

---

ЛР №6 «Критерий Найквиста и системы с запаздыванием»

---

Отчет

Студент

Кирилл Лалаянц

R33352

336700

Вариант - 6

Преподаватель

Пашенко А.В.

Факультет Систем Управления и Робототехники

ИТМО

20.11.2023

## Содержание

1	Вводные данные	1
1.1	Цель работы . . . . .	1
1.2	Воспроизведение результатов . . . . .	1
2	Выполнение работы	2
2.1	Задание 1. Годограф Найквиста. . . . .	2
2.1.1	Теория . . . . .	2
2.1.2	Результаты . . . . .	2
2.2	Задание 2. Коэффициент усиления. . . . .	7
2.2.1	Теория . . . . .	7
2.2.2	Результаты . . . . .	7
2.3	Задание 3. Запаздывание. . . . .	9
2.3.1	Теория . . . . .	9
2.3.2	Результаты . . . . .	9
3	Заключение	11
3.1	Выводы . . . . .	12

## 1 Вводные данные

### 1.1 Цель работы

В этой работе будет проведено исследование следующих вопросов:

- Критерий Найквиста.
- Системы с запаздыванием.
- Зависимость устойчивости от запаздывания и усиления.

### 1.2 Воспроизведение результатов

Все результаты можно воспроизвести с помощью [репозитория](#).

## 2 Выполнение работы

### 2.1 Задание 1. Годограф Найквиста.

#### 2.1.1 Теория

В этом задании надо придумать ТФ  $k$  степени с  $n$  неустойчивых полюсов, чтобы при замыкании у получившейся системы было  $m$  неустойчивых. В общем виде получение такой передаточной функции происходит в несколько простых действий. Пусть  $W_{open} = \frac{N_{open}}{D_{open}}$ . Тогда:

1.  $\forall(i \in N) \leq k \rightarrow D_{open}(\lambda_{open\ i}) = 0 \Rightarrow D_{open} = \prod_{i=1}^k (s - \lambda_{open\ i});$
2.  $\forall(i \in N) \leq k \rightarrow D_{closed}(\lambda_{closed\ i}) = 0 \Rightarrow D_{closed} = \prod_{i=1}^k (s - \lambda_{closed\ i});$
3.  $W_{closed} = \frac{W_{open}}{1+W_{open}} = \frac{N_{open}}{N_{open}+D_{open}} = \frac{N_{open}}{D_{closed}} \Rightarrow N_{open} = D_{closed} - D_{open}$

После этого можно наглядно проверить выполнения критерий Найквиста. Изменения количества устойчивых полюсов должно совпадать с количеством оборотов вокруг точки  $(-1, 0)$ .

#### 2.1.2 Результаты

На графике (Рис. 1) представлен АФЧХ для системы с 4 неустойчивыми полюсами:

$$W_{open} = \frac{3.0s^2 - 31.0s + 74.0}{1.0s^3 - 10.0s^2 + 33.0s - 34.0}$$

$$W_{closed} = \frac{3.0s^2 - 31.0s + 74.0}{1.0s^3 - 7.0s^2 + 2.0s + 40.0}$$

По критерию Найквиста, у замкнутой должно быть 3 неустойчивых, что совпадает с действительностью. Результат преобразования корней видно ниже (Рис. 2).

Выход систем представлен на рис. 3

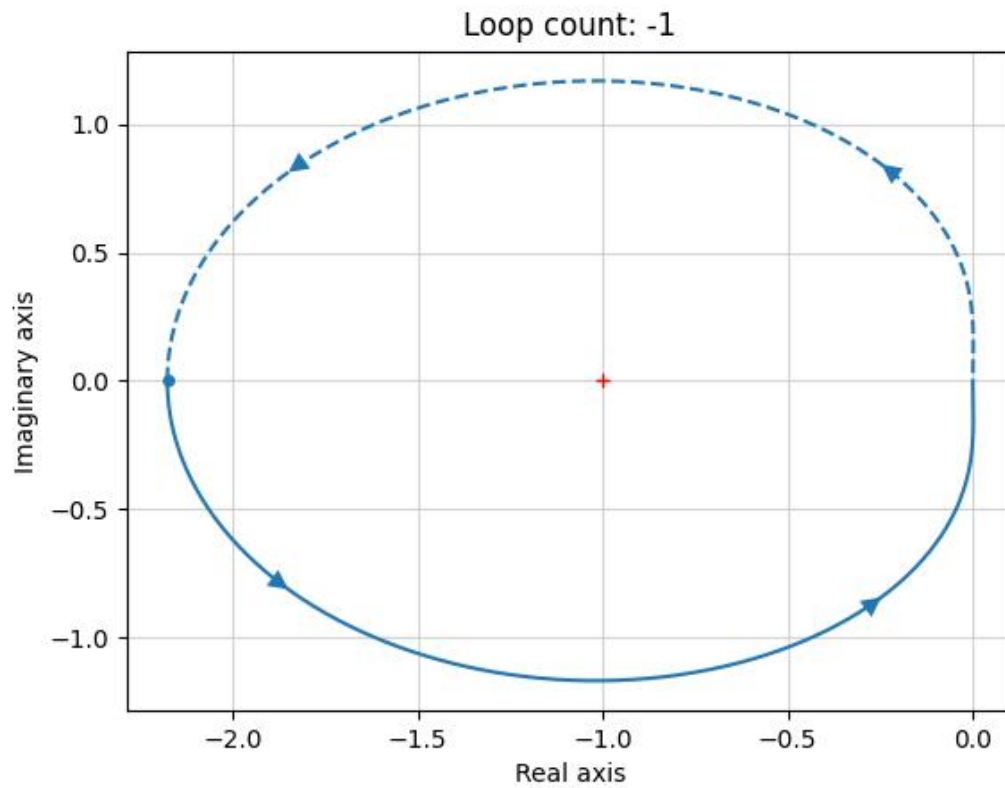


Рис. 1: Критерий Найквиста 1.

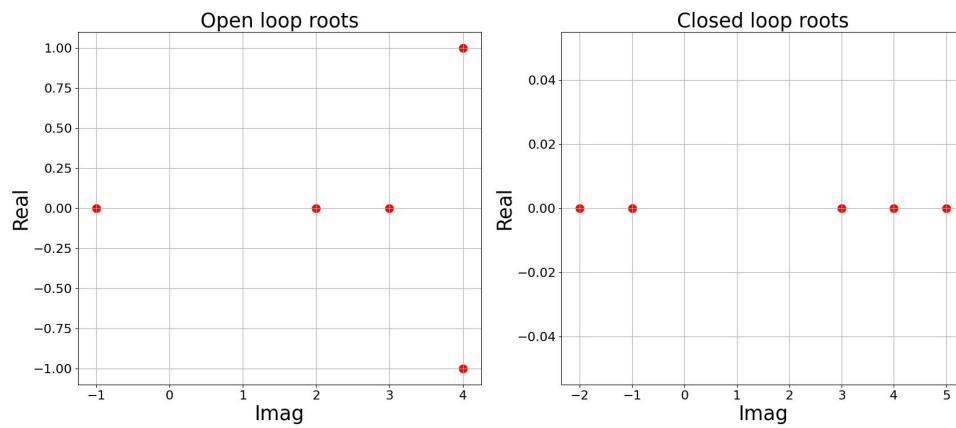


Рис. 2: Корни систем 1.

На графике (Рис. 4) представлен АФЧХ для системы с 0 неустойчивыми полюсами:

$$W_{open} = \frac{-23.0s^2 + 6.0s - 111.0}{1.0s^3 + 11.0s^2 + 41.0s + 51.0}$$

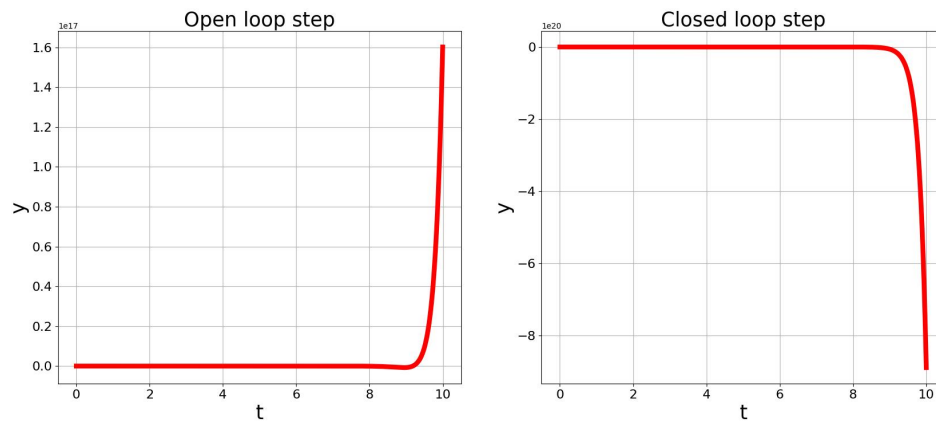


Рис. 3: Step response 1.

