ЛР №5 «Типовые динамические звенья»

Отчет

Студент

Кирилл Лалаянц

R33352

336700

Вариант - 6

Преподаватель

Пашенко А.В.

Факультет Систем Управления и Робототехники

ИТМО

13.11.2023

Содержание

1 Вводные данные

1.1 Цель работы

В этой работе будет проведенно исследование следующих вопросов:

- Типовые физические звенья.
- АЧХ, ЛЧХ, ФЛЧХ.

1.2 Воспроизведение результатов

Все результаты можно воспроизвести с помощью репозитория.

1.3 Обозначения

Здесь и далее $\theta(t)$ – функция Хэвисайда.

2 Выполнение работы

2.1 Brushed DC motor 2.0.

2.1.1 Теория

Даны уравнения двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

$$J\dot{w} = M, M = k_m I, I = \frac{U+\varepsilon}{R}, \varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_s, \varepsilon_i = -k_e w, \varepsilon_s = -L\dot{I}.$$

Путем несложных преобразований получаем:

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ -\frac{k_m k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_m}{L} \end{bmatrix} U \tag{1}$$

$$w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} U \tag{2}$$

Откуда получаем TF:

$$W(s) = \frac{k_m}{JLs^2 + JRs + k_e k_m}$$

Тогда ДУ:

$$JL\ddot{w} + JR\dot{w} + k_e k_m w = k_m U$$
$$\ddot{w} + \frac{R}{L}\dot{w} + \frac{k_e k_m}{JL} w = \frac{k_m}{JL} U$$
$$\ddot{w} + 3.908\dot{w} + 48.81 w = 134.2U$$

$$3.908^2 - 4 * 48.81 < 0 \Rightarrow \text{колебательное звено второго порядка.}$$

Для частотных характеристик подставим в TF $s = iw$:

$$W(w) = \frac{k_m}{-JLw^2 + JRiw + k_e k_m}$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W получаем:

$$w_{i.r.} = \frac{2k_m e^{-\frac{Rt}{2L}} \sin\left(\frac{t\sqrt{\frac{-\frac{R^2}{L} + \frac{4k_e k_m}{J}}{L}}}{2}\right)\theta(t)}{JL\sqrt{\frac{-\frac{R^2}{L} + \frac{4k_e k_m}{J}}{L}}}$$

$$w_{i.r.} = 20e^{-1.95t} \sin(6.7t)\theta(t)$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W/s получаем:

$$w_{s.r.} = k_m \left(\left(-\frac{e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos\left(\frac{t\sqrt{-\frac{JR^2 - 4Lk_e k_m}{J}}}{2L}\right)}{k_e k_m} - \frac{Re^{-\frac{Rt}{2L}} \sin\left(\frac{t\sqrt{\frac{-\frac{R^2}{L} + \frac{4k_e k_m}{J}}{L}}}{2}\right)}{Lk_e k_m \sqrt{\frac{-\frac{R^2}{L} + \frac{4k_e k_m}{J}}{L}}} \right)\theta(t) + \frac{\theta(t)}{k_e k_m} \right)$$

$$w_{s.r.} = 0.36\left(-2.2e^{-1.95t} \sin(6.7t) - 7.56e^{-1.95t} \cos(6.7t)\right)\theta(t) + 2.75\theta(t)$$

2.1.2 Результаты

На графике (Рис. 1) представлен результат выполнения задания. Как видно, практический результат совпал с теоретическим.

