\bar{M}_z^\phi}{(p + \lambda_1)(p + \lambda_2)},$$

в этом случае передаточная функция разомкнутого контура (с обратными связями)

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_{\omega_z}|\bar{M}_z^\phi|(p + \bar{Y}_*^\alpha)}{(p + \lambda_1)(p + \lambda_2)(T_n^2 p^2 + 2\Xi_n T_n p + 1)},$$

$$\bar{Y}_*^\alpha = \bar{Y}_*^\alpha + \frac{K_{n_y}}{K_{\omega_z}} n_y^\alpha,$$

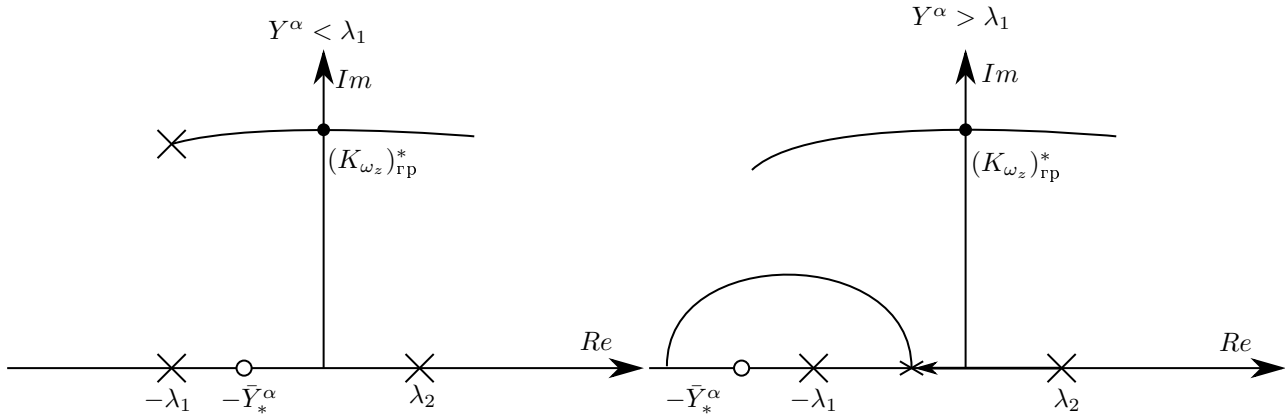
где самолет неустойчив определяется:

$$\max \lambda_1 (\lambda_1 > \lambda_c),$$

$$\hat{\omega} = \max(\max \omega_0^2, \max \lambda),$$

$$T_n = \frac{1}{10\hat{\omega}}.$$

Некоторые соображение по выбору  $Y_*^\alpha$  рассмотрим корневой годограф замкнутой системы для двух случаев



Второй годограф предпочтительнее потому что  $Y^\alpha$  лежит левее. Необходимо найти значения  $(K_{\omega_z})_{\text{гр}}^*$  при которых система будет устойчива.

1.  $\frac{1}{1/T_n \bar{M}_z^\phi}$
2.  $\frac{\lambda_2 \lambda_1}{|\bar{M}_z^\phi| \bar{Y}_*^\alpha}$

$$2.5(K_{\omega_z})_{\text{гр}}^* < K_{\omega_z} < 0.4(K_{\omega_z})_{\text{гр}}^*$$

$$\bar{Y}_*^\alpha \leq \frac{0.2}{T_n}$$

Аналогично выбор коэффициентов совпадает с устойчивым самолетом

$$(K_{\omega_z})_{\text{потр}} = \frac{2\xi^* \omega^* - (\lambda_1 - \lambda_2)}{|\bar{M}_z^\phi|},$$

$$(Y_*^\alpha) = \frac{(\omega^*)^2 + \lambda_1 \lambda_2}{|\bar{m}_z^\varphi|},$$

$$\omega^* = -\lambda_1 \lambda_2 - \bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} \bar{Y}_*^\alpha,$$

$$\xi^* = \frac{0.5[(\lambda_1 - \lambda_2) - \bar{m}_z^\varphi K_{\omega_z}]}{\sqrt{-\lambda_1 \lambda_2 - \bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} \bar{Y}_*^\alpha}}.$$

Проверка удовлетворения выбранных значений допустимым ограничением

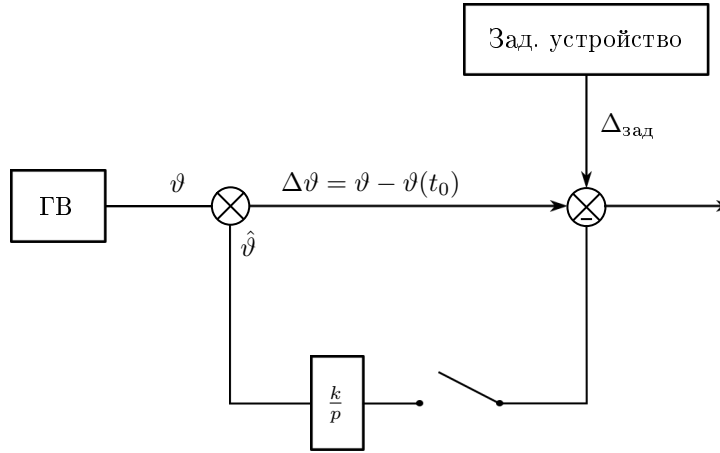
## Лекция 10. Семестр 2.

### Автоматическое управление угловым движением

Осуществляется с помощью автопилота, оно основано на регулировании углов тангажа, крена, рыскания, по сигналам заданных значений, вырабатываемых или летчиком (с помощью задающих устройств, или в контурах автоматического управления траекторией движения).

Автоматическое регулирование угла тангажа, АП (автопилота)  $\vartheta$  позволяет реализовать два режима регулирования: стабилизацию и управление траекторией.

В режиме стабилизации сохраняется исходное угловое положение самолета. Обычно автопилот включают в горизонтальном прямолинейном полете, поэтому режим стабилизации при прочих неизменных полета (главное постоянство скорости) обеспечивает выдерживание прямолинейной траектории. В режиме управления можно реализовать более сложные траектории вводя в автопилот дополнительный командный сигнал  $\Delta\vartheta_{\text{зад}}$  перед рычагом управления, можно обеспечить режим спуска или подъема с заданным углом тангажа возможно также приведение самолета из любого положения в горизонтальный полет, задавая  $\vartheta_{\text{зад}} = \vartheta_{\text{гп}}$ .



Механизм согласования предназначен для сдвига базы отсчета угла тангажа, измеряемого гировертикалью на величину  $\vartheta - \vartheta_0$  (момент включения автопилота), что позволяет стабилизировать исходное положение угла тангажа в момент включения автопилота при нулевом значении  $\Delta\vartheta_{\text{зад}}$  механизм согласования представляет собой следящую систему, которая находится в замкнутом состоянии когда автопилот не включен в этом случае передаточная функция  $\{\frac{\hat{\vartheta}}{\vartheta}\} = \frac{\frac{k}{p}}{1 + \frac{k}{p}} = \frac{k}{p+1} = \frac{1}{\frac{1}{k}p+1}$ .

$\hat{\vartheta}$  отслеживает  $\vartheta(t)$  тем точнее, чем больше коэффициент  $K$ . В момент включения автопилота  $t_0$  цепь размыкается и на выходе интегратора запоминается сигнал  $\vartheta(t_0)$ , а на выходе в системе формируется  $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta(t_0)$ . Сигнал ошибки  $\delta\vartheta$  который должен обнулять автопилот имеет вид:

$$\delta\vartheta = \vartheta_{\text{зад}} - \vartheta = \vartheta(t_0) + \Delta\vartheta_{\text{зад}} - \vartheta = \Delta\vartheta_{\text{зад}} - \Delta\vartheta.$$

## Автоматическое регулирование угла тангажа

Линейные модели в отклонениях от заданного режима полета будет соответствовать следующая структурная схема (измерители считаем идеальными):

$$\frac{\Delta\omega_z}{\Delta\varphi} = \frac{\bar{M}_z^\varphi(p + \bar{Y}^\alpha)}{p^2 + 2hp + \omega_0^2},$$

$$W_\Pi(p) = \frac{1}{T_\Pi^2 p^2 + 2\xi_\Pi T_\Pi p + 1}.$$

Рассмотрим два способа регулирования: Статический и астатический

### Статический автопилот

$$R_\vartheta(p) = K_\vartheta.$$

Преобразуем структурную схему к одноконтурному виду для этого сигнал  $\vartheta$  поступающий на вход приводов представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= K_{\omega_z} * \omega_z - K_\vartheta(\Delta\vartheta_3 - \Delta\vartheta) = K_{\omega_z} - K_\vartheta(\Delta\vartheta_3 - \Delta\vartheta) = -K_\vartheta\Delta\vartheta_3 + \Delta\vartheta(pK_{\omega_z} + K_\vartheta) = \\ &= -(K_{\omega_z}p + K_\vartheta) \left[ \frac{K_\vartheta}{K_{\omega_z}p + K_\vartheta} \Delta\vartheta_3 - \Delta\vartheta \right]. \end{aligned}$$

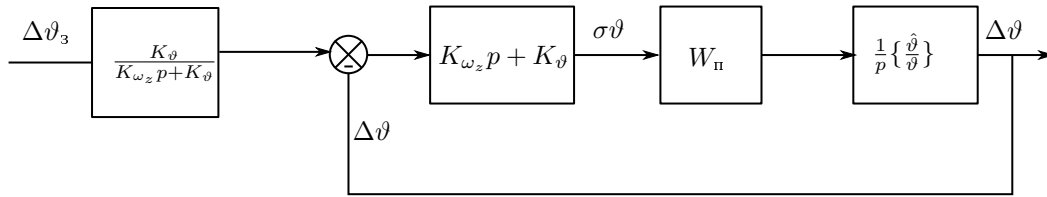
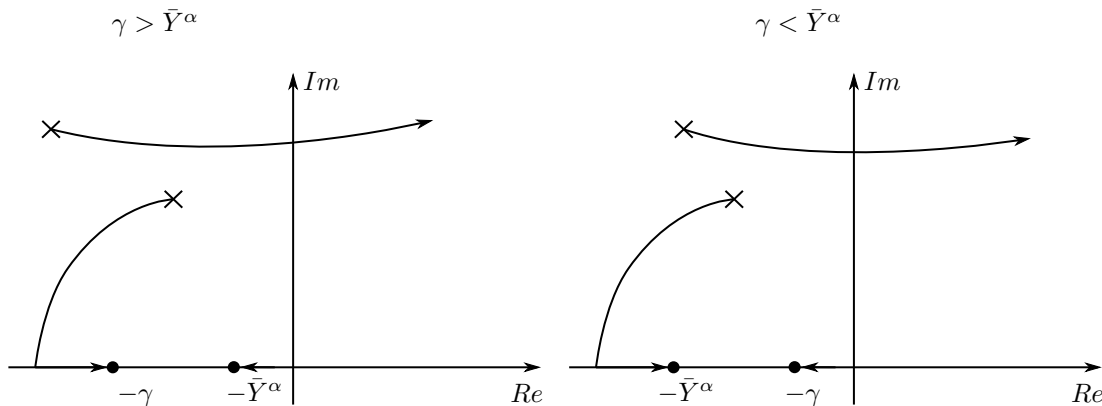


Рис. 2: Схема регулирования угла тангажа

Схема содержит контур с единичной отрицательной связью выбор параметров  $K_{\omega_z}$ ,  $K_\vartheta$  проведем исходя из передаточных функций разомкнутого контура

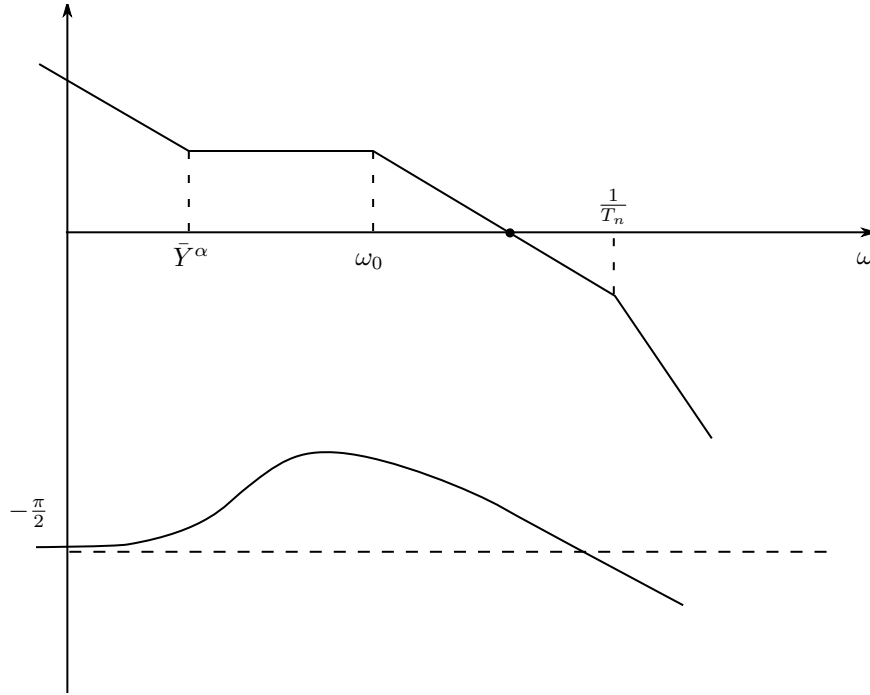
$$W_{\text{раз}} = -(K_{\omega_z}p + K_\vartheta)W_\Pi \frac{1}{p} \left\{ \frac{\Delta\omega_z}{\Delta\varphi} \right\} = -\frac{\bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z}(p + \gamma)(p + \bar{Y}^\alpha)}{p(p^2 + 2hp + \omega_0^2)(T_\Pi^2 p^2 + 2\xi_\Pi T_\Pi p + 1)}.$$

Переходим к выбору параметров  $K_{\omega_z}$  и  $\gamma$ . Рекомендации по выбору  $\gamma$  рассмотрим корневой годограф



**Быстродействие системы** определяется наименьшим корнем характеристического многочлена. С этой точки зрения лучше выбирать первый случай  $\gamma > \bar{Y}^\alpha$ .





На участке частоты среза:

$$W_{\text{раз}} = -\frac{\bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z}}{p}.$$

Из модели частоты среза:

$$\omega_{\text{ср}} = -\bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} = -\frac{1}{T_n},$$

$(K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{1}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$ . Исходя из требований запасов:  $K_{\omega_z} = 0.25(K_{\omega_z})_{\text{гр}}$ . Для предварительного выбора значений можно использовать:

$$K_{\omega_z} = -\frac{0.25 I_z}{m_z^\varphi q S b_a T_n},$$

$$K_\vartheta = -\frac{0.25}{m_z^\varphi T_n} \sqrt{\frac{I_z C_y^\alpha |\sigma_\vartheta|}{q S b_a}}.$$

## Анализ точности

Согласно схеме на рис. 2 найдем передаточную функцию замкнутой системы (при условии, что привод идеальный):

$$W_{\text{зам}} = \left\{ \frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta_3} \right\} = \frac{K_\vartheta}{K_{\omega_z} p + K_\vartheta} \frac{W_{\text{раз}}}{1 + W_{\text{раз}}} = \frac{\bar{M}_z^\varphi K_\vartheta (p + \bar{Y}^\alpha)}{\Delta(p)}, \quad (14)$$

где  $\Delta(p) = p^3 + p^2(2h - \bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z}) + p(\omega_0^2 - \bar{M}_z^\varphi K_\vartheta - \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha K_{\omega_z}) - \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha K_\vartheta$ .

В установившемся режиме  $\Delta\vartheta_3 = 1$ , найдем чему равняется  $\Delta\vartheta$

$$\Delta\vartheta = W_{\text{зам}} * \Delta\vartheta_3 = 1 * \Delta\vartheta_3 = \Delta\vartheta_3$$

При обработке сигнала статической ошибки нет.

Оценим влияние возмущений по моменту  $\Delta M_z$  на точность стилизации не сбалансированный момент, оцениваемый величиной  $\Delta M_z$  может быть вызван например за счёт сброса груза, самое главное что нас интересует, что изменилась центровка самолета. В статическом режиме  $\Delta m_z + m_z^\varphi \Delta\varphi$  согласно структурной схеме,  $\delta_\vartheta = \frac{\Delta m_z}{K_\vartheta m_z^\varphi}$  - это есть наша статическая ошибка, с этой точки зрения, рационально выбирать максимальное больше  $K_\vartheta$ .