$$W_{closed} = \frac{23.0s^2 - 6.0s + 111.0}{-1.0s^3 + 12.0s^2 - 47.0s + 60.0}$$

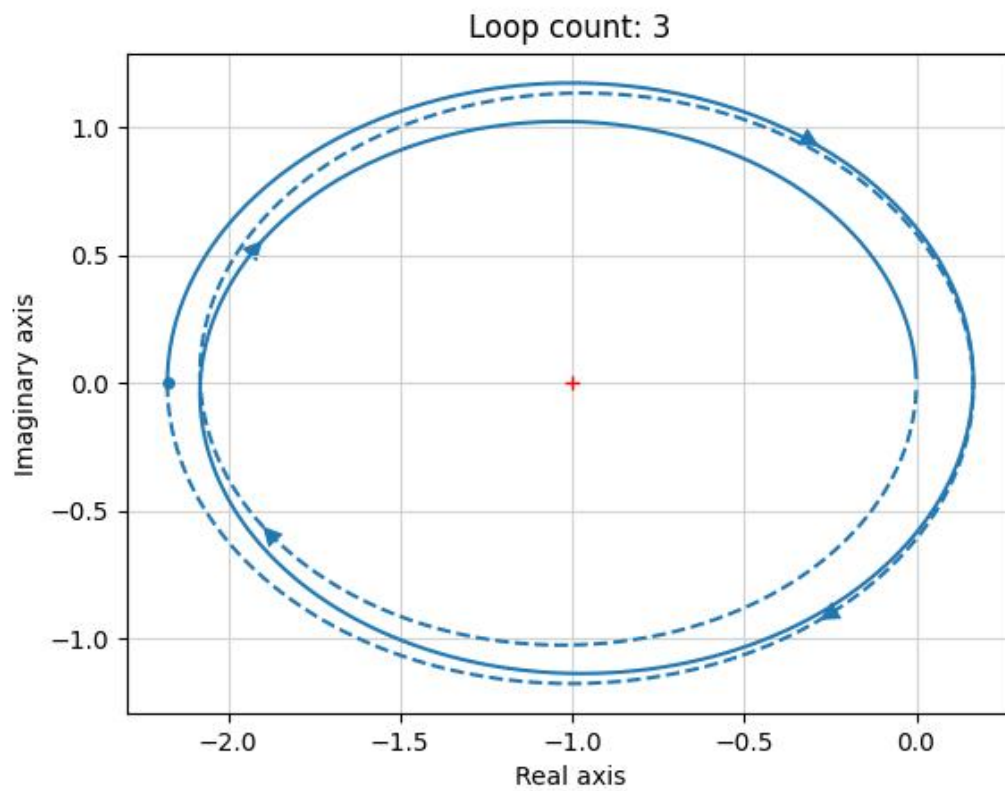


Рис. 4: Критерий Найквиста 2.

По критерию Найквиста, у замкнутой должно быть 3 неустойчивых, что совпадает с действительностью. Результат преобразования корней видно ниже (Рис. 5).

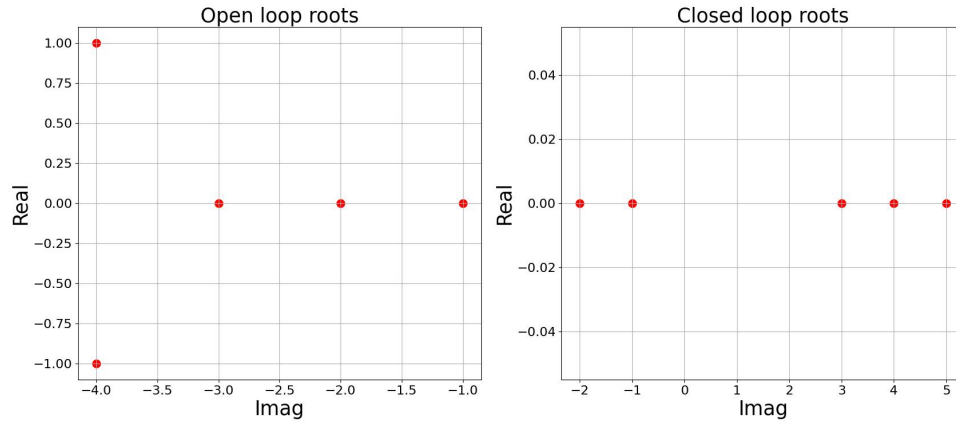


Рис. 5: Корни систем 2.

Выход систем представлен на рис. 6

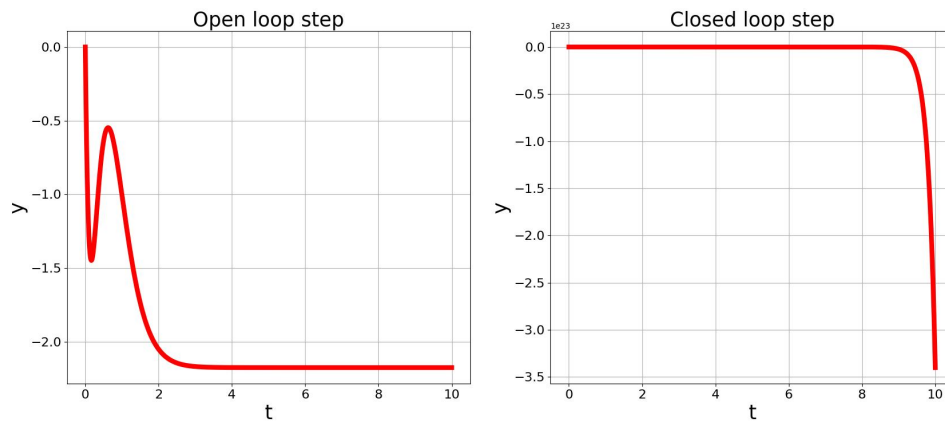


Рис. 6: Step response 2.

На графике (Рис. 7) представлен АФЧХ для системы с 4 неустойчивыми полюсами:

$$W_{open} = \frac{27.0s^3 + 8.0s^2 + 287.0s + 18.0}{1.0s^4 - 13.0s^3 + 63.0s^2 - 133.0s + 102.0}$$

$$W_{closed} = \frac{27.0s^3 + 8.0s^2 + 287.0s + 18.0}{1.0s^4 + 14.0s^3 + 71.0s^2 + 154.0s + 120.0}$$

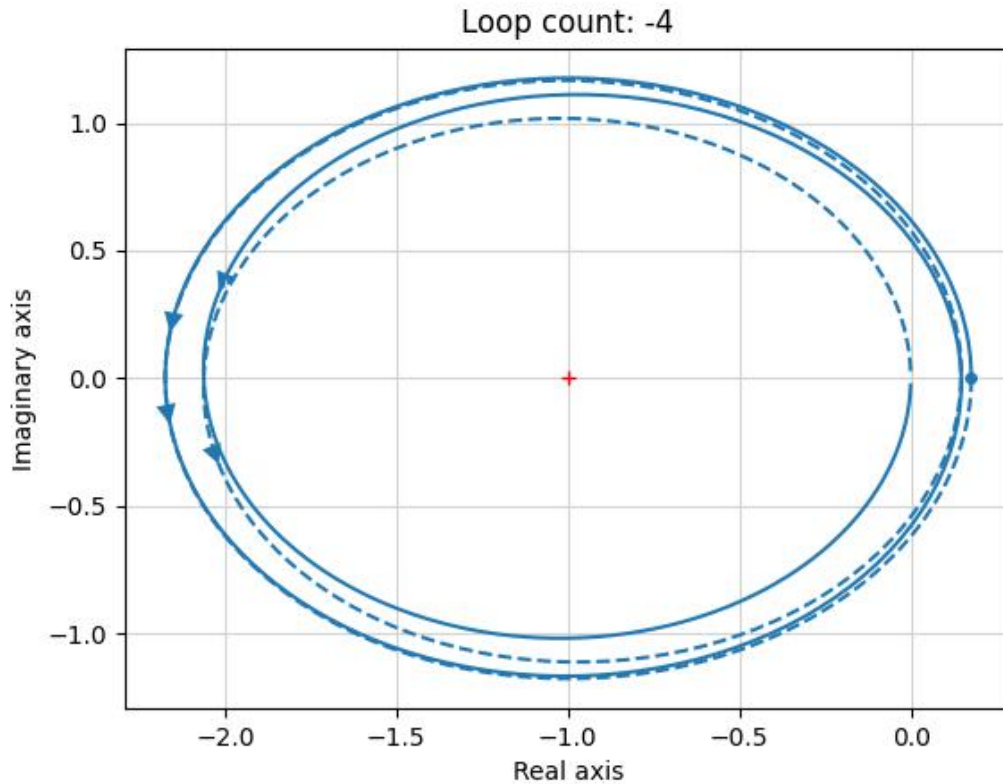


Рис. 7: Критерий Найквиста 3.

По критерию Найквиста, у замкнутой должно быть 0 неустойчивых, что совпадает с действительностью. Результат преобразования корней видно ниже (Рис. 8).

