

# Содержание

<b>Лекция 1</b>	<b>3</b>
Общие положения . . . . .	3
<b>Лекция 2</b>	<b>5</b>
Комплекс оборудования систем самолета . . . . .	5
Способы управления самолётом . . . . .	6
<b>Лекция 3</b>	<b>8</b>
Типы систем штурвального управления . . . . .	8
Необратимое ручное управление . . . . .	8
Необратимое бустерное управление . . . . .	8
Электродистанционная система управления . . . . .	9
Включение автоматических устройств в СШУ . . . . .	10
<b>Лекция 4</b>	<b>11</b>
Состав СШУ . . . . .	11
Ограничители предельных режимов . . . . .	12
<b>Лекция 5</b>	<b>14</b>
Летчик в СУ самолетом . . . . .	14
Устойчивость движения и управляемость самолета . . . . .	14
<b>Лекция 6</b>	<b>16</b>
Математическая модель самолета как объекта управления . . . . .	16
Общие уравнения движения самолета . . . . .	16
<b>Лекция 7</b>	<b>19</b>
Модель траекторного движения . . . . .	19
Уравнение бокового возмущенного движения . . . . .	20
<b>Лекция 8</b>	<b>22</b>
Траекторное движение . . . . .	22
Передаточные функции исполнительных устройств . . . . .	23
Астатический интегральный автомат продольного управления . . . . .	23
<b>Лекция 9</b>	<b>26</b>
Выбор значения $K_x$ . . . . .	26
Методика синтеза интегрального АПУ . . . . .	26
Автомат продольного управления устойчивого самолета . . . . .	27
Синтез статического автомата продольного управления неустойчивого самолет . . . . .	31
<b>Лекция 10. Семестр 2.</b>	<b>32</b>
Автоматическое управление угловым движением . . . . .	32
Синтез АП $\theta$ . . . . .	33
Статический автопилот . . . . .	33
Анализ точности . . . . .	34
Каноническая форма записи передаточной функции АП тангажа . . . . .	35
Выбор ограничений . . . . .	35
Регулировка $K_{\omega_z}$ по режимам полета . . . . .	36
<b>Астатический АП</b>	<b>36</b>

<b>Автоматическое регулирование угла рыскания (угла курса)</b>	<b>36</b>
Автоматическое регулирование угла рыскания при плоском развороте . . . . .	37
Рассмотрим статический регулятор . . . . .	37
Стабилизация угла рыскания через канал крен, координированный разворот . . . . .	38
Анализ точности . . . . .	40

# Лекция 1

## Общие положения

**Цель курса:** Дать необходимые знания для понимания принципов построения и работы современных систем ручного и автоматического управления самолета, а так же умение применять мат. методы синтеза и анализа этих систем.

Любой полет можно рассматривать как последовательность выполнения следующих режимов (этапов полета):

1. Взлет.
2. Набор высоты с разгоном.
3. Крейсерский полет.
4. Смена эшелона.
5. Стабилизация заданной линии пути в горизонтальной плоскости.
6. Смена линий пути.
7. Разгон и торможение на постоянной высоте.
8. Снижение с торможением.
9. Заход на посадку.
10. Полет по глисаде и посадка.

Каждый этап полета характеризуется определенным законом изменения параметров полета. Например: На режиме крейсерского полета,  $H = const$ ,  $V = const$ , выполнение этого условия достигается при определенном законе отклонения органов управления, в качестве которых выступают: руль высоты, элероны, руль направления, а так же РУД (регулирует тягу).

*По этому управление ЛА состоит в формировании отклонения органов управления для требуемого изменения параметров движения ЛА в условиях действия различного рода возмущений.*

При автоматическом управлении закон отклонения органов управления формируется автоматикой без участия летчика.

При полуавтоматическом управлении (ручном) в формировании закона управления участвует летчик.

При ручном управлении отклонения рулей в продольном и поперечном канале осуществляется летчиком с помощью штурвального управления через отклонение центральной ручки управления (РУС) или штурвала.

Отклонение органов управления в путевом канале осуществляется с помощью педалей.

Система управления полетом — это комплекс технических устройств преобразующих управляющее воздействие летчика и командные сигналы автоматических устройств в отклонение органов управления.

В настоящее время система управления самолетом включает в себя:

1. Система штурвального управления (СШУ) — она обеспечивает отклонение органов управления в соответствии с отклонением летчиком рычагов управления и сигналами системы устойчивости и управляемости самолёта (СУУ).
2. Система автоматического управления (САУ) — применяется для стабилизации параметров движения и их движения по заданным алгоритмам.
3. Система управления механизацией крыла — используется на взлетно-посадочных режимах.
4. Система управления тягой двигателя.
5. Система управления передней стойкой шасси.

Работа указанных систем обеспечивается системой энергоснабжения, которая отбирает часть мощности двигателя. СШУ с точки зрения выполняемых функциональных задач и обеспечения безопасности полета является основной системой. Проблема создания системы управления является важнейшим аспектом в проектировании самолета. СШУ существенным образом влияет на важнейшие характеристики пилотирования самолёта: устойчивость, управляемость, оказывает влияние на формирование облика самолёта ЛТХ. СШУ должна обеспечивать:

1. Максимальное использование маневренности самолета.
2. Наипростейшее пилотирование на всех этапах полёта.
3. Ограничение выхода самолёта на предельные режимы.

САУ предназначена для автоматизации полета по типовой траектории (от взлёта до посадки) с целью снижения загрузки экипажа особенно при длительном пилотировании. Повышение точности выполнения режимов полёта, а также снижение погодного минимума и повышение регулярности полётов. Тенденция расширения функций автоматического управления обусловлена снижением числа ошибок, происходящих по вине лётчика статистика показывает что 80% катастроф происходит по вине лётчика. Автоматизация посадки в условиях плохой видимости компенсация воздействия отказов требующих быстрой ответной реакции позволяет существенно уменьшить число ошибок которые совершаются по вине лётчика.

Таким образом первая часть курса посвящена изучению СШУ, синтезу автоматических устройств (демпферы, автоматы устойчивости) составляющих СУУ.

Необходимые знания:

- Динамика полета
- ТАУ

## Лекция 2

### Комплекс оборудования систем самолета

Автоматическое и ручное управление самолетом осуществляется с помощью разнообразных устройств и приборов, которые можно разбить на две функциональные части:

- Система СШУ
- Пилотажный навигационный комплекс(ПНК)

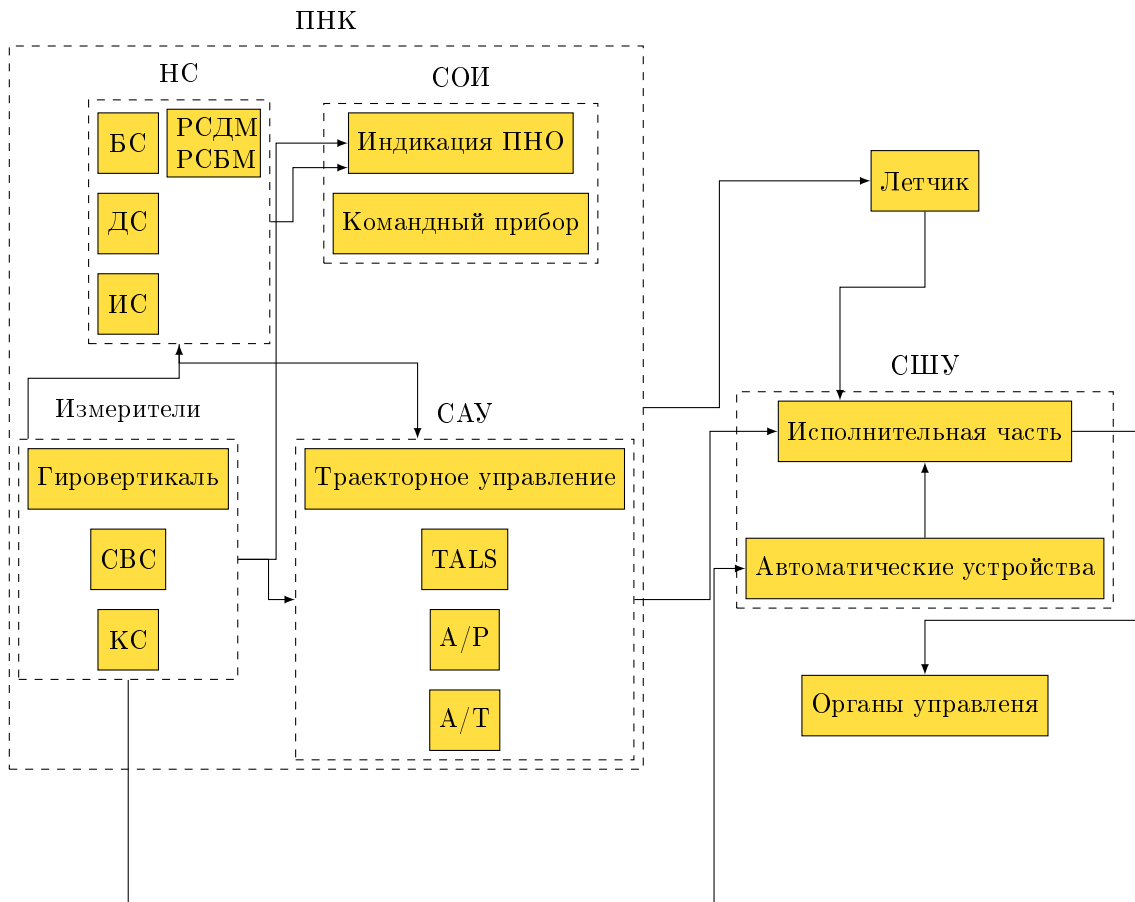
Навигационная система(НС): Бортовая цифровая вычислительная машина (БС), Инерциальная система (ИС), Датчики системы стабилизации (ДС), РСДМБ/РСБМ — радиостанции ближнего и дальнего наведения.

Измерители: Гировертикаль, курсовая система(КС), система воздушных сигналов (СВС).

Система отображения информации (СОИ): Индикация пилотажно-навигационной обстановки(ПНО), командный прибор.

Система автоматического управления(САУ): Система тракторного управления, система взлета и посадки, автопилот, автомат тяги.

Система штурманского управления(СШУ): Исполнительная часть системы управления(Привода), автоматические устройства.



СШУ — совокупность всех средств передающих управляющее воздействие летчика и САУ на органы управления самолётом, а также автоматические устройства улучшения пилотажных и летных характеристик самолета, которые работают параллельно с лётчиком. Является основой системы управления, так как она непосредственно взаимодействует с органами управления, через СШУ отрабатываются сигналы САУ. СШУ должна обеспечивать:

1. Максимальное использование маневренности самолёта.

2. Наибольшую простоту пилотирования на всех режимах.
3. Ограничение выхода самолёта на предельные режимы полёта

ПНК — совокупность измерителей индикаторов и автоматических устройств с помощью которых на борту создается информационная модель полёта и результаты задачи стабилизации, автоматического и полуавтоматического управления. ПНК должна обеспечивать:

1. Стабилизацию режимов полётов.
2. Навигацию и автоматическое управление траекторией по программе.
3. Автоматический взлёт и посадку.
4. Определение пилотажно навигационных параметров и их отображение лётчику.

### Способы управления самолётом

Для современных систем управления характерна функциональная избыточность, проявляющаяся в том, что управление самолетом может осуществляться несколькими способами:

1. Автоматическое управление траекторией — все режимы программируются в вычислителе навигационного комплекса управления самолётом производится по отклонениям от программы полёта. На основе этих отклонений вырабатываются команды на изменение углового положения, которые обрабатываются соответствующими системами стабилизации. При автоматическом управлении полётом лётчик выполняет функцию включения тех или иных систем и общего контроля за работой системы.
2. Управление траекторным движением по командному прибору (директорное управление) — в этом режиме управление самолётом производится лётчиком вручную через воздействие на рычаги управления. Стратегия управления — требуемую угловую ориентацию самолёта вырабатывает автоматические системы траекторного управления, однако приведение самолёта в заданное угловое положение (отработку заданных  $\vartheta$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) осуществляет лётчик, а не система стабилизации углового положения. Управление производится с помощью командного прибора. На стрелки прибора выводится рассогласование между требуемым углом и текущим положением задача лётчика путем воздействия на рычаги управления устранить это рассогласование, тем самым лётчик выполняет функцию стабилизации углового положения.
3. Автоматическая стабилизация параметров движения в этом случае лётчик ориентируется по пилотажным командным приборам (не директорный) и вызывает тот или иной режим стабилизации, выполняемый автопилотом. Управление производится с помощью манипуляции с задающими устройствами. В процессе полёта лётчик может неоднократно переходить от автоматического управления к ручному и наоборот, этот способ управления называется совмещенный
4. Ручное управление по пилотажно-навигационным индикаторам или ориентирам лётчик управляет самолётом с помощью рычагов управления вклад автоматики в процесс управления минимален (выполняет функцию системы улучшения устойчивости и управляемости)

Проблема рационального сочетания ручного управления и автоматического заключается в использовании совмещенного управления в котором обеспечивается:

1. Автоматическое управление на всех режимах полёта.
2. Поканальный переход с режима автоматического управления на ручное при вмешательстве лётчика в управление.
3. Восстановление режима автоматического управления после окончания вмешательства лётчика.
4. Сохранение для лётчика динамического стереотипа управления.

В настоящее время на большинстве самолётах реализован режим совмещенного управления угловым движением самолёта, в этом режиме осуществляется стабилизация того углового положения которое имело место в момент окончания вмешательства лётчика в управление. Для этого необходимо:

1. Определение момента начала и окончания вмешательства лётчика в управление.
2. Отключить режим САУ с целью обеспечения лётчику на время вмешательства традиционного стереотипа управления.
3. По окончании вмешательства задействовать режим автоматической стабилизации.

## Лекция 3

### Типы систем штурвального управления

#### Необратимое ручное управление

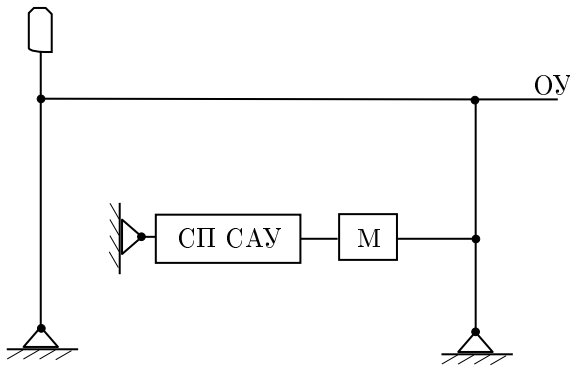
НРУ — Широко применяется на самолетах малых и средних размерах, передача управляющего сигнала к рулям осуществляется непосредственно летчиком без использования внешних источников энергии благодаря этому достигается: простота конструкции, простота обслуживания, высокая надежность. В систему НРУ входят:

1. Рычаги управления самолетом, штурвал, педали, механическая проводка управления, тросовая или жесткая в виде тяг.
2. Органы управления  $\delta_{OY} = K_{ш} X_{py}$

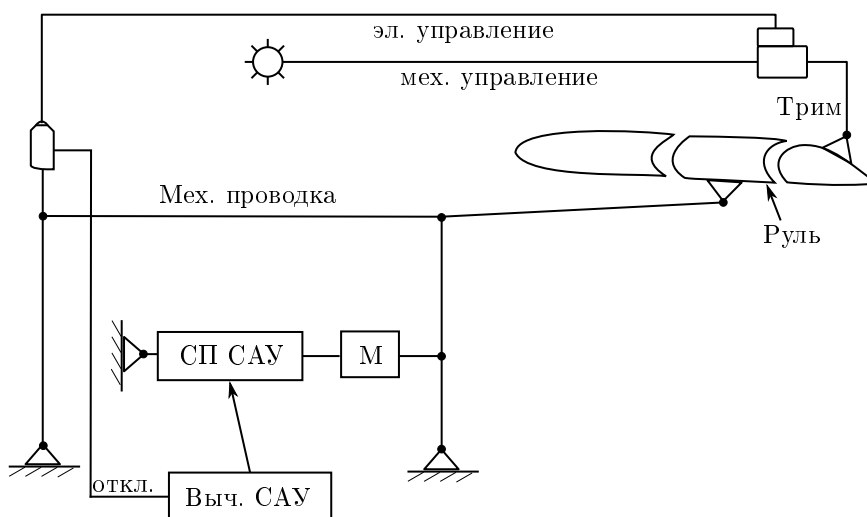
Соответственно усилие на рычагах управления  $P_{py}$  от шарнирных аэродинамических моментов определяется соотношением:

$$P_{py} = K_{ш} M_{ш}$$

В общем случае уровень усилий должен быть сопоставим с возможностями летчика поэтому НРУ имеют средства снижения шарнирного момента. При НРУ сигналы САУ обрабатываются специальным приводом. связь привода САУ с проводкой осуществляется через устройство пересиливания и отключения (муфта)