## Каноническая форма записи передаточной функции АП $\vartheta$

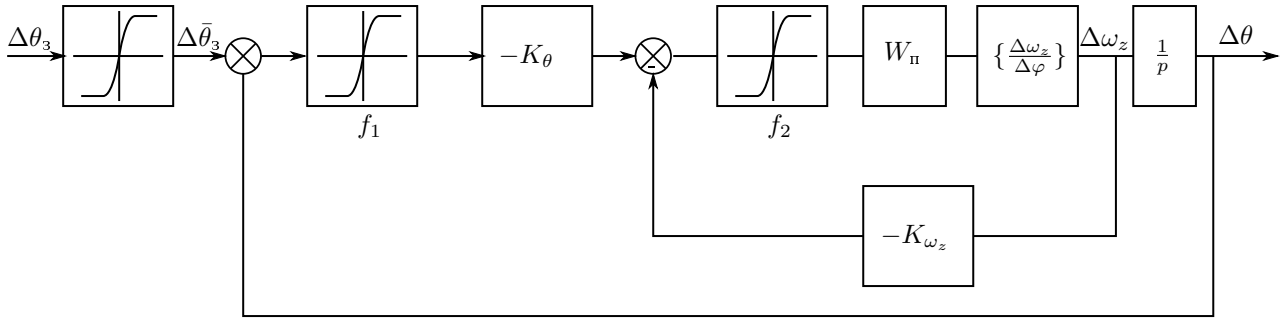
Представим 14 в виде комбинации передаточных звеньев, для этого необходимо найти корни характеристического уравнения, этот полином 3-ей степени имеет как правило 1 действительный и 2 комплексно-сопряженных корня. Для устойчивости системы необходимо  $p_1 < 0$ ,  $a < 0$ , в этом случае  $\Delta\vartheta$ ,  $\Delta\vartheta_3$  могут быть записаны в виде:

$$W = \frac{T_{1c}p + 1}{(T_1p + 1)(T_2^2p^2 + 2\xi_2T_2p + 1)},$$

где  $T_{1c} = \frac{1}{Y_*^\alpha}$ ,  $T_1 = \frac{-1}{p_1}$ ,  $T_2 = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ,  $\xi = \frac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ . Колебательный характер переходного процесса определяется коэффициентом относительного демпфирования  $\xi$ . Если  $\xi < 0.6$ , то ее можно увеличить за счет уменьшения  $K_\vartheta$ , если  $\xi > 0.6$ , то  $K_\vartheta$  можно оставить какой есть.

## Выбор ограничений

При работе АП  $\vartheta$  параметры самолета такие как  $\vartheta$ ,  $n_y$  не должны превышать заданных ограничений, кроме того диапазон отклонения стабилизатора (руля) также ограничен. Так как при работе АП  $\vartheta$  обеспечивается  $\Delta\vartheta_3$ , то ограничение угла тангажа можно обеспечить за счет ограничения  $\Delta\vartheta_3$  нарисую структурную схему с учетом таких ограничений:



Ограничения для  $\varphi$ :

$$\varphi_{min} - \varphi_{оп} < \Delta\varphi < \varphi_{max} - \varphi_{оп}$$

Должна быть  $\Delta n_{y_{доп}}$

С учетом демпфера передаточная функция перегрузки:

$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta\varphi} \right\} = \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p^2 + 2hp + \omega_0^2},$$

где  $\Delta\varphi = \delta\vartheta(-K_\vartheta)$ ,  $\Delta n_y = \delta\vartheta(-K_\vartheta) \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} W_\Pi$ .

$$(\Delta n_y)_{уст} = \delta\vartheta(-K_\vartheta) \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{(\omega^*)^2},$$

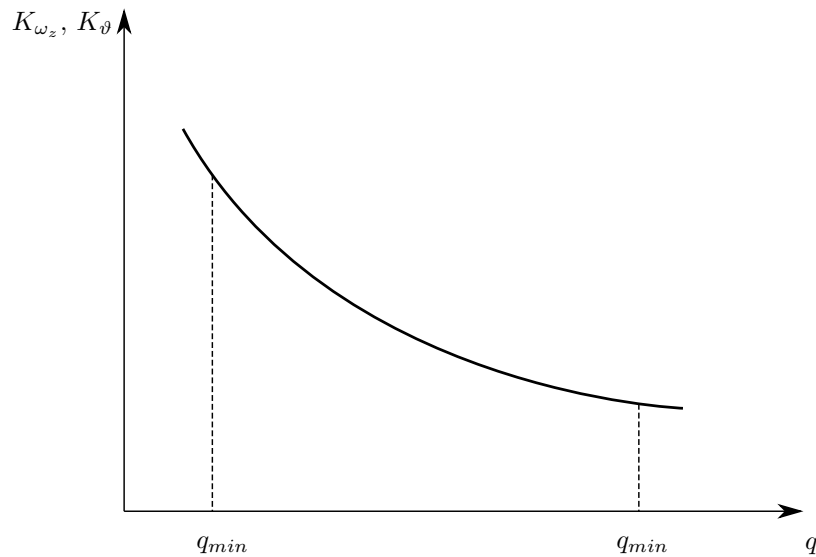
$$n_{y_{min}} < n_y < n_{y_{max}},$$

$$n_{y_{min}} - 1 < \Delta n_y < n_{y_{max}} - 1,$$

$$n_{y_{min}} - 1 < \delta\vartheta(-K_\vartheta) \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{(\omega^*)^2} < n_{y_{max}} - 1,$$

$$(n_{y_{min}} - 1) \frac{(\omega^*)^2}{-K_\vartheta \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha} < \Delta n_y < (n_{y_{max}} - 1) \frac{(\omega^*)^2}{-K_\vartheta \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}.$$

## Регулировка $K_{\omega_z}$ по режимам полета



$$K_{\omega_z} = \frac{-0.25 I_z}{m_z^{\varphi} q S b_a T_n}, \quad K_{\vartheta} = -\frac{-0.25}{m_z^{\varphi} T_n} \sqrt{\frac{I_z C_y^{\alpha} |\sigma_n|}{q S b_a}}.$$

## Астатический АП $\vartheta$

$$R_{\vartheta}(p) = K_{\vartheta} + \frac{K_u}{p},$$

$$R_{\vartheta}(p) = K_{\vartheta} \left( \frac{T_k p + 1}{T_k p} \right),$$

$$T_k = \frac{K_{\vartheta}}{K_u},$$

т.к интегральная коррекция вводится для устранения статической ошибки регулирования, она не должна влиять на частоты близкие к собственной частоте

$$\frac{1}{T_k} \leq (0.1 \div 0.2) \omega_{cp} \Rightarrow \frac{0.25}{T_n}$$

$$\frac{K_u}{K_{\vartheta}} = \frac{1}{T_k} \leq (0.025 \div 0.05) \frac{1}{T_n}$$

## Автоматическое регулирование угла рыскания (угла курса)

**Угол курса  $\Psi$**  - угол между меридианом и проекцией оси ОХ связанной СК на МГП (местная горизонтальная плоскость).

**Угол рыскания  $\psi$**  - угол между заданным направлением на МГП и проекцией оси ОХ на МГП.

Если в качестве заданного направления взять направление на север, то эти углы будут отличаться знаком в противном случае они отличаются на постоянную величину. В дальнейшем будем говорить об регулировании угла рыскания. Возможны два способа стабилизации и управления самолетом по углу рыскания:

1. Через путевой канал путем создания  $m_z$  при  $\gamma = 0$
2. Через поперечный канал путем накренения самолета ( $\beta = 0$ )
3. Координированный разворот

Как в первом так и во втором случае при регулировании  $\psi$  создается сила перпендикулярная скорости которая меняет движение. То есть по сути речь идет о регулировании направления движения, регулирования угла пути  $\Psi$

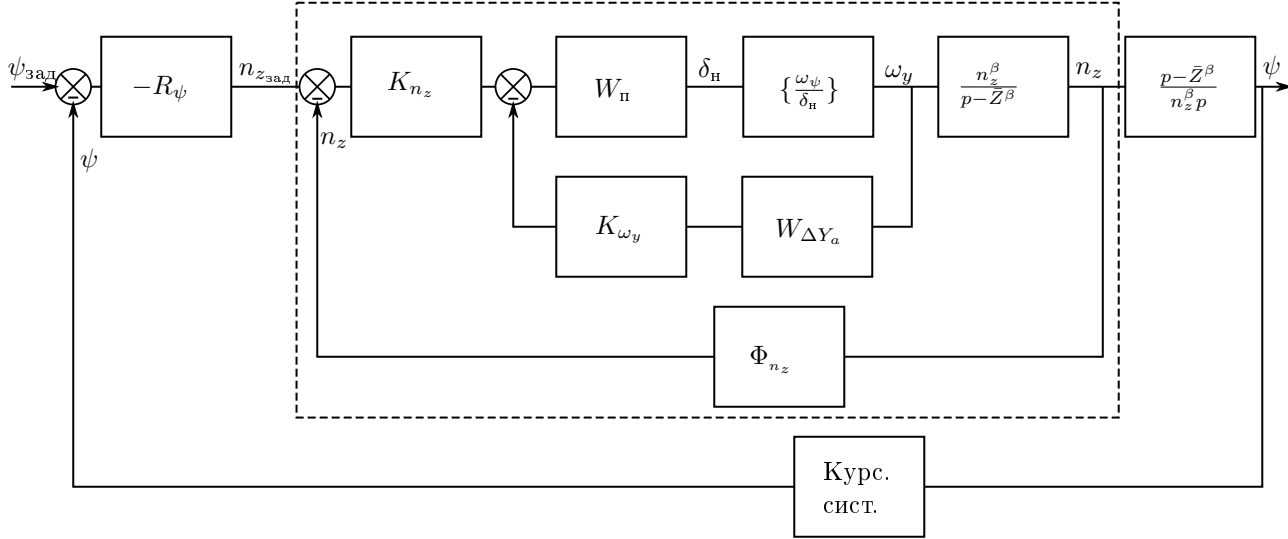
## Автоматическое регулирование угла рыскания при плоском развороте

В этом случае стабилизируется угол крена относительно нулевого значения. Для эффективной стабилизации при  $\beta \neq 0$  требуется наличие управляющего момента.

$$m_z^{\delta_a} \delta_a > m_x^{\beta} \beta_{max}$$

$$\omega_\gamma > \omega_\psi$$

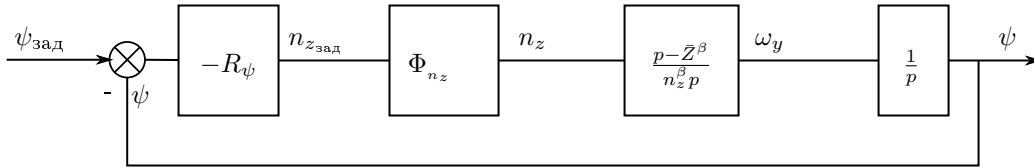
Где  $\omega_\gamma, \omega_\psi$  характерные частоты для самолета с автопилотом, в случае выполнения этих условий движение самолета в путевом канале можно рассматривать на основе уравнений изолированного движения рыскания. Автоматическим управлением углом рыскания при плоском развороте соответствует следующая структурная схема:



$$\left\{ \frac{\omega_\psi}{\delta_n} \right\} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_n} (p - \bar{Z}^\beta)}{p^2 + 2h_B p + \omega_B^2}$$

$$W_\Pi = \frac{1}{T_{\Pi}^2 p^2 + 2\xi_\Pi p + 1}$$

Контур отмеченный пунктирной линией выполняет исполнительные функции и АП ( $n_z$ ) следовательно необходимо задать передаточную функцию регулятора и определить значение его параметров предполагая измерители идеальными структурную схему можно представить в виде одноконтурной системы:



$$\Phi_{АП_{n_z}} = \left\{ \frac{n_z}{n_{ззад}} \right\} = \frac{K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_n} n_z^\beta}{p^2 + 2\tilde{h}_B p + \tilde{\omega}_B^2},$$

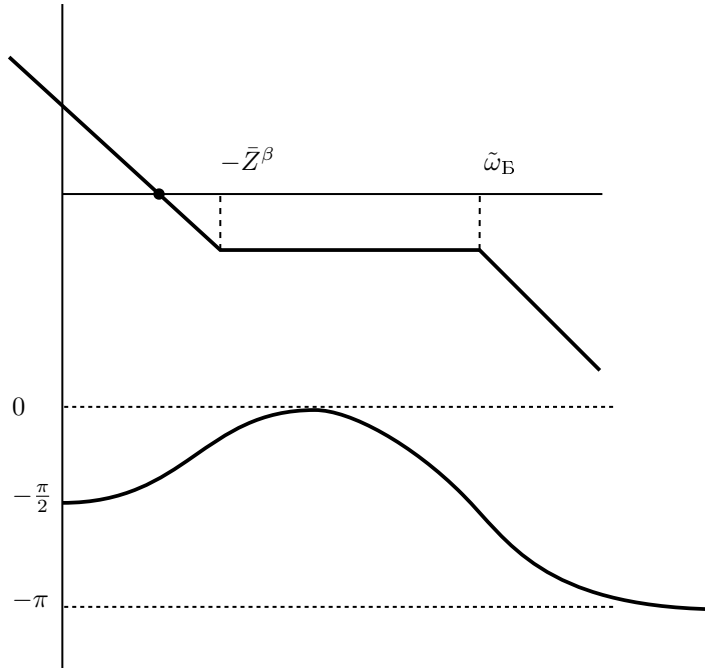
$$\text{где } 2\tilde{h}_B = 2h_B - \bar{M}_y^{\delta_n} K_{\omega_y}, \quad \tilde{\omega}_B^2 = \omega_B^2 + \bar{M}_y^{\delta_n} K_{\omega_y} \bar{Z}^\beta + \bar{M}_y^{\delta_n} K_{n_z} n_z^\beta$$

## Статический регулятор

При  $R_\psi = K_\psi$  Тогда передаточная функция разомкнутого контура является:

$$W_{раз} = -\frac{K_\psi \bar{M}_y^{\delta_n} K_{n_z}}{p^2 + 2\tilde{h}_B p + \tilde{\omega}_B^2} \frac{(p - \bar{Z}^\beta)}{p}$$

Учитывая что модуль  $\bar{Z}^\beta < \tilde{\omega}_B$  ЛАФЧХ :



$K_\psi$  выбираем максимальный при условии, что частота среза приходится на участок -20 дБ/дек. Для этого участка получим:

$$W_{\text{раз}} \approx \frac{K_\psi \bar{M}_y^{\delta_n} K_{n_z} (-Z^\beta)}{\tilde{\omega}_B^2 p}.$$

Определим, что  $\omega_{\text{ср}} = 0.8(-Z^\beta)$ , тогда  $K_\psi = \frac{-0.8\tilde{\omega}_B^2}{\bar{M}_y^{\delta_n} K_{n_z}}$ . Более слабые несущие свойства по углу скольжения  $\beta$  по сравнению с несущими свойствами по углу атаки предопределяет малое значение  $\bar{Z}^\beta$  и малое значение частоты среза  $\Rightarrow$  мало быстродействие

$$|C_z^\beta| \approx \left(\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}\right) C_y^\alpha.$$

Плоский разворот при регулировании угла  $\beta$  используется сравнительно редко при решении специальных значений.

## Стабилизация угла рыскания через канал крен, координированный разворот

Эффективно.

Использование больших углов крена  $\gamma = 30 - 60^\circ$  для неманевренных самолетов,  $\gamma = 60^\circ$  для маневренных самолетов, с перегрузками близкими к эксплуатационным позволяет выполнять энергичные маневры в автоматическом режиме.

$$\dot{\Psi} = \frac{g}{V} \sqrt{n_y^2 - 1},$$

$\Psi$  - угол пути. Также следует учитывать при исследовании энергичных маневров необходимо изменение параметров продольного движения.

$$n_y(t) = \frac{1}{\cos \gamma(t)}$$

Для получения некоторых качественных результатов будем использовать упрощенную модель движения (отработка системы стабилизации  $\psi$  с применением полной модели) для случая  $\beta = 0$ .

$$\dot{\omega}_x = \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_\eta} \delta_\eta,$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x$$

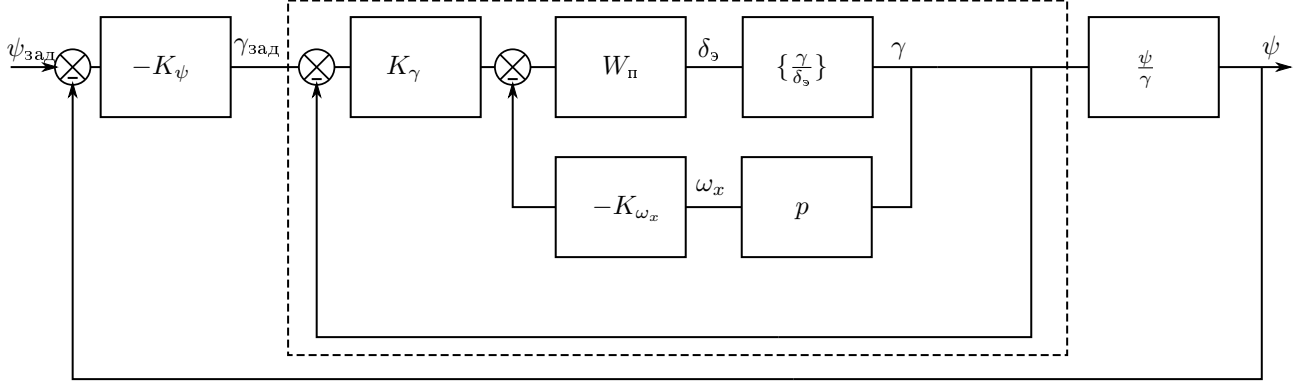
$$\dot{\Psi} = -\alpha_{\Gamma\P} \omega_x - \frac{g}{V} n_y^\alpha \alpha_{\Gamma\P} \gamma$$

Этим уравнениям соответствуют следующие передаточные функции:

$$\left\{ \frac{\gamma}{\delta_\Delta} \right\} = \frac{\bar{M}_x^{\delta_\Delta}}{p - \bar{M}_x^{\omega_x}}$$

$$\left\{ \frac{\Psi}{\gamma} \right\} = -\frac{\alpha_{\Gamma\Pi}(p + \frac{g}{V}n_y^\alpha)}{p} = -\frac{g}{V} \frac{T_{1c}p + 1}{p}$$

Рассмотрим вариант системы стабилизации системы  $\psi$  через поперечный канал:



То что отмечено пунктиром это АП  $\gamma$

$$\delta_\Delta = W_\Pi [K_{\omega_x} \omega_x - K_\gamma (\gamma_{\text{зад}} - \gamma)]$$

$$\gamma_{\text{зад}} = -K_\psi (\psi_{\text{зад}} - \psi)$$

Считая  $W_\Pi = 1$  получена следующая передаточная функция:

$$\left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{\text{зад}}} \right\} = \frac{1}{T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1},$$

где  $T_\gamma = \sqrt{\frac{1}{K_\gamma |\bar{M}_x^{\delta_\Delta}|}}$ ,  $\xi_\gamma = \frac{-0.8(\bar{M}_x^{\omega_x} + K_{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_\Delta})}{\sqrt{K_\gamma |\bar{M}_x^{\delta_\Delta}|}}$ .