Выход систем представлен на рис. 9



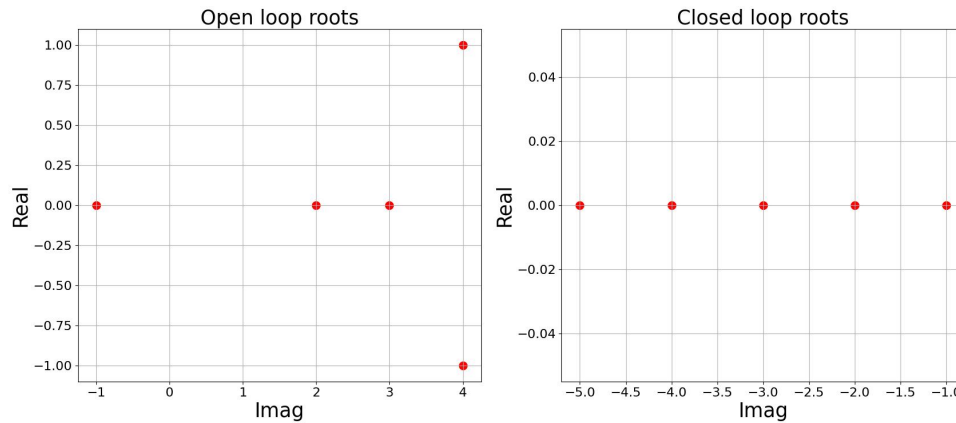


Рис. 8: Корни систем 3.

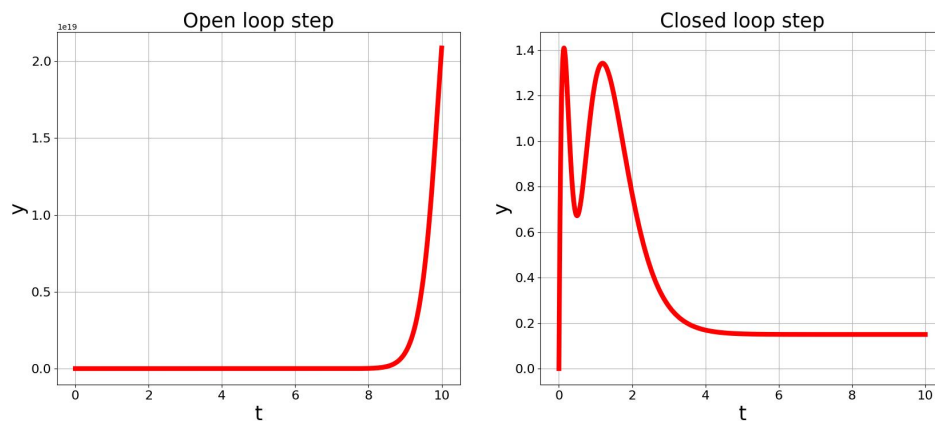


Рис. 9: Step response 3.

## 2.2 Задание 2. Коэффициент усиления.

### 2.2.1 Теория

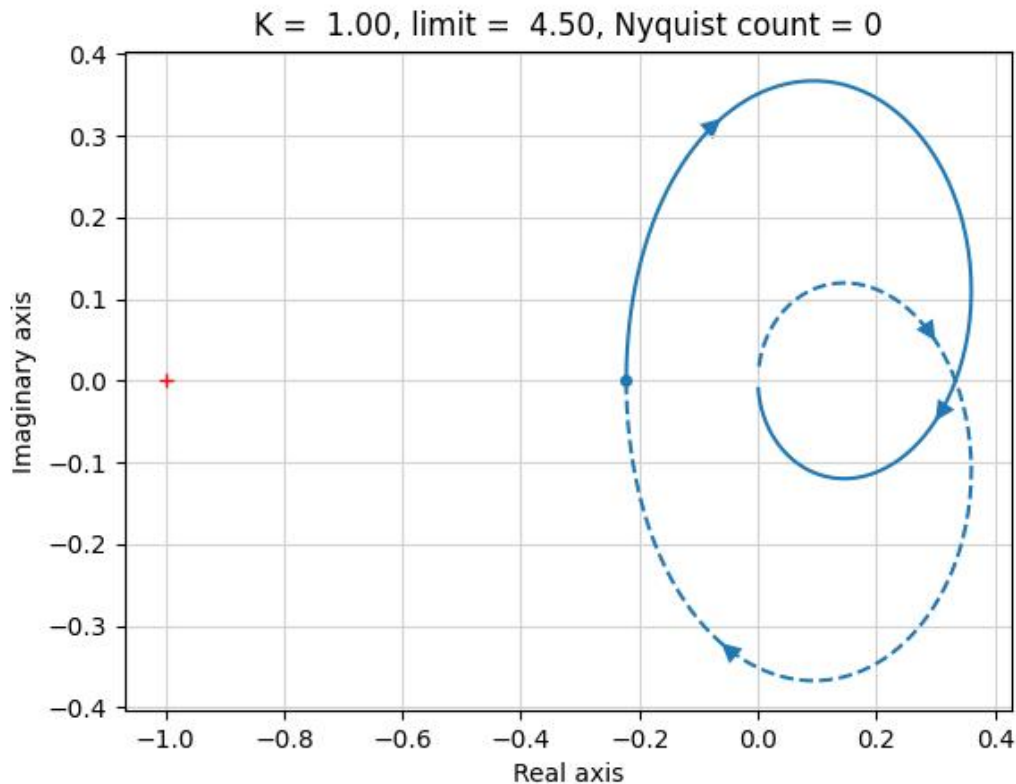
Для нахождения граничного коэффициента усиления на ФЧХ находится частота, соответствующая усилению 1. После этого находится амплитуда, соответствующая этой частоте, на АЧХ. Граничный коэффициент усиления обратен этому значению.

### 2.2.2 Результаты

$$W_1 = \frac{s - 2}{s^2 + 3s + 9}$$

Для системы  $W_1$  имеем годограф (рис. 20). Запас по амплитуде  $K = 4.5$ .

Ниже приведены графики с разными  $K$  (рис. 11 – 13) Как видно, годограф при


 Рис. 10: Годограф 1,  $K = 1$ 

превышении граничного значения начинает делать поворот по часовой вокруг точки -1, что добавляет системе неустойчивый полюс.

Ниже приведен пример моделирования системы с разными  $K$ . Как видно, при значении больше граничного годограф начинает делать оборот вокруг точки -1, что добавляет неустойчивый полюс.

$$W_2 = \frac{10s^2 + 10s + 3}{10s^3 - 10s^2}$$

Для системы  $W_2$  имеем годограф (рис. 15). Запас по амплитуде – 0.2.

Ниже приведены графики с разными  $K$  (рис. 16 – 18) Как видно, годограф при превышении граничного значения начинает делать поворот по часовой вокруг точки -1, что добавляет системе неустойчивый полюс.

Ниже приведен пример моделирования системы с разными  $K$ . Как видно, при значении меньше граничного система становится неустойчивой

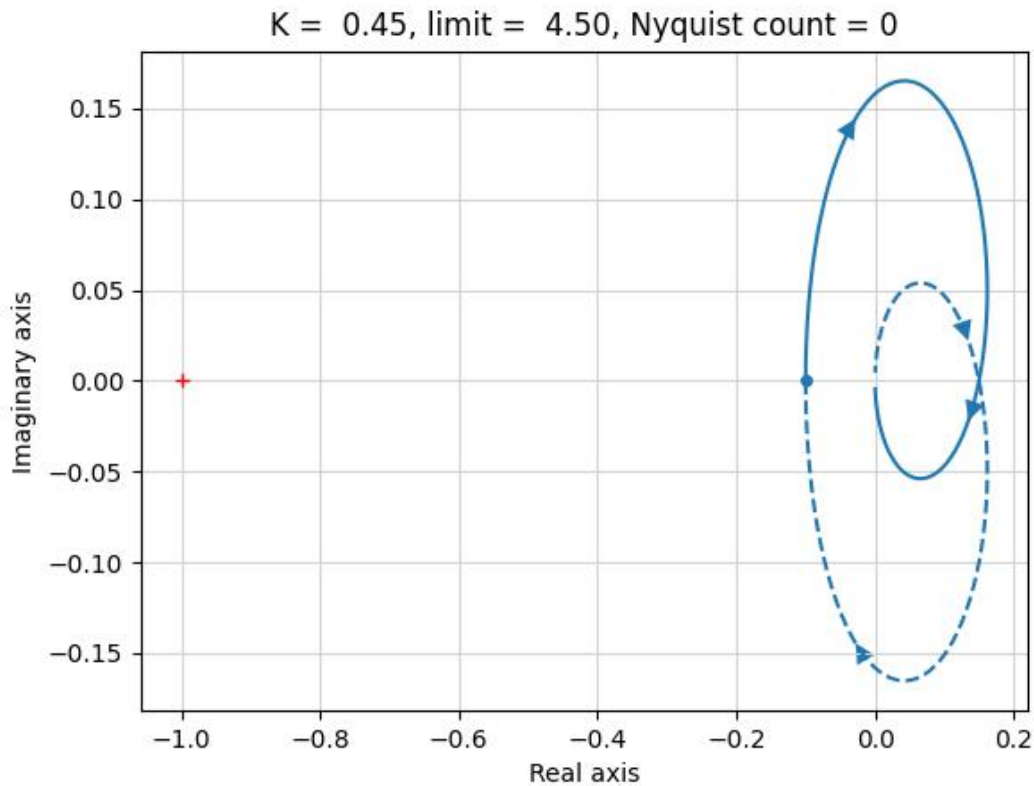


Рис. 11: Годограф 1,  $K = 0.45$ .