#### Необратимое бустерное управление

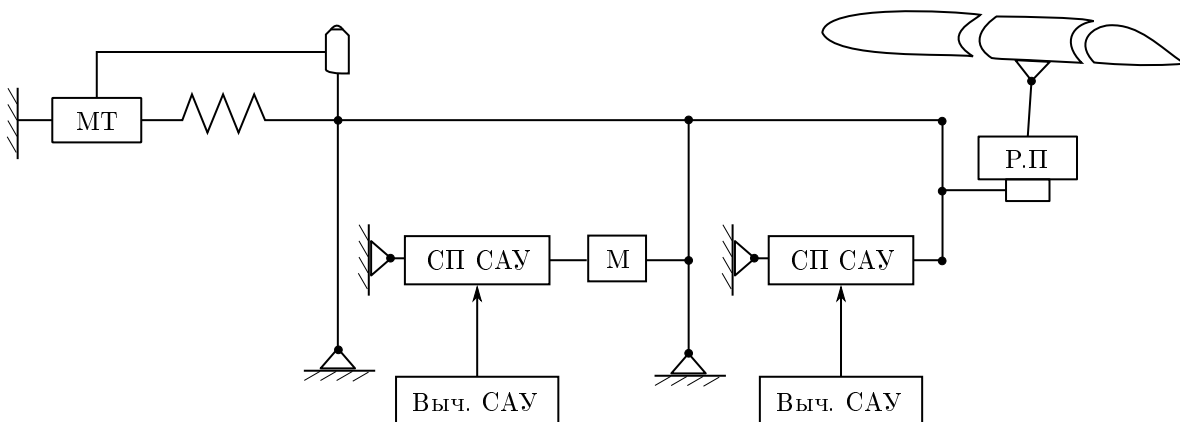




В системе НБУ шарнирный момент органа управления полностью воспринимается бустером. Появление НБУ обусловлено развитием авиационной техники характерной особенностью которого является: расширение области режима полета (сверхзвук) и увеличение размеров самолета. Использование НБУ создала возможность улучшения характеристик устойчивости и управляемости с помощью специальных автоматических устройств (СУУ). Вместе с рычагами управления и механической проводкой основными элементами являются рулевой привод и загрузочное устройство с триммерным механизмом и система гидравлического питания. Все системы должны иметь высокую надежность, что достигается многократным резервированием для НБУ характерны следующие особенности:

1. Усилия управления в НБУ определяется характеристиками искусственной загрузки независимо от шарнирного момента усилия можно сделать такими какие можно сделать для обеспечения управляемости и безопасности.
2. В НБУ могут быть включены различные устройства(САУ, СУ). Исполнительные устройства этих систем могут быть небольшой мощности т.к они не рассчитаны на  $M_{ш}$ , а на усилие входной части привода.
3. Механическая проводка может быть облегчена.
4. На базе НБУ может быть построена система электродистнционная система управления(ЭДСУ).

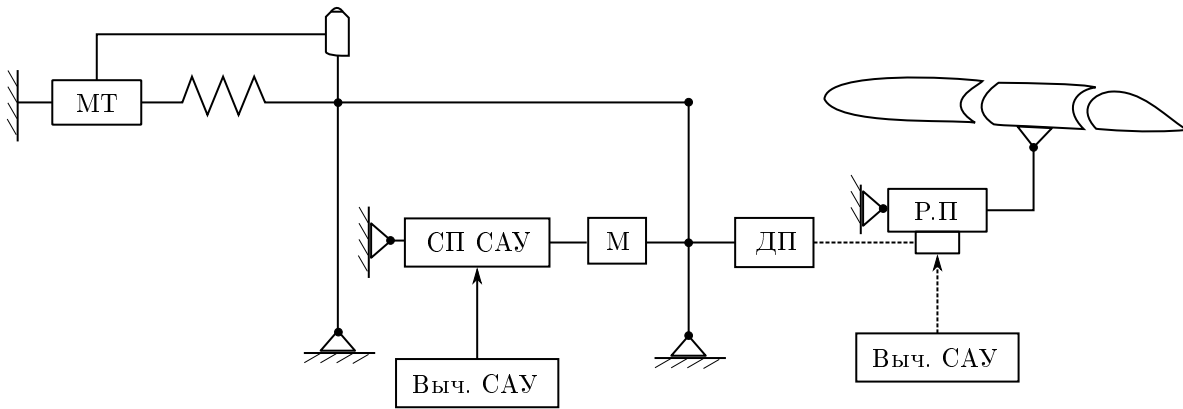
### Электродистнционная система управления



ЭДСУ - система в которой связь между рычагом управления и исполнительными приводами реализовано не механически, а электрическим(по проводам) это позволяет достичь высокой точности и быстродействия в отработке сигнала: летчика, САУ и СУ, благодаря отсутствию зазоров, трения, упругости механической проводки ЭДСУ происходит постепенное вытеснение аналоговой в замен цифровой.

ЦСДУ имеет более широкие возможности в реализации сложных законов управления. А также более глубокой эффективной организации обмена данными благодаря ЦСДУ открылась возможность интеграции всех систем в единый комплекс предназначенный для решения задач пилотирования самолета. Применение ЭДСУ позволило использовать мало габаритные рычаги управления (боковая ручка) это помогает летчику управлять на больших перегрузках, улучшает обзор приборной доски, снижает вес рычагов управления. Основная проблема обеспечения надежности не ниже чем у механических систем.

## Включение автоматических устройств в СШУ



Где ДП — дистанционный передатчик.

Под СУУ понимается автоматическая система, которая обеспечивает необходимый уровень статических и динамических характеристик управляемости самолета. СУУ должна обеспечивать приемлемый стереотип пилотажных характеристик самолета, который должен быть ориентирован на определение психо-физиологических возможностей летчика, как звена контура управления «Летчик – СУ – самолет». Фактически для летчика не важно, каким образом СУ обеспечивает заданные характеристики; ему важно, чтобы объект управления (ОУ) обладал такими характеристиками, которые делают процесс управления простым и безопасным. Восприятие пилотажных характеристик автоматизированного самолета летчиком должно быть таким же, как если бы эти характеристики обеспечивались традиционными средствами. Для того чтобы работа этой системы была незаметной, рычаги должны оставаться неподвижными, не должны возникать «отдачи» (в этом случае СУ) включается в СШУ последовательно. В ЭДСУ сигнал вычислителя СУ поступает на вход привода с электрическим входом и никак не связан с механической проводкой, и следовательно его отработка никак не сказывается на отработке рычага управления. При механической проводке СШУ подобный способ включения СУ реализуется по схеме «раздвижной тяги». САУ включается в СШУ по параллельной схеме; в этом случае привод САУ подключается к проводке таким образом, чтобы при работе САУ вся механическая проводка при управлении так же перемещалась, как при управлении самолетом летчиком. Рычаги управления в этом случае являются индикатором правильной работы САУ; за время эксплуатации самолета у летчика вырабатывается стереотип правильной работы САУ, и в случае отклонения от него, летчик имеет возможность взять управление на себя путем отключения САУ.

## Лекция 4

### Состав СШУ

СШУ состоит из различной степени сложности, выполняющие различные функции. Разделяют следующие системы:

- Механическая или электродистанционная система связывающая рычаги управления с приводами.
- Система создания усилия на рычагах управления — загрузочное устройство (ЗУ).
- Система сервоприводов и рулевых приводов.
- Система регулирования коэффициентов передачи между рычагами и рулями ( $K_{ш}$ ).
- Система ограничения предельных режимов полета ОПР.
- Система управления балансировкой.
- Система улучшения устойчивости и управляемости (через СШУ отабатывается сигнал от САУ).

**Загрузочные устройства или автомат регулирования загрузки (ЗУ или АРЗ).** Бустер мешает летчику ощущать нагрузку на руль ( $q$ ) без этого управления самолетом становится практически невозможным. Следовательно о появляются ЗУ и триммеры ЗУ предназначены для обеспечения приемлемых характеристик управления. По прикрепленным к рычагам усилиям на всех режимах полета. Важным параметрами являются градиенты усилия на рычаге, градиент усилия на РУ по нормальной перегрузке  $P^{n_y}$  и в боковом канале по скорости крена  $P^{\omega_x}$ . Также контролируется  $X^{n_y}$ ;  $X^{\omega_x}$  параметры. Для легких самолетов:

$$P^{n_y} = 10 \dots 30 \frac{\text{Н}}{\text{ед.перегрузки}}; X^{n_y} \geq 12 \frac{\text{мм}}{\text{ед.перегрузки}}$$

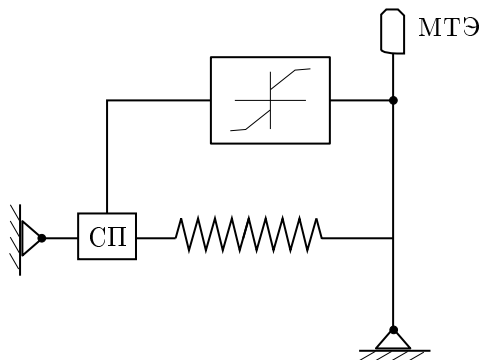
Можно определить требования загрузочного устройства:

$$P^{n_y} = \frac{\Delta P}{\Delta n_y} = \frac{\Delta P}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta n_y} = P^x X^{n_y}$$

$$P^x = \frac{P^{n_y}}{X^{n_y}} \approx 2 \frac{\text{Н}}{\text{мм}} - \text{характеристики загрузочного устройства}$$

Наиболее простое устройство пружина. Характеристиками пружины ЗУ являются предварительный натяг и излом.  $P_0$  - вводится для центровки, а излом обусловлен тем, что на больших приборных скоростях, где требуются малые отклонения рулей необходимо затежеление загрузки для предотвращения раскачки самолета, а на малых скоростях, где требуются большие отклонения загрузка не должна быть чрезмерной. Существуют более сложные загрузочные устройства. Автоматически осуществляется регулирование  $P^x$ .

Задача загрузочных устройств обеспечение примерно равное  $P^{n_y}$ . Усилие возникающее при отклонении рычагов летчиком снимаются с помощью механического триммера эффекта. Системы регистри-



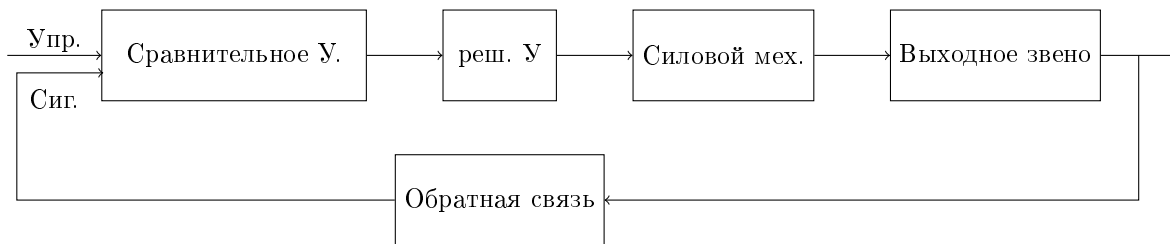
руют  $K_{ш}$  на легких самолетах с механической проводкой применяют автоматы двух типов:

1. АРЗ

2. АРУ — который одновременно регулирует  $P^x$  и  $K_{ш}$  на всех режимах полета. Особенность АРЗ состоит в том, что при его работе сохраняется полный диапазон отклонения в том числе при отказе

$$\delta_v = K_{ш} X_v$$

В случае АРУ (одновременно  $P^x$  и  $K_{ш}^V$ ) диапазон отклонения органов управления изменяются по режимам полета, это требует применения мер безопасности в случае отказа АРУ. Исполнительная часть управления полетом. Исполнительными устройствами СУ преобразующими командные сигналы в механические перемещения органов управления являются приводы. Приводы присоединены к аэро приводам называемые рулевыми. Помимо отработки командных сигналов эти выполняют учет мощности. Приводы главная задача которых являются преобразование электрического сигнала в механическое называют сервопривод. Они являются маломощными исполнительными устройствами которые обычно устанавливаются во входных части системы. В последнее время тенденция к слиянию сервоприводов с рулевыми с целью улучшения динамических свойств, улучшение надежности и уменьшение веса. Обычно называют силовыми или электроприводами. Любой привод представляет следующую систему: входной величиной которого являются управляющие сигналы, а выходная перемещение или скорость перемещения привода.



Если звено обратной связи несет информацию о перемещении системы, то в этом случае управляющий сигнал вызывает смещение выходного звена относительно нейтралли (привод с жесткой обратной связью). Если сигнал обратной связи пропорционален скорости изменения выходного звена, то привод со скоростной обратной связью. Если выход и обратная связь гидропривода является механической, то привод гидромеханический (бустер) при бустерном управлении летчику достаточно прикладывать небольшие усилия.

## Ограничители предельных режимов

**Ограничитель предельных значений  $\alpha$  и  $n_y$ .** Предотвращает выход самолета на предельные значения параметров движения, преследует цель: безопасность полетов, путем информирования (предупреждения) и активного воздействия на руль высоты. Для пассажирских ла наиболее активно предотвращают выход на  $\alpha_{пред}$ . Это задача решается несколькими путями световая и звуковая сигнализация, вибрация, или его дополнительная нагрузка, активное ограничение путем воздействия на руль высоты. Эти способы предотвращения выхода на  $\alpha_{крит}$  применяется с любым типом СУУ. Звуковая сигнализация и световая обязательная мера которая используется на всех пассажирских самолетах, однако в стрессовой ситуации этой меры может быть не достаточно для предотвращения возникновения опасной ситуации. Поэтому дополнительно используют более эффективный способ предупреждения — тряска. Другим столь же эффективным способом является дополнительная нагрузка рычагов управления реализуется специальным загрузителем.

$$0 - \bar{\alpha} < \alpha_{кр}; \bar{\alpha} = \alpha + K_{\alpha} \dot{\alpha}$$

$$1 - \bar{\alpha} > \alpha_{кр}; \alpha = \alpha + K_{\omega_z} \omega_z$$

Вторые слагаемые используются для внесения опережения, то есть учета прогноза в движении самолета по углу атаки.

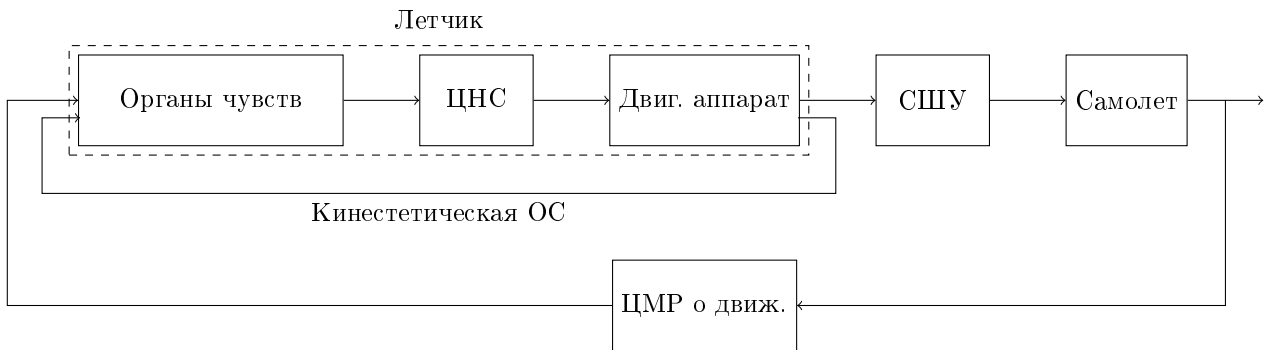
**Система управления балансировкой (Рычага управления обнуление силы действующей на рычаг со стороны ЗУ.)** При ручном управлении балансировку нужно выполнять с помощью МТЭ по сигналам летчика МТЭ при любом положении рычага управления приводит пружину в нейтраль, пружина не сжата, не растянута при этом  $P = 0$  в этом случае летчик может освободить рычаг

управления, рычаг остается в заданном положении, а следовательно и ОУ. САУ отклоняет руль на  $\Delta\delta_{\text{доп}}$  к балансирующему значению  $\delta_{\text{бал}}$ , поэтому если летчик стримировал рычаг управления в момент когда ЛА находится на опорной траектории, то  $\Delta\delta = 0$  и переход на автоматическое управление происходит плавно без рывков на органы управления. Обратный переход от автоматического к ручному будет происходить плавно если в момент отклонения САУ рычаг управления будет находится в стриммированом состоянии — это достигается с помощью УАТ.