С учетом этой передаточной функции структурная схема системы регулирования угла рыскания  $\psi$ :

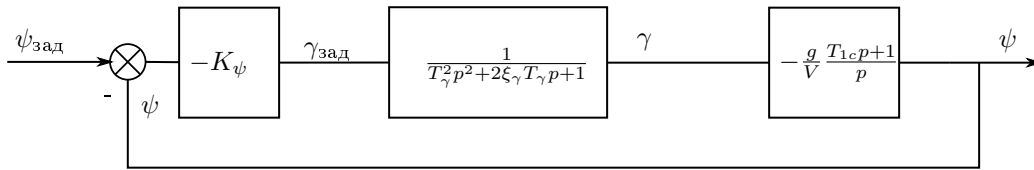


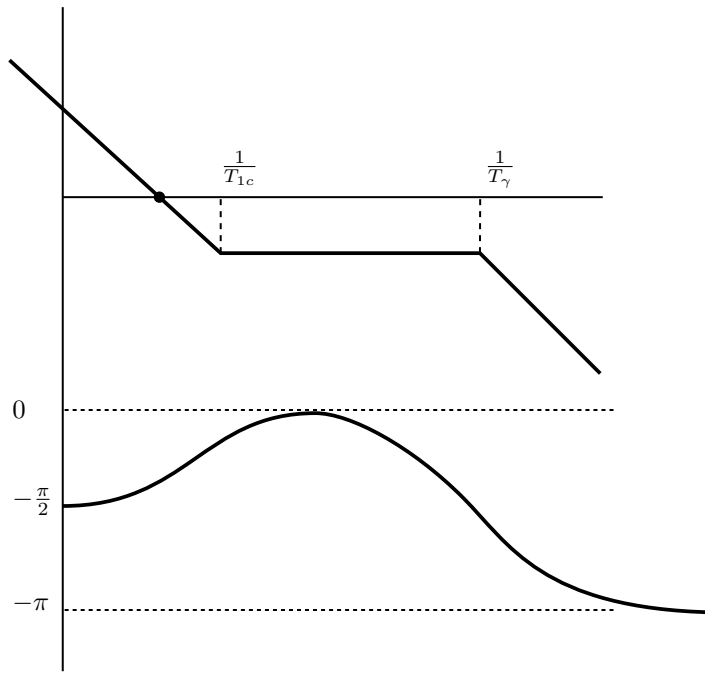
Рис. 3: Структурная схема замкнутой системы

Выбор  $K_\psi$  проведем с помощью частотного метода:

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_\psi \frac{g}{V} (T_{1c} p + 1)}{p(T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1)}$$

Выбор коэффициентов по тем же соображением что и ранее.

ЛАФЧХ:



$$\omega_{cp} = K_\psi \frac{g}{V}$$

$$\omega_{cp} = 0.8 \frac{1}{T_{1c}}$$

### Анализ точности

Найдем согласно последней структурной схеме на рис. 3 передаточную функцию замкнутой системы:

$$\Phi_{зам} = \left\{ \frac{\psi}{\psi_{зад}} \right\} = \frac{W_{раз}}{1 + W_{раз}} = \frac{K_\psi \frac{g}{V} (T_{1c}p + 1)}{T_\gamma^2 p^3 + 2\xi_\gamma T_\gamma p^2 + p(1 + K_\psi \frac{g}{V} T_{1c}) + K_\psi \frac{g}{V}}$$

В установившемся режиме для  $\Psi = const$  найдем установившееся значение.

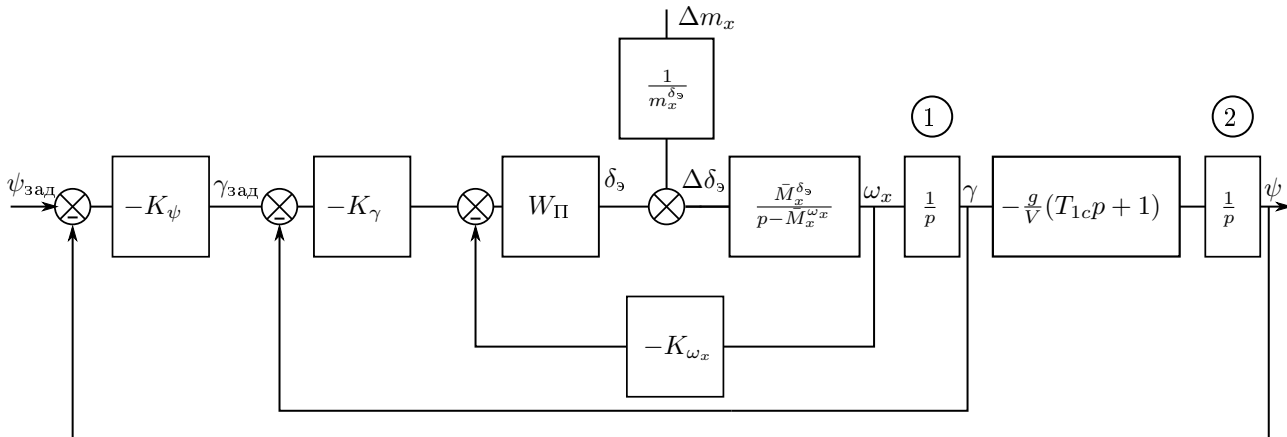
$\psi_{уст} = \Psi(p)|_{p=0} \psi_{зад} = \psi_{зад}$ , статической ошибки нет.

Рассмотрим влияние  $\Delta m_x$  на точность стабилизации  $\psi$ .

$\Delta m_x$  по способу воздействия на ЛА можно представить, как некоторое дополнительное отклонение элеронов:

$$\Delta \delta_\Theta = \frac{\Delta m_x}{m_x^{\delta_\Theta}}$$

Исследуем с помощью следующей структурной схемы:



В установившемся режиме  $\Delta m_x = const$  все переменные в структурной схеме принимают постоянное значение при этом сигнал на входе в интеграл должен быть равен 0.

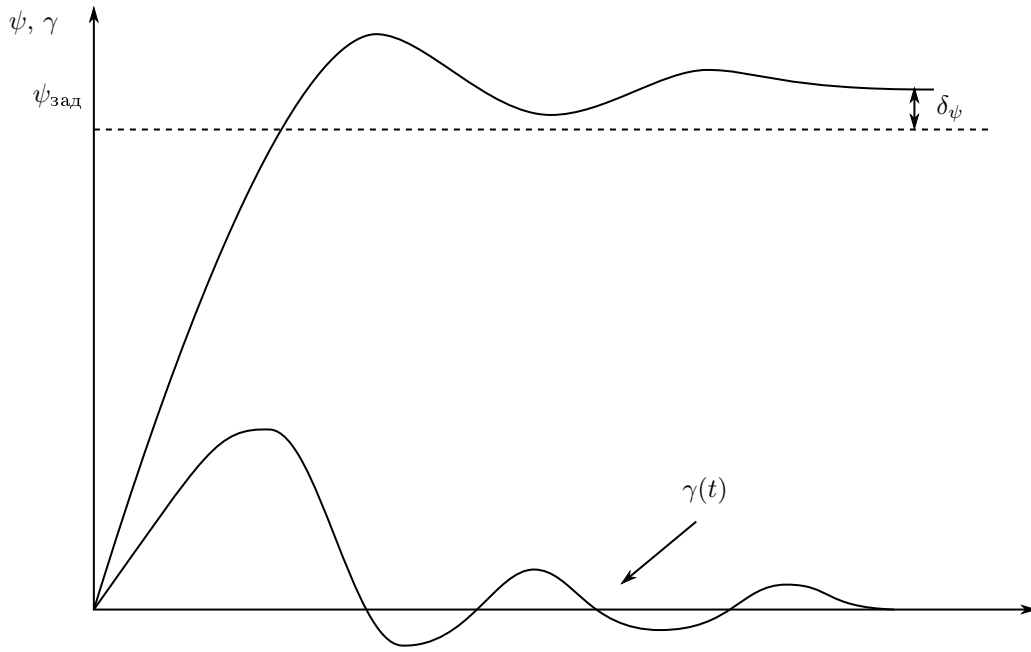
Посчитаем установившийся сигнал на вход в 2:

$$\gamma_{уст}(-\frac{g}{V}) = 0, \gamma_{уст} = 0$$

Вход на первый интеграл:

$$\left[ (\gamma_{зад} - \gamma_{уст})(-K_\gamma) + \frac{\Delta m_x}{m_x^{\delta_s}} \right] \frac{\bar{M}_x^{\delta_s}}{-\bar{M}_x^{\omega_x}} = 0, \gamma_{зад} = \frac{\Delta m_x}{m_x^{\delta_s} K_\gamma}$$

Наличия контура стабилизации угла рыскания делает самолет астатичным по углу  $\gamma$  к возмущению по  $\Delta m_x$  однако при этом сохраняется ошибка по углу рыскания.



## Автоматическое регулирование угла крена

Регулирование угла крена происходит по сигналам заданных значений вырабатываемых либо летчиком, либо системой. Опыт расчетов и моделирование показывает, что за время переходного процесса по крену, движение самолета по углам скольжения и рыскания не успевает существенно развиться, при малых углах атаки, вращение самолета происходит вокруг вектора скорости ( $\beta = 0$ ). Поэтому в уравнении моментов по крену можно пренебречь зависимостью  $m_x^\beta$  и рассматривать модель изолированного движения по крену, которая соответствует следующей структурной схеме:

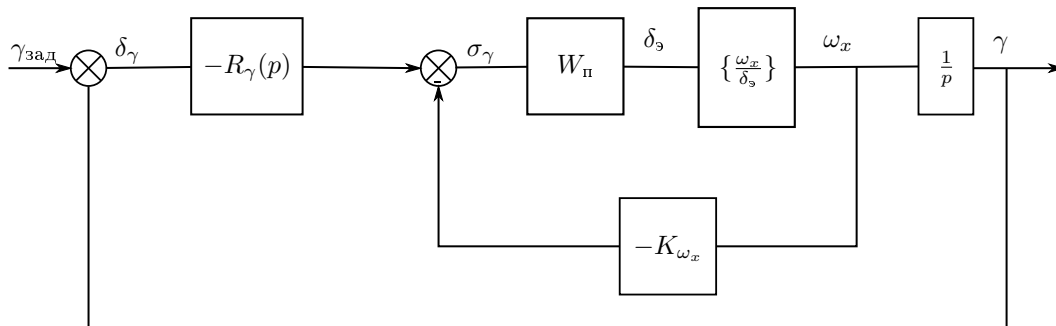


Рис. 4: Стабилизация  $\gamma$



ДУС и ГВ идеальны.

$$\left\{ \frac{\omega_x}{\delta_3} \right\} = \frac{\bar{M}_x^{\delta_3}}{p - \bar{M}_x^{\omega_x}}$$

Методика синтеза АП  $\gamma$  полностью повторяет АП  $\vartheta$ .

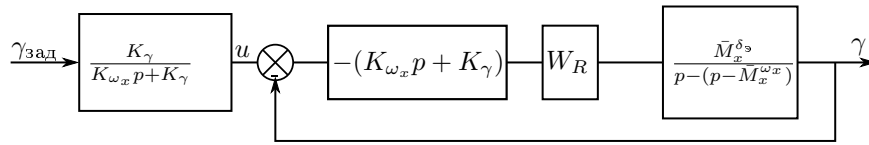
## Статическое регулирование

$$R_\gamma(p) = K_\gamma$$

В этом случае сигнал  $\sigma_\gamma$  поступающий на вход в привод можно представить в следующем виде:

$$\sigma_\gamma = -K_\gamma(\gamma_{\text{зад}} - \gamma) + K_{\omega_x}\omega_x = -K_\gamma(\gamma_{\text{зад}} - \gamma) + K_{\omega_x}p\gamma = (-K_{\omega_x}p + K_\gamma) \left( \frac{K_\gamma}{K_{\omega_x}p + K_\gamma} \gamma_{\text{зад}} - \gamma \right)$$

В соответствии с  $\sigma_\gamma$  можно представить схему на рис. 4 как одноконтурную:

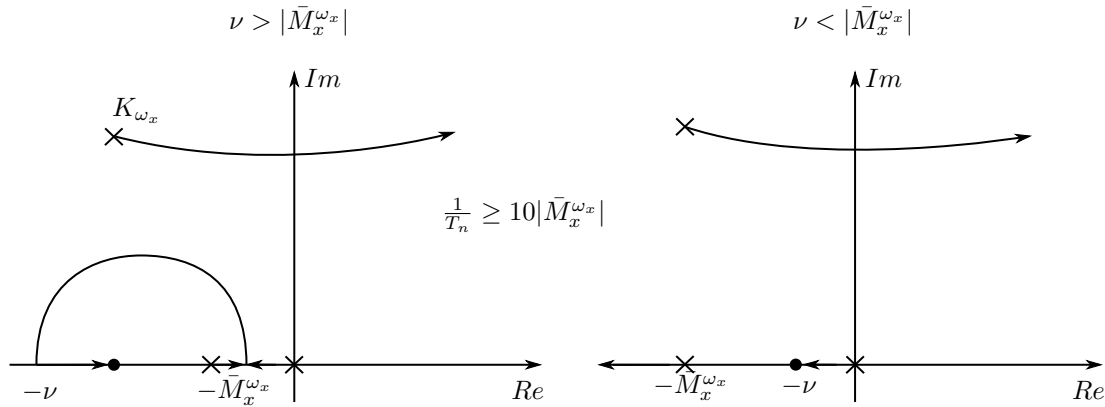


Требуется выбрать значение  $K_\gamma$ ,  $K_{\omega_x}$  обеспечивающее максимальное быстродействие без существенного перерегулирование, следует отметить, что качество регулирования угла крена в значительной мере определяется передаточной функцией контура с единичной обратной связью:

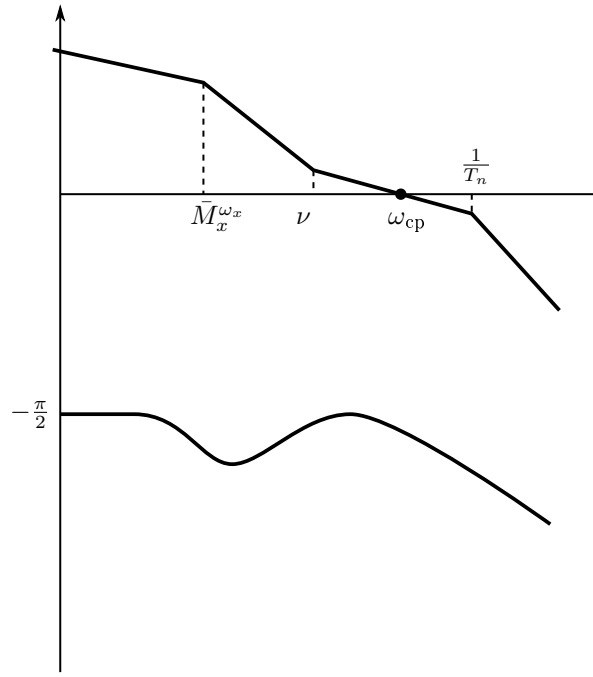
$$W_{\text{раз}} = -K_{\omega_x}(p + \nu) \frac{\bar{M}_x^{\delta_3}}{p - \bar{M}_x^{\omega_x}} \frac{1}{T_{\Pi}^2 p^2 + 2\xi_{\Pi} T_{\Pi} p + 1} \frac{1}{p},$$

где  $\nu = \frac{K_\gamma}{K_{\omega_x}}$ .

