

**Задание 1. Вынужденное движение.**

Дана система 2-го порядка, представленная в форме Вход-Выход

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = u.$$

Самостоятельно придумайте три набора коэффициентов  $(a_1, a_2)$ , соответствующих приведенным ниже парам мод. Номера возьмите из таблицы 1 в соответствии со своим вариантом.

1. двум устойчивыми апериодическим модам;
2. устойчивой и неустойчивой апериодическим модам;
3. нейтральной и устойчивой апериодической модам;
4. нейтральной и неустойчивой апериодической модам;
5. нейтральной и пропорциональной времени  $t$  моде;
6. паре консервативных мод;
7. паре устойчивых колебательных мод;
8. паре неустойчивых колебательных мод.

Для каждого входного воздействия  $u(t)$  осуществите моделирование вынужденного движения системы при  $t \geq 0$  с начальными условиями  $y(0) = -1; 0; 1$  и  $\dot{y}(0) = 0$ . Входные сигналы  $u(t)$  возьмите из таблицы 2 в соответствии со своим вариантом. В отчёте приведите графики выходных сигналов  $y(t)$ . Сделайте выводы.

(Подсказка: для повышения наглядности рекомендуем для каждой системы и каждого входного воздействия построить графики выхода с различными начальными условиями на одних координатных осях. Всего должно получиться по 3 изображения для каждой системы, на каждом из которых будет 3 траектории выхода, полученные для разных начальных условий).

**Задание 2. Качество переходных процессов.** Дана передаточная функция:

$$W(s) = \frac{1}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)}.$$

Проведите исследование зависимости качества переходной характеристики функции (реакции на  $1(t)$  при нулевых начальных условиях) от выбора **полюсов** (корней полинома знаменателя).<sup>\*</sup> Передаточную функцию считать минимальнофазовой (т.е. действительная часть всех полюсов – отрицательная). В исследовании для оценки качества

---

<sup>\*</sup> В **MATLAB** для построения переходной характеристики существует функция *step()*. На полученном таким образом графике переходной характеристики встроенными средствами можно отметить необходимые качественные параметры переходного процесса.

предлагается использовать такие параметры, как **перерегулирование** и **время переходного процесса**. Рекомендуется рассмотреть случаи не только вещественных, но и комплексных корней, а также случаи как ненулевого, так и нулевого перерегулирования. Привести в отчет для каждого набора корней их расположение на комплексной плоскости, график переходного процесса, значения качественных показателей и выводы.

**Задание 3. (Необязательное) Свертка, как произведение образов Лапласа.**

Кроме линейности, преобразование Лапласа обладает также поистине удивительным свойством, которое может быть записано следующим образом:

$$F(s) \cdot G(s) = \mathcal{L}\{(f * g)(t)\},$$

где оператор «\*» обозначает «свертку» функций *времени*  $f(t)$  и  $g(t)$ , которая, в свою очередь определяется следующим образом:

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(t - \tau) \cdot g(\tau) d\tau$$

Это свойство преобразования Лапласа вам и предстоит проверить в настоящем задании.

Дана система 4-го порядка, записанная через передаточную функцию:

$$Y(s) = W(s)U(s), \quad W(s) = \frac{6}{(s + 2)^4}.$$

Входное воздействие  $u(t) = \mathcal{L}^{-1}\{U(s)\}$  возьмите в соответствии с вашим вариантом из таблицы 3.

Рассмотрите три величины:

1. Приближенный расчет (на основании определения как интеграла) выхода системы как свертки.\*
2. Моделирование системы «в лоб» с использованием входного воздействия  $u(t)$  и передаточной функции  $W(s)$ .
3. Моделирование системы как произведения двух передаточных функций  $U(s)$  и  $W(s)$  с  $\delta(t)$  в качестве входного воздействия.

Для моделирования *impulse response* (реакции системы на  $\delta(t)$ ) можно использовать *impulse()* в **MATLAB** или приближенно задать  $\delta(t)$  в **Simulink** в виде суммы двух ступенчатых воздействий (блок «Step») с параметрами, указанными в таблице 4 (таким образом площадь под графиком импульса будет в точности равна 1)\*\*.

Сравните все три полученных результата. Сделайте выводы.

---

\* Для численного вычисления интеграла в **MATLAB** существует функция *integral()*.

\*\* Убедитесь, что шаг моделирования достаточно мал, а величина  $a$  достаточно велика.

Таблица 1: Исходные данные для задания 1

| Вариант | Пары мод | Вариант | Пары мод | Вариант | Пары мод |
|---------|----------|---------|----------|---------|----------|
| 1       | 1, 3, 8  | 11      | 3, 5, 7  | 21      | 1, 3, 4  |
| 2       | 3, 5, 7  | 12      | 5, 6, 7  | 22      | 3, 7, 8  |
| 3       | 1, 4, 6  | 13      | 2, 3, 7  | 23      | 2, 6, 7  |
| 4       | 1, 5, 6  | 14      | 1, 5, 6  | 24      | 3, 7, 8  |
| 5       | 3, 4, 7  | 15      | 4, 6, 7  | 25      | 1, 2, 6  |
| 6       | 1, 3, 8  | 16      | 5, 6, 7  | 26      | 1, 6, 8  |
| 7       | 2, 3, 7  | 17      | 1, 6, 8  | 27      | 4, 6, 7  |
| 8       | 6, 7, 8  | 18      | 1, 3, 5  | 28      | 1, 3, 5  |
| 9       | 2, 6, 7  | 19      | 3, 4, 7  | 29      | 6, 7, 8  |
| 10      | 1, 3, 4  | 20      | 1, 4, 6  | 30      | 1, 2, 3  |