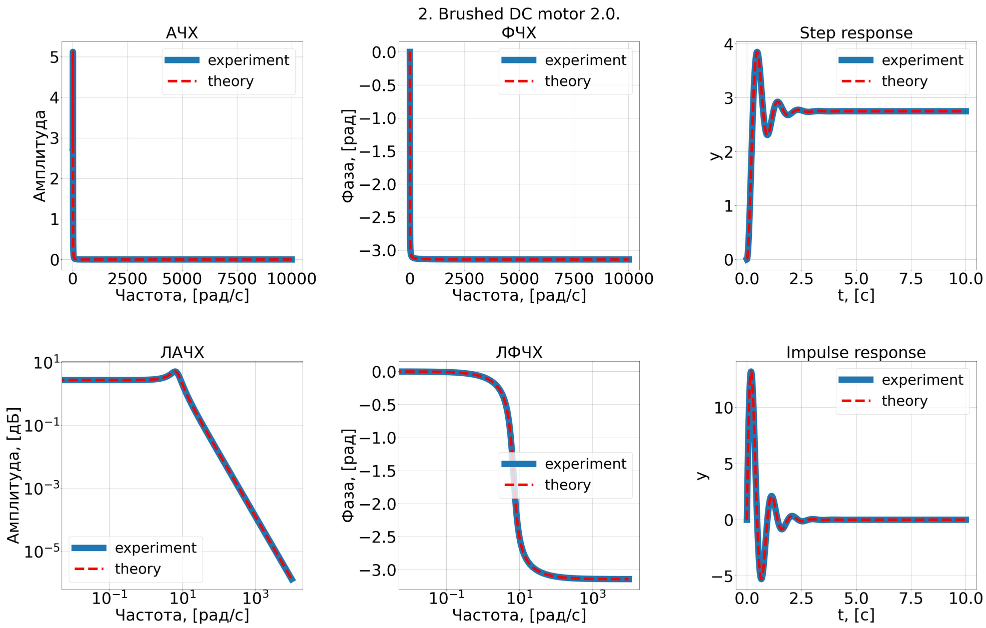

Рис. 1: Результат выполнения задания.

2.2 Конденсируй. Интегрируй. Умножай.

2.2.1 Теория

Дано уравнение конденсатора:

$$I = C\frac{dU}{dt}.$$

Путем несложных преобразований получаем:

$$\begin{bmatrix}\dot{U}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{1}{C}\end{bmatrix} I \tag{3}$$

$$U = \begin{bmatrix}1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\end{bmatrix} I \tag{4}$$

Откуда получаем TF:

$$W(s) = \frac{1}{Cs}$$

Тогда ДУ:

$$C\dot{U} = I$$

$$\dot{U} = \frac{I}{C}$$

$$\dot{U} = 3484I \Rightarrow \text{идеальное интегрирующее звено.}$$

Для частотных характеристик подставим в TF $s = iw$:

$$W(w) = \frac{1}{Ciw}$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W получаем:

$$U_{i.r.} = \frac{\theta(t)}{C}$$

$$U_{i.r.} = 3484.3\theta(t)$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W/s получаем:

$$U_{s.r.} = \frac{t\theta(t)}{C}$$

$$U_{s.r.} = 3484.3t\theta(t)$$

2.2.2 Результаты

На графике (Рис. 2) представлен результат выполнения задания. Как видно, практический результат совпал с теоретическим.

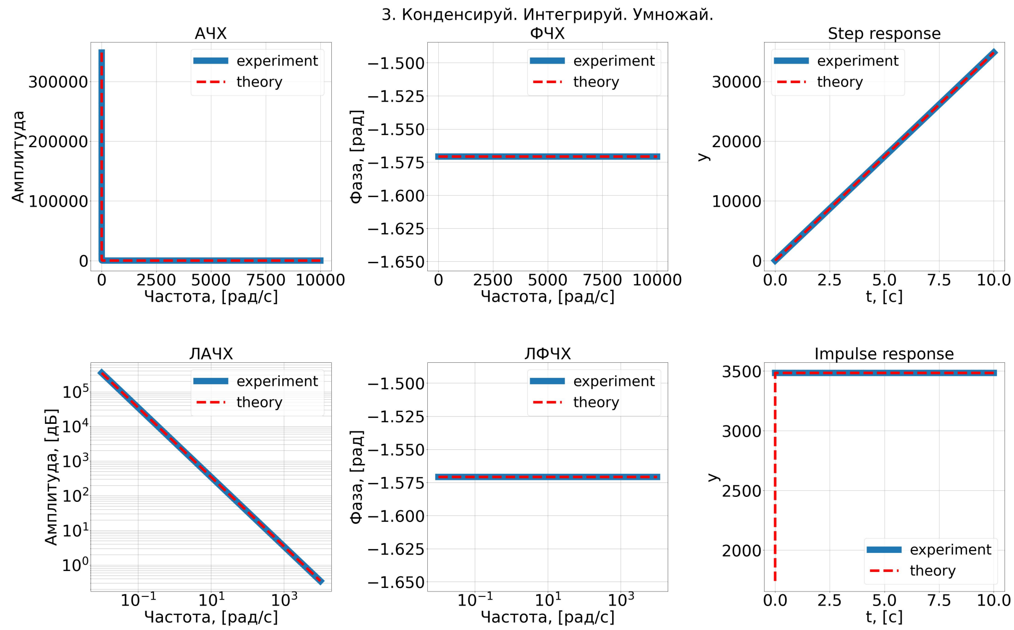

Рис. 2: Результат выполнения задания.