Рекомендации по выбору параметра  $\nu$  получим из корневого годографа "самолет + АП  $\gamma$ " для двух случаев:



Выбираем первый случай из-за быстродействия. Рассмотрим ЛАФЧХ:



Для хорошего регулирования  $\gamma$  необходимо обеспечить запасы  $\Delta A > 10 \div 12$  дБ,  $\Delta \varphi \geq 45^\circ$ . Амплитудная характеристика -20 имеется на двух участках  $\omega < |\bar{M}_x^{\omega_x}|$  и  $\nu < \omega < \frac{1}{T_n}$  большее быстродействие можно получить если  $\omega_{cp}$  будет лежать на втором участке.

$$W_{раз} \approx \frac{-K_{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_\vartheta}}{p}, \quad \omega_{cp} = -K_{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_\vartheta}$$

При  $\omega = \frac{1}{T_n}$  фазовая характеристика:

$$\varphi(\omega = \frac{1}{T_n}) = -180^\circ$$

Предполагая  $\omega_c = \frac{1}{T_n}$  найдем  $(K_{\omega_x})_{гр}$ :

$$(K_{\omega_x})_{гр} = -\frac{1}{T_n \bar{M}_x^{\delta_\vartheta}} = \frac{1}{T_n |\bar{M}_x^{\delta_\vartheta}|}$$

Берем  $K_{\omega_x} = 0.25(K_{\omega_x})_{гр}$ , при этом  $\omega_{cp} = \frac{0.25}{T_n}$  Величина  $\nu = \frac{0.2}{T_n}$  обеспечивает рекомендуемую длину участка (0.7-0.8 дек) следовательно первоначальный выбор коэффициентов  $K_{\omega_x} = \frac{0.25}{T_n |\bar{M}_x^{\delta_\vartheta}|}$ ,  $\nu = \frac{0.2}{T_n}$ ,  $K_\gamma = \nu K_{\omega_x}$ .

## Анализ точности

В соответствии с замкнутой системой найдем  $\Phi_{зам}$ :

$$\Phi_{зам} = \left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{зад}} \right\} = \frac{K_\gamma \bar{M}_x^{\delta_\vartheta}}{(T_n^2 p^2 + 2\xi_n T_n p + 1)p(p - \bar{M}_x^{\omega_x}) - K_{\omega_x}(p + \gamma)\bar{M}_x^{\delta_\vartheta}}$$

Ищем  $\gamma_{уст}$ :

$$\gamma_{уст} = \left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{зад}} \right\} \Big|_{p=0} \gamma_{зад} = \gamma_{зад}$$

Рассмотрим возмущение  $m_x = \Delta m_x + m_x^{\delta_\vartheta} \delta_\vartheta$ :

$$\Delta m_x = m_x^{\delta_\vartheta} K_\gamma \delta_\gamma = 0$$

Ошибка регулирования:

$$\delta_\gamma = \frac{\Delta m_x}{K_\gamma m_x^{\delta_\vartheta}}$$

## Астатический автопилот крена

Регулятор записывается по аналогии с предыдущим вариантом:

$$R_\gamma = K_\gamma + \frac{K_u}{p} = K_\gamma \frac{1 + T_u p}{T_u p},$$

где  $T_u = \frac{K_\gamma}{K_u}$ .

Интеграл вводится для устранения ошибки регулирования. При возмущении  $\Delta m_x$ , выбор значения параметров  $T_u$ , подчинен условию  $\frac{1}{T_u} < \frac{\omega_{\text{ср}}}{10}$  где  $\omega_{\text{ср}}$  частота среза, в этом случае передаточная функция  $\frac{1+T_u p}{T_u p}$  не оказывает влияние на частотную характеристику в районе частоты среза и следовательно необходимые запасы устойчивости можно обеспечить выбором параметров  $K_\gamma, K_{\omega_x}$ .

$$\frac{K_u}{K_\gamma} = \frac{\omega_{\text{ср}}}{\omega}, \quad \omega_{\text{ср}} = 0.25 \frac{1}{T_n}, \quad K_u < 0.025 \frac{K_\gamma}{T_n}$$

## Коррекция коэффициентов $K_\gamma, K_{\omega_x}$

Для статического АП  $\gamma$  найдем замкнутую передаточную функцию системы:

$$\left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{\text{зад}}} \right\} = - \frac{K_\gamma \bar{M}_x^{\delta_s}}{p^2 + p(-\bar{M}_x^{\omega_x} - K_{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_s}) - K_\gamma \bar{M}_x^{\delta_s}}$$

В каноническом виде:

$$\left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{\text{зад}}} \right\} = - \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1},$$

где  $T_\gamma = \sqrt{\frac{1}{K_\gamma |\bar{M}_x^{\delta_s}|}}, \quad \xi_\gamma = \frac{-0.5(\bar{M}_x^{\omega_x} + K_{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_s})}{\sqrt{K_\gamma |\bar{M}_x^{\delta_s}|}}$

Оценим эти величины:

$$K_\omega = \frac{0.25}{T_n |\bar{M}_x^{\delta_s}|}, \quad K_\gamma = \frac{0.2}{T_n}, \quad K_\omega = \frac{0.05}{T_p^2 |\bar{M}_x^{\delta_s}|}.$$

Пример расчета:

1. Найти  $\bar{M}_x^{\delta_s}, \bar{M}_x^{\omega_x}, K_x$
2. Выбор параметров привода:  $\hat{\omega}_{\text{пр}} = 10(-\bar{M}_x^{\delta_s}) = 12.7, \omega_{\text{пр}} = 20, T_{\text{пр}} = \frac{1}{\omega_{\text{пр}}} = 0.05$
3. Определим коэффициенты:  $(K_{\omega_x})_{\text{гр}} = -\frac{1}{T_n \bar{M}_x^{\delta_s}} = 4.32, K_{\omega_x} = 0.25(K_{\omega_x \text{гр}}) = 1.08, \nu = \frac{0.2}{T_n} = 4$
4. Определим коэффициенты:  $R_\gamma = K_\gamma + \frac{K_u}{p}, K_u = 0.025 \frac{K_\gamma}{T_n}$

## Автоматическое регулирование перегрузкой

### Статический автопилот нормальной перегрузки

Измерители идеальные

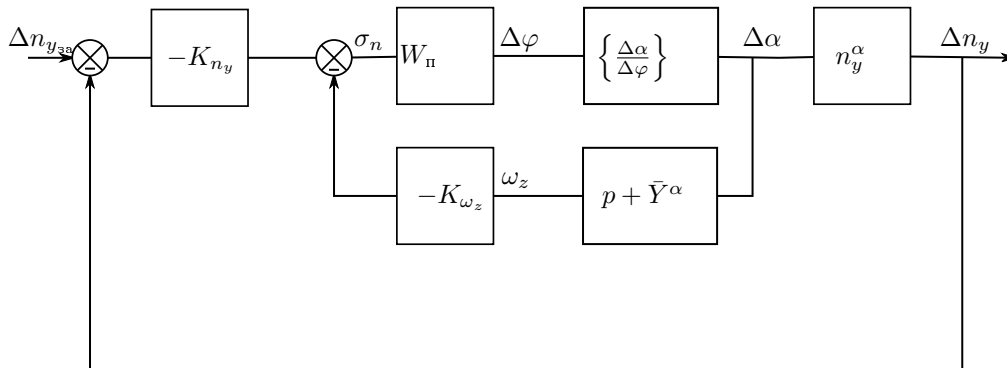
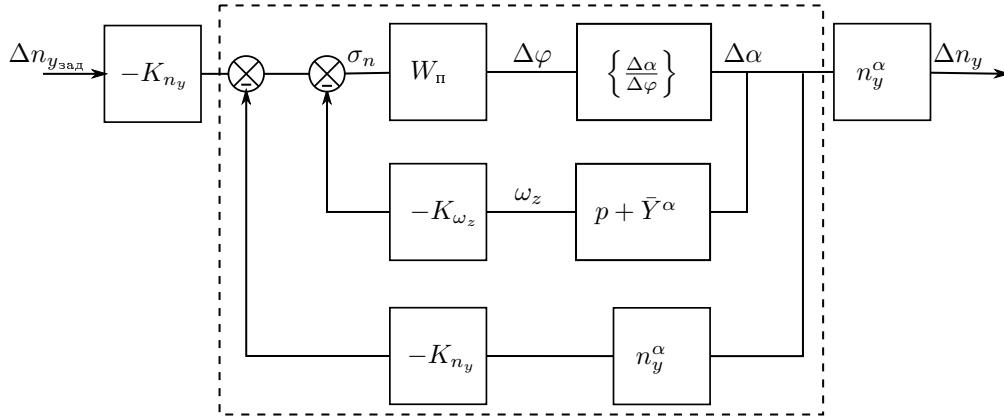


Схема может быть преобразована к виду:



Пунктирная линия АПУ

Синтез АПУ:

1. Находим  $(K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{1}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$ ,  $\frac{1}{T_n} = (8 \div 10)\omega_0$
2.  $\bar{Y}_*^\alpha = \bar{Y}^\alpha + \lambda n_y^\alpha$ ,  $\lambda = \frac{K_{n_y}}{K_{\omega_z}}$
3. Пусть  $\omega_0^*$ ,  $\xi^*$  - желаемые значения  $\omega_0^{\text{эф}}$ ,  $\xi^{\text{эф}}$ .  
 $\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}} = 2(\xi^* \omega_0^* - \xi \omega_0)$ ,  $(\bar{Y}_*^\alpha)_{\text{потр}} = \frac{(\omega_0^*)^2 - \omega_0^2}{\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}}}$  должно удовлетворять:  $(\bar{Y}_*^\alpha)_{\text{потр}} \leq \frac{0.2}{T_n}$ .
4.  $(K_{\omega_z})_{\text{потр}} = \frac{\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}}}{|\bar{M}_z^\varphi|}$
5.  $K_{\omega_z}^0 = \min \{K_{\omega_z \text{ потр}}; 0.25(K_{\omega_z})_{\text{гр}}\}$ ,  $K_{n_y}^0 = \lambda^0 K_{\omega_z}^0$
6. Передаточная функция:

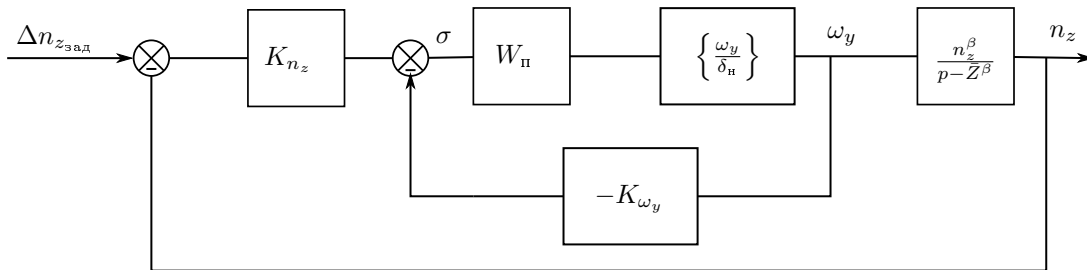
$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta n_{y\text{зад}}} \right\} = - \frac{K_{n_y} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p^2 + 2\tilde{h}p + \tilde{\omega}_0^2},$$

где  $2\tilde{h} = 2h - K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi$ ,  $\tilde{\omega}_0^2 = \omega_0^2 - K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha - K_{n_y} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha$

$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta n_{y\text{зад}}} \right\} = - \frac{K_\xi}{\tilde{T}^2 p^2 + 2\tilde{\xi} \tilde{T} p + 1},$$

где  $\tilde{T} = \frac{1}{\tilde{\omega}_0}$ ,  $\tilde{\xi} = \frac{\tilde{h}}{\tilde{\omega}_0}$ ,  $K_\xi = - \frac{K_{n_y} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{\tilde{\omega}_0^2}$

### Статический автопилот боковой перегрузки

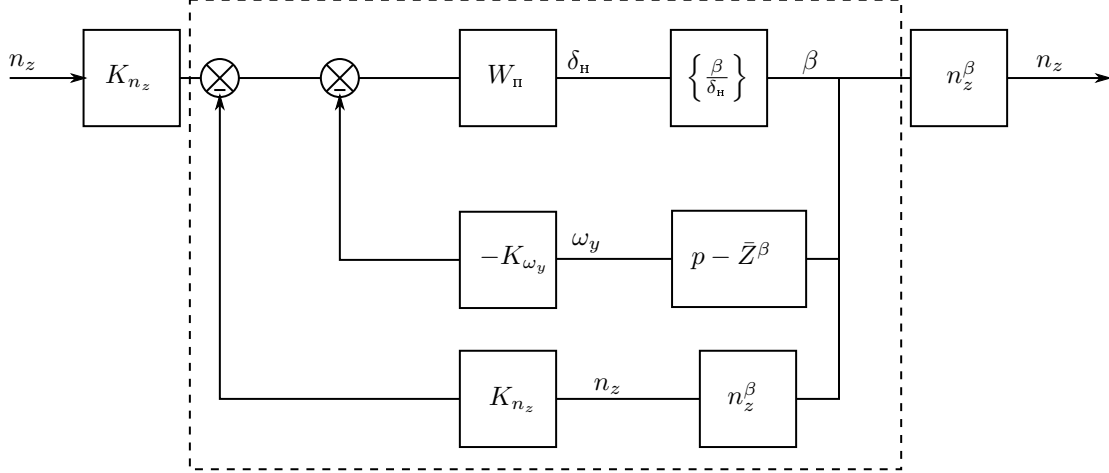


$$\left\{ \frac{\omega_y}{\delta_n} \right\} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_n} (p - \bar{Z}^\beta)}{p^2 + 2h_6 p + \omega_B^2},$$

$$\left\{ \frac{\beta}{\delta_{\text{н}}} \right\} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}}}{p^2 + 2h_6 p + \omega_{\text{Б}}^2},$$

$$\left\{ \frac{n_z}{\delta_{\text{н}}} \right\} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}} n_z^{\beta}}{p^2 + 2h_6 p + \omega_{\text{Б}}^2}$$

По аналогии преобразуем к следующему виду:



Пунктиром выделен АПУ (автомат путевой устойчивости). Выбор коэффициентов  $K_{\omega_y}$ ,  $K_{n_z}$  с первого семестра.

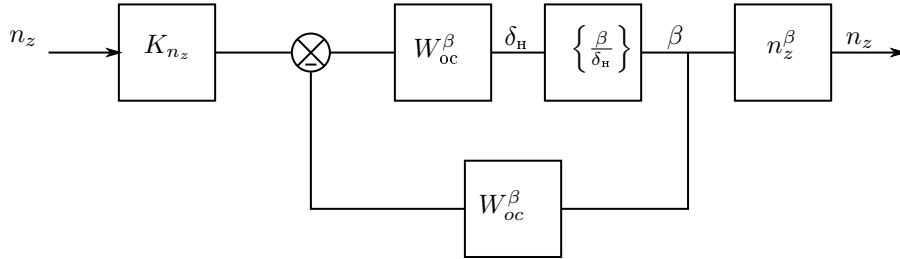
Найдем две параллельные замкнутые связи можно объединить в:

$$W_{\text{OC}}^{\beta} = -K_{\omega_y}(p - \bar{Z}^{\beta}) + K_{n_z}n_z^{\beta} = -K_{\omega_y}(p - \bar{Z}_{*}^{\beta})$$

$$\bar{Z}_{*}^{\beta} = |\bar{Z}^{\beta}| + \lambda|n_z^{\beta}|$$

$$\lambda = \frac{K_{n_z}}{K_{\omega_y}}$$

С учетом такой обратной связи структурная схема будет в виде:



$$\left\{ \frac{\Delta n_z}{\Delta n_{z_{\text{зад}}}} \right\} = \Phi_{\text{АП-}n_z} = K_{n_z} \frac{\frac{\bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}}}{p^2 + 2h_6 p + \omega_6^2}}{1 + \frac{\bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}}}{p^2 + 2h_6 p + \omega_6^2} (-K_{\omega_y}(p - \bar{Z}^{\beta}))} n_z^{\beta}$$

$$\Phi_{\text{АП-}n_z} = \frac{K_n}{p^2 + 2h_6^* p + \omega_{\text{Б}}^{*2}},$$

где  $2h_6^* = 2h_6 - K_{\omega_y} \bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}}$ ,  $\omega_{\text{Б}}^{*2} = \omega_{\text{Б}}^2 + K_{\omega_y} \bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}} \bar{Z}^{\beta} + K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}} n_z^{\beta}$

Найдем  $(n_z)_{\text{уст}}$ :

$$(n_z)_{\text{уст}} = \Phi_{\text{АП-}n_z}(p)|_{p=0} \Delta n_{z_{\text{зад}}} = \frac{K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}} n_z^{\beta}}{\omega_{\text{Б}}^{*2}} \Delta n_{z_{\text{зад}}} = K \Delta n_{z_{\text{зад}}}$$

Найдем стат. ошибку:

$$\begin{aligned}\delta_{n_z} &= \Delta n_{z_{зад}} - \Delta(n_z)_{уст} = \Delta n_{z_{зад}} - \frac{K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_n} n_z^\beta}{\omega_B^{*2}} \Delta n_{z_{зад}} = \left(1 - \frac{K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_n} n_z^\beta}{\omega_B^{*2}}\right) \Delta n_{z_{зад}} = \\ &= \frac{\omega_B^{*2} - K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_n} n_z^\beta}{\omega_B^{*2}} \Delta n_{z_{зад}} = \frac{\omega_B^2 + K_{\omega_y} \bar{M}_y^{\delta_n} \bar{Z}^\beta}{\omega_B^2 + K_{\omega_y} \bar{M}_y^{\delta_n} \bar{Z}^\beta + K_{n_z} \bar{M}_y^{\delta_n} n_z^\beta} \Delta n_{z_{зад}}\end{aligned}$$

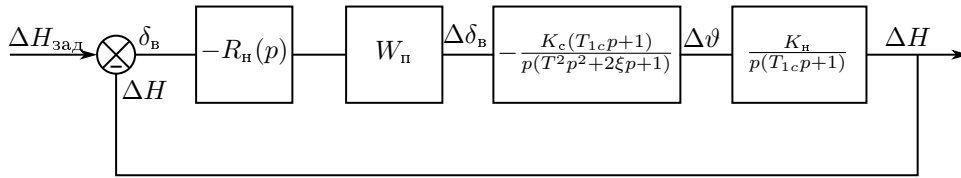
С увеличением  $K_{n_z}$  ошибка регулирования  $\delta_{n_z}$ , но так или иначе  $\delta_{n_z} \neq 0$ .