Таблица 2: Исходные данные для задания 1

| Вариант | Входной сигнал |        |           | Вариант | Входной сигнал |        |           |
|---------|----------------|--------|-----------|---------|----------------|--------|-----------|
| 1       | 1              | $0.5t$ | $\sin t$  | 16      | 2.5            | $0.5t$ | $\cos t$  |
| 2       | 0.5            | $0.8t$ | $\sin 2t$ | 17      | 0.5            | $0.8t$ | $\cos 2t$ |
| 3       | 2              | $0.7t$ | $\sin 3t$ | 18      | 1.5            | $0.6t$ | $\cos 3t$ |
| 4       | 2.5            | $0.6t$ | $\sin 4t$ | 19      | 2              | $0.7t$ | $\cos 4t$ |
| 5       | 1              | $0.5t$ | $\sin 5t$ | 20      | 2.5            | $0.8t$ | $\cos 5t$ |
| 6       | 1.5            | $0.6t$ | $\sin 6t$ | 21      | 1              | $0.5t$ | $\cos 6t$ |
| 7       | 2              | $0.7t$ | $\sin 7t$ | 22      | 1.5            | $0.6t$ | $\cos 7t$ |
| 8       | 2.5            | $0.8t$ | $\sin 8t$ | 23      | 2              | $0.7t$ | $\cos 8t$ |
| 9       | 1              | $0.5t$ | $\sin 7t$ | 24      | 2.5            | $0.8t$ | $\cos 7t$ |
| 10      | 1.5            | $0.6t$ | $\sin 6t$ | 25      | 1              | $0.5t$ | $\cos 6t$ |
| 11      | 2              | $0.7t$ | $\sin 5t$ | 26      | 1.5            | $0.6t$ | $\cos 5t$ |
| 12      | 2.5            | $0.8t$ | $\sin 4t$ | 27      | 2              | $0.7t$ | $\cos 4t$ |
| 13      | 1              | $0.5t$ | $\sin 3t$ | 28      | 2.5            | $0.8t$ | $\cos 3t$ |
| 14      | 1.5            | $0.6t$ | $\sin 2t$ | 29      | 1              | $0.5t$ | $\cos 2t$ |
| 15      | 2              | $0.7t$ | $\sin t$  | 30      | 1.5            | $0.6t$ | $\cos t$  |

Таблица 3: Исходные данные для задания 3

| Вариант | $u(t)$                    | Вариант | $u(t)$                   | Вариант | $u(t)$                   |
|---------|---------------------------|---------|--------------------------|---------|--------------------------|
| 1       | $3\sin(2t) + 0.5\cos(t)$  | 11      | $0.01t^2 + 4\cos(t)$     | 21      | $3\sin(2t) - 0.5\cos(t)$ |
| 2       | $2\sin(t) + \cos(t)$      | 12      | $3\cos(2t) - 0.5\sin(t)$ | 22      | $2\sin(t) - \cos(t)$     |
| 3       | $-\sin(3t) - 2\sin(4t)$   | 13      | $5\sin(2t) + 0.5t$       | 23      | $\cos(2t) + 2\cos(3t)$   |
| 4       | $4\sin(2t) - 0.5\cos(3t)$ | 14      | $0.05t^2 + 5\sin(t)$     | 24      | $2\sin(t) - 0.5\sin(2t)$ |
| 5       | $t + 2\sin(4t)$           | 15      | $2\sin(t) + 0.5\sin(2t)$ | 25      | $t - 2\sin(4t)$          |
| 6       | $4\cos(2t) + 0.5t$        | 16      | $\cos(2t) - 2\cos(3t)$   | 26      | $3\cos(2t) - 0.5t$       |
| 7       | $t - 3\cos(3t)$           | 17      | $\sin(t) + \cos(4t)$     | 27      | $t + 3\cos(3t)$          |
| 8       | $3\sin(2t) + 0.5t$        | 18      | $3\sin(2t) + 0.5\cos(t)$ | 28      | $4\sin(2t) - 0.5t$       |
| 9       | $\sin(3t) - \cos(t)$      | 19      | $-\sin(t) - 3\cos(2t)$   | 29      | $\sin(3t) + \cos(t)$     |
| 10      | $3\sin(t) + 2\cos(3t)$    | 20      | $2\sin(t) + 2\cos(3t)$   | 30      | $3\sin(t) - 2\cos(3t)$   |

Таблица 4: Параметры блоков «Step» для задания 4

|       | <i>Step time</i> | <i>Initial value</i> | <i>Final value</i> |
|-------|------------------|----------------------|--------------------|
| Step1 | 0                | 0                    | $10^a$             |
| Step2 | $10^{-a}$        | 0                    | $-10^a$            |