### 2.3 Задание 3. Запаздывание.

#### 2.3.1 Теория

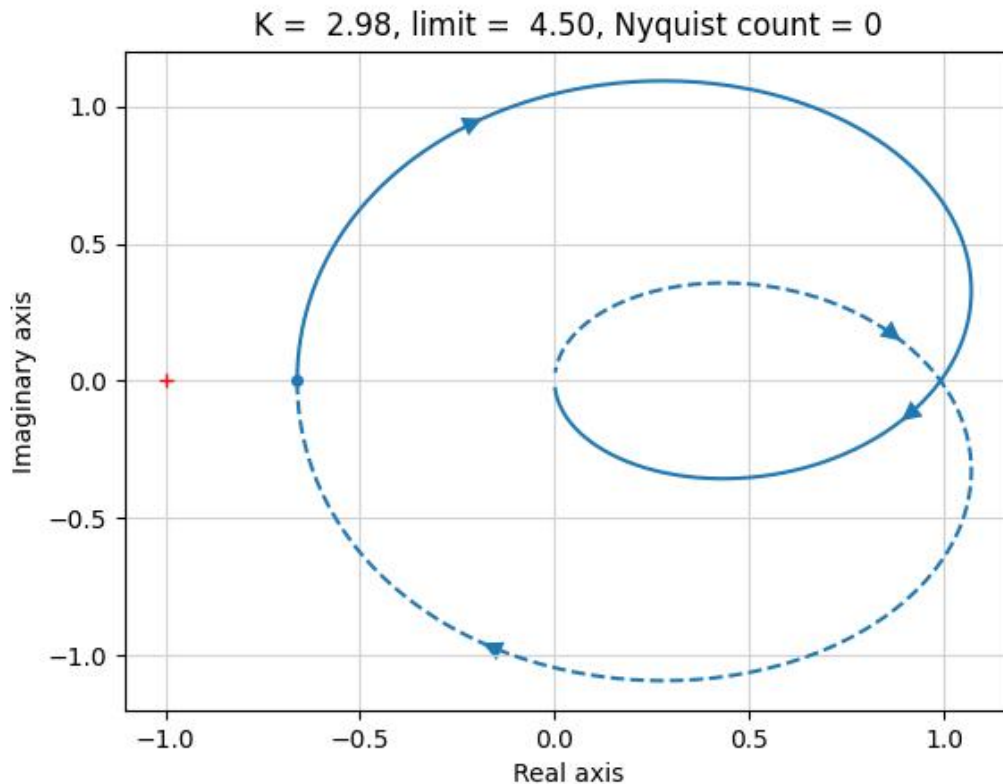
Для нахождения граничного коэффициента усиления на ФЧХ находится частота, соответствующая усилению 1. После этого находится угол отставания, соответствующая этой частоте, на ФЧХ. Граничный коэффициент запаздывания равен этой фазе  $+ 180$  разделить на частоту.

#### 2.3.2 Результаты

$$W_1 = \frac{9s + 2}{s^2 + 3s + 5}$$

Для системы  $W_1$  имеем годограф (рис. 20). Запас по фазе  $t = 0.21$ .

Ниже приведены графики с разными  $t$  (рис. 21 – 23) Как видно, годограф при превышении граничного значения начинает делать поворот по часовой вокруг точки -1, что добавляет системе неустойчивый полюс.

Рис. 12: Годограф 1,  $K = 2.98$ .

Ниже приведен пример моделирования системы с разными  $t$ . Как видно, при значении больше граничного годограф начинает делать оборот вокруг точки -1, что добавляет неустойчивый полюс.

$$W_2 = \frac{10s^2 - 6s + 11}{10s^3 - s^2 + 38s + 20}$$

Для системы  $W_2$  имеем годограф (рис. 25). Запас по  $t$  – 0.05.

Ниже приведены графики с разными  $K$  (рис. 26 – 28) Как видно, годограф при превышении граничного значения начинает делать поворот по часовой вокруг точки -1, что добавляет системе неустойчивый полюс.

Ниже приведен пример моделирования системы с разными  $t$ . Как видно, при значении меньше граничного система становится неустойчивой

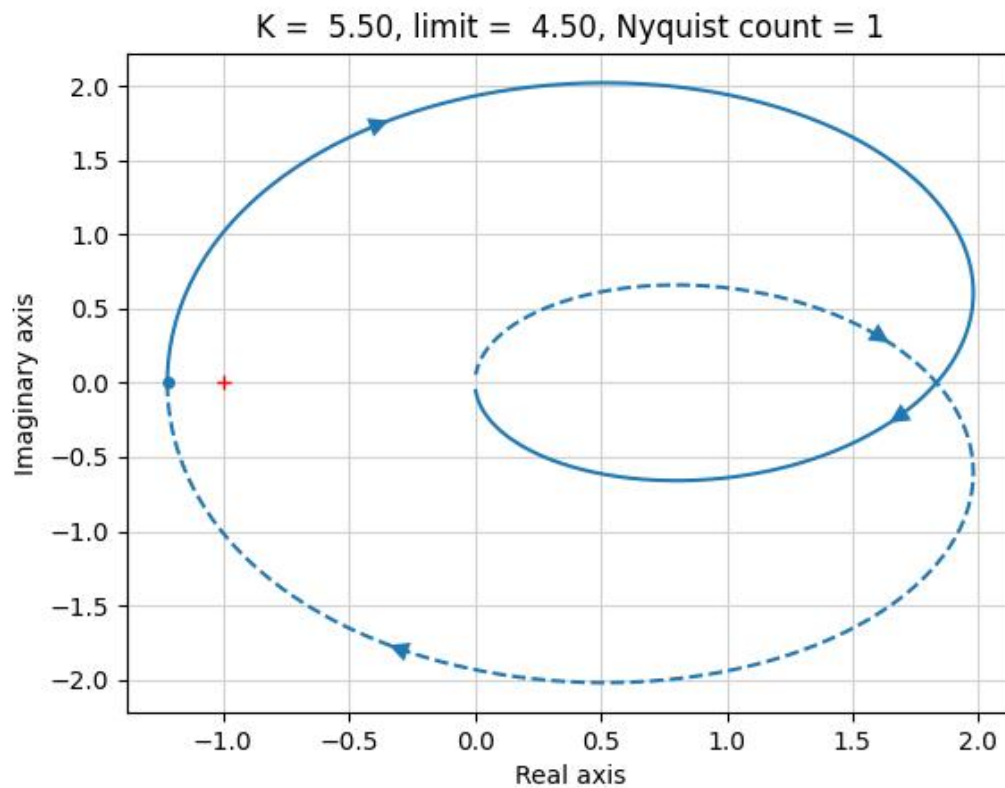


Рис. 13: Годограф 1,  $K = 5.5$ .

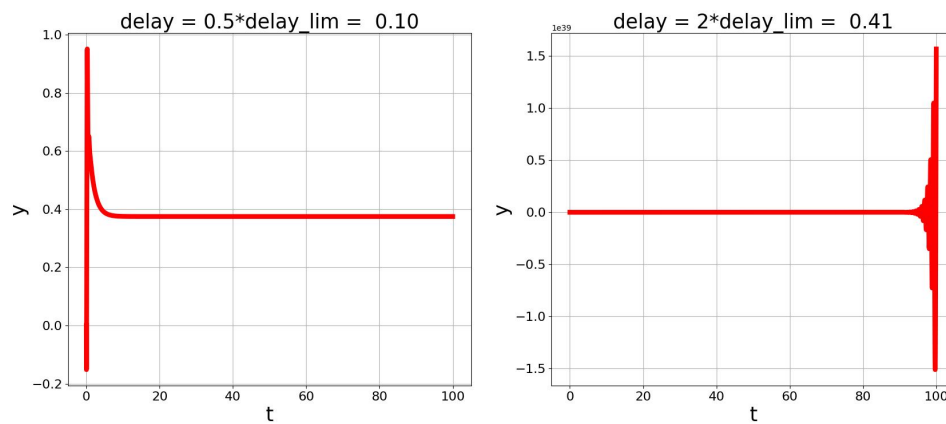


Рис. 14: Система 1, симуляция.

### 3 Заключение

В этой работе было проведено исследование следующих вопросов:

- Критерий Найквиста.