## Стабилизация высоты в тангажном и перегрузочном варианте

Режим стабилизации высоты является одним из основных рабочих режимов полета без точного выдерживания высоты невозможны полеты в заданном эшелоне, режим аэрофотосъемки, прицельного сброса груза и т.д. Основной координатой управления является отклонение центра тяжести самолета от заданной:

$$\delta H = H_{зад} - H$$

Которая может быть измерена: барометрическим корректором высоты, радиовысотомером или инерциальной системой. В настоящее время наибольшее распространение получил барометрический корректор поэтому режим стабилизации называют режимом стабилизации барометрической высоты полета. Автоматическая стабилизация высоты является простейшим случаем управления (управление движением центра тяжести самолета в вертикальной плоскости). Структура контура стабилизации высоты полета и возможные законы управления. При постоянной скорости полета контур управления высотой можно представить в виде:



Будем считать привод с жесткой связью, тогда передаточная функция разомкнутого контура имеет следующий вид:

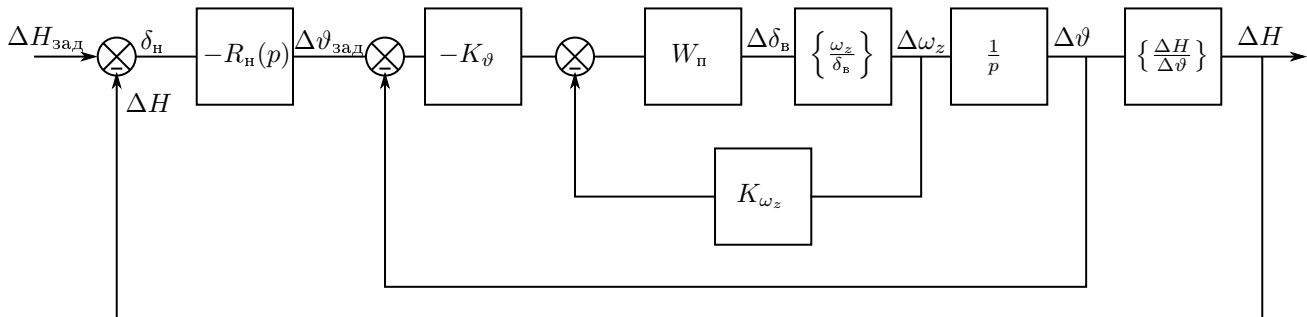
$$W_{раз} = \frac{K_c K_n R_n(p)}{p^2(T^2p^2 + 2\xi p + 1)} W_п(p)$$

Очевидно, что если регулятор равен коэффициенту  $R_n(p) = i_n$ , то контур не устойчивый. Устойчивость можно обеспечить двумя путями:

1. Введение внутренней стабилизирующей обратной связи по сигналу угла  $\vartheta$ , то есть введение АП  $\vartheta$ .
2. Введение в закон управления  $\delta_n$ , то есть выбор регулятора  $R_n(p) = i_n + i_1 p$ .

## Тангажный вариант регулирования высоты

Соответствует следующей структурной схеме:

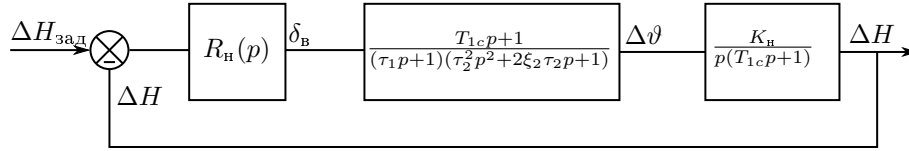


$$\left\{ \frac{\Delta \omega_z}{\Delta \delta_v} \right\} = \frac{\bar{M}_z^{\delta_v}(p + \bar{Y}^\alpha)}{p^2 + 2hp + \omega^2}$$

$$\left\{ \frac{\Delta H}{\Delta \vartheta} \right\} = \frac{K_H}{p(T_{1c}p + 1)}$$

Основным преимуществом АП Н  $\vartheta$  является, то что устойчивость траекторного контура обеспечивается за счет сигнала изменяемого надежным датчиком гировертикалью (практическое отсутствие запаздывания). Два внутренних контура устанавливающих связь между  $\Delta \vartheta$ ,  $\Delta \vartheta_{\text{зад}}$  представляют собой "самолет + АП  $\vartheta$  которая может быть описана передаточной функцией полученной ранее:

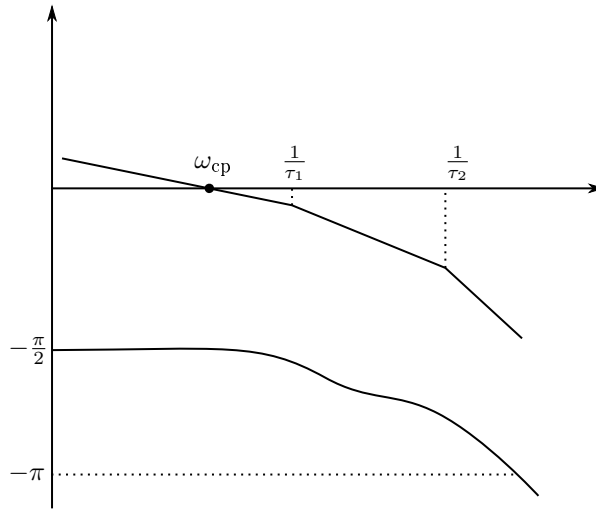
$$\left\{ \frac{\Delta \vartheta}{\Delta \vartheta_{\text{зад}}} \right\} = \frac{T_{1c}p + 1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1)}.$$



Способ регулирования высоты будет определяться регулятором  $R_H(p)$ . Статическое регулирование —  $R'_H(p) = i_H$  в этом случае разомкнутый контур:

$$W_{\text{раз}}^H = \frac{i_H K_H}{p(\tau_1 p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1)}$$

$\tau_1 > \tau_2$  Построим ЛАФЧХ.



Для участка частот:  $\omega < \frac{1}{\tau_1}$ ,  $W_{\text{раз}} \approx \frac{i_H K_H}{p}$ , тогда частота среза  $\omega_c = i_H K_H$ , примем частоту среза  $\omega_{\text{ср}} \leq 0.8 \frac{1}{\tau_1}$ ,  $\omega_{\text{ср}} = i_H K_H = 0.8 \frac{1}{\tau_1}$ , на основе рекомендаций частотного синтеза предполагает определенный желаемый характер переходного процесса, в данном случае уменьшение величины перерегулирование можно добиться за счет уменьшения  $i_H$ .

$$\Phi_H(p) = \frac{W_{\text{раз}}}{1 + W_{\text{раз}}} = \frac{i_H K_H}{p(\tau_1 p + 1)(\tau_2^2 p^2 + 2\xi_2 \tau_2 p + 1) + i_H K_H} = \left\{ \frac{\Delta H}{\Delta H_{\text{зад}}} \right\},$$

тогда берем установившееся значение:

$$(\Delta H)_{\text{уст}} = \Phi_H(p)|_{p=0} \Delta H_{\text{зад}} = \Delta H_{\text{зад}}$$

И статическая ошибка равна 0. Возмущающий момент  $\Delta m_z = \text{const}$  приводит к  $\delta H = \frac{\delta m_z}{m_z^{\delta_H} K_\vartheta K_H}$ .

## Астатическое регулирование

Вид регулятора:

$$R_n(p) = i_n + \frac{i_1}{p} = i_n \frac{T_n p + 1}{T_n p},$$

где  $T_n = \frac{i_n}{i_1}$ .

Выбираем  $\omega_{cp} = 0.8 \frac{1}{\tau_1}$ ,  $\frac{1}{T_n} \leq 0.08 \frac{1}{\tau_1}$ ,  $\frac{1}{T_n} = \frac{i_1}{i_n} = 0.08 \frac{1}{\tau_1}$

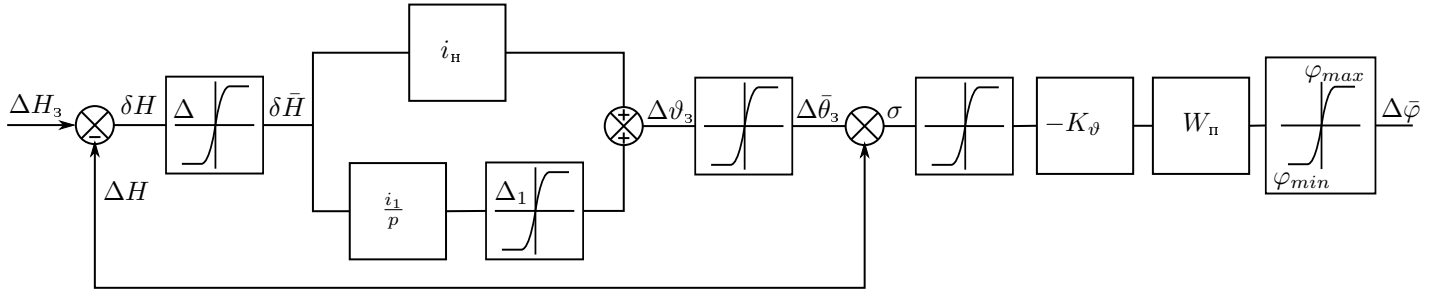
$$i_1 = 0.064 \frac{1}{\tau_1^2 K_H}.$$

## Расчет ограничений

В целях обеспечения устойчивости для заданной траектории полета в закон управления вводится ограничение:

1. Ограничивается сигнал входного параметра
2. Ограничивается интеграл

Для предотвращения выхода на недопустимые режимы полета ограничивается также входной сигнал ядра системы.



Ограничение на управление органа управления:

$$\varphi = \varphi_{оп} + \Delta\varphi, \quad \varphi_{min} - \varphi_{оп} < \Delta\varphi < \varphi_{max} - \varphi_{оп}$$

Ограничение по перегрузке:

$$n_y = 1 + \Delta n_y, \quad (n_y)_{min} < n_y < (n_y)_{max}, \quad (n_y)_{min} - 1 < \Delta n_y < (n_y)_{max} - 1.$$

Передаточная функция по  $\bar{\sigma}$ :

$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\bar{\sigma}} \right\} = \frac{|\bar{M}_z^\varphi| K_\varphi n_y^\alpha}{p^2 + 2(h + 0.5 K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|)p + \omega_0^2 + |\bar{M}_z^\varphi| K_{\omega_z} \bar{Y}^\alpha}$$

$$(\Delta n_y)_{уст} = \frac{|\bar{M}_z^\varphi| n_y^\alpha K_\varphi}{\omega_0^2 + K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| \bar{Y}^\alpha} \bar{\sigma} = K \bar{\sigma}$$

Ограничение угла тангажа:

$$\Delta\vartheta_{зад} = \begin{cases} 4 \div 6^\circ & \text{— для маневренных самолетов} \\ 8 \div 10^\circ & \text{— для маневренных самолетов} \end{cases} \quad (15)$$

$$\Delta = \frac{\Delta\vartheta_{ж}}{i_n}, \quad \Delta_i = 0.2 \Delta\vartheta_{ж} - \text{ограничение на интеграл}$$

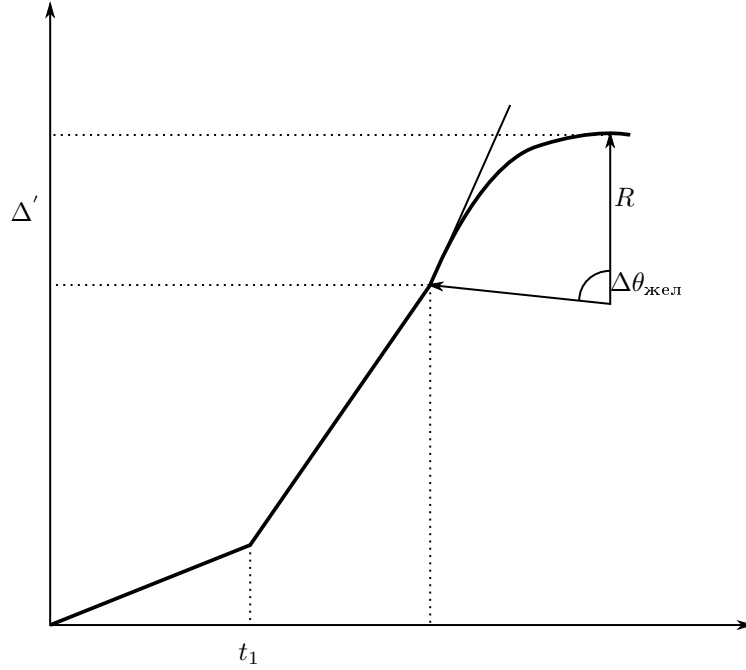
## Дополнительные соображения для выбора значений $i_n$ связанные с величинами ограничений

Рассмотрим случай отработки больших начальных значений отклонения  $\Delta H_{зад} \gg \Delta$  при условии  $V = const$  в течении некоторого времени  $\delta H = \Delta H$ ,  $\Delta\vartheta_{зад} = \Delta\vartheta_{оп}$ . Автопилот будет обрабатывать сигнал и к моменту времени  $t_1$ ,  $\Delta\theta = \theta_{жел}$ ,  $\Delta n_y > 0$  и совпадает  $\Delta H$  увеличивается при малых  $\theta \approx 0$ ,  $\dot{\theta} = \frac{g}{V}(n_y - 1)$  в момент



времени  $t_1$   $\Delta\theta = \Delta\theta_{\text{жел}}$ , самолет изменит свою величину на  $\Delta\theta_{\text{жел}}$ . В этом случае траектория будет содержать прямолинейный участок набора высоты (установившийся набор высоты), тогда угол наклона примерно:

$$\hat{\theta} \approx \frac{P_p - P_n}{mg}$$



Оценим радиус  $R$ :

$$\frac{V^2}{R} = g\Delta n_y - > R = \frac{V^2}{\Delta n_y g}.$$

Оценим разницу высот  $\Delta'$

$$\Delta' = R(1 - \cos \theta_{\text{жел}}), \quad \Delta\theta_{\text{жел}} = i_H \Delta, \quad i_H^* = \frac{\Delta\theta_{\text{жел}}}{\Delta'},$$

$$i_H \leq \frac{0.8}{\tau_1 K_H}.$$

Сравнивая  $i_H$  и  $i_H^*$  выбираем минимальное, это необходимо чтобы реализовать нашу траекторию.

### Система стабилизации высоты в перегрузочном варианте

В данном варианте используется в качестве ядра системы автопилот перегрузки,  $\Delta n_{y_{\text{зад}}}$  сигнал поступающий на вход АП  $n_y$  и формируется в соответствии с этим законом:

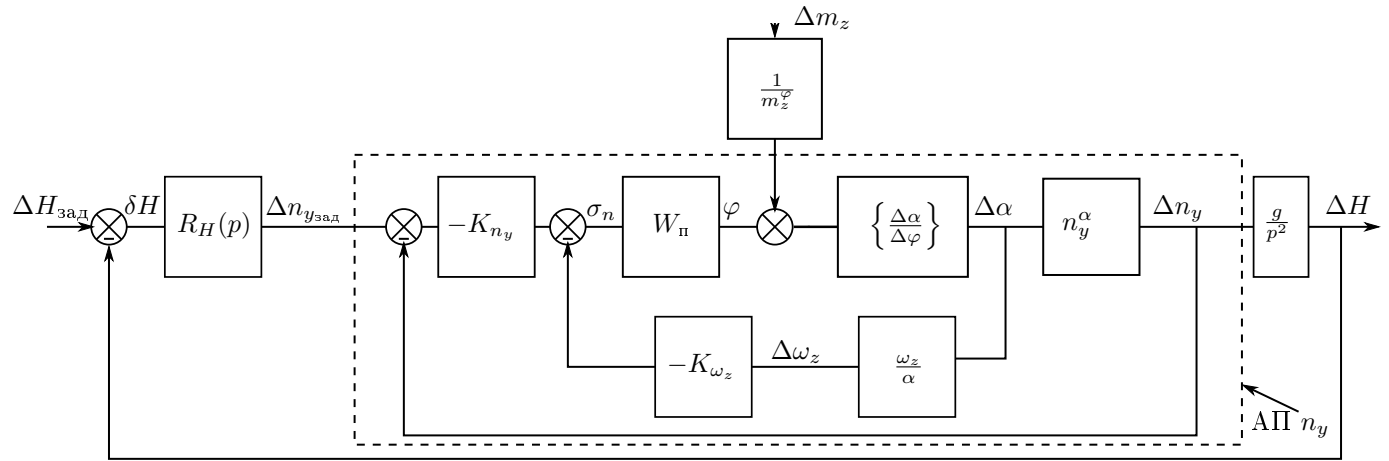
$$\Delta n_{y_{\text{зад}}} = R_H(p)(H_{\text{зад}} - H), \quad H_{\text{зад}} = H(t_0) + \Delta H_3$$

$$\Delta n_{y_{\text{зад}}} = R_H(p)(\Delta H_{\text{зад}} - \Delta H).$$

когда  $\Delta H_3 = 0$  – режим стабилизации. Учитывая структуру АП  $n_y$ , на привод приходит следующий сигнал:

$$\sigma_n = -K_{n_y}(\Delta n_{y_{\text{зад}}} - \Delta n_y) + K_{\omega_z} \omega_z.$$

