

Адаптивное и робастное управление  
Курсовая работа  
В-1

Кирилл Лалаянц

November 19, 2024

Преподаватель: Козачёк О.А.

# 1 Цель работы

Синтез закона адаптивного управления с использованием метода расширенной ошибки и схемы Лайона, обеспечивающего ограниченность всех сигналов и слежение выхода объекта за эталонным сигналом так, чтобы:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_M(t) - y(t)) = 0$$

Выход эталонного объекта  $y_M(t)$ :

$$y_M(t) = \frac{1}{K_M(s)}[g(t)] = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}[g(t)]$$

Выход объекта  $y(t)$ :

$$y(t) = \frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}[u]$$

Вариант 1:

- $a_1 = 2; a_0 = -3;$
- $b_0 = 2;$
- $g(t) = 7 \cos(3t + 2) + 8$

# 2 Выполнение

## 2.1 Проверка объекта управления на свойства полной управляемости и наблюдаемости.

$$U = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{полностью управляемая}$$

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{полностью наблюдаемая}$$

## 2.2 Проверка объекта управления на устойчивость и минимально-фазовость

Для проверки системы на устойчивость найдем полюса знаменателя её передаточной функции  $W(s)$ :

$$\text{pole}(W(s)) = [-3, 1] \rightarrow \text{неустойчивая и не минимально-фазовая}$$

## 2.3 Определение и реализация требуемых компонентов системы

Выберем фильтры:

$$\dot{\nu}_1 = \Lambda \nu_1 + e_{n-1} u$$

$$\dot{\nu}_2 = \Lambda \nu_2 + e_{n-1} y$$

где  $e_{n-1} = [0 \dots 1]^T \in \mathbb{R}^{n-1}$ ;  $\nu_1, \nu_2 \in \mathbb{R}^{n-1}$ .

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_0 & -k_1 & \dots & k_{n-2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$$

Для данного объекта  $n = 2$ . Следовательно:

$$\dot{\nu}_1 = -k_0 \nu_1 + u$$

$$\dot{\nu}_2 = -k_0 \nu_2 + y$$

Зададим вектора:

$$\omega = [\nu_1^T \ \nu_2^T \ y]^T$$

$$\varphi = -[\omega^T \ u]^T$$

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{K_M(s)}[\varphi]$$

$$\hat{\psi}^T = [\tilde{\theta} \ \tilde{b}_m]$$

Закон управления:

$$u = \frac{1}{\hat{b}_{M_0}}(-\theta^T \omega + b_{M_0} g(t))$$

Статическая модель расширенной ошибки:

$$\hat{\varepsilon} = \bar{\varphi}^T \tilde{\psi} = \varepsilon - \hat{\psi}_p^T \bar{\varphi} + \frac{1}{K_M(s)}[\hat{\psi}^T \varphi]$$

Градиентный АА:

$$\dot{\hat{\psi}}_p^T = \gamma \Gamma \frac{\bar{\varphi}}{1 + \bar{\varphi}^T \bar{\varphi}} \hat{\varepsilon}$$

Модифицированный АА (Схема Лайона):

$$\bar{y} = \bar{\varphi}^T \psi$$

$$Y = [\bar{y} \ H_1(s)[\bar{y}] \ H_2(s)[\bar{y}] \ H_3(s)[\bar{y}]]^T; \ W^T = [\bar{\varphi}^T \ H_1(s)[\bar{\varphi}^T] \ H_2(s)[\bar{\varphi}^T] \ H_3(s)[\bar{\varphi}^T]]^T$$

$$Y = W\psi$$

$$E = Y - W\psi$$

$$\dot{\hat{\psi}} = \gamma WE$$

Так как в вычислении управления есть деление на  $\hat{b}_{M_0}$ , на практике необходимо реализовать проецирование этого значения на нижнюю границу  $\bar{b}_0$ , в случае если оно становится меньше ее. Пусть  $\gamma_0 = \text{diag}(1, 1, 1, 1)$ , тогда если  $\hat{b}_{M_0} < \bar{b}_0$ ,  $\gamma = \gamma_0 - e_{2n} \times e_{2n}^T = \text{diag}(1, 1, 1, 0)$ . Это предотвращает дальнейшее уменьшение значения параметра и делает моделирование возможным. На практике лучше брать последний элемент матрицы  $\gamma_0$  на несколько порядков меньше остальных.

## 2.4 Результаты градиентного алгоритма

На рисунках 1-3 представлены полученные графики. Как видно, существует субоптимальное значение  $\gamma$ , увеличение или уменьшение которого приводит к увеличению времени сходимости. Так же заметно, что время сходимости в целом довольно большое.