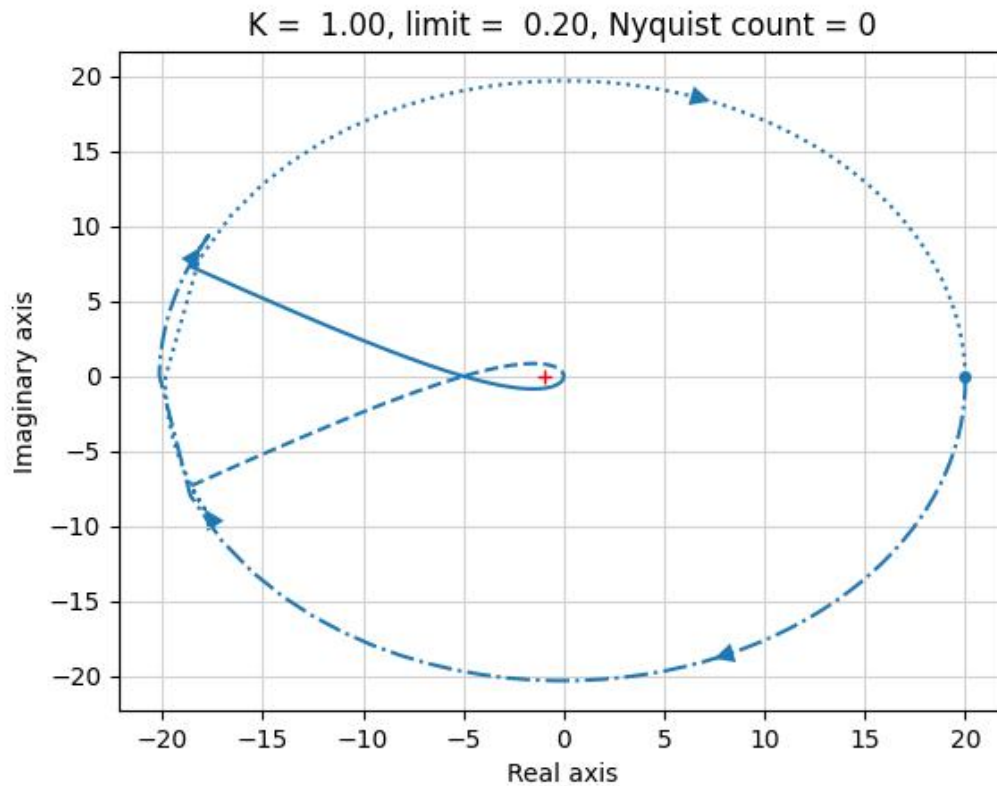


Рис. 15: Годограф 2,  $K = 1$ .

- Системы с запаздыванием.
- Зависимость устойчивости от запаздывания и усиления.

### 3.1 Выводы

1. Критерий Найквиста работает.
2. Для систем у которых амплитуду надо уменьшать, чтобы она попала в -1 – поведение при изменении коэффициента усиления обратное.
3. Аналогично для задержек

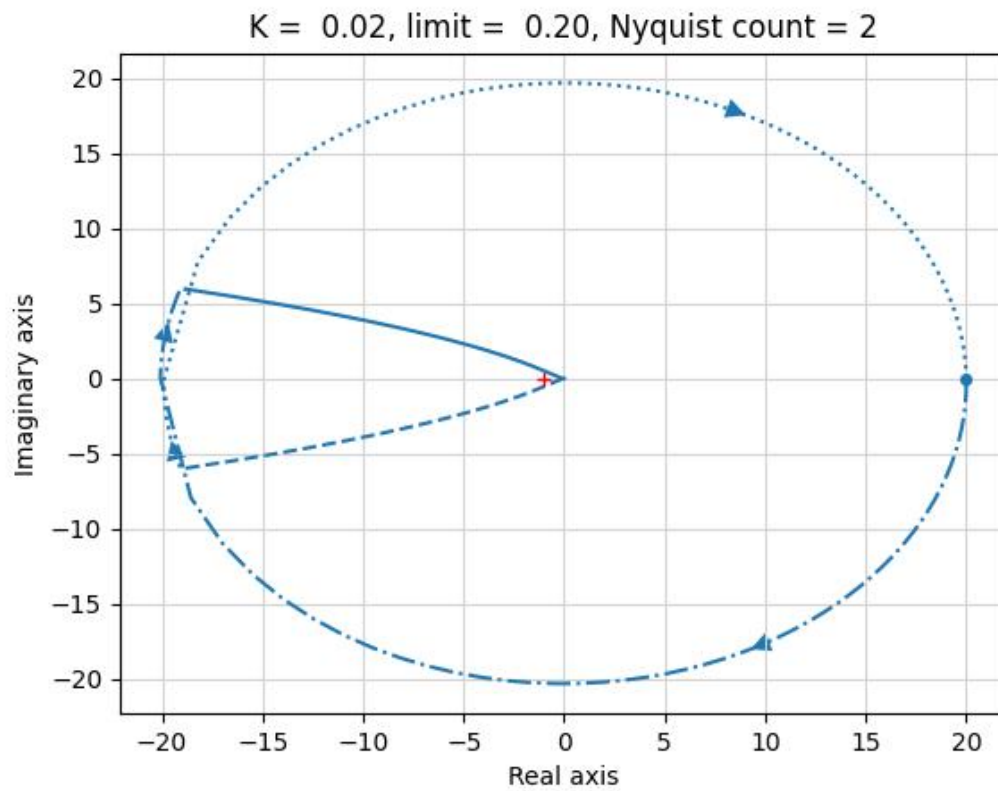


Рис. 16: Годограф 2,  $K = 0.02$ .

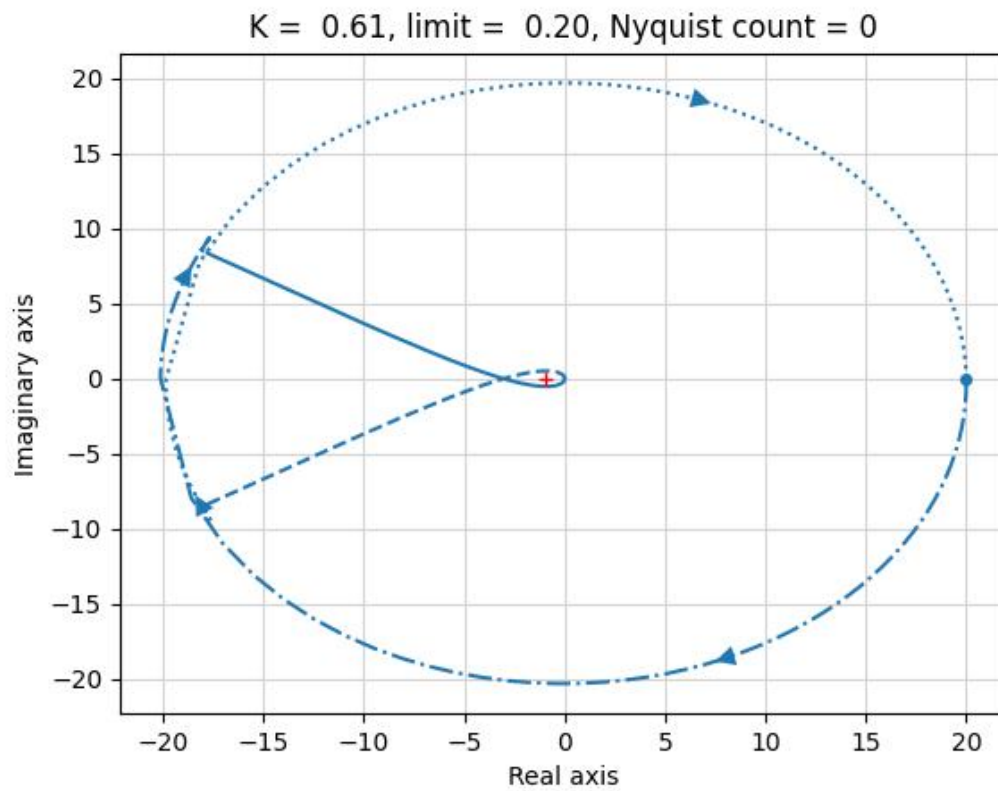


Рис. 17: Годограф 2,  $K = 0.61$ .



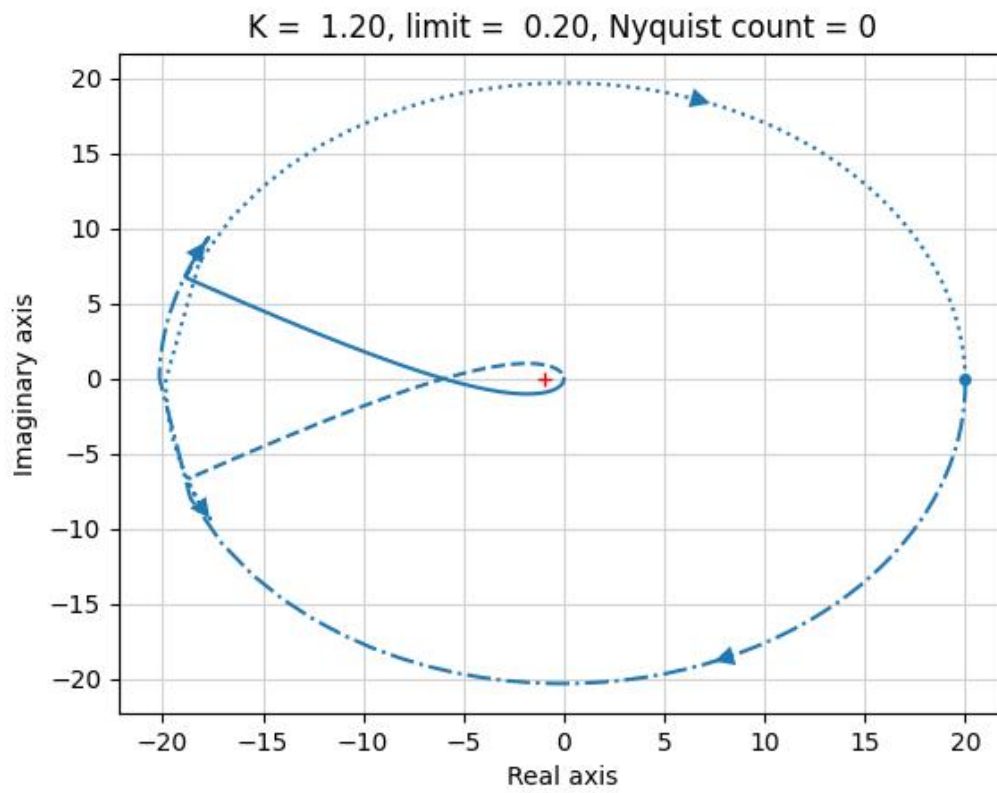


Рис. 18: Годограф 2,  $K = 1.2$ .