2.3 Доп. Brushed DC motor.

2.3.1 Теория

Даны уравнения двигателя постоянного тока независимого возбуждения:

$$J\dot{w} = M, M = k_m I, I = \frac{U + \varepsilon}{R}, \varepsilon = \varepsilon_i, \varepsilon_i = -k_e w.$$

Путем несложных преобразований получаем:

$$\begin{bmatrix}\dot{w}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{k_m k_e}{JR}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{k_m}{JR}\end{bmatrix}U \tag{5}$$

$$w = \begin{bmatrix}1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\end{bmatrix}U \tag{6}$$

Откуда получаем TF:

$$W(s) = \frac{k_m}{JR\left(s + \frac{k_e k_m}{JR}\right)}$$

Тогда ДУ:

$$JR\dot{w} + k_e k_m w = k_m U$$
$$\dot{w} + \frac{k_e k_m}{JR} w = \frac{k_m}{JR} U$$
$$\dot{w} + 8.909w = 24.67U \Rightarrow \text{апериодическое звено первого порядка.}$$

Для частотных характеристик подставим в TF $s = iw$:

$$W(w) = \frac{k_m}{JR\left(iw + \frac{k_e k_m}{JR}\right)}$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W получаем:

$$w_{i.r.} = \frac{k_m e^{-\frac{k_e k_m t}{JR}}\theta(t)}{JR}$$
$$w_{i.r.} = 24.6e^{-8.9t}\theta(t)$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W/s получаем:

$$w_{s.r.} = \frac{k_m\left(\frac{JR\theta(t)}{k_e k_m} - \frac{JRe^{-\frac{k_e k_m t}{JR}}\theta(t)}{k_e k_m}\right)}{JR}$$
$$w_{s.r.} = 2.7\theta(t) - 2.7e^{-8.9t}\theta(t)$$

2.3.2 Результаты

На графике (Рис. 3) представлен результат выполнения задания. Как видно, практический результат совпал с теоретическим.

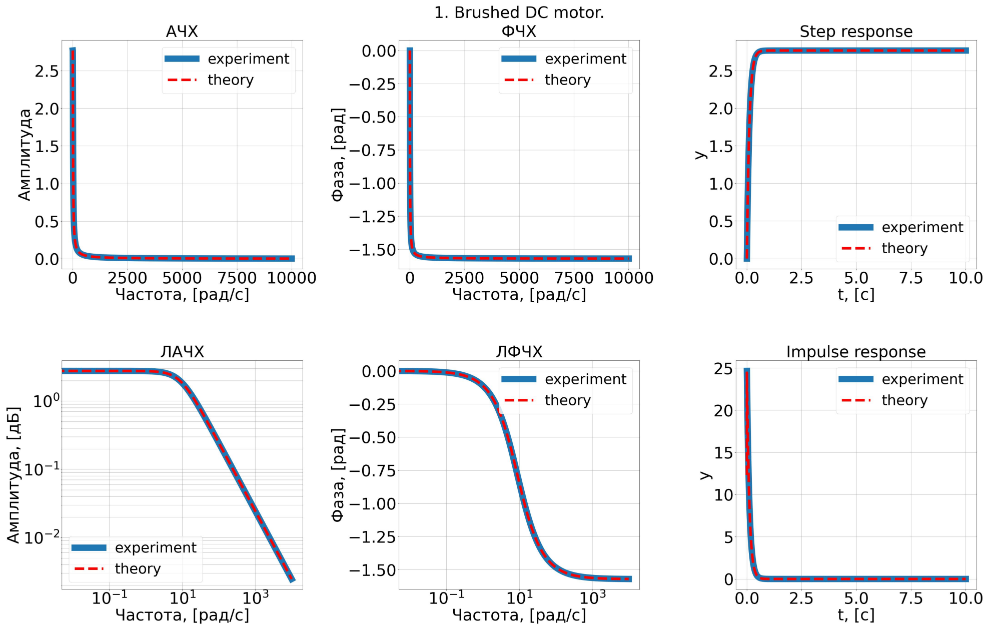

Рис. 3: Результат выполнения задания.