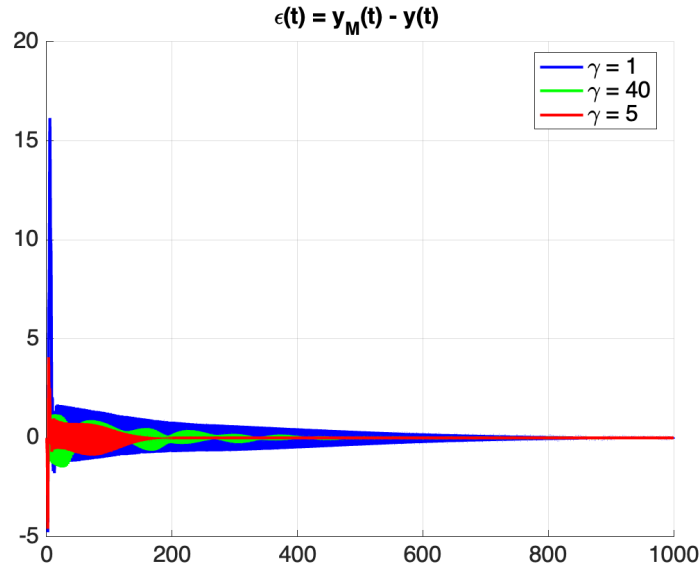


Рисунок 1: График ошибки слежения линейного объекта с градиентным алгоритмом при различных параметрах  $\gamma$ .

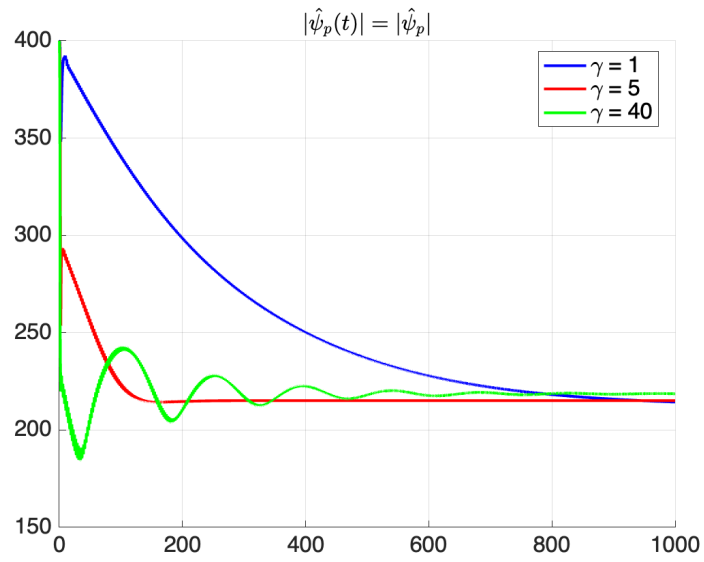


Рисунок 2: График нормы вектора оценки параметров линейного объекта с градиентным алгоритмом при различных параметрах  $\gamma$ .

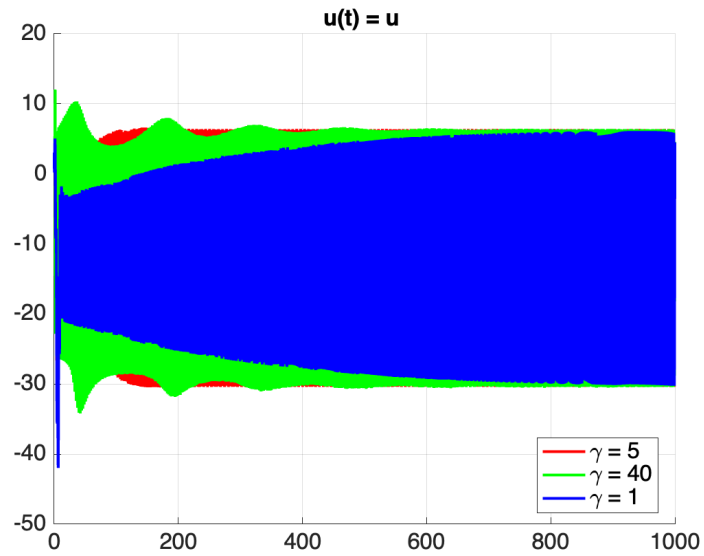


Рисунок 3: График управления линейного объекта с градиентным алгоритмом при различных параметрах  $\gamma$ .

## 2.5 Результаты модифицированного алгоритма

На рисунках 4-6 представлены полученные графики. В легенде к графику указан параметр  $\gamma_k$ . Он использовался для вычисления следующим образом:

$$\gamma_0 = \text{diag}(1, 1, 1, 0.01)$$

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_0 \gamma_k, & \hat{b}_{M_0} > \bar{b}_0 \\ (\gamma_0 - 0.01 e_4 \times e_4^T) \gamma_k, & \hat{b}_{M_0} \leq \bar{b}_0 \end{cases}$$

Это реализует логику проецирования в коде и предотвращает деление на 0 в случае, если оценка  $\hat{b}_{M_0}$  стремится к нему.

Как видно, увеличение  $\gamma$  приводит к уменьшению времени сходимости. Так же заметно, что время сходимости в разы меньше.