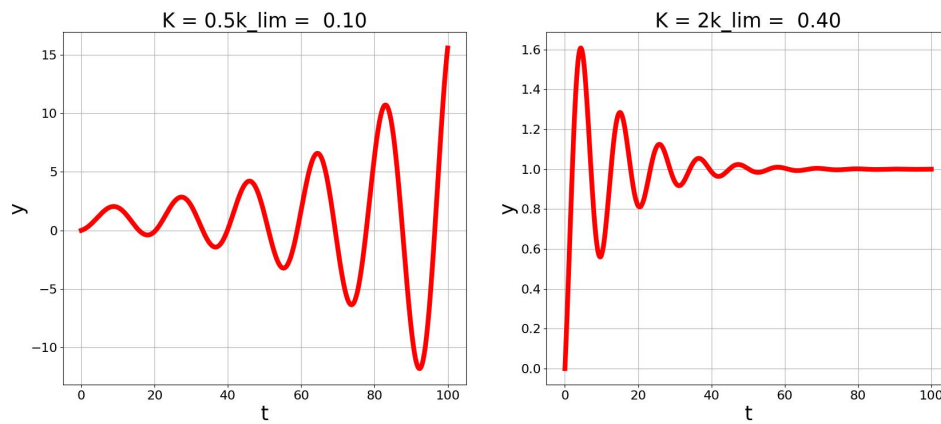


Рис. 19: Система 2, симуляция.

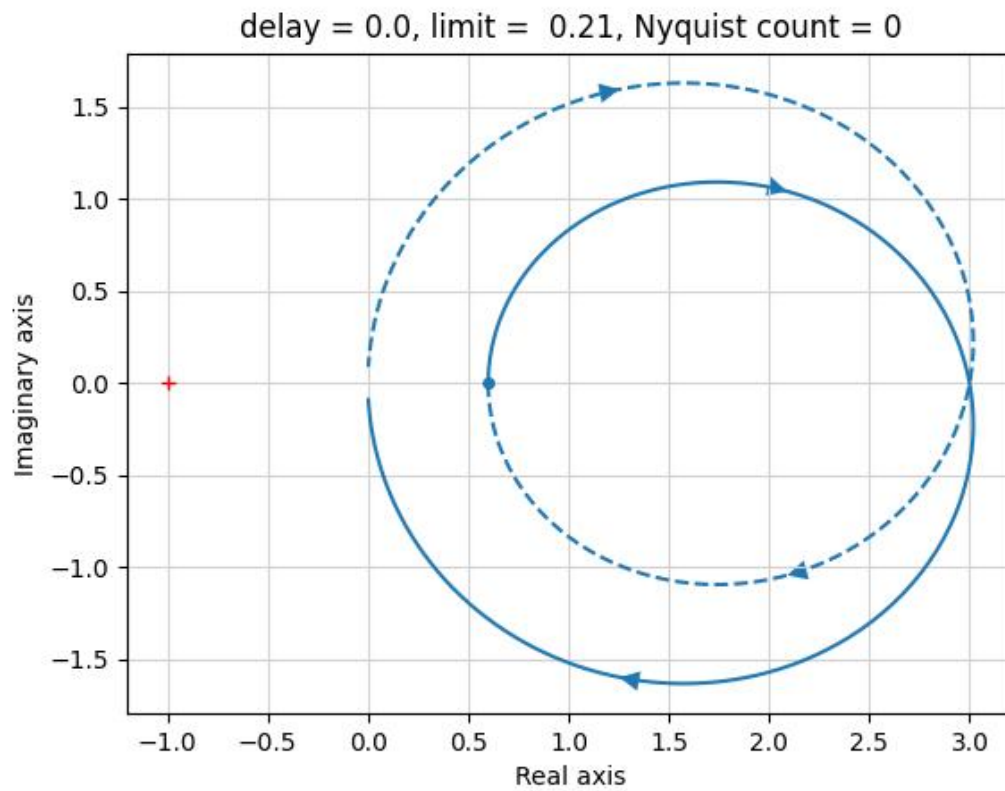


Рис. 20: Годограф 1,  $t = 0$ .

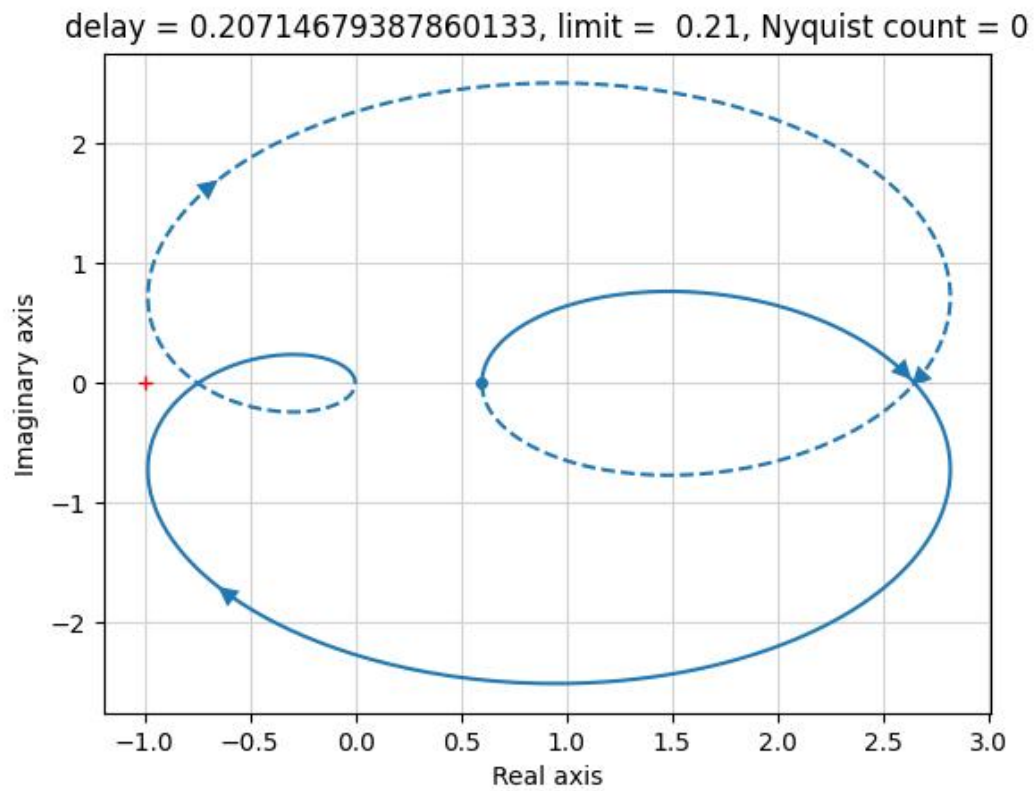


Рис. 21: Годограф 1,  $t = 0.21$ .