Чтобы измерять данный сигнал необходимо измерять  $\omega_z, \Delta n_y, \Delta H$  и задавать  $\Delta H_3$ . Изобразим структурную схему (измеритель идеальный):



$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta n_{y\text{зад}}} \right\} = \frac{K_\varepsilon}{\tilde{T}^2 p^2 + 2\tilde{\xi}\tilde{T}p + 1}, \quad K_\varepsilon = -\frac{K_{n_y} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{\hat{\omega}_0^2}$$

Передаточная функция разомкнутого контура  $W_{\text{раз}}$ :

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_H K_\varepsilon g (1 + T_V p)}{p^2 (\tilde{T}^2 p^2 + 2\tilde{\xi}\tilde{T}p + 1)}$$

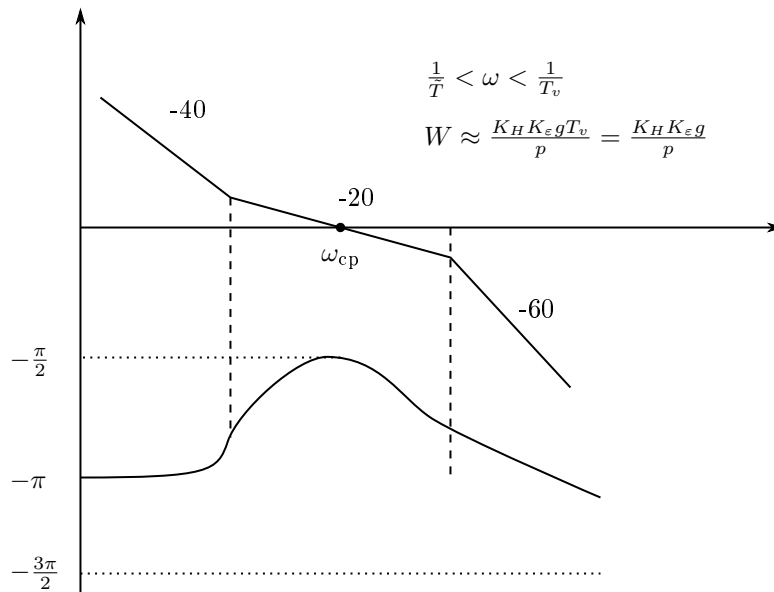
$\omega_{\text{ср}}$  должна находиться на участке АЧХ на -20 дБ/дек.

1. Выполняется если  $T_v > \tilde{T}$
2. Переходя к частотам  $\frac{1}{T_v} < \frac{1}{\tilde{T}}$
3. Длина участка должна быть порядка 1 декады:

$$\frac{1}{T_v} \leq 0.1 \frac{1}{\tilde{T}}$$

4. Необходимые запасы по амплитуде могут быть обеспечены выбором частоты среза зависит от  $K_H$

Вид ЛАФЧХ:



Найдем граничное значение коэффициента  $K_v$ : Фаза при  $\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{T}$ ,  $K_v = \frac{1}{T K_{\varepsilon} g}$ ,  $K_v = 0.25(K_v)_{\text{гр}} = \frac{0.25}{K K_{\varepsilon} g} = \frac{0.025}{K_{\varepsilon} T}$ .

$$K_H = \frac{K_v}{T_v}, T_v = 10\tilde{T}, K_H = \frac{0.0025}{K_{\varepsilon} \tilde{T}^2}.$$

## Анализ точности

Оценим величину относительно перерегулирование переходного процесса по  $\Delta H$ . Найдем передаточную функцию замкнутой системы пренебрегая колебательным звеном с наименьшей постоянной времени.

$$\Phi_{\text{зам}} = \frac{\frac{K_H(T_v p + 1)K_{\varepsilon}g}{p^2}}{1 + \frac{K_H(T_v p + 1)K_{\varepsilon}g}{p^2}} = \frac{K_H K_{\varepsilon}g(T_v p + 1)}{p^2 + K_H K_{\varepsilon}g T_v p + K_H K_{\varepsilon}},$$

где  $2h = K_H K_{\varepsilon}g T_v$ ,  $\omega^2 = K_H K_{\varepsilon}g$ ,  $2\xi\omega = K_H K_{\varepsilon}g T_v$

$$\xi = \frac{K_v K_{\varepsilon}g}{2\sqrt{\frac{K_v K_{\varepsilon}g}{2}}} = \frac{0.5 \frac{0.025}{K_{\varepsilon} T} K_{\varepsilon}g}{\sqrt{\frac{0.0025}{K_{\varepsilon} T^2} K_{\varepsilon}g}} = 0.25\sqrt{g} \approx 0.8,$$

Величина перерегулирование:

$$\sigma = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}|_{\xi=0.8} \approx 0.02,$$

что значит процесс практически аperiodичен. Для постоянной  $T$  при выбранных значениях  $K$ :

$$T \approx 8\tilde{T}.$$

Запишем полностью передаточную функцию замкнутой системы:

$$\left\{ \frac{\Delta H}{\Delta H_{\text{зад}}} \right\} = \frac{K_H K_{\varepsilon}g(T_v p + 1)}{p^2(\tilde{T}^2 p^2 + 2\xi\tilde{T}p + 1) + K_H K_{\varepsilon}g(T_v p + 1)}.$$

При  $\Delta H_{\text{зад}} = \text{const}$ :

$$(\Delta H)_{\text{уст}} = \Delta H_{\text{зад}}$$

стат. ошибки нет.

В установившейся фазе движения вызванного возмущением  $\Delta m_z$  сигнал на входе двойного интеграла должен быть равен нулю. Сигнал:

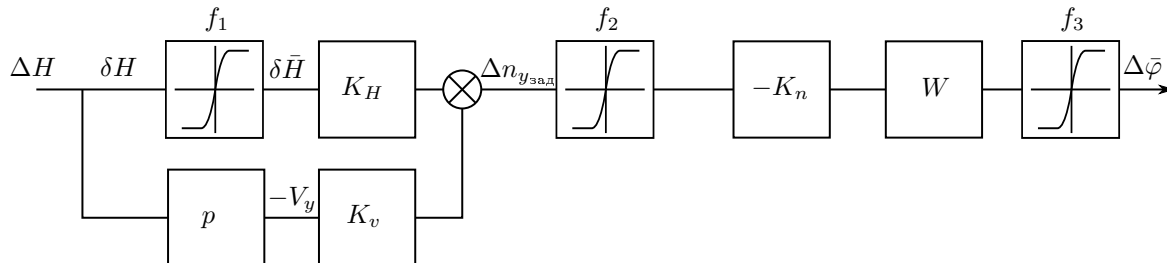
$$\frac{\Delta m_z}{m_z^{\varphi}} + (\Delta\varphi)_{\text{уст}} = 0.$$

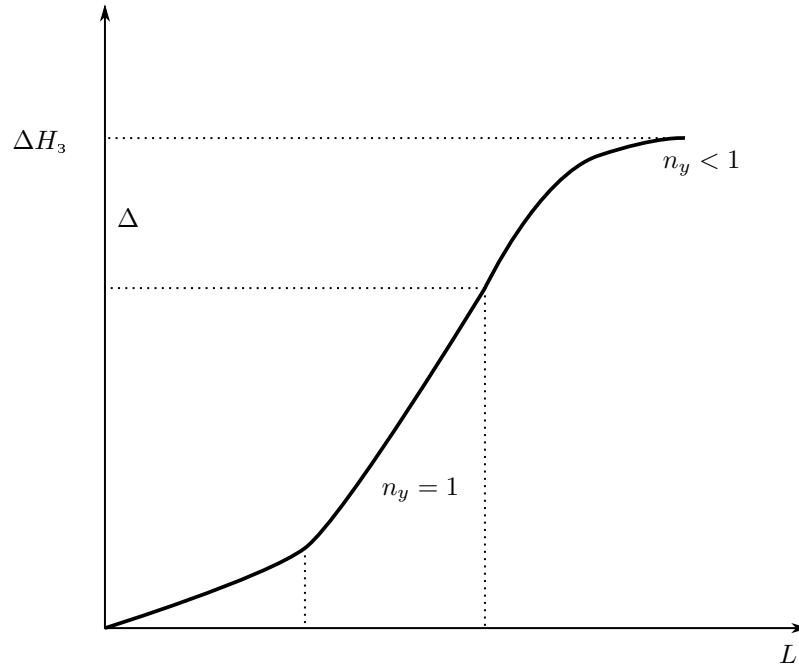
Но с другой стороны согласно структурной схеме сигнал равняется  $\delta H = (\Delta H_{\text{зад}} - \Delta H_{\text{уст}}) = \frac{\Delta m_z}{K_H K_{n_y}}$

Найдем  $\Delta H$ : Чем меньше коэффициенты  $K_H, K_{n_y}$  тем меньше ошибка статического регулирования.

## Выбор ограничений

В режиме стабилизации  $\Delta H_{\text{зад}} = 0$  параметры при возникновении возмущений  $n_{y\alpha}$  и др. не превосходят допустимые значения, при обработке больших управляющих сигналов  $\Delta H_{\text{зад}}$ , например смена эшелона необходимо принять меры для предотвращения выхода на недопустимые значения полета это достигается путем введения ограничений.





$f_3$  – учитывает ограничение управляющего органа,  $f_2$  – обеспечивает выполнение требования связанной с ограничением перегрузки  $n_y$ , в связи с тем что используется АП  $n_y$  можно перейти к  $\Delta n_{y\text{зад}}$ ,  $f_1$  – сигнала  $\delta H$  позволяет сформировать определенный вид траектории. Рассмотрим влияние на характер траектории:

Использование регулятора в виде форсирующего звена, означат, что при формировании  $\Delta n_{y\text{зад}}$  учитывается не только  $\delta H$ , но и ее производная:

$$\frac{d}{dt}\delta H = \frac{d}{dt}(\Delta H_3 - \Delta H(t)) = -\frac{d}{dt}\Delta H(t) = -V_y.$$

Для первого участка траектории имеем:

$$\Delta n_{y\text{зад}} = K_H \Delta - K_v V_y > 0.$$

На участке прямолинейном  $\Delta n_{y\text{зад}} = 0$  – установившийся набор высоты и  $V_y$ :

$$V_{y \max} = \frac{P_p - P_n}{mg} V$$

## Стабилизация скорости полета

### Общие сведения

Управлять скоростью сравнительно просто, пассажирские самолета в эксплуатационном диапазоне полета обладают большим запасом устойчивости по скорости. Изменение скорости носит сравнительно медленный характер (происходит в длинно периодическом движении) турбулентные возмущения, имеющие низкочастотный характер не оказывают существенного влияния. Возмущения связаны с весом и центровкой имеют весьма медленный характер. Задача управления скоростью сводится к установлению оптимального режима работы двигателя и наблюдению за тем, чтобы скорость не выходила за область допустимых значений. Минимальную скорость выбирают так, чтобы у самолета был запас по  $C_y$  и максимальная скорость ограничивается из соображений прочности (на малых высотах), критическим значением Маха (на больших высотах). Значительно труднее управлять скоростью на этапах захода на посадку и посадке. На этих этапах меняется конфигурация самолета, следовательно меняется  $Y_a, X_a$ . Существует оптимальное значение скорости, которое необходимо выдержать с особой точностью. Уменьшение скорости  $V_{\text{пос}}$  может привести к попаданию в сваливание. Превышение скорости приведет к увеличению посадочной дистанции, ограничение прочности закрылков. В условиях жесткого лимита времени экипаж должен много уделять внимания на управление скоростью из этого вытекает необходимость автоматизации управления скоростью. Является обязательным

элементом автоматической посадки.

Управлять скоростью можно либо отклонением руля высоты, либо изменением тяги двигателя. Действующие на самолет аэродинамические силы зависят от воздушной скорости. Различают истинную воздушную скорость  $V$  и индикаторную скорость  $V_{ин} = V\sqrt{\frac{\rho(H)}{\rho_0}}$ . Стабилизация индикаторной скорости может осуществляться изменением  $q$ . На режимах набора и снижения полет происходит с постоянной  $V_{ин}$ , а это значит что при увеличении истинной скорости происходит набор высоты, при уменьшении, снижение.

### Система стабилизации $V_{ин}$ в тангажном варианте

Применяется при наборе и снижении. Ядро системы АП  $\vartheta$ . В этом случае регулятор системы вырабатывает сигнал  $\Delta\vartheta_{зад}$  пропорциональный ошибке регулирования  $\delta V_{ин} = \Delta V_{зад} - \Delta V_{ин}$  обработка этого сигнала приводит к изменению траектории (изменение  $\theta$ ).

$$\dot{V} = g(n_{xa} - \sin \theta)$$

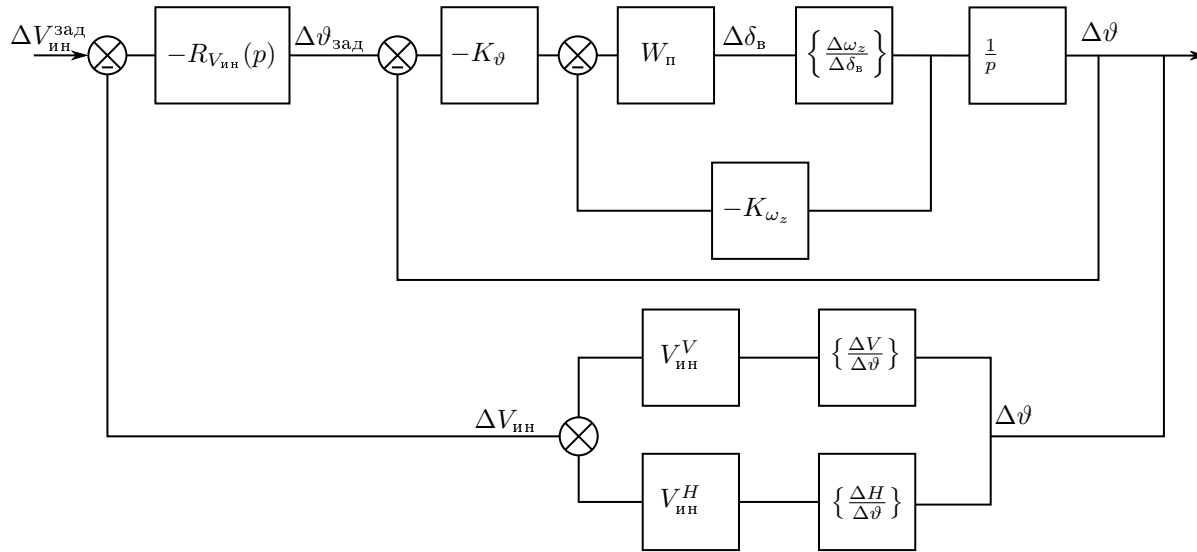
$$\dot{H} = V \sin \vartheta,$$

Так как  $V$  и  $H$  зависят от  $\vartheta$ , то они тоже изменяются.

$$\Delta V_{ин} = V_{ин}^V \Delta V + V_{ин}^H \Delta H$$

$$V_{ин}^V = \sqrt{\frac{\rho(H^*)}{\rho_0}}$$

$$V_{ин}^H = \frac{V^*}{2\sqrt{\rho_0\rho(H^*)}} \left( \frac{\partial P(H)}{\partial H} \right)^*.$$



$$\left\{ \frac{\Delta V}{\Delta \vartheta} \right\} = -\frac{K_v(T_v p + 1)}{p(T_{1c} p + 1)},$$

$$\left\{ \frac{\Delta H}{\Delta \vartheta} \right\} = -\frac{K_H}{p(T_{1c} p + 1)},$$

где  $T_v = -\frac{V}{g} \frac{n_x^\alpha}{n_y^\alpha}$  Найдем передаточную функцию (нижнего блока на схеме):

$$\left\{ \frac{\Delta V_{ин}}{\Delta \vartheta} \right\} = V_{ин}^V \left\{ \frac{\Delta V}{\Delta \vartheta} \right\} + V_{ин}^H \left\{ \frac{\Delta H}{\Delta \vartheta} \right\} = -\frac{V_{ин}^V K_v (T_v p + 1) + V_{ин}^H K_H}{p(T_{1c} p + 1)} = -K_{V_{ин}} \frac{(T_{V_{ин}} p + 1)}{p(T_{1c} p + 1)}$$

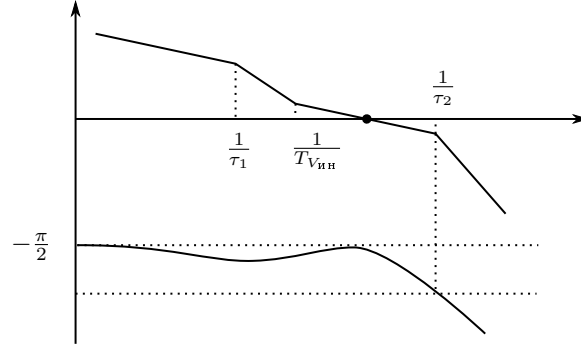
$$K_{V_{ин}} = V_{ин}^V K_v - V_{ин}^H K_H$$

$$T_{V_{ин}} = \frac{V_{ин}^V K_v T_v}{K_{V_{ин}}}$$

- $i_{V_{ин}}$  статический регулятор

$$\left\{ \frac{\Delta \vartheta}{\Delta \vartheta_{зад}} \right\} = \frac{T_{1c}p + 1}{(T_{1p} + 1)(T_2^2 p^2 + 2\xi_2 T_2 p + 1)}$$