## Лекция 5

### Летчик в СУ самолетом

При пилотировании летчик осуществляет сравнение фактических параметров движения самолета с заданными, оценивает величину направление и рассогласования, и с помощью рулевых органов, используя СШУ, устраняет это рассогласование. С этой точки зрения летчик и самолет являются взаимосвязанными элементами единой замкнутой СУ «Летчик — СШУ — Самолёт» при этом качество управления определяется как динамическими характеристиками самолета (его Устойчивость и управляемость), так и психофизиологическими особенностями летчика, а также свойствами СШУ при аналитическом исследовании этой системы. Летчик как звено СУ имеет вход и выход. Входом являются органы чувств, воспринимающие информацию по положению самолета, выходом являются мускульные усилия которые он прилагает к рычагам управления. Выход связан со входом, и центральной нервной системой внутренней и внешней обратной связью по положению и усилиям.



Внутренняя обратная связь осуществляется двигательными ощущениями называется кинестетической внешней обратной связью. Осуществляется зрением и осязанием изменение усилий, ощущается летчиком лучше нежели изменение положения РУ. Поэтому летчик управляет самолетом основываясь на восприятии усилий, это определяет использование загрузочных механизмов. Для описания динамических свойств летчика как элемента замкнутой системы используют следующую передаточную функцию:

$$W_{\text{л}} = W_{\text{л}}^1 W_{\text{л}}^2 \quad (1)$$

$$W_{\text{л}} = e^{-p\tau} \frac{1}{\tau_{\text{н.м}} p + 1} \quad (2)$$

$$W_{\text{л}} = \frac{K_{\text{л}}(T_1 p + 1)}{T_2 p + 1} \quad (3)$$

ПФ (1) — отражает присущие человеку свойства временной запаздывание (задержка в реакции)

ПФ (2) - Нервномышечное запаздывание, где  $\tau = 0.13 - 0.2 \tau_{\text{н.м}} = 0.1 \text{с}$

ПФ (3) - Отражает адаптивные свойства параметры изменяются в следствии адаптации, где  $T_1 = 0.25 - 0.5 \text{с}$  - постоянное упреждение,  $T_2 = 10 - 20 * T_1$  - характеризует динамическое запаздывание.

Из анализа процесса пилотирования в одноканальной задаче слежения можно сделать вывод, летчик действует так, чтобы оптимизировать суммарные характеристики замкнутой системы, с целью обеспечения минимума ошибки слежения. В связи с этим для оценки параметров летчика можно использовать правило оптимизации линейных систем. **Задачи оптимизации.** Правила частотного анализа при этом подходе в виде требований: к полосе пропускания и запасам устойчивости, если окажется, что для выполнения этих требований потребуется значение  $(K_{\text{л}}, T_1)$  лежащие за пределами человеческих возможностей, то можно сделать вывод о неблагоприятной динамики самолета, когда желаемые качества регулирования достигаются ценой психических и физиологических нагрузок.

### Устойчивость движения и управляемость самолета

Процесс управления можно представить в виде двух задач:

1. Обеспечить требуемое значение перегрузок, углов атаки, скольжения, крена необходимых для реализации заданного опорного движения. В установившемся опорном движении моменты уравновешивают, а углы постоянны, однако реальное движение всегда отличается от идеального из-за внешней среды, неточности пилотирования, ветровых возмущений, пульсации силовой установки и т.д.
2. Парирование возмущающих воздействий и сохранение заданного или близкого к нему состояния при воздействии возмущений.

Обе задачи могут быть решены если самолет обладает управляемостью.

Управляемость — способность выполнять в ответ на целенаправленные действия летчика или автоматики любой предусмотренный в процессе эксплуатации маневр. В любых допустимых условиях в том числе и при наличии возмущений. Когда возмущения малы и действуют кратковременно, то управление полетом существенно упрощается, если опорное движение устойчиво.

Устойчивость — способность самостоятельно без участия летчика сохранять заданный режим полета и возвращаться к нему после произвольного отклонения от него под действием внешних возмущений, когда эти возмущения исчезнут.

Различают устойчивость к бесконечно малым возмущениям (устойчивость в «малом») и устойчивость к ограниченным конечным возмущениям (устойчивость в «большом»). Исследование устойчивости в большом имеет смысл только тогда, когда движение устойчиво в малом. При исследовании устойчивости в малом удобно рассматривать не сами параметры возмущенного движения, а их отклонение от параметров невозмущенного движения.

Устойчивость и управляемость самолетом относится к числу особенно важных физических свойств самолета. От них в значительной степени зависит простота и точность пилотирования, а также полнота реализации летчиком технических возможностей самолета. Эти свойства самолета проявляются в характере протекания переходных процессов при отклонении летчиком органов управления при изменении режима работы двигателей, при воздействии атмосферных возмущений и т.д. Очевидно предпочтительнее такие переходные процессы, которые без участия летчика приводят к быстрому восстановлению к исходному режиму полета, а при управлении приводят к его быстрой перебалансировке и не требуют от летчика чрезмерных затрат (по времени и усилиям). Наиболее желательным переходным процессом является колебательное движение с быстрым затуханием или аperiodическое с малым временем переходного процесса. Недопустимо возрастающие по амплитуде колебание малого периода, и достаточно быстрое развивающееся неустойчивое аperiodическое движение.

Устойчивость зависит от:

1. Фактических условий полета.
2. Особенности аэродинамической и весовой компоновки.
3. От средств автоматической стабилизации и демпфирования (СУУ).

Управляемость зависит от:

1. От его устойчивости.
2. От особенностей системы (СШУ).
3. От кинематических и динамических характеристик, закона изменения усилий на рычагах управления.

Управляемость самолета, как и устойчивость подлежат количественной оценке при полете на различных высотах и скоростях, а также при всех основных вариантах загрузки.

## Лекция 6

### Математическая модель самолета как объекта управления

#### Общие уравнения движения самолета

Движение самолета как твердого тела (без учета деформации) в спокойной атмосфере, считая постоянной массу самолета  $m = \text{const}$  и не учитывая кривизну земли и гироскопического момента двигателя описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dt} &= \frac{R_{x_a}}{m} - g \sin \theta; \\
 \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{mV} (R_{y_a} \cos \gamma_a - R_z \sin \gamma_a - mg \cos \theta); \\
 \frac{d\Psi}{dt} &= -\frac{1}{mV \cos \theta} (R_{y_a} \sin \gamma_a + R_{z_a} \cos \gamma_a); \\
 I_x \frac{d\omega_x}{dt} - I_{xy} \frac{d\omega_y}{dt} - (I_z - I_y) \omega_z \omega_y + I_{xy} \omega_x \omega_z &= M_{R_x}; \\
 I_y \frac{d\omega_y}{dt} - I_{xy} \frac{d\omega_x}{dt} + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I_{xy} \omega_y \omega_z &= M_{R_y}; \\
 I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) &= M_{R_z}; \\
 \frac{d\gamma}{dt} &= \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\
 \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma; \\
 \frac{d\beta}{dt} &= \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha + \frac{1}{mV} (R_z + mg \cos \theta \sin \gamma_a); \\
 \frac{dL}{dt} &= V \cos \theta \cos \Psi; \\
 \frac{dH}{dt} &= V \sin \theta; \\
 \frac{dZ_g}{t} &= -V \cos \theta \sin \Psi;
 \end{aligned}$$

Для определения угла атаки и скоростного угла крена и рыскания используют следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z + \tan \beta (\omega_y \sin \alpha - \omega_x \cos \alpha) - \frac{1}{mV \cos \alpha} (R_{y_a} - mg \cos \theta \cos \gamma_a), \\
 \sin \gamma_a &= \frac{\cos \vartheta \sin \gamma + \sin \theta \sin \beta}{\cos \theta \cos \beta}, \\
 \frac{d\psi}{dt} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma)
 \end{aligned}$$

На основании этих уравнений получим упрощенное уравнение самолета для частных случаев: уравнение продольного не возмущенного движения  $OX_k Y_k Z_k$  — в траекторной СК.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_k &= g(n_x - \sin \theta); \\
 \dot{\theta} &= \frac{g}{V_k} (n_y - \cos \theta); \\
 \dot{\omega}_z &= \dot{M}_{R_z}; \\
 \dot{\vartheta} &= \omega_z; \\
 \dot{H} &= V_k \sin \theta; \\
 \dot{L} &= V_k \cos \theta.
 \end{aligned} \tag{4}$$



Считая угол  $\alpha_W$  малым то имеем:

$$n_x = \frac{P \cos(\alpha_k - \varphi_{дв}) - X_a}{mg}$$

$$n_y = \frac{P \sin(\alpha_k + \varphi_{дв}) + Y_a}{mg}$$

где  $X_a = C_{x_a} qS$ ;  $Y_a = C_{y_a} qS$ ;  $\alpha_k = \vartheta - \theta$ ,  $\alpha_W = \frac{W}{V_k}$  — учитывает угол атаки за счет ветра.

$$\bar{M}_{R_z} = \frac{M_{R_z}}{I_z};$$

$$M_{R_z} = M_z + P \bar{l}_P b_a$$

где  $M_z = m_z q S b_a$ ;  $\bar{l}_P = \bar{x}_P \sin \varphi_{дв} - \bar{y}_P \cos \varphi_{дв}$ ;  $\bar{y}_P$  и  $\bar{x}_P$  — координаты точки приложения тяги в связанной СК отнесенные к  $b_a$

На всех режимах управляемого полета задачей управления, является движение по заданной траектории поскольку управляющие воздействия направлены на стабилизацию программного движения, а отклонение от программной траектории вызванные возмущающими действиями малы, то для анализа этих отклонений можно использовать линеаризованную относительно программной траектории. Линеаризуя (4), получим:

$$\Delta \dot{V} = g(n_x^V \Delta V - \cos \theta_0 \Delta \theta + n_x^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + n_x^H \Delta H + n_x^\psi \Delta \psi + n_x^u \Delta u + n_x^{\alpha_W} \Delta \alpha_W)$$

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{g}{V_0} [(n_y^V - \frac{n_{y_0} - \cos \theta_0}{V_0}) \Delta V + \sin \theta_0 \Delta \theta + n_y^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + n_y^H \Delta H + n_y^{\varphi_{дв}} \Delta \varphi_{дв} + n_y^u \Delta u + n_y^{\alpha_W} \Delta \alpha_W]$$

$$\Delta \dot{\omega}_z = \bar{M}_z^V \Delta V + \bar{M}_z^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + \bar{M}_z^{\omega_z} \Delta \omega_z + \bar{M}_z^{\dot{\alpha}_k} \Delta \dot{\alpha}_k + \bar{M}_z^H \Delta H + \bar{M}_z^\varphi \Delta \varphi + \bar{M}_z^{\alpha_W} \Delta \alpha_W$$

$$\Delta \dot{\theta} = \Delta \omega_z$$

$$\Delta \dot{H} = \sin \theta_0 \Delta V + V_0 \cos \theta_0 \Delta \theta$$

$$\Delta \dot{L} = \cos \theta_0 \Delta V - V_0 \sin \theta_0 \Delta \theta$$

$$\Delta \alpha_k = \Delta \vartheta - \Delta \theta$$

Вся эта математическая модель описывает угловое и тракторное движение во взаимосвязи и ее используют когда невозможно разделить тракторное и угловое движение например в задачах посадки. На установившихся режимах можно выделить короткопериодические и длиннопериодическое при следующих допущениях:

1. При описании быстро протекающего короткопериодического движения можно пренебречь изменением скорости и высоты, а также изменением режима работы двигателя. А также можно положить  $g/V_0 \approx 0$
2. Длиннопериодическое движение можно рассматривать как реакцию на изменение угла тангажа и режима работы двигателя, задаваемого управляющим воздействием

$$\Delta V = 0, \Delta H = 0, \Delta L = 0.$$

$$\Delta \dot{\omega}_z = \bar{M}_z^\alpha \Delta \alpha_k + \bar{M}_z^{\omega_z} \Delta \omega_z + \bar{M}_z^\alpha \Delta \dot{\alpha}_k + \bar{M}_z^\phi \Delta \phi + \bar{M}_z^\alpha \Delta \alpha_k + \bar{M}_z^{\dot{\alpha}_W} \Delta \dot{\alpha}_W$$

$$\Delta \dot{\theta} = \frac{g}{V} \Delta n_y$$

$$\Delta n_y = n_y^{\alpha_k} \Delta \alpha_k + n_y^\varphi \Delta \varphi + n_y^{\alpha_W} \Delta \alpha_W$$

$$\Delta \theta = \Delta \vartheta + \Delta \alpha_k$$

Найдем передаточные функции  $n_y^\phi = 0$

$$W_{\varphi}^{\alpha_k}(p) = \frac{\Delta \alpha_k(p)}{\Delta \varphi(p)} = \frac{\bar{M}_z^\varphi}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} \quad (5)$$

$$W_{\frac{\omega_z}{\varphi}}(p) = \frac{\Delta\omega_z(p)}{\Delta\varphi(p)} = \frac{\bar{M}_z^\varphi(p + \frac{g}{V}n_y^{\alpha_k})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

$$\text{где } 2h = \frac{g}{V}(n_y^{\alpha_k} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}); \omega_0^2 = -\bar{M}_z^\alpha - \frac{g}{V}n_y^{\alpha_k}\bar{M}_z^{\omega_z} = \frac{-qsb_a}{I_z}C_{y_a}^\alpha\sigma_n$$

$$\sigma_n = m_z^{C_y} + \frac{\bar{M}_z^{\omega_z}}{\mu}; \mu = \frac{2m}{\rho Sb_a}$$

Перепишем в каноническом виде:

$$W_{\frac{\omega_z}{\varphi}} = \frac{\bar{M}_z^\varphi(p + \frac{g}{V}n_y^{\alpha_k})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} = -\frac{K_c(T_{1c}p + 1)}{T_c^2p^2 + 2T_c\xi_cp + 1} \quad (6)$$

$$\text{где } T_c = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2}} = \sqrt{-\frac{I_z}{qSb_a\sigma_nC_{y_a}^\alpha}}; \xi_c = \frac{h}{T_c} = \frac{1}{2}(\frac{g}{V}n_y^{\alpha_k} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}})\sqrt{-\frac{-qsb_a\sigma_nC_{y_a}^\alpha}{I_z}}; T_{1c} = \frac{V}{gn_y^{\alpha_k}}; K_c = \frac{-\bar{M}_z^\phi}{\omega_0^2T_{1c}}$$

Для самолета нормальной схемы все коэффициенты должны быть положительны в передаточных функциях (5) (6)

обратимся к второму внешнему возмущению  $\alpha_w$ :

$$W_{\frac{\alpha_k}{\alpha_w}} = \frac{(\bar{M}_z^{\dot{\alpha}} - \frac{g}{V}n_y^{\alpha_w})p + \bar{M}_z^\alpha + \frac{g}{V}n_y^{\alpha_w}\bar{M}_z^{\omega_z}}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

$$W_{\frac{\alpha}{\alpha_w}} = \frac{p(p - \bar{M}_z^{\omega_z})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

$$W_{\frac{n_y}{\bar{W}_y}} = \frac{n_y^\alpha}{V} \frac{p(p - \bar{M}_z^{\omega_z})}{p^2 + 2hp + \omega_0^2}$$