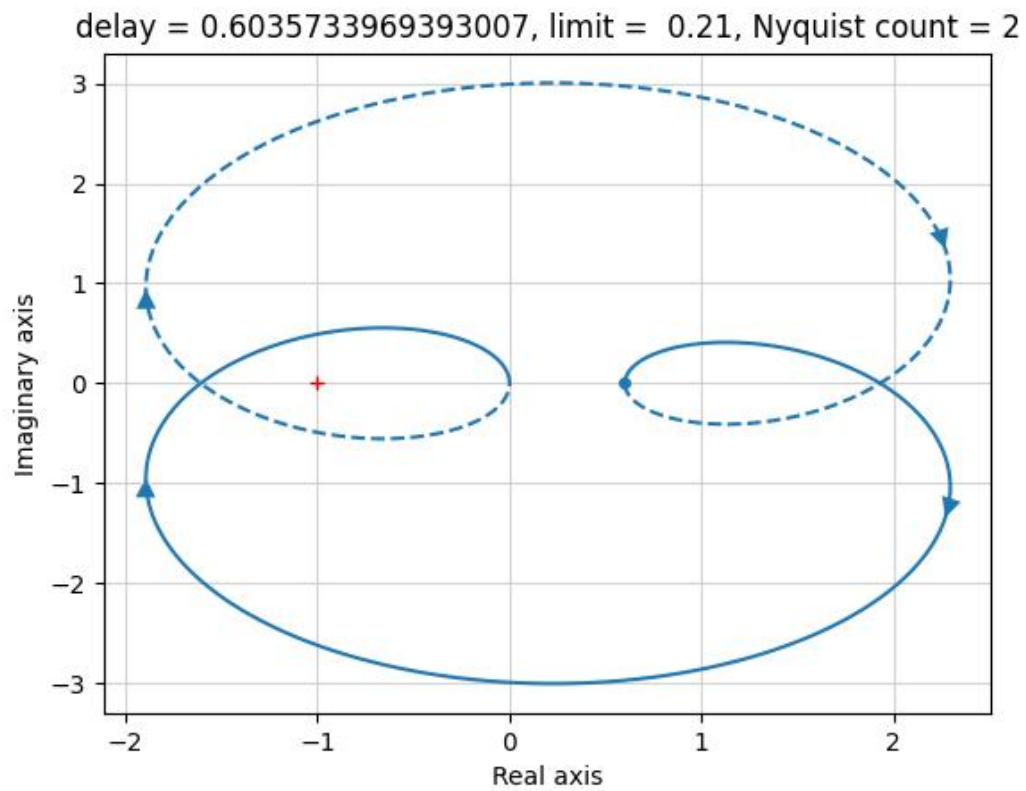


Рис. 22: Годограф 1,  $t = 0.6$ .

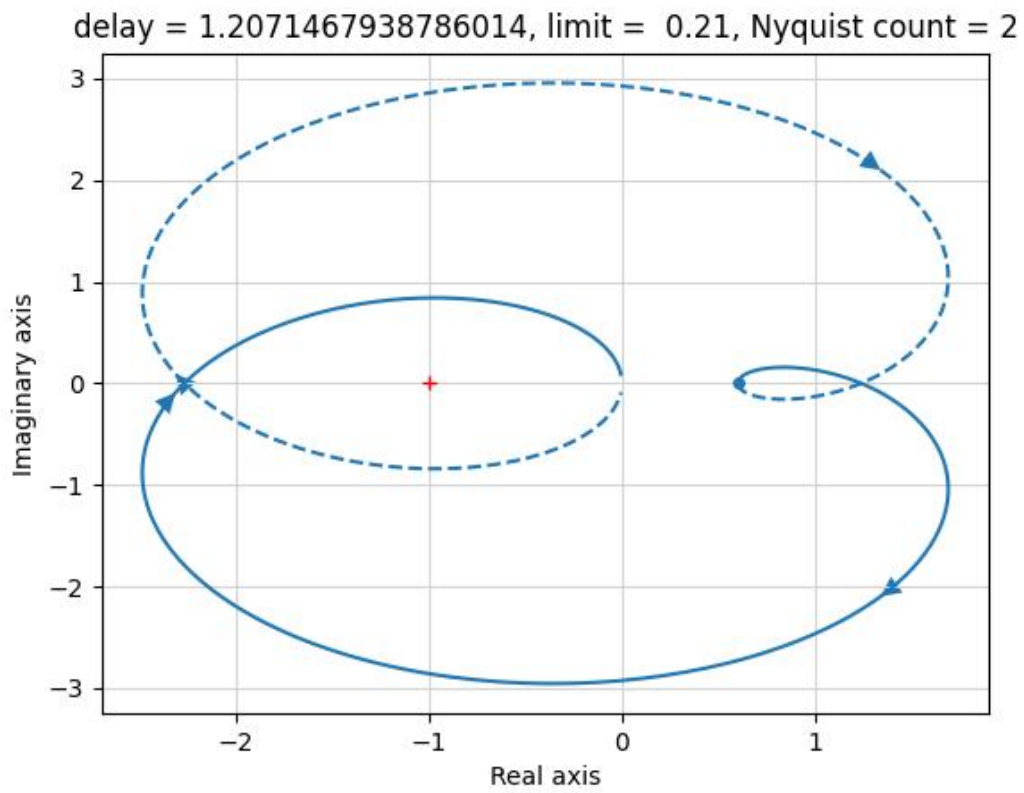


Рис. 23: Годограф 1,  $t = 1.21$ .

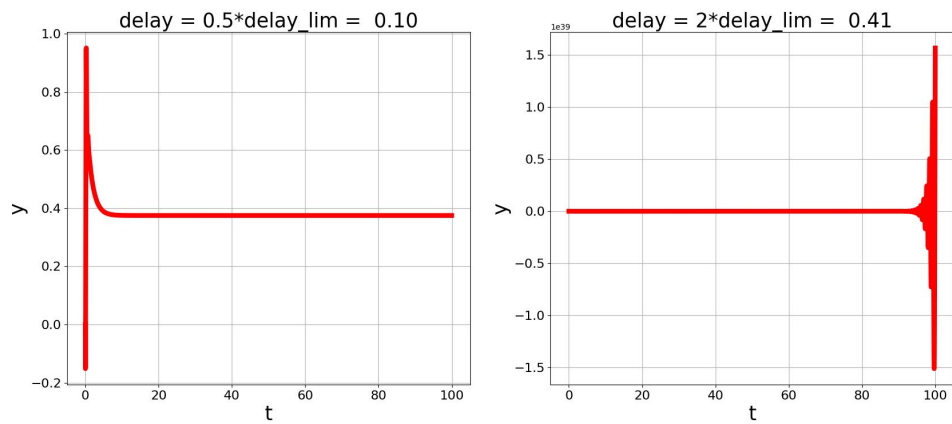


Рис. 24: Система 1, симуляция.

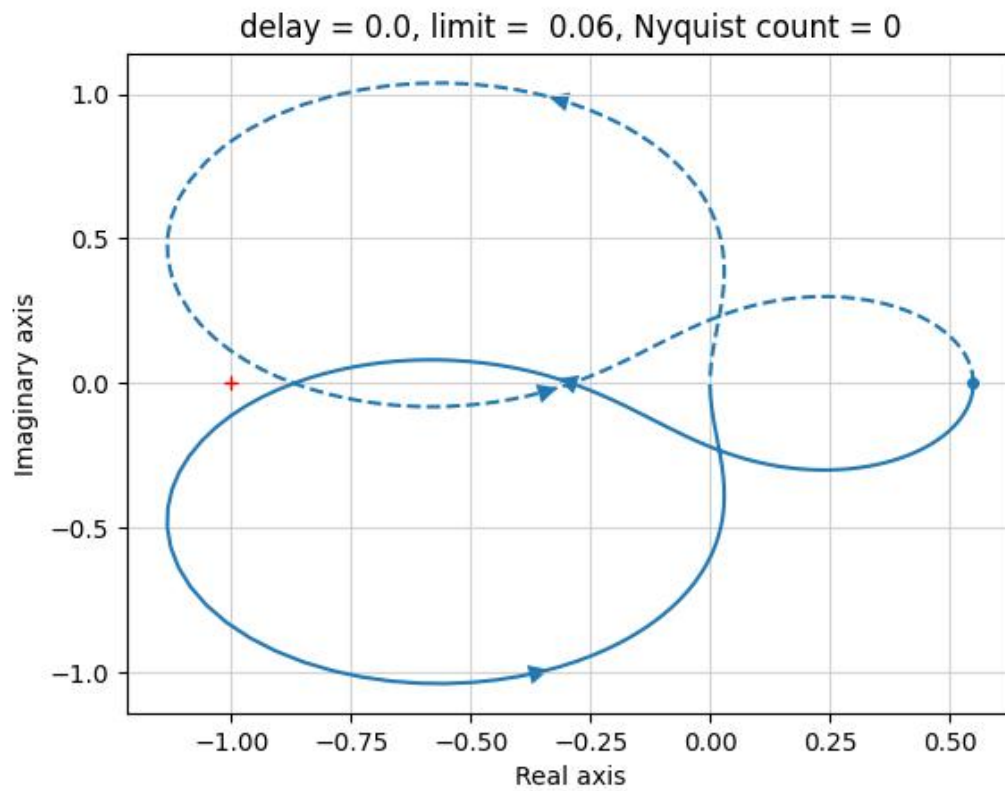


Рис. 25: Годограф 2,  $t = 0$ .