Значения  $\tau_1$ ,  $T_{V_{ин}}$  получаются близкими. ЛАФЧХ:

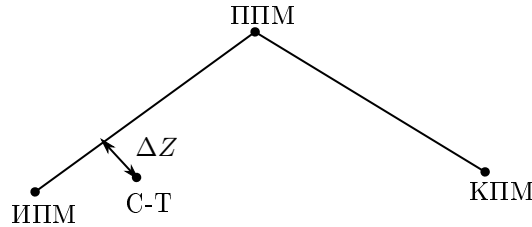


$$W_{раз} \approx \frac{i_{V_{ин}} K_{V_{ин}}}{p}, \quad \omega_{ср} = \frac{1}{\tau_2}$$

- астатический регулятор  $R_{V_{ин}} = i_{V_{ин}} + \frac{i_u}{p} = i_{V_{ин}} \frac{1+T_u p}{T_u p}$

## Управление полетом по заданной линии пути

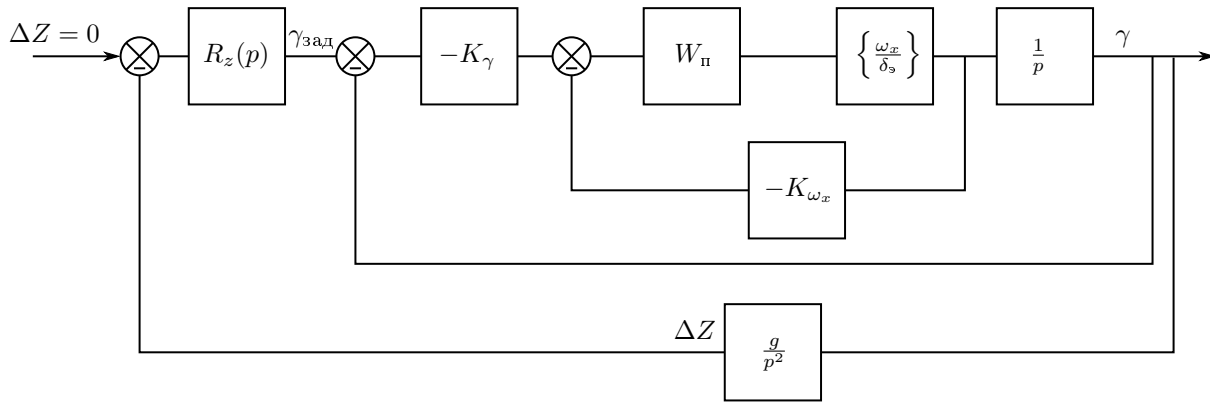
Заданная линия пути — это проекция заданной траектории на земную сферу она представляет собой в общем случае ломанную линию составленную из дуг большого круга, соединяющий заданные точки маршрута.



Координаты ППМ заводятся в БЭВМ навигационного комплекса, там же определяются отклонения  $\Delta Z$  от частной ортодромии (кратчайшая линия на сферической поверхности), по перпендикуляру к ней. В зависимости от этих отклонений в системе траекторного управления формируется сигнал заданного угла крена, который отрабатывается АП  $\gamma$ . При кренении самолета появляется боковая сила перпендикулярная направлению движения, которая изменяет направление вектора скорости ЛА в сторону уменьшения  $\Delta Z$  в задачи управления по заданной линии пути можно выделить две типовые задачи:

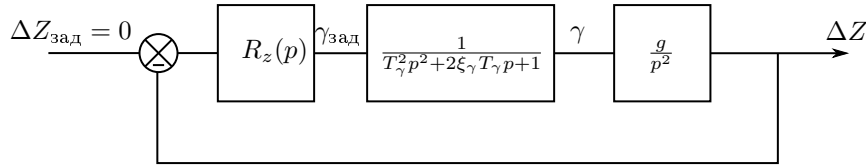
- Задача стабилизации ЛА на выделенном отрезке прямой
- Смена направления движения в окрестности ППМ

Цель первой задачи устранение  $\Delta Z$  ( $\Delta Z_{зад} = 0$ ). В этой задаче величины  $\gamma$  небольшие с помощью обратной связи по  $n_z$  (канал руля направления) поддерживается  $\beta \approx 0$  при этом угловое движение рыскания и движение по крену можно считать развязанными и следовательно можно использовать модель изолированного движения по крену (измеритель идеальный)



Запишем передаточную функцию АП  $\gamma$  в условиях идеального привода:

$$\left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{\text{зад}}} \right\} = \frac{1}{T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1}$$



$$W_{\text{раз}} = \frac{R_z(p)g}{p^2(T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1)}$$

Для устойчивой стабилизации в закон формирования  $\gamma_{\text{зад}}$  необходимо вводить  $\Delta \dot{Z} = V_z$  тогда регулятор:

$$R_z(p) = K_z + K_{V_z} p = K_z(T_z p + 1)$$

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_z g (T_z p + 1)}{p^2 (T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1)}$$

При анализе ЛАФЧХ: Необходимо, чтобы  $\omega_{\text{ср}}$  приходилась на участок с наклоном -20 дБ/дек:

$$\frac{1}{T_z} \leq 0.1 \frac{1}{T_\gamma} \quad (16)$$

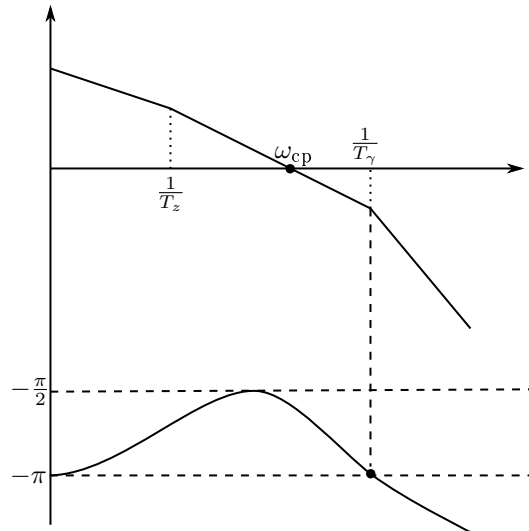


Рис. 5: ЛАФЧХ  $W_{\text{раз}}$

Рассматриваемая система с учетом ограничений будет нелинейной при отработке больших начальных отклонений (большие  $\Delta Z$ ) следовательно должна быть обеспечена устойчивость в "большом". Чем меньше величины ограничения  $\Delta Z$ , тем больше эффект от повышения устойчивости в большом. В ряде случаев устранение неустойчивости в большом можно достигнуть организацией безударного входа в разворот путем регулирования  $K_z$  в зависимости от угла  $\mu$ . Это регулирование осуществляется так, чтобы в момент смены базы отсчета  $\Delta Z = \text{БУР}$  (Боковое Упреждение Разворотом) сигнал  $\gamma_{\text{зад}} = 0$

$$\gamma_{\text{зад}} = -K_z \text{БУР} + K_{V_z} V \sin \mu = 0$$

$$\frac{K_z}{K_{V_z}} = \frac{1}{T_z} = \frac{V \sin \mu}{R(1 - \cos \mu)} = \frac{g \operatorname{tg} \gamma_{\max}}{V} \frac{\sin \mu}{1 - \cos \mu}$$

Из условия (5):

$$K_z^0 = \frac{1}{T_z}(\mu)(K_{V_z}^0)$$

$$\frac{1}{T_z} < \omega < \frac{1}{T_\gamma}$$

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_{V_z} g}{p}$$

$$\omega_{\text{ср}} = K_{V_z} g$$

$$K_{V_z} g = \frac{1}{T_\gamma}, (K_{V_z})_{\text{гр}} = \frac{1}{T_\gamma g}$$

$$K_{V_z} = 0.25(K_{V_z})_{\text{гр}} \approx \frac{0.025}{T_\gamma}$$

$$K_z = \frac{K_{V_z}}{T_z} = \frac{0.0025}{T_\gamma^2}$$

### Задача смены направления движения

Отчет от заданной ломанной линии пути происходит по перпендикуляру к ее отдельным составляющим, переход отсчета  $\Delta z$  одного отрезка линии к другой означает смену направления движения. Чтобы реализуемая траектория была близка к программной траектории задаваемой ломанной линией смены базы отсчета должна происходить не в точке ППМ, а несколько ранее с некоторым упреждением. Так чтобы происходило плавное без перерегулирования вписывание траектории в заданную трассу.

Рассмотрим способ выбора БУР обеспечивающее плавное сопряжение смежных отрезков заданной линией пути. Будем считать разворот при постоянной заданной скорости,  $\gamma = \max$  (в г.п) в этом случае траектория разворота – окружность.

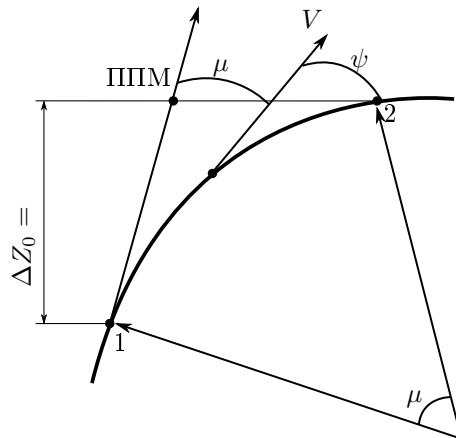
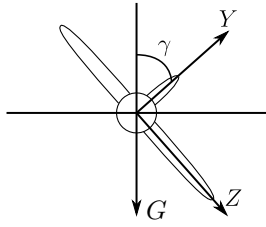


Рис. 6: Схема плавного сопряжения отрезков заданной линии пути



Определим радиус  $R$ :



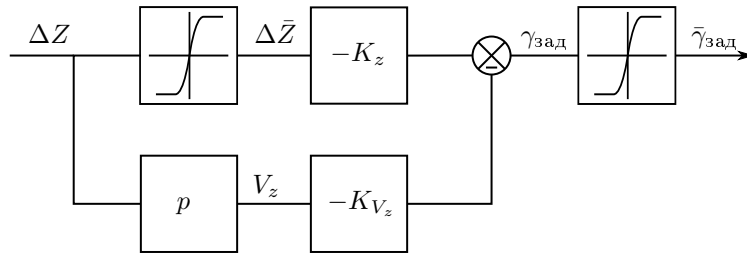
$$Y \cos \gamma = G \Rightarrow Y = \frac{G}{\cos \gamma},$$

$$Z = Y \sin \gamma = \frac{G}{\cos \gamma} \sin \gamma,$$

$$\frac{V^2}{R} = \frac{Z}{m} = g \operatorname{tg} \gamma,$$

$$R = \frac{V^2}{g \operatorname{tg} \gamma} \Rightarrow R_{\min} = \frac{V^2}{g \operatorname{tg} \gamma_{\max}},$$

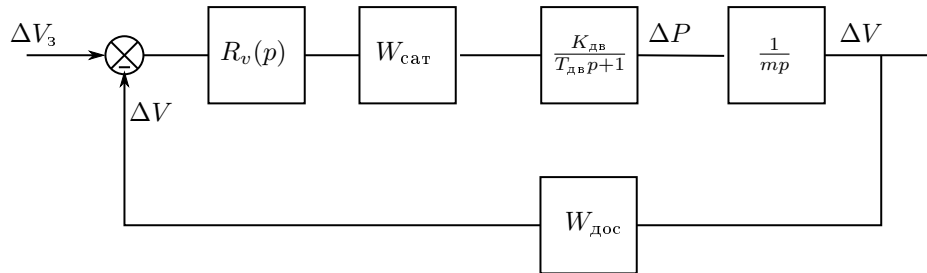
$$\Delta Z_0 = \text{БУР} = R(1 - \cos \mu) = \frac{V^2(1 - \cos \mu)}{g \operatorname{tg} \gamma_{\max}}$$



Осуществление разворота происходит путем перехода к отсчету  $\Delta Z$  относительно новой базы в момент когда расстояние самолета отрезка 2 (см. рисунок 6). Для того чтобы разворот на большей части траектории происходит по окружности в законе формирования  $\gamma_{\text{зад}}$  наряду с ограничением  $\gamma_{\text{зад}}$  ограничивают также сигнал  $\Delta Z$ .

## Стабилизация скорости с помощью автомата тяги

Используется для посадочных режимов. В линейном упрощенном приближении структурная схема следующая:



$W_{\text{сат}}$  — передаточная функция сервопривода автомата тяги, в нашем случае примерно равна  $\frac{1}{p}$ . Учитывает в первом приближении запаздывания в образовании тяги двигателя в ответ на отклонение РУДа.

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_v K_{\text{дв}}}{m} \frac{T_V p + 1}{p^2 (T_{\text{дв}} p + 1)}$$

$$R_V(p) = K_V + K_1 p = K_v (1 + T_V p), \quad T_V = \frac{K_1}{K_V}$$

После определения регулятора передаточная функция разомкнутого контура:

$$W_{\text{раз}} = \frac{R_V(p) K_{\text{дв}}}{m} \frac{1}{p^2 (T_{\text{дв}} p + 1)}$$

После анализа АФЧХ (аналогичен рисунку 5):

$$T_V \geq 10T_{дв}$$

$$W_{раз} \approx \frac{K_V K_{дв}}{m} \frac{T_V}{p} = \left( T_V = \frac{K_1}{K_V} \right)$$

$$\omega_c = \frac{K_1 K_{дв}}{m}, \quad \omega_{ср} = \frac{1}{T_{дв}}$$

$$K_1 \frac{m}{K_{дв} T_{дв}} K_V = \frac{K_1}{T_V} = \frac{K_1}{10T_{дв}}$$

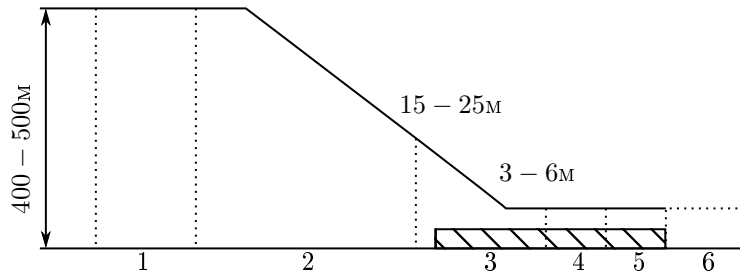
$$\Phi = \frac{\frac{K_V K_{дв}}{m} (T_V p + 1)}{T_{дв} p^3 + p^2 + 2 \frac{K_V K_{дв}}{m} p + K_V \frac{K_{дв}}{m}}$$

$$\Phi = \frac{\frac{K_V K_{дв}}{m} (T_V p + 1)}{T_{дв} p^3 + p^2 + 2 \frac{1}{T_{дв}} p + \frac{1}{10T_{дв}^2}}$$

## Автоматическое управление при посадке самолета

### Общие сведения

Обеспечение регулярности полетов и повышение безопасности может быть достигнуто путем автоматизации управления при заходе на посадку и при посадке самолета. Необходимую точность при этом удастся обеспечить путем стабилизации некоторой программной траектории задаваемой при помощи оборудования расположенном как на земле, так и на ЛА. Процесс посадки можно разбить на следующие фазы:



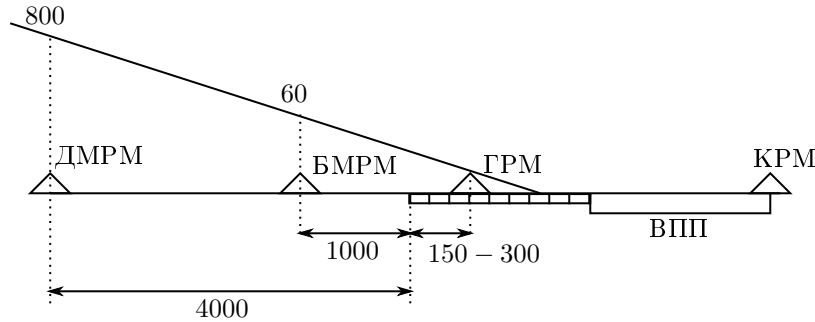
- Выход на продольную ось ВПП,  $H = const$ .
- Снижение по глиссаде,  $V = const$ ,  $\theta = const$
- Выравнивание уменьшение вертикальной и горизонтальной скоростей до посадочных
- Парирование сноса
- Пробег
- Руление

Первые две фазы этап захода на посадку. Степень автоматизации этих фаз определяется условием видимости ВПП. ИКАО определяет 3 категории автоматической посадки.