## Лекция 7

### Модель траекторного движения

Получим уравнение траекторного движения, когда можно пренебречь действием силы на управляющей аэродинамической поверхности, выделим из системы уравнений (4) выделим уравнение для траекторных параметров  $\Delta\vartheta$ ,  $\Delta n$ , полагая  $n_y^\phi = n_x^\phi = 0$  в качестве опорного движения принимаем  $\theta = 0$  получим СДУ в которой величины  $\Delta\vartheta$ ,  $\Delta n$  управляющие.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta\Theta \\ \Delta H \\ \Delta L \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta\Theta \\ \Delta H \\ \Delta L \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\vartheta \\ \Delta n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= gn_x^V \\ a_{12} &= -gn_x^{\alpha_\kappa} - g \cos \theta \\ a_{13} &= gn_x^H \\ a_{21} &= \frac{g}{V} n_y^V \\ a_{22} &= -\frac{g}{V} n_y^{\alpha_\kappa} \\ a_{23} &= \frac{g}{V} n_y^H \\ a_{31} &= \sin \theta \\ a_{32} &= V \cos \theta \\ a_{41} &= \cos \theta \\ a_{42} &= -V \sin \theta \\ b_{11} &= gn_x^{\alpha_\kappa} \\ b_{12} &= g \cos \alpha_\kappa + \varphi_{дв} \\ b_{21} &= -a_{22} \\ b_{22} &= \frac{g}{V} \sin \alpha_\kappa + \varphi_{дв} \end{aligned}$$

Пологая коэффициенты постоянными получаем 8 передаточных функций. Для упрощения ПФ положим  $a_{11} \approx a_{21} \approx a_{13} \approx a_{23} \approx 0$  это допущение основывается на том факте, что управляющее воздействие развиваемое системой в процессе регулирования, значительно превосходит силы возникающие в следствии вариации  $\Delta n$  и  $\Delta\vartheta$ , кроме того в получающихся выражениях  $a_{42}b_{22}$ ,  $a_{12}b_{22}$  можно пренебречь в следствии малости. В результате в следствии вычислений получим две группы передаточных функций. Канал тангажа:

$$\begin{aligned} W_{\frac{V}{\vartheta}} &= -\frac{K_V(1+T_V p)}{p(1+T_{1c} p)}, \quad W_{\frac{H}{\vartheta}} = \frac{K_H}{p(1+T_{1c} p)}, \quad W_{\frac{\vartheta}{\vartheta}} = \frac{1}{1+T_{1c} p} \\ W_{\frac{L}{\vartheta}} &= \frac{K_L(1+T_L p)}{p^2(1+T_{1c} p)} \end{aligned}$$

где

$$T_{1c} = \frac{V}{gn_y^\alpha}; \quad K'_v = g \cos \alpha; \quad T_v = -\frac{Vn_x^\alpha}{g \cos \Theta n_y^\alpha}; \quad K_H = V \cos \theta; \quad K_L = g \cos \theta^2; \quad T_L = \frac{V}{g \cos \theta} \left( -\frac{n_x^\alpha}{n_y^\alpha} + \tan \theta \right).$$

Канал двигателя:

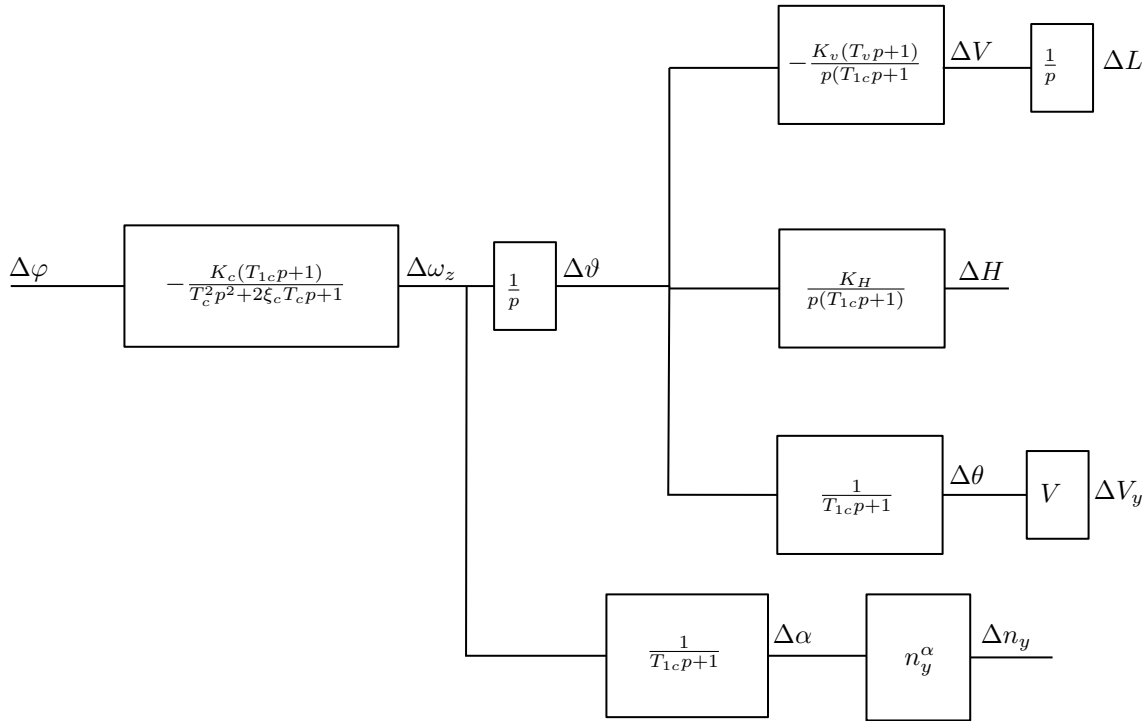
$$W_{\frac{V}{n}} = \frac{K_v}{p}; W_{\frac{H}{n}} = \frac{K_v \sin \theta + (K'_H + K'_V T_{1c} \sin \theta)p}{p^2(1 + T_{1c}p)};$$

$$W_{\frac{\theta}{n}} = \frac{K'_\theta}{1 + T_{1c}p}; W_{\frac{L}{n}} = \frac{K'_L}{p^2}$$

где

$$K'_v = g \cos \alpha; K'_\theta = \frac{\sin \alpha}{n_y^\alpha}; K'_H = g T_{1c} \cos \theta \sin \alpha; K'_L = g \cos \theta \cos \alpha$$

Приведем схему полученных передаточных функций пригодных для приближенного исследования продольного возмущенного движения: схема 1 канал руля высоты:



## Уравнение бокового возмущенного движения

Система уравнений описывающее боковое возмущенное движение самолета по параметрам  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{g}{V} n_z + \omega_y \cos \alpha + \omega_x \sin \alpha + \frac{g \cos \vartheta}{V} \gamma \\ \dot{\omega}_y = \frac{I_{xy}}{I_y} \dot{\omega}_x + \bar{M}_y^\beta \beta + \bar{M}_y^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_y^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_y^{\delta_n} \delta_n + \bar{M}_y^{\delta_\gamma} \delta_\gamma \\ \dot{\omega}_x = \frac{I_{xy}}{I_x} \dot{\omega}_y + \bar{M}_x^\beta \beta + \bar{M}_x^{\omega_y} \omega_y + \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_n} \delta_n + \bar{M}_x^{\delta_\gamma} \delta_\gamma \\ \dot{\gamma} = \omega_x - \omega_y \tan \vartheta \end{cases} \quad (8)$$

В условии  $I_{xy} = 0$  в качестве СК выбрать главные центральные оси инерции.

Допущения  $\theta = 0$ ,  $\vartheta = \alpha = \text{const}$  применив преобразования Лапласа получаем систему  $x = Ax + Bu$  бокового движения самолета вокруг центра масс необходимо для исследования ручного режима движения и системы угловой стабилизации самолета. Эта система учитывает взаимосвязь движения рыскания и крена. При полете на малых углах атаки эта взаимосвязь мала и для приближенной оценки динамики управляемого движения можно использовать изолированного движения рыскания и крена:

1. Уравнение изолированного движения рыскания. Допущения:  $\gamma = 0, \omega_x = 0, \cos \alpha \approx 1, \sin \alpha = 0$ . Тогда система значительно упрощается  $(pI_n - A)x = Bu$  если пренебречь поперечной перегрузкой от руля направления, то получим передаточные функции:

$$W_{\frac{\omega_y}{\delta_H}} = \frac{\tilde{M}_y^{\delta_H} (p - \frac{g}{V} n_z^\beta)}{p^2 + 2h_6 p + \omega_{06}^2}$$

$$W_{\frac{\beta}{\delta_H}} = \frac{M_y^{\delta_H}}{p^2 + 2h_6 p + \omega_{06}^2}$$

где  $\omega_{06}^2 = \frac{g}{V} n_z^\beta \tilde{M}_y^{\omega_y} - \tilde{M}_y^\beta, 2h_6 = -\frac{g}{V} n_z^\beta - \tilde{M}_y^{\omega_y}$

2. Уравнения изолированного движения крена. Допущения:  $\beta = 0, \omega_y = 0$ .

$$W_{\frac{\omega_x}{\delta_s}} = \frac{\tilde{M}_x^{\delta_s}}{p - \tilde{M}_x^{\omega_x}}$$

$$W_{\frac{\gamma}{\delta_s}} = \frac{\tilde{M}_x^{\delta_s}}{p(p - \tilde{M}_x^{\omega_x})}$$

## Лекция 8

### Траекторное движение

Для исследования самолета по траектории можно исп упрощенную мат. модель. Будм считать  $\beta, \gamma$  от которых зависит боковая сила параметрами управления изменение параметров  $\Psi$  и  $V_z$  описывается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = -\frac{g}{V}(n_{ya} \sin \gamma_a + n_z \cos \beta \cos \gamma_a) \\ V_z = -V \sin \Psi \\ \dot{z} = V_z \\ \sin \gamma_a = \frac{\cos \vartheta}{\cos \beta} \sin \gamma \end{cases} \quad (9)$$

линеаризация этих уравнений в окрестности прямолинейного горизонтального движения приводит к следующим уравнениям траекторного движения

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = -\frac{g}{V}(n_y(\alpha) \cos \alpha \gamma + n_z) \\ \dot{V}_z = -V \dot{\Psi} = g(n_y(\alpha) \cos \alpha \gamma + n_z) \\ \dot{z} = V_z \end{cases} \quad (10)$$

На основе этих уравний получим передаточные функции (принимая  $n_y^\alpha \alpha = 1$ )

$$W_{\frac{V_z}{\gamma}} = \frac{g \cos \alpha}{p}, \quad W_{\frac{z}{\gamma}} = \frac{g \cos \alpha}{p^2}, \quad W_{\frac{V_z}{n_z}} = \frac{g}{p}, \quad W_{\frac{z}{n_z}} = \frac{g}{p^2}.$$

Рассматривая изолированное движение крена ( $\beta = 0$  и  $m_z = 0$ ) получим:

$$\omega_y + \omega_x \alpha_{\text{гп}} + \frac{g}{V} \gamma = 0$$

$$\omega_x = \dot{\gamma}$$

$$\omega_y(p) = -\gamma(p)(\alpha_{\text{гп}} p + \frac{g}{V} n_y^\alpha \alpha_{\text{гп}})$$

Если мы рассматриваем в качестве опорного движение горизонтальный полет, то уравнение переписывается в виде:

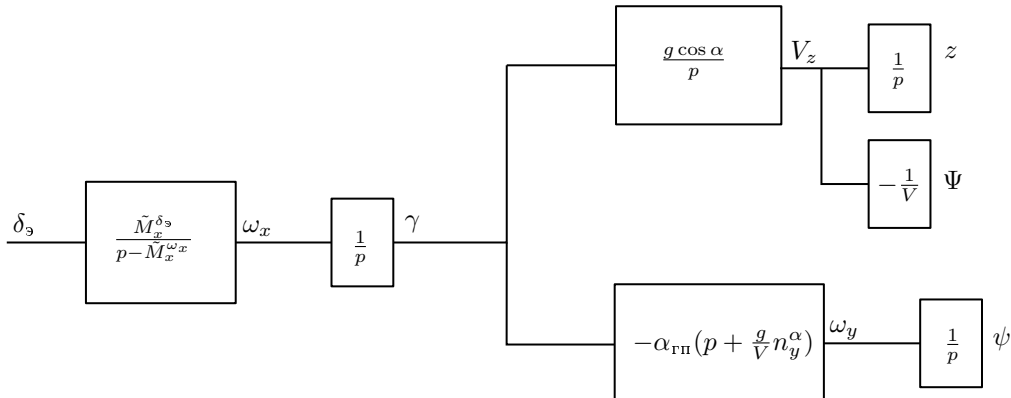
$$\omega_y(p) = -\gamma(p)(\alpha_{\text{гп}} p + \frac{g}{V})$$

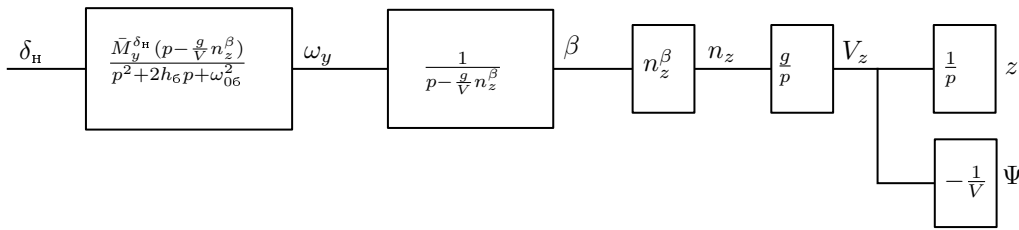
Тогда передаточная функция зависимости угла крена от угла рыскания:

$$W_{\omega_y/\gamma} = -\alpha_{\text{гп}}(p + \frac{g}{V} n_y^\alpha)$$

$$W_{\psi/\gamma} = -\frac{\alpha(p + \frac{g}{V} n_y^\alpha)}{p}$$

Схема канал элерона: Схема канала руля направления: рассматриваем их изолированное движение.





## Передаточные функции исполнительных устройств

- Привод с жесткой обратной связью

$$W_{пр} = \frac{1}{T_{пр}^2 p^2 + 2\xi_{пр} T_{пр} p + 1}$$

где  $\xi_{пр} = 0.7$ ,  $T_{пр}$  – постоянная времени, определяется из динамических свойств самолета.

- ДУС - датчик угловой скорости. ПФ – колебательное звено.  
 $\xi = 0.7$ ,  $T \approx 0.01$ с
- Датчик перегрузок ПФ – колебательное звено.  
 $\xi = 0.7$ ,  $T \approx 0.005$ с

## Астатический интегральный автомат продольного управления

Отклонение руля:

$$\varphi = K_{ш} X + K_{\omega_z} \omega_z + K_{n_y} \Delta n_y + K_f \int (\Delta n_y + K_x \Delta x) dt \quad (11)$$

где  $\Delta x = x - x_{бал}$  Рассмотрим режим балансировки самолета в установившемся горизонтальном полете с законом отклонения руля (11). Балансировочное значение –  $\varphi_{бал} = K_{ш} X_{бал} + K_f C$

Данное свойство закона управления исправляет "лошку" ( $X^{бал}(M)$ ) которое имеет место быть в случае статического АПУ (Обращенное управление). В интегральном АПУ можно обеспечить монотонный характер в зависимости  $X^{бал}(M)$  недостающую величину вырабатывает автоматика  $K_f C$  Рассмотрим реакцию самолета на ступенчатое отклонение рычага управления  $\Delta x = const$ . В установившейся фазе переходного процесса должно выполняться:

$$\Delta n_y + K_x \Delta x = 0$$

$X^{n_y} = \frac{\Delta x}{\Delta n_y} = -\frac{1}{K_x}$  - статический коэффициент управляемости является величиной постоянной и не зависит от режима полета (до 21 века).

Учитывая выше сказанное нарисует структурную схему.