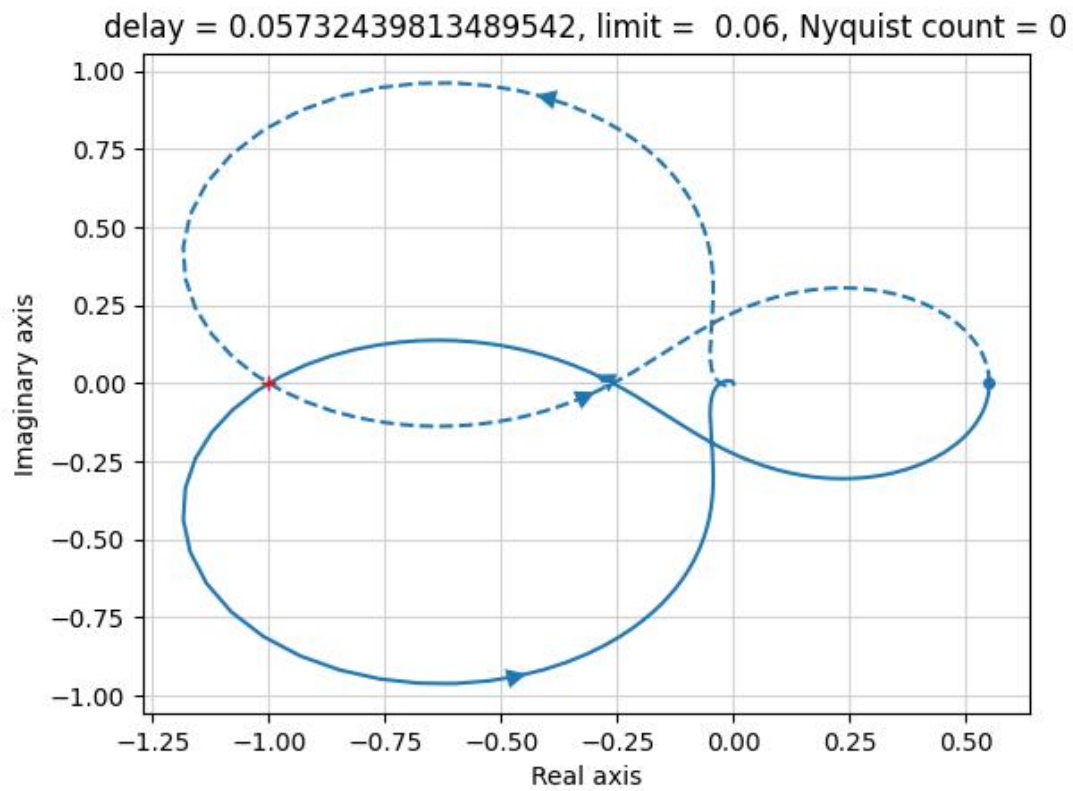


Рис. 26: Годограф 2,  $t = 0.02$ .

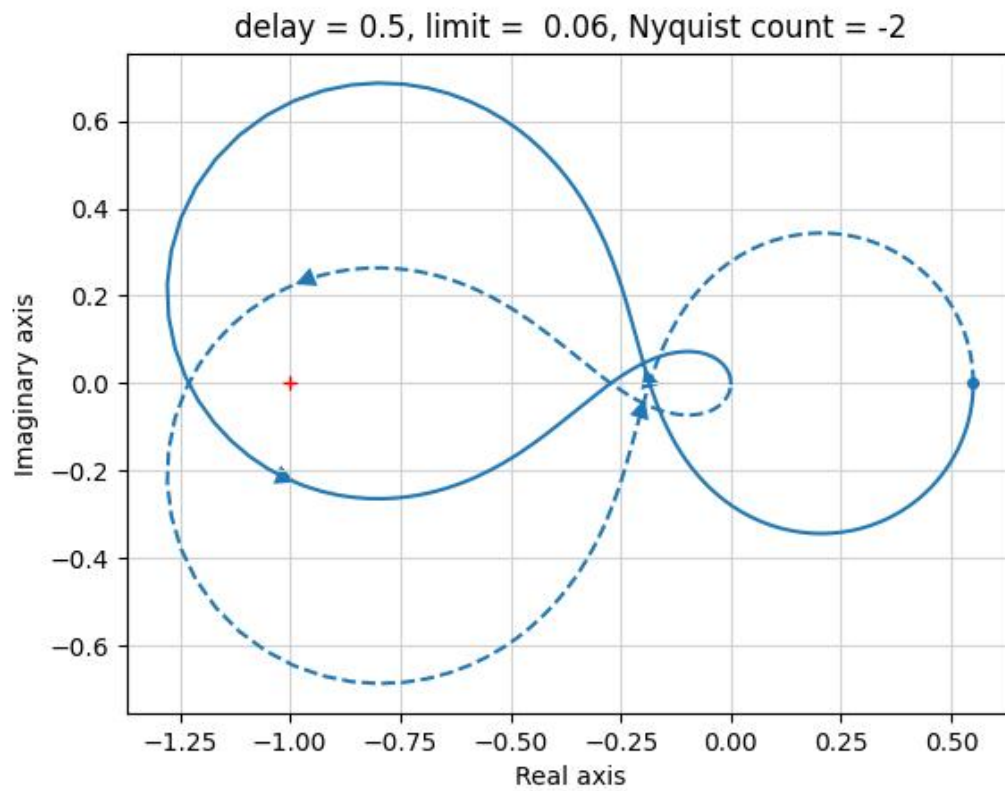


Рис. 27: Годограф 2,  $t = 0.50$ .



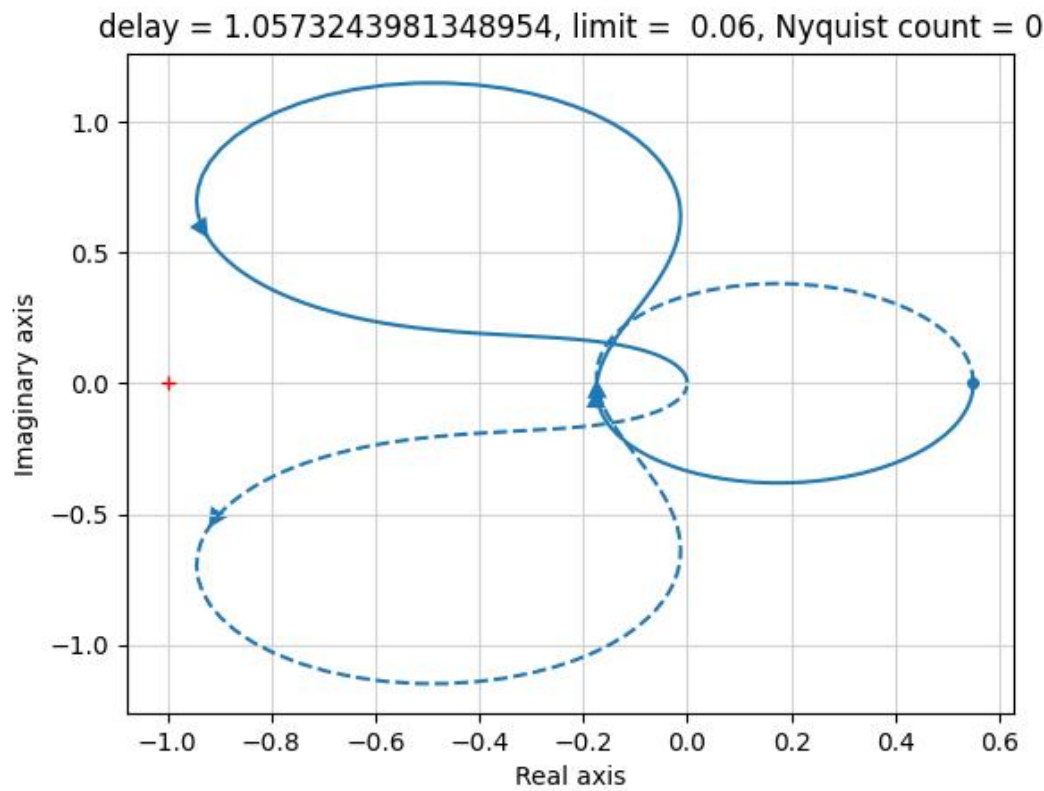


Рис. 28: Годограф 2,  $t = 1.06$ .

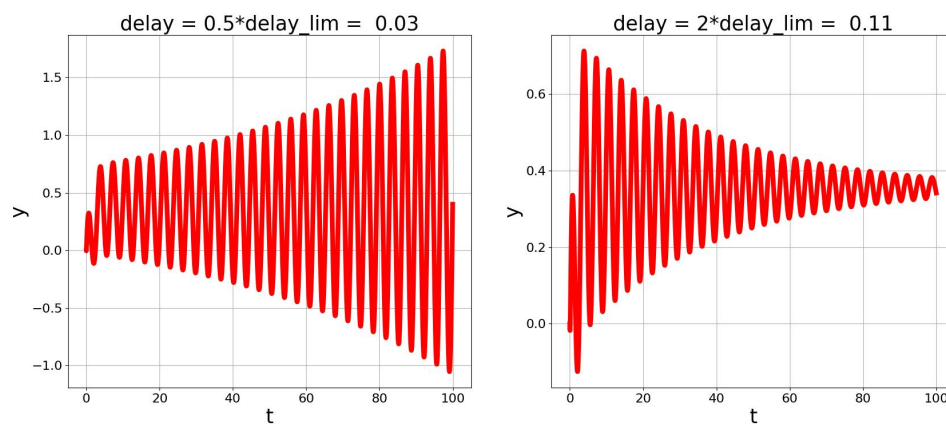


Рис. 29: Система 2, симуляция.