2.4 Доп. Tachogenerator.

2.4.1 Теория

Даны уравнения тахогенератора постоянного тока:

$$I = \frac{\varepsilon - U_{out}}{R}, \varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_s, \varepsilon_i = -k_e\dot{\theta}, e_s = -L\dot{I}, I = \frac{U_{out}}{r}.$$

Путем несложных преобразований получаем:

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_{out}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{R_L+R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{out}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}k_e\end{bmatrix} w \tag{7}$$

$$U_{out} = \begin{bmatrix}1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{out}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\end{bmatrix} w \tag{8}$$

Откуда получаем TF:

$$W(s) = \frac{k_e}{s + \frac{R}{L} + \frac{R_l}{L}}$$

Тогда ДУ:

$$\dot{U}_{out} + \frac{R_L + R}{L} U_{out} = k_m w$$

$$\dot{U}_{out} + 586 U_{out} = 0.3427 w \Rightarrow \text{апериодическое звено первого порядка.}$$

Для частотных характеристик подставим в TF $s = iw$:

$$W(w) = \frac{k_e}{iw + \frac{R}{L} + \frac{R_l}{L}}$$

Применив обратное преобразование Лапласса для W получаем:

$$w_{i.r.} = k_e e^{-\frac{t(R+R_l)}{L}} \theta(t)$$

$$w_{i.r.} = 0.3427 e^{-586t} \theta(t)$$

Применив обратное преобразование Лапласса для W/s получаем:

$$w_{s.r.} = k_e \left(-\frac{L^2 e^{-\frac{t\left(R^2+2RR_l+R_l^2\right)}{LR+LR_l}} \theta(t)}{LR+LR_l} + \frac{L\theta(t)}{R+R_l} \right)$$

$$w_{s.r.} = 0.00058\theta(t) - 0.00058 e^{-586t} \theta(t)$$

2.4.2 Результаты

На графике (Рис. 4) представлен результат выполнения задания. Как видно, практический результат совпал с теоретическим.

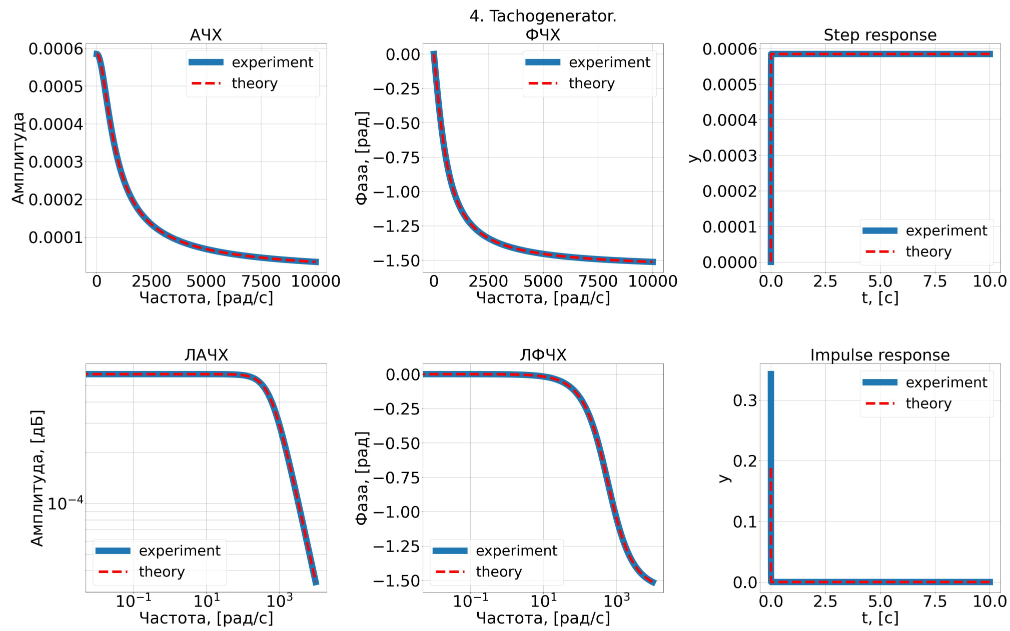

Рис. 4: Результат выполнения задания.

2.5 Доп. Spring-mass system.