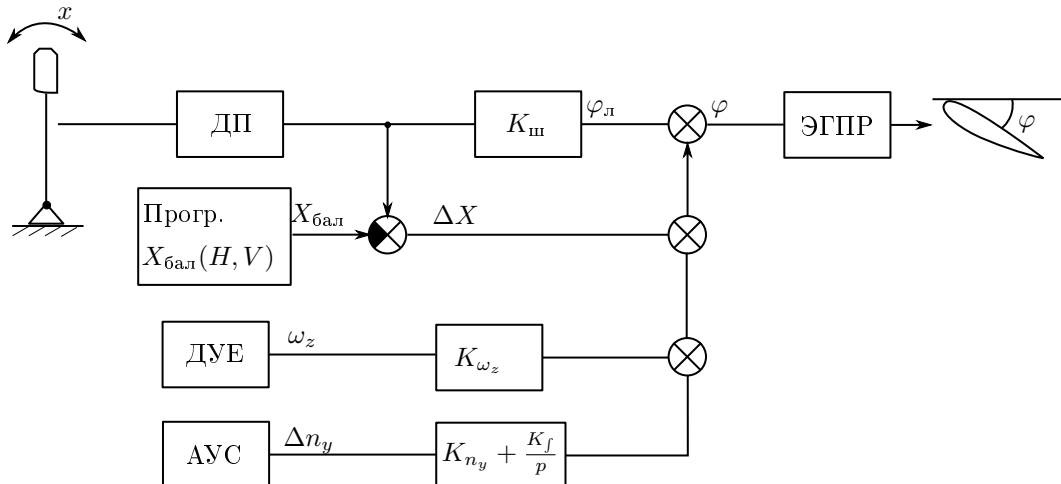
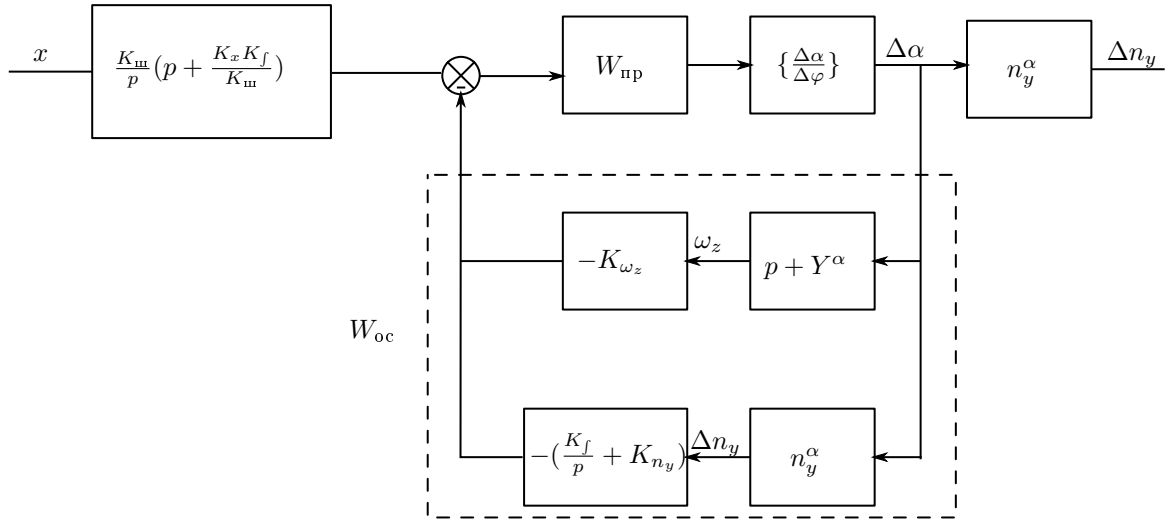


Рис. 1: Схема ЭДСУ



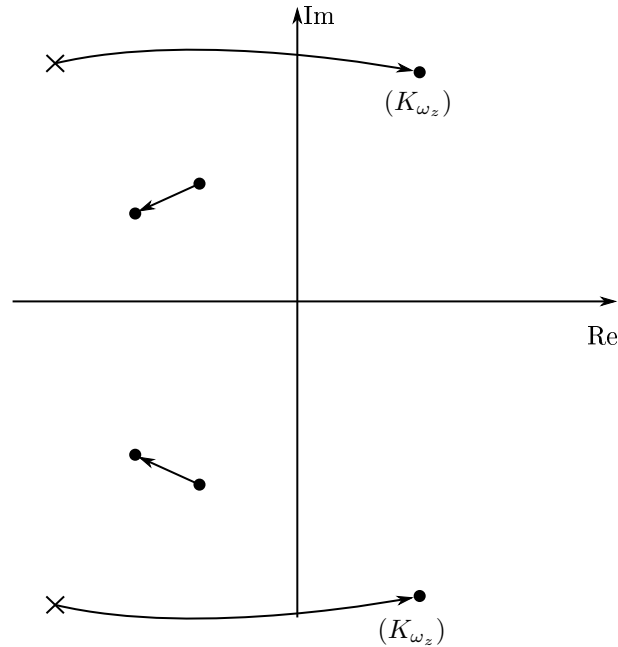
$$W_{oc} = -K_{\omega_z}(p + \bar{Y}^\alpha) - n_y^\alpha \left( \frac{K_f}{p} + K_{n_y} \right) \approx -K_{\omega_z} \frac{W_{колеб}}{p}$$

где  $2h_1 = \frac{-K_{n_y} n_y^\alpha}{K_{\omega_z}} - \bar{Y}^\alpha$ ,  $\omega_1^2 = -\frac{K_f}{K_{\omega_z}} n_y^\alpha$

Найдем передаточную функцию следующего разомкнутого контура:

$$W_{пр*} = \frac{\alpha}{\varphi} = \frac{|\bar{M}_z^\varphi|(p^2 + 2h_1 p + \omega_1^2)}{p(p^2 + 2h p + \omega_0^2)(p^2 + 2h_{пр} p + \omega_{пр}^2)}$$

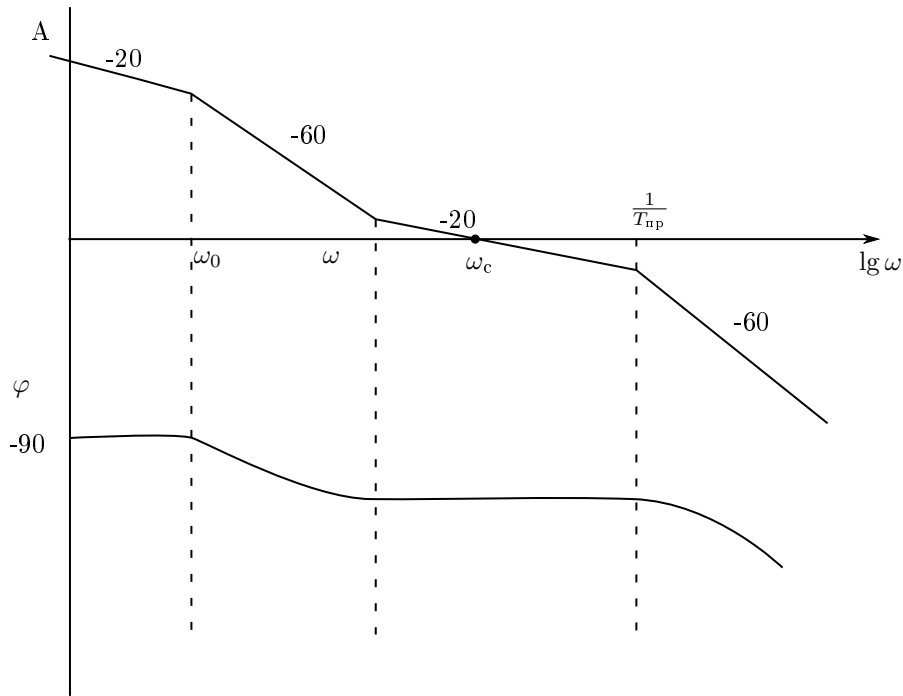
При выполнении условия  $\frac{1}{T} \geq 10\omega_0$  корневой годограф замкнутого контура имеет вид:



Видно что для достаточно больших значений  $K_{\omega_z}$  пара комплексно сопряженных корней замыкаются на комплексно сопряженный 0.

Изобразим ЛФЧХ разомкнутого контура.  $\omega_1 < \omega_c < \frac{1}{T_{пр}}$





Полагая что  $\omega_c = K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| = \frac{1}{T_{нр}} (K_{\omega_z})_{гр} = \frac{1}{T_{нр} |\bar{M}_z^\varphi|}$

Для обеспечения запаса амплитуды  $A > 12\text{дБ}$  должно выполняться неравенство  $\frac{K_{\omega_z}}{(K_{\omega_z})_{гр}} \leq 0.3\sigma$ . Левая граница  $\omega_1 \leq 0.15 \frac{1}{T_{нр}}$  обеспечивает необходимую длину -20 дБ/дек чем меньше  $\omega_1$  тогда увеличивает запас по фазе. Дадим рекомендации по выбору рациональных значений коэффициентов от которого зависят параметры  $h_1, \omega_1$  определяющие предельные значения  $(K_{\omega_z} \rightarrow \infty)$  пары корней.

Все сделали для того чтобы выбрать коэффициенты обратной связи.

Таким образом полагаем,  $\omega_1^0 = (0.1 - 0.15) \frac{1}{T_{нр}}$ ,  $\xi_1^0 = (\frac{h_1}{\omega_1}) = 0.8$ .

При этом  $K_{\omega_z}^0 = \sigma_0 (K_{\omega_z})_{гр}$ ,  $K_{ny}^0 = (2\xi_1^0 \omega_1^0 - Y^\alpha) \frac{1}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}^0$ ,  $K_\xi^0 = \frac{1}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}^0$ ,  $\sigma_0 = (0.2 - 0.3)$

## Лекция 9

### Выбор значения $K_x$

Найдем передаточную функцию системы  $\Delta n_y$ ,  $\Delta x$ . Привод идеальный.

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = K_{\text{ш}} \left( p + \frac{K_f K_x}{K_{\text{ш}}} \right) \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p(p^2 + 2hp + \omega_0^2) - K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi (p^2 + 2h_1p + \omega_1^2)} \quad (12)$$

Если  $p \rightarrow 0$ :

$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta x} \right\}_{\text{уст}} = -K_f K_x \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi \omega_1^2} = -K_x; K_f = \frac{\omega_1^2}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}$$

$$X^{n_y} = -\frac{1}{K_x} = \frac{\Delta X}{(\Delta n_y)_{\text{уст}}}$$

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{K_{\text{ш}} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha (p + \lambda_0)}{p^3 + p^2(2h + \omega_{\text{ср}}) + p(\omega_0^2 + \omega_{\text{ср}} h_1) - \omega_{\text{ср}} \omega_1^2} = \frac{K_{\text{ш}} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha (p + \lambda_0)}{\Delta(p)}$$

где  $\lambda_0 = \frac{K_f K_x}{K_{\text{ш}}}$ ,  $\omega_{\text{ср}} = -K_{\omega_z} \bar{M}_z^\varphi$  С другой стороны учитывая пару корней замкнутой системы при  $\uparrow K_{\omega_z}$ . Определяется приближенно из уравнения :

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{p^2 + 2h_1p + \omega_1^2}{\Delta(p)}$$

где  $\Delta(p) = (p^2 + 2h_1p + \omega_1^2)(p + \lambda_1)$ ,  $\lambda_1 = \omega_{\text{ср}}$ . Учитывая  $\omega_{\text{ср}} = -K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|$ ,  $K_{\omega_z} = \sigma_0 (K_{\omega_z})_{\text{гр}}$ .

$$(K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{1}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$$

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\sigma_0}{T_n} = \lambda_1$$

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{K_{\text{ш}} \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha (p + \lambda_0)}{(p^2 + 2h_1p + \omega_1^2)(p + \lambda_1)}$$

Но  $\lambda_0$  является источником колебательности следовательно от него нужно избавиться, можно обеспечить  $\lambda_0 = \lambda_1$ .

$$K_{\text{ш}} = \frac{K_x K_f}{\sigma_0} T_n = \frac{K_x \omega_1^2}{|\bar{M}_z^\varphi| n_y^\alpha}$$

С учетом выбора  $K_{\text{ш}}$ :

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = -\frac{\omega_1^2 K_x}{p^2 + 2h_1p + \omega_1^2} \quad (13)$$

Эта передаточная функция описывает приближенно систему "самолет + интегральное АПУ".

### Методика синтеза интегрального АПУ

1. Задаем  $\omega_{10} = (0.1 \div 0.15) \frac{1}{T_n}$ ,  $\xi_1^0 = (0.8 \div 0.9)$ ,  $\sigma_0 = 0.4$ .
2.  $K_{\omega_z}^0 = \sigma_0 (K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{\sigma_0}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$
3.  $K_{n_y} = (2\xi_1^0 \omega_1^0 - Y^\alpha) \frac{1}{n_y^\alpha} K_{\omega_z}^0$
4.  $K_x^0 = \frac{1}{|X^{n_y}|}$
5.  $K_{\text{ш}} = \frac{K_x^0 K_f^0}{\sigma_0} T_n$
6.  $K_f^0 = \frac{\omega_1^{02} K_{\omega_z}^0}{n_y^\alpha}$

Закон отклонения позволяет:

1. Обеспечить желаемое изменение положения рычага управления  $X_{\text{бал}}(H, M)$  в зависимости от параметров движения в разгоне и торможении.
2. Обеспечить желаемое постоянное значение статических характеристик.
3. Обеспечить заданные динамические переходные процессы по  $n_y$  (приближенно описывается колебательным звеном).

### Автомат продольного управления устойчивого самолета

АПУ – это СУУ в котором по отрицательной обратной связи по  $\omega_z$  вводится обратная связь по  $n_y$  или  $\omega_z$  и регулировать коэффициент передачи  $K_{\text{ш}} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$ .

Дополнительно к летчику: Руль отклонения по следующему закону:

$$\Delta \varphi_a = K_{\omega_z} \Delta \omega_z + K_{n_y} \Delta n_y$$

$$\Delta \varphi = K_{\text{ш}} + K_{\omega_z} \Delta \omega_z + K_{n_y} \Delta n_y$$

Будем считать, что перегрузка измеряется акселерометрами:  $\Delta n_y = n_y^\alpha \Delta \alpha$  Оценим влияние обратной связи по  $n_y$  на  $m_z^{C_y}$  в этом случае имеем приращение коэффициента момента:

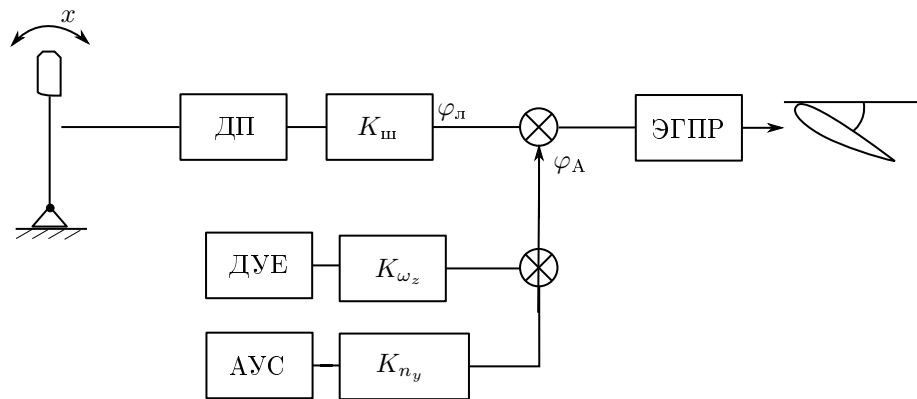
$$\Delta m_z = m_z \varphi K_{n_y} \Delta n_y = m_z^\varphi K_{n_y} \frac{\Delta Y}{G}$$

$$\Delta m_z^{C_y} = m_z^\varphi K_{n_y} \bar{C}_{y\Gamma\Pi} = m_z^\varphi K_{n_y} \frac{qS}{mg}$$

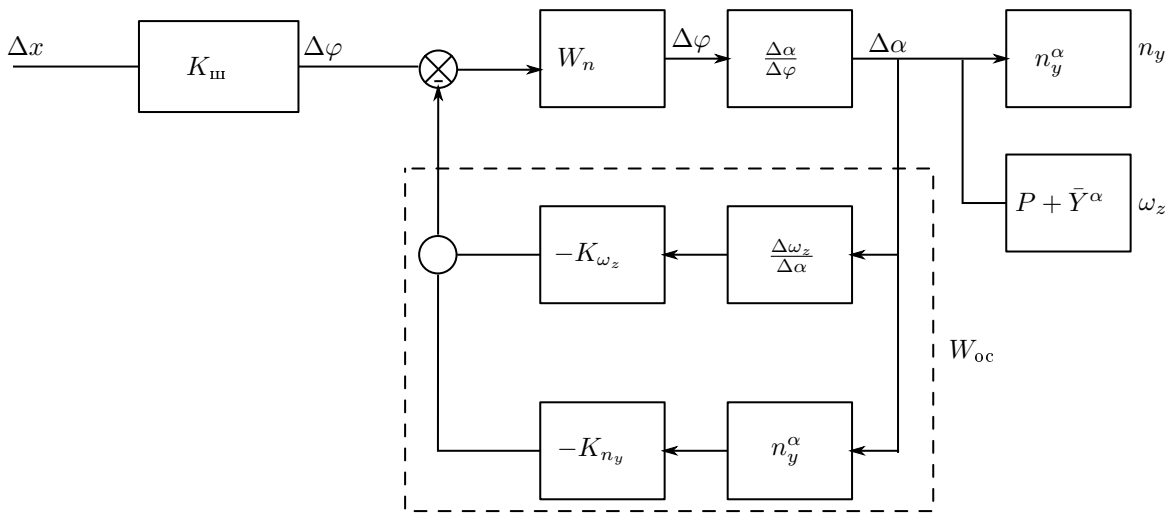
Следовательно за счет увеличения  $m_z^{C_y}$  на  $|\Delta m_z^{C_y}|$  происходит увеличение эффективное значение собственных колебаний самолета.