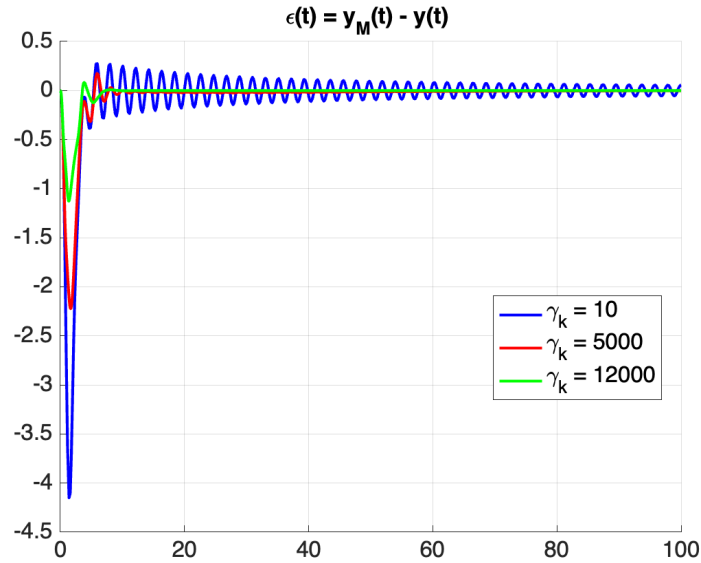


Рисунок 4: График ошибки слежения линейного объекта с модифицированным алгоритмом адаптации при различных параметрах  $\gamma$ .

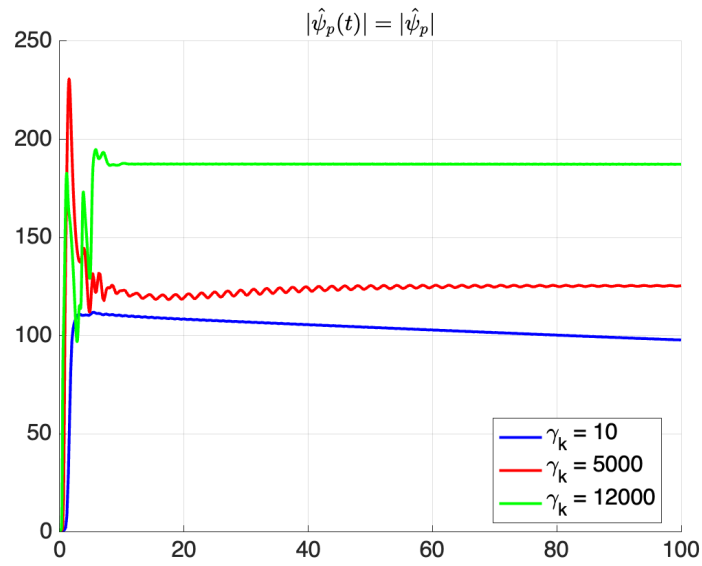


Рисунок 5: График нормы вектора оценки параметров линейного объекта с модифицированным алгоритмом адаптации при различных параметрах  $\gamma$ .

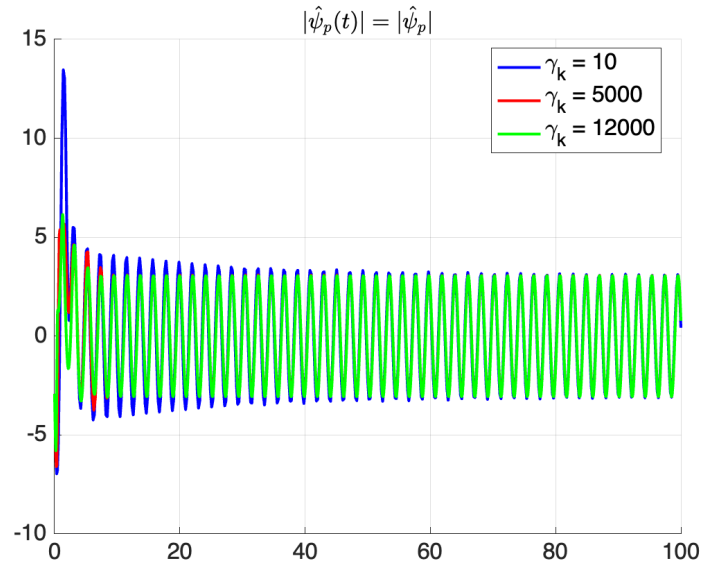


Рисунок 6: График управления линейного объекта с модифицированным алгоритмом адаптации при различных параметрах  $\gamma$ .

### 3 Заключение

В работе было исследовано поведение алгоритма адаптивного управления с использованием метода расширенной ошибки и схемы Лайона. Как видно, модификация действительно приводит к качественному улучшению:

- увеличение  $\gamma$  ведет к уменьшению времени сходимости, что позволяет точнее задавать желаемое поведение;
- в отличие от градиентного алгоритма, нет оптимального значения, благодаря чему отпадает необходимость его искать;
- общее время сходимости уменьшилось в разы;
- ошибка слежения стала меньше;

Из недостатком можно выделить только чуть более высокую вычислительную нагрузку.