Таблица 1: Категории автоматической посадки по ИКАО

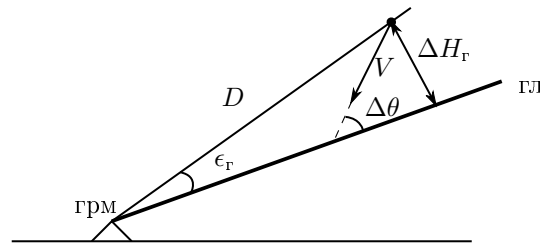
Категория	Минимальная высота видимости, м	Горизонтальная видимости на ВПП, м
1	60	800
2	30	400
3a	0	200
3b	0	50
3c	0	0

При посадке по первой категории обязательным является автоматизация первых двух фаз, а посадка по третьей категории возможна при полной автоматизации процесса посадки (от выхода на продольную ось ВПП до руления на стоянку). Автоматизация по первой фазе это управление по заданной линии пути. Вторая фаза стабилизация глиссады с жесткая заданная линия с помощью курсового и глиссадного маяков формирующих равносигнальные зоны соответственно в плоскости снижения и в вертикальной плоскости пересечение этих зон и определяет заданную линию снижения с углом наклона к горизонту  $2.5 \div 3^\circ$  отклонение от глиссады определяются по средствам бортовых приемников. С помощью маркерных маяков излучение которого направленно вверх фиксируются моменты прохода определенных точек в эти моменты контролируется высота полета.



# Система управления по сигналам ГРМ

Глиссадный радиомаяк (ГРМ) дает возможность измерить в вертикальной плоскости  $\epsilon_r$  – угол между самолетом и глиссадой в вертикальной плоскости. Система управления строится по принципу обнуления  $\epsilon_r$ .



Найдем соотношение между  $\epsilon_r$  и ошибкой планирования  $\Delta\theta$ :

$$\Delta \dot{H}_r = V \Delta \theta; \quad \epsilon_r = \frac{\Delta H_r}{D},$$

где  $D = D_0 - V(t - t_0)$  – текущее расстояние до ГРМ. Однако на интервале времени, сравнимом с длительностью переходного процесса  $\epsilon_T$ ,  $D$  можно считать постоянным, при таком допущении:

$$\frac{\epsilon(p)}{\Delta\theta(p)} = \frac{V}{p}$$

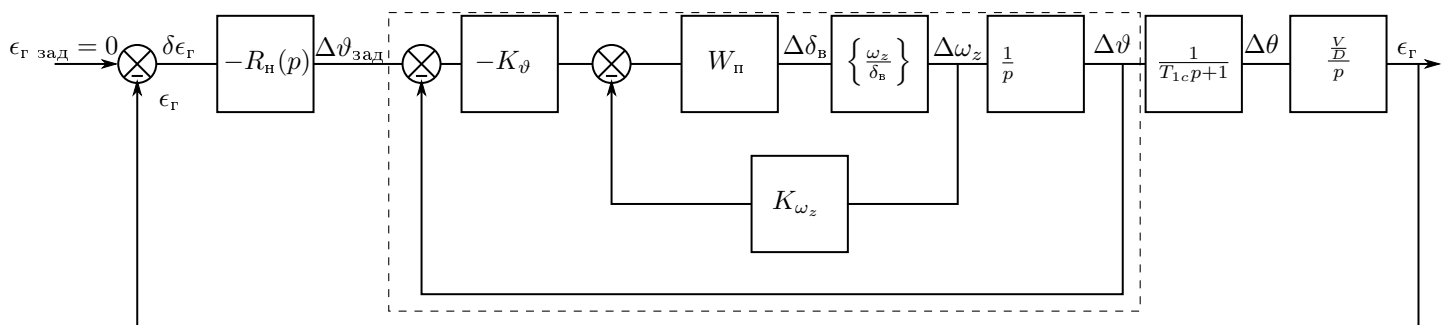


Рис. 7: Структурная схема стабилизации глиссады

Ядро АП тангажа

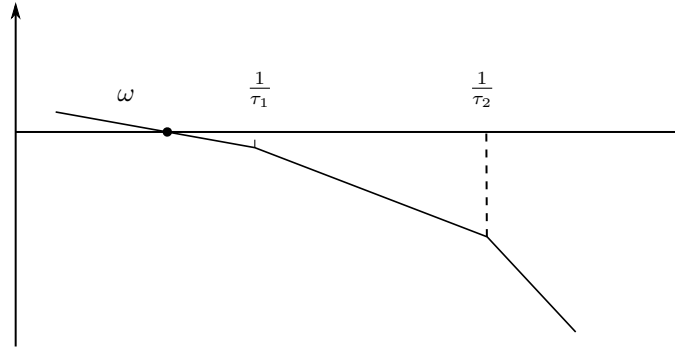
$$\left\{ \frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta_{\text{зад}}} \right\} = \frac{T_{1c}p + 1}{(T_1p + 1)^2(T_2^2p^2 + 2\xi_2T_2p + 1)}$$

Особенность этого контура в том что по мере снижения коэффициенты усиления возрастают (15 - 20 раз) поэтому значение коэффициентов регулятора, определяются в ряде точек (для разных  $D$ ). Статический регулятор:

$$R_r(p) = K_{\epsilon_r}$$

$$W_{\epsilon_r}(p) = \frac{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}{p(\tau_1p + 1)^2(\tau_2^2p^2 + 2\xi_2\tau_2p + 1)}, \quad \tau_1 > \tau_2$$

Строим ЛАФЧХ:



На участке -20 дБ/дек:

$$W \approx \frac{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}{p}$$

Граничное условие  $\omega = \frac{1}{\tau_1}$ ,  $\omega_c = K_{\epsilon_r} \frac{V}{D} = \frac{1}{\tau_1}$ .

$$K_{\epsilon_r} = \frac{D}{V\tau_1}$$

Оценим характер переходного процесса пренебрегая звеном с наименьшим  $\tau$ :

$$W \approx \frac{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}{p(T_1p + 1)}$$

Найдем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\Phi = \frac{W}{1 + W} = \frac{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}{\tau_1p^2 + p + K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}} = \frac{1}{T_r^2p^2 + 2\xi_r T_r p + 1},$$

где  $T_r = \sqrt{\frac{\tau_1}{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}}$ ,  $\xi = \frac{0.5}{\sqrt{K_{\epsilon_r} \tau_1 \frac{V}{D}}}$ ,  $K_{\epsilon_r} = \frac{D}{V\tau_1}$

Для получения апериодического процесса необходимо скорректировать коэффициент:

$$\xi = 1 = \frac{0.5}{\sqrt{K_{\epsilon_r} \tau_1 \frac{V}{D}}}, \quad K_{\epsilon_r} = \frac{0.25D}{V\tau_1}.$$

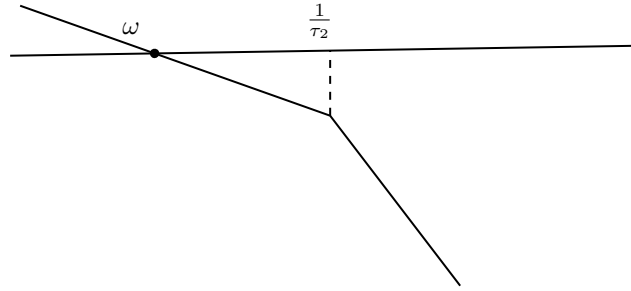
Для увеличения быстродействия перейдем к регулятору:

$$R_r(p) = K_{\epsilon_r} + K_{\dot{\epsilon}_r}p = K_{\epsilon_r}(1 + T_{\epsilon_r}p),$$

где  $T_{\epsilon_r} = \frac{K_{\dot{\epsilon}_r}}{K_{\epsilon_r}}$ .

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_{\epsilon_r}(1 + T_{\epsilon_r}) \frac{V}{D}}{p(\tau_1p + 1)^2(\tau_2^2p^2 + 2\xi_2\tau_2p + 1)}$$

Построим ЛАФЧХ:



$$\omega_c = \frac{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}{p}, \quad \omega_c = \frac{1}{\tau_2}, \quad K_{\epsilon_r} \frac{V}{D} = \frac{1}{\tau_2}$$

$$(K_{\epsilon_r})_{гр} = \frac{D}{V\tau_2}, \quad K_{\epsilon_r} = 0.25 \frac{D}{V\tau_2}$$

$$K_{\dot{\epsilon}_r} = \tau_1 K_{\epsilon_r} = \frac{0.25 D \tau_1}{V \tau_2}$$

Оценим переходной процесс пренебрегая колебательной составляющей:

$$W \approx \frac{K_{\epsilon_r} \frac{V}{D}}{p}$$

Тогда передаточная функция замкнутого контура:

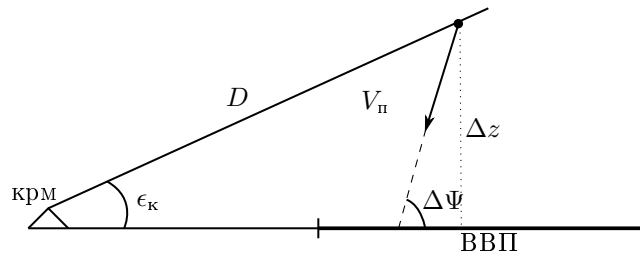
$$\Phi = \frac{1}{T_r p + 1}$$

где  $T_r = \frac{D}{\epsilon_r V}$ . Ранее нашли, что  $\xi_r = \frac{0.25 \frac{D}{V}}{\tau_2}$  подставляя в  $T_r$  получаем, что процесс апериодичен с постоянной:

$$T_r = 4\tau_2$$

### Система управления боковым движением по сигналам курсового маяка

С помощью этой системы ликвидируется боковое отклонение самолета от плоскости посадочного курса ( $\Delta z$ )

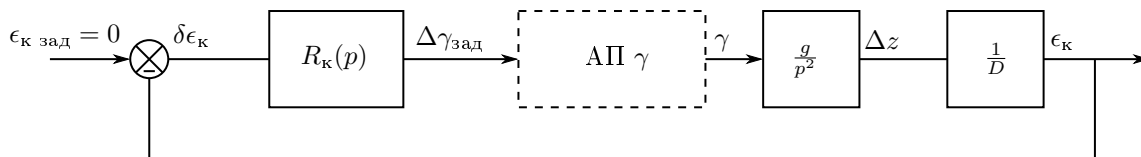


Найдем соотношение между  $\epsilon_r$  и ошибкой планирования  $\Delta\theta$ :

$$\Delta \dot{z}_r = V \Delta \Psi, \quad \epsilon_k = \frac{\Delta z}{D}$$

$D$  — текущее расстояние до ГРМ.

Для устранения  $\Delta z$  производится управление по крену.



Регулятор имеет вид:

$$R_{\epsilon_k} = K_{\epsilon_k} + K_{\dot{\epsilon}_k} p = K_{\epsilon_k} (T_{\epsilon_k} p + 1),$$

$$\left\{ \frac{\gamma}{\gamma_{\text{зад}}} \right\} = \frac{1}{T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma + 1},$$

$$W_{\epsilon_k}^{\text{раз}} = \frac{K_{\epsilon_k} (T_{\epsilon_k} p + 1) g \frac{1}{D}}{p^2 (T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma + 1)},$$

$$T_{\epsilon_k} \geq 10T_\gamma.$$

В диапазоне  $\frac{1}{T_{\epsilon_k}} < \omega < \frac{1}{T_\gamma}$ :

$$W \approx \frac{K_{\epsilon_k} T_{\epsilon_k} p \frac{g}{D}}{p^2} = \frac{K_{\dot{\epsilon}_k} \frac{g}{D}}{p},$$

$$\omega_c = K_{\dot{\epsilon}_k} \frac{g}{D} = \frac{1}{T_{\text{зад}}} \Rightarrow (K_{\dot{\epsilon}_k})_{\text{гр}} = \frac{D}{g T_{K_\gamma}},$$

$$(K_{\epsilon_k}) = 0.25 (K_{\dot{\epsilon}_k})_{\text{гр}} = \frac{0.025 D}{T_\gamma},$$

$$K_{\epsilon_k} = \frac{K_{\dot{\epsilon}_k}}{T_{\epsilon_k}} = \frac{K_{\dot{\epsilon}_k}}{10T_\gamma} = \frac{0.0025 D}{T_\gamma^2}.$$

Оценим приближенно качество регулирования пренебрегая звеном с наименьшей постоянной времени:

$$W_\epsilon \approx \frac{K_{\epsilon_k} (1 + T_{\epsilon_k} p) g \frac{1}{D}}{p^2},$$

$$D_{\text{зад}} = \frac{W_{eK}}{1 + W_{eK}} = \frac{K_{eK} (1 + T_{eK} p) \frac{g}{D}}{p^2 + K_{\dot{\epsilon}_k} \frac{g}{D} p + K_{\epsilon_k} \frac{g}{D}} = \frac{1 + T_{\epsilon_k} p}{T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1},$$

где  $\xi = \frac{0.5 K_{\dot{\epsilon}_k} \frac{g}{D}}{\sqrt{K_{\epsilon_k} \frac{g}{D}}} = \frac{0.5 (0.025 \frac{D}{T_\gamma}) \frac{g}{D}}{\sqrt{\frac{0.0025 D}{T_\gamma^2} \frac{g}{D}}} = \frac{0.5 * 0.25}{\sqrt{0.025}} \approx 0.79$ .

Потребуем апериодический характер  $\xi = 1$ :

$$1 = \frac{0.5 K_{\dot{\epsilon}_k} \frac{g}{D}}{\sqrt{K_{\epsilon_k} \frac{g}{D}}}, \quad K_{\dot{\epsilon}_k} = 10T_\gamma$$

$$K_{\dot{\epsilon}_k} = 10T_\gamma K_{\epsilon_\gamma}$$

$$T_\gamma = \frac{1}{\sqrt{K_{\epsilon_k} \frac{g}{D}}} \approx 5T_\gamma$$

## Автоматическое выравнивание

### Траектория выравнивания

В процессе выравнивания самолет движется по траектории сопрягающей глissаду и прямую параллельную земной поверхности (ВПП) искривление траектории происходит вследствие действия центростремительной силы возникающий при увеличении угла атаки.

$$P = Y - G \cos \theta,$$

где  $P$  — центростремительная сила, которое создает нормальное ускорение:

$$j_n = \frac{V^2}{r},$$

где  $r$  — радиус кривизны траектории.

Приращение перегрузки связано следующей формулой:

$$\Delta n_y = \frac{j_n}{g} = \frac{V^2}{rg}$$

при  $\Delta n_y = const$ ,  $V = const$  траектория выравнивания представляет дугу окружности радиуса:

$$r = \frac{V^2}{g\Delta n_y}$$

На практике  $\Delta n_y$  от 0 до 0.5, поэтому траектория немного отличается от окружности. Приближенно окружность.

$$\omega = \frac{V}{r} = \frac{g(n_y - 1)}{V} = \frac{g\Delta n_y}{V}$$

Поскольку траектория выравнивания охватывающее  $\theta$

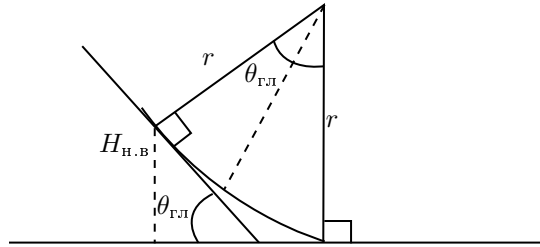
$$t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{V\theta}{g\Delta n_y}$$

Зная выражения выше можем определить минимальный радиус:

$$r_{min} = \frac{V^2}{g(\Delta n_y)_{max}}$$

и максимальную угловую скорость:

$$\omega_{max} = \frac{g(\Delta n_y)_{max}}{V_{max}}.$$



Высота начала выравнивания:

$$H_{н.в} = r(1 - \cos \theta)$$

При малых углах:

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta^2}{2}$$

тогда

$$H_{н.в} = \frac{V^2}{g\Delta n_y} = \frac{V^2\theta^2}{2g\Delta n_y}$$

Для самолетов с различными скоростями снижения по одной и той же глиссаде оптимальная траектории выравнивания существенно отличается. Однако задать жесткую траекторию с помощью наземных устройств трудно, такой способ посадки не применяется. При автоматизации этапа выравнивания используются траектории задаваемые с помощью бортовых средств информации, а именно на экспоненциальных траекториях применяемых в настоящее время.

## Экспоненциальная траектория

Закон изменения высоты задается в виде:

$$H = h_0 e^{-\lambda t} - h_k$$

в случае  $V = const$ :

$$H = h_0 e^{-\varkappa \frac{L}{V}} - h_k$$

Найдем параметры экспоненты  $\varkappa$ ,  $h_0$ ,  $L$ ,  $V$ : При  $t = 0$ :

$$H(t = 0) = h_0, \quad \dot{H}(t = 0) = V_y(0),$$

Таким образом имеем начальные условия:

$$H(0) = h_0 - h_k, \quad \dot{H}(0) = -h_0 \varkappa$$

При  $t = t$ :

$$H(t) = -h_0 e^{-\varkappa t} - h = 0, \quad \dot{H}(t) = \dot{H} = -h \varkappa e^{-\varkappa t}$$

На этапе выравнивания должно происходить уменьшение вертикальной скорости  $\dot{H}$  от  $\dot{H}_0$  до  $\dot{H}$  (0.5 - 1 /).

Решая систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} H(0) = H_0 = h_0 - h_k \\ \dot{H}(0) = -h_0 \varkappa \\ H(t) = h_0 e^{-\varkappa t} - h = 0 \\ \dot{H}(t) = \dot{H} = -h \varkappa e^{-\varkappa t} \end{cases} \quad (17)$$

получим решение:  $h_k = \frac{\dot{H} H_0}{\dot{H}_0 - \dot{H}}$ ,  $\varkappa = -\frac{\dot{H}}{h_k}$ ,  $h_0 = H_0 + h_k$ ,  $t = \frac{-\ln(\frac{h_k}{h_0})}{\varkappa}$