$$\omega_0^2 = \frac{-qSb_a}{I_{zz}} C_y^\alpha \sigma_n$$

Функциональная схема для ЭДСУ



Составим структурную схему с учетом идеальных измерителей:



$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\varphi} = \frac{\bar{M}_z^\varphi}{p^2 + 2h_0p + \omega_0^2},$$

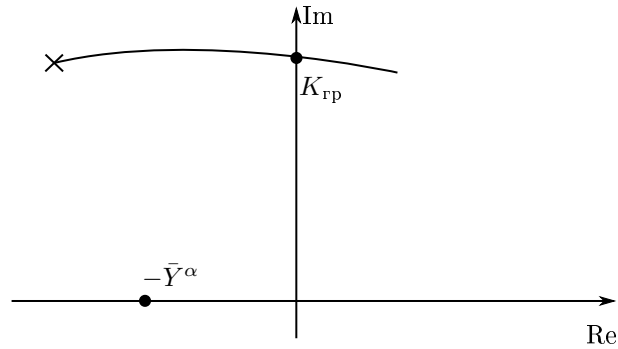
$$\left\{ \frac{\Delta\omega_z}{\Delta\alpha} \right\} = P + \bar{Y}^\alpha,$$

$$W_{oc} = -K_{n_y} n_y^\alpha - K_{\omega_z} (P + \bar{Y}^\alpha).$$

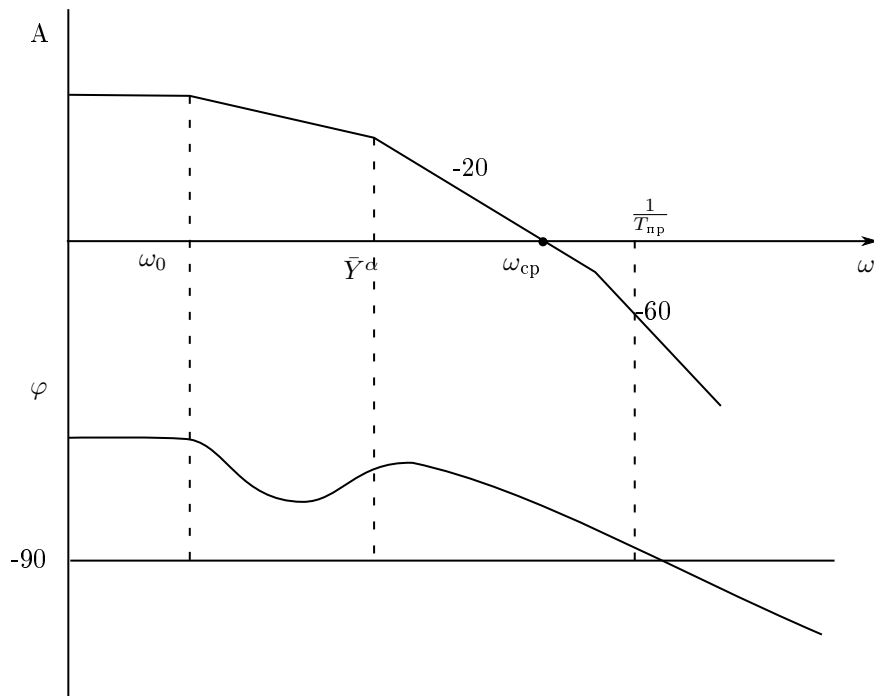
Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_{раз} = \frac{K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| (P + \bar{Y}^\alpha)}{(p^2 + 2hp + \omega_0^2)(T_{пр}^2 p^2 + 2\xi_{пр} T_{пр} p + 1)}.$$

Аналогично контуру демпфирования с одним отличием можно регулировать нуль  $-\bar{Y}^\alpha$  при условии  $10\omega_0 = \frac{1}{T_{пр}}$ .



Построим АФЧХ:



На участке  $\bar{Y}^\alpha \div \frac{1}{T_{пр}}$  передаточная функция имеет вид:

$$\frac{K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|}{p},$$

$$\omega_{ср} = K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|,$$

$$(K_{\omega_z})_{гр} = \frac{1}{T_{пр} |\bar{M}_z^\varphi|}.$$

Требуется чтобы длины участка с наклоном  $-20 \frac{дБ}{дек}$  была больше 0.7 дек. накладывается дополнительное ограничение:

$$\lg \frac{1}{T_n} - \lg \bar{Y}_*^\alpha \geq 0.7; \quad \frac{1}{T_n \bar{Y}_*^\alpha} \geq 5; \quad \bar{Y}_*^\alpha \leq \frac{0.2}{T_n}.$$

Значение  $K_{\omega_z} = 0.25(K_{\omega_z})_{гр}$  определяет запас устойчивости по амплитуде.  $T_n \bar{Y}_*^\alpha$  определяет запас по фазе чем меньше произведение, тем больше запас по фазе. Исходя из условий:

$$\begin{cases} \sigma = \frac{K_{\omega_z}}{(K_{\omega_z})_{гр}} \leq 0.25 \\ \bar{Y}_*^\alpha \leq \frac{0.2}{T_n} \end{cases}.$$

С учетом этих коэффициентов подчиним выбор коэффициентов  $K_{\omega_z}$ ,  $K_{n_y}$  требуется обеспечить желаемую динамику "самолет + АПУ".

Установим как зависят корни замкнутой системы порождаемые от  $K_{\omega_z}$ ,  $K_{n_y}$ .

$$\frac{\Delta n_y}{\Delta x} = \frac{\bar{M}_z^\varphi (P + \bar{Y}^\alpha)}{\Delta(p)},$$

где  $\Delta(p) = p^2 + 2(h + 0.5K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi|)p + (\omega_0^2 + K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| \bar{Y}^\alpha)$ ,  $\omega_{ср} = K_{\omega_z} |\bar{M}_z^\varphi| \bar{Y}^\alpha$ . АПУ изменяет только параметры знаменателя передаточной функции. Приравняв знаменатель нулю получим характеристическое уравнение:

$$\Delta_{эф}(p) = p^2 - 2\xi_{эф}\omega_{0эф}p + \omega_{0эф}^2 = 0,$$

$$\omega_{0эф}^2 = \omega_0^2 + \omega_{ср} \bar{Y}_*^\alpha,$$

$$\begin{aligned}
\xi_{\text{эф}} &= \frac{\omega_0 \xi_c + 0.5 \omega_{\text{ср}}}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_{\text{ср}}}} \bar{Y}_*^\alpha, \\
h &= \omega_0 \xi_c, \\
\omega_{\text{ср}} &= \frac{\omega_{0*}^2 - \omega_0^2}{\bar{Y}_*^\alpha}, \\
\bar{Y}_*^\alpha &= \frac{\frac{1}{\xi_c^{*2}}}{h + 0.5 \omega_{\text{ср}}^2 - \omega_0^2} \omega_{\text{ср}}, \\
\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}} &= 2(\xi_c^* \omega_0^* - h), \\
\frac{0.2}{T_n} &\geq \bar{Y}_*^\alpha = \frac{\omega_0}{\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}}}, \\
K_{\omega_z}^{\text{потр}} &= \frac{\omega_{\text{ср}}^{\text{потр}}}{|M_z^\varphi|}, \\
K_{\omega_z}^0 &= \min\{K_{\omega_z}^{\text{потр}}; 0.25(K_{\omega_z})_{\text{гр}}\}, \\
K_{n_y} &= \lambda^0 K_{\omega_z}^0, \\
\lambda^0 &= \frac{1}{n_y^\alpha} (\bar{Y}_*^{\alpha^{\text{потр}}} - \bar{Y}^\alpha).
\end{aligned}$$

В процедуре синтеза необходимо провести для всех режимов и определить в процессе регулирования параметры:

$$K_{\omega_z}(q), K_{n_y}^*(q).$$

Эффективное значение  $\xi_c^*$ ,  $\omega_0^*$  вычисляется по отдельным формулам:

$$\begin{aligned}
\omega_{0_{\text{эф}}} &= \sqrt{\omega_0^2 - \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha \left(\frac{g}{V}\right)}, \\
\xi &= \frac{h - 0.5 K_{\omega_z}^* \bar{M}_z^\varphi}{\omega_{0_{\text{эф}}}}.
\end{aligned}$$

Влияние АПУ на статические характеристики  $\sigma_n$ :

$$\Delta \sigma_n = \frac{m_z^\varphi q S}{mg} (K_{n_y} + \frac{g}{V} K_{\omega_z}).$$

2. Для установившейся фазы полета

$$\begin{aligned}
\varphi &= K_{\text{ш}} x + K_{\omega_z} \omega_z \frac{g}{V} \Delta n_y + K_{n_y} \Delta n_y, \\
X^{n_y} &= \frac{\varphi^{n_y}}{K_{\text{ш}}} - \frac{1}{K_{\text{ш}}} (K_{\omega_z} \frac{g}{V} + K_{n_y}), \\
\Delta X^{n_y} &= \frac{1}{K_{\omega}} \left( \frac{g}{V} K_{\omega_z} + K_{n_y} \right).
\end{aligned}$$

В состав АПУ также входит автомат регулирования управления его задача уменьшить забросы по  $n_y$  по режимам полета это осуществляется путем регулирования коэффициента

## Синтез статического автомата продольного управления неустойчивого самолета

В статическом АПУ дополнительное отклонение органа управления осуществляется по закону:

$$\Delta\phi = K_{\omega_z}\omega_z + K_{n_y}\Delta n_y.$$

Структурная схема, используемая в синтезе АПУ неустойчивого самолета такая же как и для устойчивого отличие только в передаточной функции

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\phi} = \frac{\bar{M}_z^\phi}{(p + \lambda_1)(p + \lambda_2)},$$

в этом случае передаточная функция разомкнутого контура (с обратными связями)

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_{\omega_z}|\bar{M}_z^\phi|(p + \bar{Y}_*^\alpha)}{(p + \lambda_1)(p + \lambda_2)(T_n^2 p^2 + 2\Xi_n T_n p + 1)},$$

$$\bar{Y}_*^\alpha = \bar{Y}_*^\alpha + \frac{K_{n_y}}{K_{\omega_z}} n_y^\alpha,$$

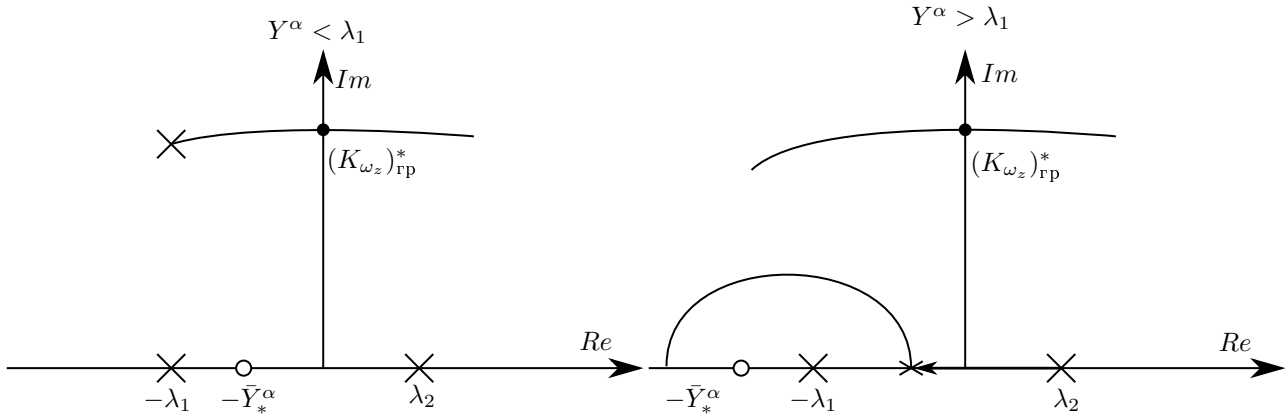
где самолет неустойчив определяется:

$$\max \lambda_1 (\lambda_1 > \lambda_c),$$

$$\hat{\omega} = \max(\max \omega_0^2, \max \lambda),$$

$$T_n = \frac{1}{10\hat{\omega}}.$$

Некоторые соображение по выбору  $Y_*^\alpha$  рассмотрим корневой годограф замкнутой системы для двух случаев



Второй годограф предпочтительнее потому что  $Y^\alpha$  лежит левее. Необходимо найти значения  $(K_{\omega_z})_{гр}^*$  при которых система будет устойчива.

1.  $\frac{1}{1/T_n M_z^\phi}$
2.  $\frac{\lambda_2 \lambda_1}{|\bar{M}_z^\phi| \bar{Y}_*^\alpha}$

$$2.5(K_{\omega_z})_{гр}^* < K_{\omega_z} < 0.4(K_{\omega_z})_{гр}^*$$

$$\bar{Y}_*^\alpha \leq \frac{0.2}{T_n}$$

Аналогично выбор коэффициентов совпадает с устойчивым самолетом

$$(K_{\omega_z})_{\text{потр}} = \frac{2\xi^* \omega^* - (\lambda_1 - \lambda_2)}{|\bar{M}_z^\phi|},$$

$$(Y_*^\alpha) = \frac{(\omega^*)^2 + \lambda_1 \lambda_2}{|\bar{m}_z^\varphi|},$$

$$\omega^* = -\lambda_1 \lambda_2 - \bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} \bar{Y}_*^\alpha,$$

$$\xi^* = \frac{0.5[(\lambda_1 - \lambda_2) - \bar{m}_z^\varphi K_{\omega_z}]}{\sqrt{-\lambda_1 \lambda_2 - \bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} \bar{Y}_*^\alpha}}.$$

Проверка удовлетворения выбранных значений допустимым ограничением

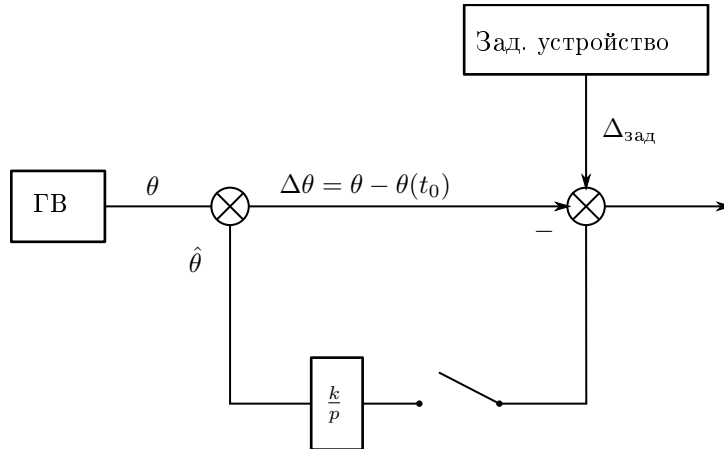
## Лекция 10. Семестр 2.

### Автоматическое управление угловым движением

Осуществляется с помощью автопилота, оно основано на регулировании углов тангажа, крена, рыскания, по сигналам заданных значений, вырабатываемых или летчиком (с помощью задающих устройств, или в контурах автоматического управления траекторией движения).

Автоматическое регулирование угла тангажа, АП(автопилота)  $\theta$  позволяет реализовать два режима регулирования: стабилизацию и управление траекторией.

В режиме стабилизации сохраняется исходное угловое положение самолета. Обычно автопилот включают в горизонтальном прямолинейном полете, поэтому режим стабилизации при прочих неизменных полета (главное постоянство скорости) обеспечивает выдерживание прямолинейной траектории. В режиме управления можно реализовать более сложные траектории вводя в автопилот дополнительный командный сигнал  $\Delta\theta_{\text{зад}}$  перед рычагом управления, можно обеспечить режим спуска или подъема с заданным углом тангажа возможно также приведение самолета из любого положения в горизонтальный полет, задавая  $\theta_{\text{зад}} = \theta_{\text{гп}}$



Механизм согласования предназначен для сдвига базы отсчета угла тангажа, измеряемого гироскопически на величину  $\theta - \theta_0$  (момент включения автопилота), что позволяет стабилизировать исходное положение угла тангажа в момент включения автопилота при нулевом значении  $\Delta\theta_{\text{зад}}$  механизм согласования представляет собой следящую систему, которая находится в замкнутом состоянии когда автопилот не включен в этом случае передаточная функция  $\{\frac{\hat{\theta}}{\theta}\} = \frac{\frac{k}{p}}{1 + \frac{k}{p}} = \frac{k}{p+1} = \frac{1}{\frac{1}{k}p+1}$ .