2.5.1 Теория

Даны уравнения пружинного маятника:

$$F_{\text{упр}} = -kx, F = F_{ext} + F_{\text{упр}}, F = ma.$$

Путем несложных преобразований получаем:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} F_{ext} \tag{9}$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} F_{ext} \tag{10}$$

Откуда получаем TF:

$$W(s) = \frac{1}{m\left(\frac{k}{m} + s^2\right)}$$

Тогда ДУ:

$$m\ddot{x} + kx = F_{ext}$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{1}{m}F_{ext}$$
$$\ddot{x} + 9.257x = 0.02857U \Rightarrow \text{консервативное звено второго порядка.}$$

Для частотных характеристик подставим в TF $s = iw$:

$$W(w) = \frac{1}{m\left(\frac{k}{m} - w^2\right)}$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W получаем:

$$w_{i.r.} = \frac{\sin\left(t\sqrt{\frac{k}{m}}\right)\theta\left(t\right)}{m\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$w_{i.r.} = \frac{\sqrt{35}\sin\left(\frac{18\sqrt{35}t}{35}\right)\theta\left(t\right)}{630}$$

Применив обратное преобразование Лапласа для W/s получаем:

$$w_{s.r.} = \frac{-\frac{m\cos\left(t\sqrt{\frac{k}{m}}\right)\theta(t)}{k} + \frac{m\theta(t)}{k}}{m}$$

$$w_{s.r.} = -\frac{\cos\left(\frac{18\sqrt{35}t}{35}\right)\theta\left(t\right)}{324} + \frac{\theta\left(t\right)}{324}$$

2.5.2 Результаты

На графике (Рис. 5) представлен результат выполнения задания. Как видно, практический результат совпал с теоретическим. Разница в ФЧХ обусловлена работой функции atan2: ее результат принадлежит полуинтервалу $(-\pi, \pi]$, из-за чего отставание по фазе на π интерпретируется как опережение на π.

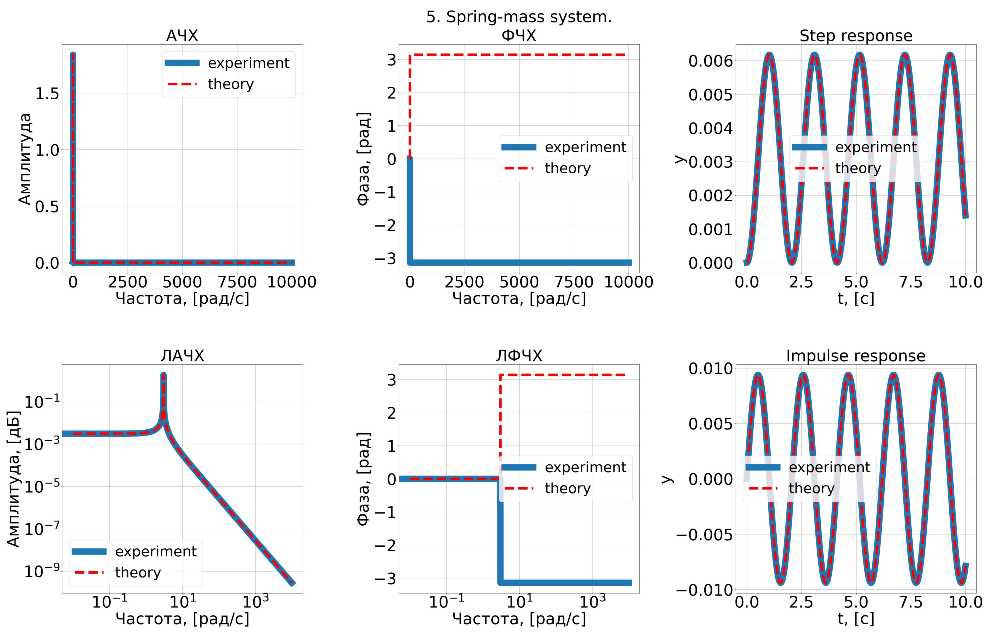

Рис. 5: Результат выполнения задания.

3 Заключение

В этой работе было проведенно исследование следующих вопросов:

- Астатизмы.
- Принцип внутренней модели.
- Идеальное и реальное дифференцирующие звенья

3.1 Выводы

1. На практике изучено реальное и идеальное ДЗ.
2. Проверена работа систем с разными степенями астатизмов.
3. Проверено влияние коэффициентов регулятора на поведение системы.
4. Синтезирован регулятор методом замкнутой модели.