$\hat{\theta}$  отслеживает  $\theta(t)$  тем точнее, чем больше коэффициент  $K$ . В момент включения автопилота  $t_0$  цепь размыкается и на выходе интегратора запоминается сигнал  $\theta(t_0)$ , а на выходе в системе формируется  $\Delta\theta = \theta - \theta(t_0)$ . Сигнал ошибки  $\delta\theta$  который должен обнулять автопилот имеет вид:

$$\delta\theta = \theta_{\text{зад}} - \theta = \theta(t_0) + \Delta\theta_{\text{зад}} - \theta = \Delta\theta_{\text{зад}} - \Delta\theta.$$



## Синтез АП $\theta$

Линейные модели в отклонениях от заданного режима полета будет соответствовать следующая структурная схема (измерители считаем идеальными):

$$\frac{\Delta\omega_z}{\Delta\varphi} = \frac{\bar{M}_z^\varphi(p + \bar{Y}^\alpha)}{p^2 + 2hp + \omega_0^2},$$

$$W_n(p) = \frac{1}{T_n^2 p^2 + 2\xi_n T_n p + 1}.$$

Рассмотрим два способа регулирования: Статический и астатический

### Статический автопилот

$$R_\theta(p) = K_\theta.$$

Преобразуем структурную схему к одноконтурному виду для этого сигнал  $\theta$  поступающий на вход приводов представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= K_{\omega_z} * \omega_z - K_\theta(\Delta\theta_3 - \Delta\theta) = K_{\omega_z} - K_\theta(\Delta\theta_3 - \Delta\theta) = -K_\theta\Delta\theta_3 + \Delta\theta(pK_{\omega_z} + K_\theta) = \\ &= -(K_{\omega_z}p + K_\theta) \left[ \frac{K_\theta}{K_{\omega_z}p + K_\theta} \Delta\theta_3 - \Delta\theta \right].\end{aligned}$$

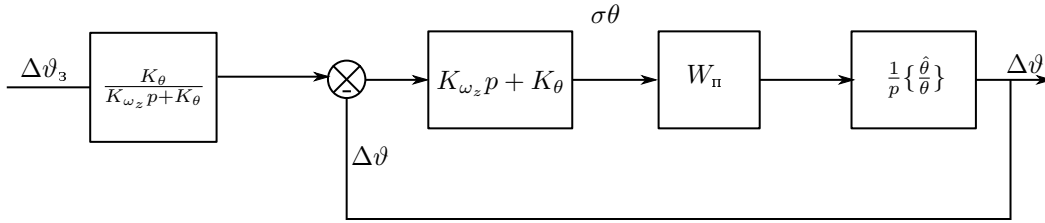
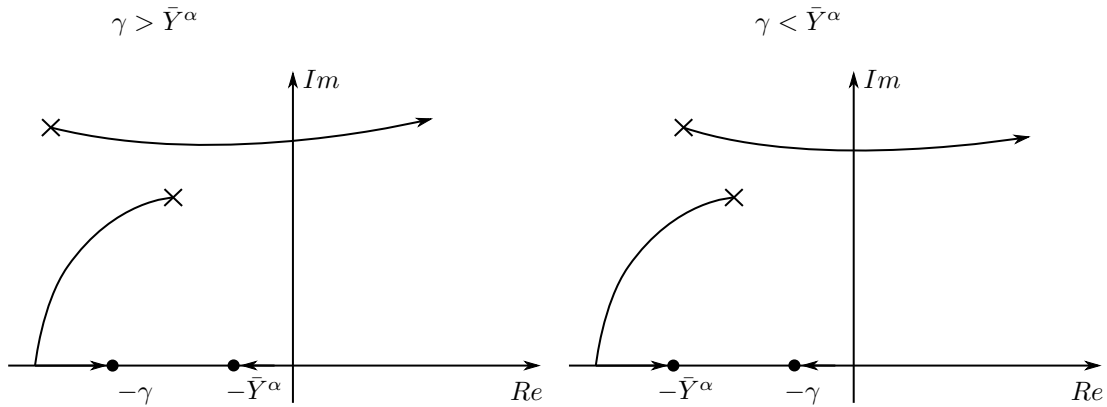


Рис. 2: Схема регулирования угла тангажа

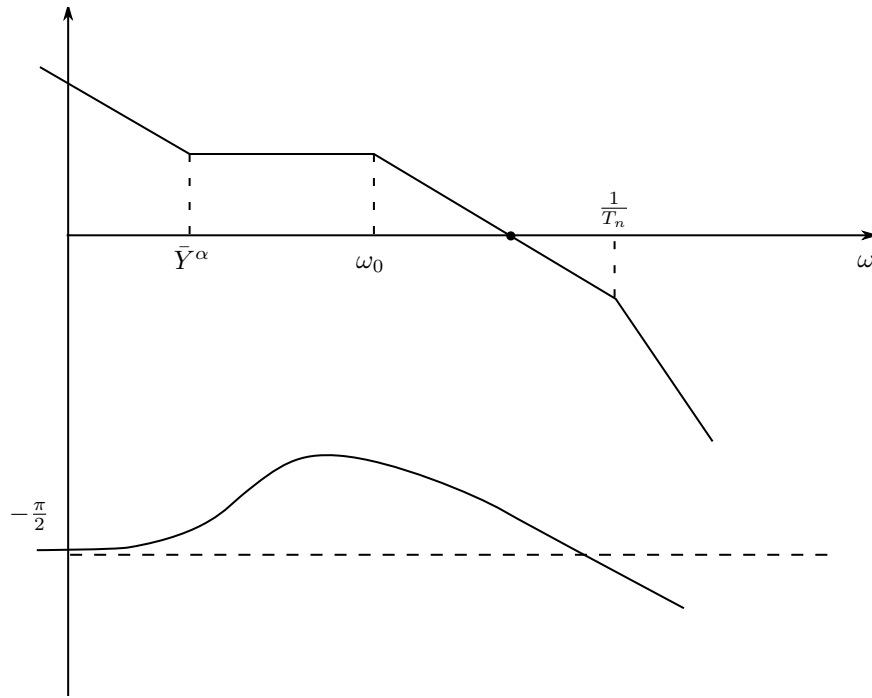
Схема содержит контур с единичной отрицательной связью выбор параметров  $K_{\omega_z}$ ,  $K_\theta$  проведем исходя из передаточных функций разомкнутого контура

$$W_{\text{раз}} = -(K_{\omega_z}p + K_\theta)W_n \frac{1}{p} \left\{ \frac{\Delta\omega_z}{\Delta\varphi} \right\} = -\frac{\bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} (p + \gamma)(p + \bar{Y}^\alpha)}{p(p^2 + 2hp + \omega_0^2)(T_n^2 p^2 + 2\xi_n T_n p + 1)}.$$

Переходим к выбору параметров  $K_{\omega_z}$  и  $\gamma$ . Рекомендации по выбору  $\gamma$  рассмотрим корневого годографа



**Быстродействие системы** определяется наименьшим корнем характеристического многочлена. С этой точки зрения лучше выбирать первый случай  $\gamma > \bar{Y}^\alpha$ .



На участке частоты среза:

$$W_{\text{раз}} = -\frac{\bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z}}{p}.$$

Из модели частоты среза:

$$\omega_{\text{ср}} = -\bar{M}_z^\varphi K_{\omega_z} = -\frac{1}{T_n},$$

$(K_{\omega_z})_{\text{гр}} = \frac{1}{T_n |\bar{M}_z^\varphi|}$ . Исходя из требований запасов:  $K_{\omega_z} = 0.25(K_{\omega_z})_{\text{гр}}$ . Для предварительного выбора значений можно использовать:

$$K_{\omega_z} = -\frac{0.25 I_z}{m_z^\varphi q S b_a T_n},$$

$$K_\vartheta = -\frac{0.25}{m_z^\varphi T_n} \sqrt{\frac{I_z C_y^\alpha |\sigma_\vartheta|}{q S b_a}}.$$

### Анализ точности

Согласно схеме на рис. 2 найдем передаточную функцию замкнутой системы (при условии, что привод идеальный):

$$W_{\text{зам}} = \left\{ \frac{\Delta\vartheta}{\Delta\vartheta_3} \right\} = \frac{K_\vartheta}{K_{\omega_z} p + K_\vartheta} \frac{W_{\text{раз}}}{1 + W_{\text{раз}}} = \frac{\bar{M}_z^\phi K_\vartheta (p + \bar{Y}^\alpha)}{\Delta(p)}, \quad (14)$$

где  $\Delta(p) = p^3 + p^2(2h - \bar{M}_z^\phi K_{\omega_z}) + p(\omega_0^2 - \bar{M}_z^\varphi K_\vartheta - \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha K_{\omega_z}) - \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha K_\vartheta$ .

в устоявшемся режиме  $\Delta\theta_3 = 1$ , найдем чему равняется  $\Delta\theta$

$$\Delta\theta = W_{\text{зам}} * \Delta\theta_3 = 1 * \Delta\theta_3 = \Delta\theta_3$$

При обработке сигнала статической ошибки нет.

Оценим влияние возмущений по моменту  $\Delta M_z$  на точность стабилизации не сбалансированный момент, оцениваемый величиной  $\Delta M_z$  может быть вызван например засчет сброса груза, самое главное что нас интересует, что изменилась центровка самолета. В статическом режиме  $\Delta m_z + m_z^\varphi \Delta\varphi$  согласно структурной схеме,  $\delta_\theta = \frac{\Delta m_z}{K_\theta m_z^\phi}$  - это есть наша статическая ошибка, с этой точки зрения, рационально выбирать максимальное больше  $K_\theta$ .

## Кананическая форма записи передаточной функции АП тангажа

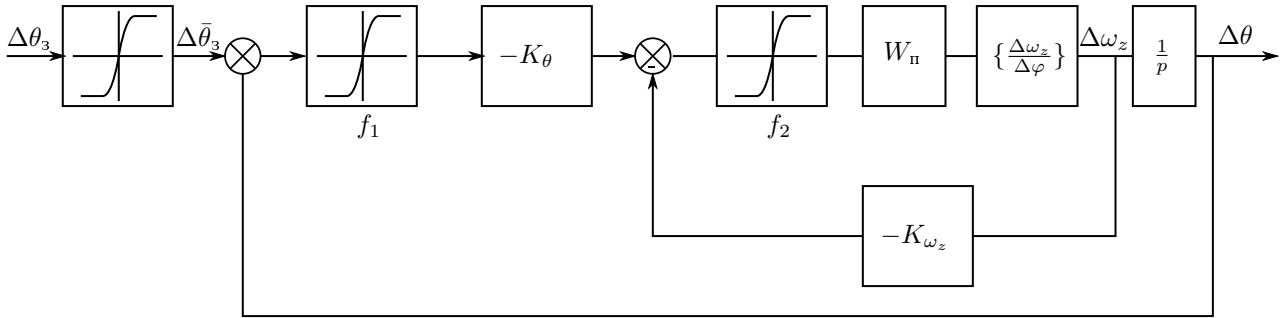
Представим 14 в виде комбинации передаточных звеньев, для этого необходимо найти корни характеристического уравнения, этот полином 3-ей степени имеет как правило 1 действительный и 2 комплексно-сопряженных корня. Для устойчивости системы необходимо  $p_1 < 0$ ,  $a < 0$ , в этом случае  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\theta_3$  могут быть записаны в виде:

$$W = \frac{T_{1c}p + 1}{(T_1p + 1)(T_2^2p^2 + 2\xi_2T_2p + 1)},$$

где  $T_{1c} = 1/Y_*^\alpha$ ,  $T_1 = \frac{-1}{p_1}$ ,  $T_2 = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ,  $\xi = \frac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ . Колебательный характер переходного процесса определяется коэффициентом относительного демпфирования  $\xi$ . Если  $\xi < 0.6$ , то ее можно увеличить за счет уменьшения  $K_\theta$ , если  $\xi > 0.6$ , то  $K_\theta$  можно оставить какой есть.

## Выбор ограничений

При работе АП  $\theta$  параметры самолета такие как  $\theta$ ,  $n_y$  не должны превышать заданных ограничений, кроме того диапазон отклонения стабилизатора (руля) также ограничен. Так как при работе АП  $\theta$  обеспечивается  $\Delta\theta_3$ , то ограничение угла тангажа можно обеспечить за счет ограничение  $\Delta\theta_3$  нарисует структурную схему с учетом таких ограничений:



Ограничения для  $\varphi$ :

$$\varphi_{min} - \varphi_{оп} < \Delta\varphi < \varphi_{max} - \varphi_{оп}$$

Должна быть  $\Delta n_{yдоп}$

С учетом демпфера передаточная функция перегрузки:

$$\left\{ \frac{\Delta n_y}{\Delta\varphi} \right\} = \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p^2 + 2hp + \omega_0^2},$$

где  $\Delta\varphi = \delta\vartheta(-K_\theta)$ ,  $\Delta n_y = \delta\vartheta(-K_\theta) \frac{\bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}{p^2 + 2hp + \omega_0^2} W_n$ .

$$(\Delta n_y)_{уст} = \delta\vartheta(-K_\theta) \frac{\bar{M}_z^\phi n_y^\alpha}{(\omega^*)^2},$$

$$n_{ymin} < n_y < n_{ymax},$$

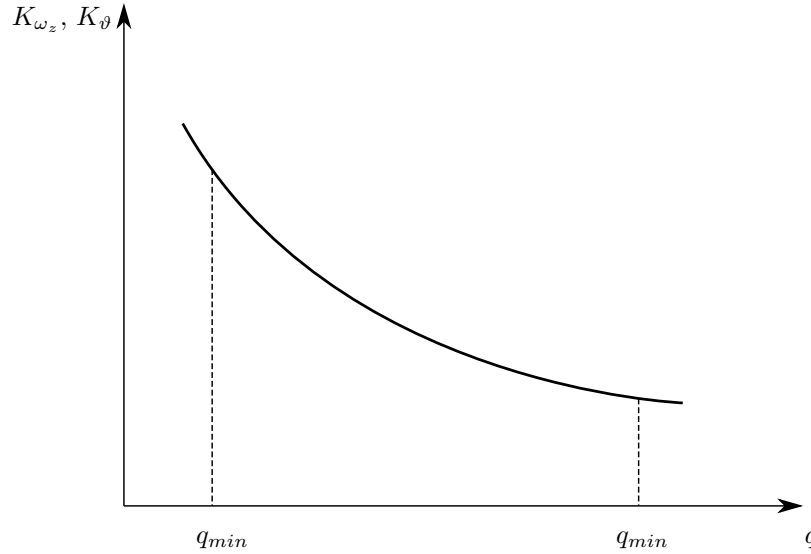
$$n_{ymin} - 1 < \Delta n_y < n_{ymax} - 1,$$

$$n_{ymin} - 1 < \delta\vartheta(-K_\theta) \frac{\bar{M}_z^\phi n_y^\alpha}{(\omega^*)^2} < n_{ymax} - 1,$$

$$(n_{ymin} - 1) \frac{(\omega^*)^2}{-K_\theta \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha} < \Delta n_y < (n_{ymax} - 1) \frac{(\omega^*)^2}{-K_\theta \bar{M}_z^\varphi n_y^\alpha}.$$

### Регулировка $K_{\omega_z}$ по режимам полета

$$K_{\omega_z} = \frac{-0.25 I_z}{m_z^2 q S b_a T_n}, \quad K_{\vartheta} = -\frac{0.25}{m_z^2 T_n} \sqrt{\frac{I_z C_y^\alpha |\sigma_n|}{q S b_a}}.$$



### Астатический АП

$$R_{\vartheta}(p) = K_{\vartheta} + \frac{K_u}{p},$$

$$R_{\vartheta}(p) = K_{\vartheta} \left( \frac{T_k p + 1}{T_k p} \right),$$

$$T_k = \frac{K_{\vartheta}}{K_u},$$

т.к интегральная коррекция вводится для устранения статической ошибки регулирования, она не должна влиять на частоты близкие к собственной частоте

$$\frac{1}{T_k} \leq (0.1 \div 0.2) \omega_{cp} \Rightarrow \frac{0.25}{T_n}$$

$$\frac{K_u}{K_{\vartheta}} = \frac{1}{T_k} \leq (0.025 \div 0.05) \frac{1}{T_n}$$

### Автоматическое регулирование угла рыскания (угла курса)

**Угол курса  $\Psi$**  - угол между меридианом и проекцией оси ОХ связанной СК на МГП (местная горизонтальная плоскость).

**Угол рыскания  $\psi$**  - угол между заданным направлением на МГП и проекцией оси ОХ на МГП.

Если в качестве заданного направления взять направление на север, то эти углы будут отличаться знаком в противном случае они отличаются на постоянную величину. В дальнейшем будем говорить об регулировании угла рыскания. Возможны два способа стабилизации и управления самолетом по углу рыскания:

1. Через путевой канал путем создания  $m_z$  при  $\gamma = 0$
2. Через поперечный канал путем накренения самолета ( $\beta = 0$ )
3. Координированный разворот

Как в первом так и во втором случае при регулировании  $\psi$  создается сила перпендикулярная скорости которая меняет движение. То есть по сути речь идет о регулировании направления движения, регулирования угла пути  $\Psi$

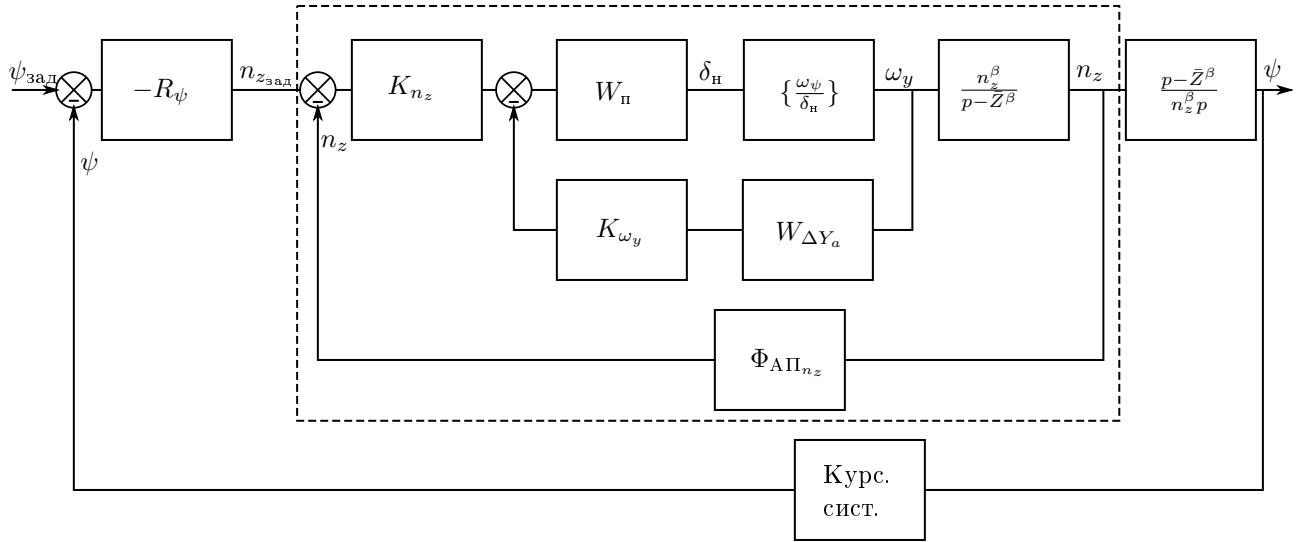
## Автоматическое регулирование угла рыскания при плоском развороте

В этом случае стабилизируется угол крена относительно нулевого значения. Для эффективной стабилизации при  $\beta \neq 0$  требуется наличие управляющего момента.

$$m_z^{\delta_3} \delta_3 > m_x^{\beta} \beta_{max}$$

$$\omega_\gamma > \omega_\psi$$

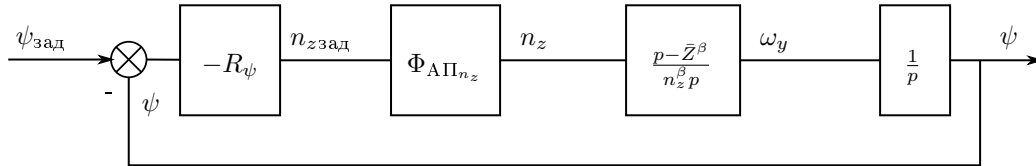
Где  $\omega_\gamma, \omega_\psi$  характерные частоты для самолета с автопилотом, в случае выполнения этих условий движение самолета в путевом канале можно рассматривать на основе уравнений изолированного движения рыскания. Автоматическим управлением углом рыскания при плоском развороте соответствует следующая структурная схема:



$$\left\{ \frac{\omega_\psi}{\delta_n} \right\} = \frac{\bar{M}_{y_n}^{\delta_n} (p - \bar{Z}^\beta)}{p^2 + 2h_B p + \omega_B^2}$$

$$W_n = \frac{1}{T_n^2 p^2 + 2\xi_n p + 1}$$

Контур отмеченный пунктирной линией выполняет исполнительные функции и АП ( $n_z$ ) следовательно необходимо задать передаточную функцию регулятора и определить значение его параметров предполагая измерители идеальными структурную схему можно представить в виде одноконтурной системы:



$$\Phi_{АП_{n_z}} = \left\{ \frac{n_z}{n_{з_ад}} \right\} = \frac{K_{n_z} \bar{M}_{y_n}^{\delta_n} n_z^\beta}{p^2 + 2\tilde{h}_B p + \tilde{\omega}_B^2},$$

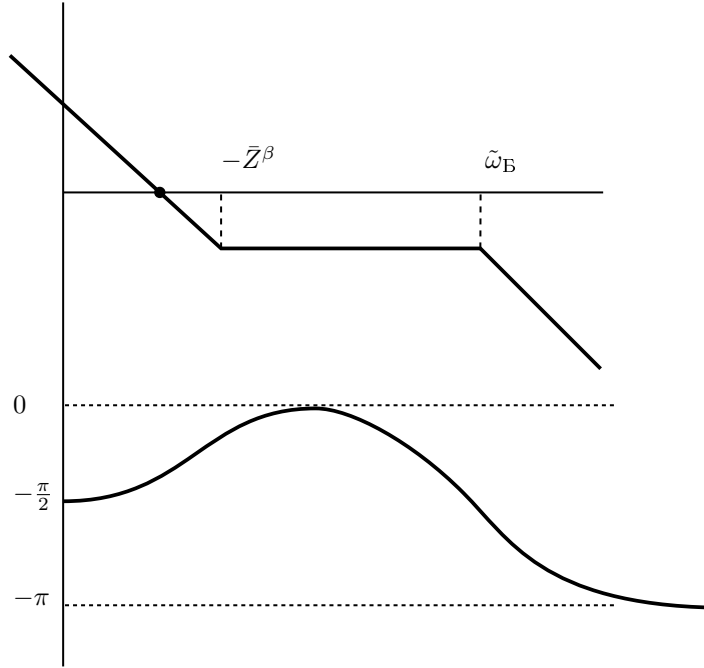
$$\text{где } 2\tilde{h}_B = 2h_B - \bar{M}_{y_n}^{\delta_n} K_{\omega_y}, \tilde{\omega}_B^2 = \omega_B^2 + \bar{M}_{y_n}^{\delta_n} K_{\omega_y} \bar{Z}^\beta + \bar{M}_{y_n}^{\delta_n} K_{n_z} n_z^\beta$$

## Рассмотрим статический регулятор

При  $R_\psi = K_\psi$  Тогда передаточная функция разомкнутого контура является:

$$W_{раз} = - \frac{K \bar{M}_{y_n}^{\delta_n} K_{n_z}}{p^2 + 2\tilde{h}_B p + \tilde{\omega}_B^2} \frac{(p - \bar{Z}^\beta)}{p}$$

Учитывая что модуль  $\bar{Z}^\beta < \tilde{\omega}_B$  ЛАФЧХ :



$K_\psi$  выбираем максимальный при условии, что частота среза приходится на участок -20 дБ/дек. Для этого участка получим:

$$W_{\text{раз}} \approx \frac{K_\psi \bar{M}_{yH}^\delta K_{n_z} (-Z^\beta)}{\tilde{\omega}_B^2 p}.$$

Определим, что  $\omega_{\text{ср}} = 0.8(-Z^\beta)$ , тогда  $K_\psi = \frac{-0.8\tilde{\omega}_B^2}{\bar{M}_{yH}^\delta K_{n_z}}$ . Более слабые несущие свойства по углу скольжения  $\beta$  по сравнению с несущими свойствами по углу атаки предопределяет малое значение  $\bar{Z}^\beta$  и малое значение частоты среза  $\Rightarrow$  мало быстродействие

$$|C_z^\beta| \approx (\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}) C_y^\alpha.$$

Плоский разворот при регулировании угла  $\beta$  используется сравнительно редко при решении специальных значений.

## Стабилизация угла рыскания через канал крен, координированный разворот

Эффективно.

Использование больших углов крена  $\gamma = 30 - 60^\circ$  для неманевренных самолетов,  $\gamma = 60^\circ$  для маневренных самолетов, с перегрузками близкими к эксплуатационным позволяет выполнять энергичные маневры в автоматическом режиме.

$$\dot{\Psi} = \frac{g}{V} \sqrt{n_y^2 - 1},$$

$\Psi$  - угол пути. Также следует учитывать при исследовании энергичных маневров необходимо изменение параметров продольного движения.

$$n_y(t) = \frac{1}{\cos \gamma(t)}$$

Для получения некоторых качественных результатов будем использовать упрощенную модель движения (отработка системы стабилизации  $\psi$  с применением полной модели) для случая  $\beta = 0$ .

$$\dot{\omega}_x = \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_3} \delta_3,$$

$$\dot{\gamma} = \omega_x$$

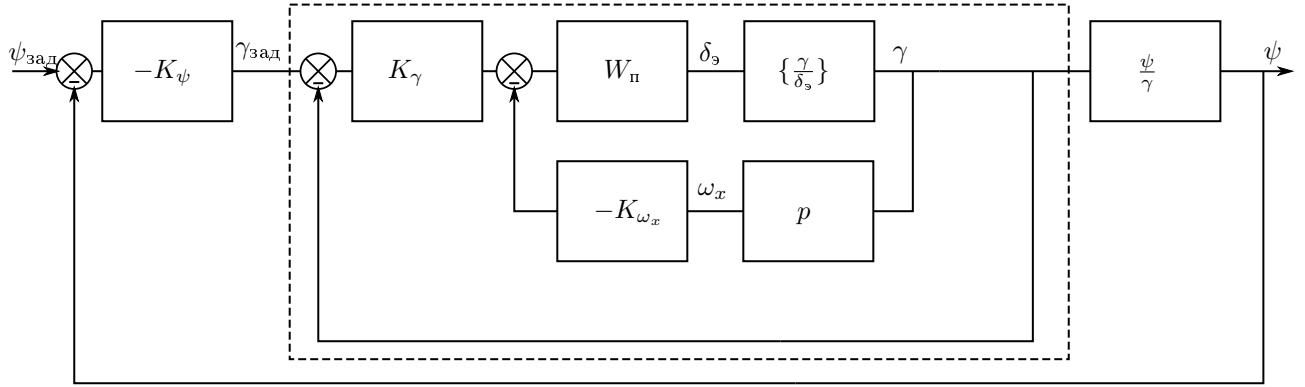
$$\dot{\Psi} = -\alpha_{\Gamma\Pi}\omega_x - \frac{g}{V}n_y^\alpha\alpha_{\Gamma\Pi}\gamma$$

Этим уравнениям соответствуют следующие передаточные функции:

$$\left\{\frac{\gamma}{\delta_3}\right\} = \frac{\bar{M}_x^{\delta_3}}{p - \bar{M}_x^{\omega_x}}$$

$$\left\{\frac{\Psi}{\gamma}\right\} = -\frac{\alpha_{\Gamma\Pi}(p + \frac{g}{V}n_y^\alpha)}{p} = -\frac{g}{V}\frac{T_{1c}p + 1}{p}$$

Рассмотрим вариант системы стабилизации системы  $\psi$  через поперечный канал:



То что отмечено пунктиром это АП  $\gamma$

$$\delta_3 = W_{\Pi}[K_{\omega_x}\omega_x - K_{\gamma}(\gamma_{\text{зад}} - \gamma)]$$

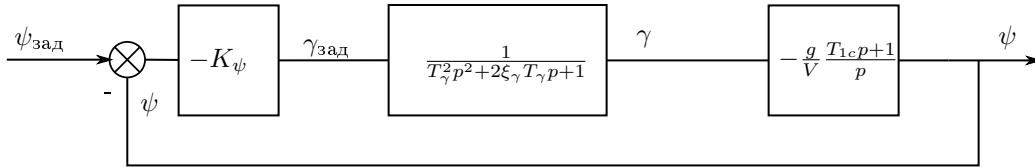
$$\gamma_{\text{зад}} = -K_{\psi}(\psi_{\text{зад}} - \psi)$$

Считая  $W_{\Pi} = 1$  получена следующая передаточная функция:

$$\left\{\frac{\gamma}{\gamma_{\text{зад}}}\right\} = \frac{1}{T_{\gamma}^2 p^2 + 2\xi_{\gamma} T_{\gamma} p + 1},$$

где  $T_{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{K_{\gamma}|\bar{M}_x^{\delta_3}|}}$ ,  $\xi_{\gamma} = \frac{-0.8(\bar{M}_x^{\omega_x} + K_{\omega_x}\bar{M}_x^{\delta_3})}{\sqrt{K_{\gamma}|\bar{M}_x^{\delta_3}|}}$ .

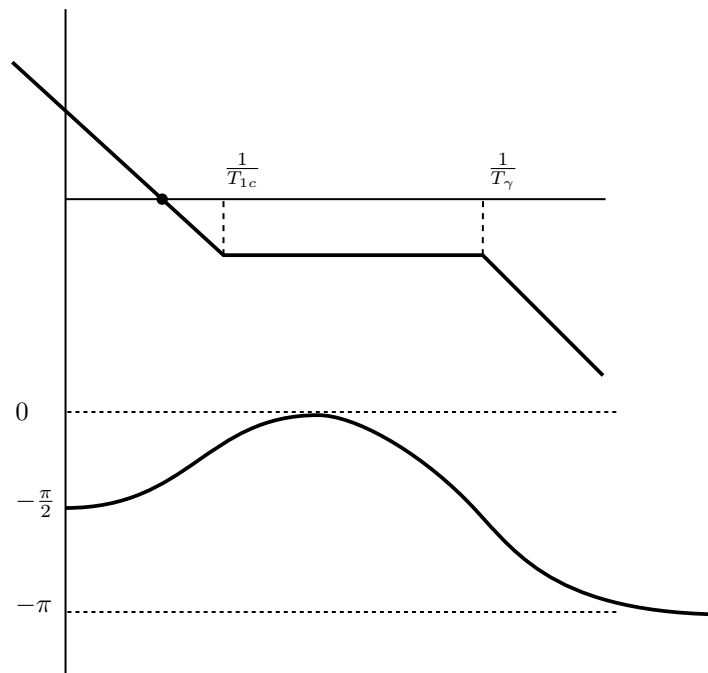
С учетом этой передаточной функции структурная схема системы регулирования угла рыскания  $\psi$ :



Выбор  $K_{\psi}$  проведем с помощью частотного метода:

$$W_{\text{раз}} = \frac{K_{\psi} \frac{g}{V} (T_{1c} p + 1)}{p(T_{\gamma}^2 p^2 + 2\xi_{\gamma} T_{\gamma} p + 1)}$$

Выбор коэффициентов по тем же соображением что и ранее: ЛАФЧХ:



$$\omega_{cp} = K_{\psi} \frac{g}{V}$$

$$\omega_{cp} = 0.8 \frac{1}{T_{1c}}$$

$$\Phi_{зам} = \left\{ \frac{\psi}{\psi_{зад}} \right\} = \frac{W_{раз}}{1 + W_{раз}} = \frac{K_{\psi} \frac{g}{V} (T_{1c} p + 1)}{T_{\gamma}^2 p^3 + 2\xi_{\gamma} T_{\gamma} p^2 + p(1 + K_{\psi} \frac{g}{V} T_{1c}) + K_{\psi} \frac{g}{V}}$$

### Анализ точности