ЛР №11 « H_2 и H_∞ »

Отчет

Студент Кирилл Лалаянц R33352 336700 Вариант - 11

Преподаватель Пашенко А.В.

Факультет Систем Управления и Робототехники

ИТМО

Содержание

1	Вводные данные		1
	1.1	Цель работы	1
		1.1.1 Программная реализация	1
2	Основная часть		2
	2.1	Синтез Н2-регулятора по состоянию.	2
		2.1.1 Теория	2
	2.2	Синтез H_2 -регулятора по выходу	10
	2.3	Синтез H_{∞} -регулятора по состоянию	17
	2.4	Синтез H_{∞} -регулятора по выходу	26
3	Заключение		
	3.1	Выводы	36

1 Вводные данные

1.1 Цель работы

В этой работе пройдет изучение H_2 и H_∞ регуляторов.

1.1.1 Программная реализация

С исходным кодом можно ознакомиться в репозитории на Github.

2 Основная часть

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ y = C_1 x + D_1 w \\ z = C_2 x + D_2 u \end{cases}$$
 $x = \begin{bmatrix} \text{координата} \\ \text{скорость} \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ —ускорение тележки; $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ —координата тележки;
$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; w \in \mathbb{R}^3$$
 — шумы системы;

- 2.1 Синтез Н2-регулятора по состоянию.
- 2.1.1 Теория

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_2 x + D_2 u \end{cases}$$

Принято, что $C_2^T D_2 = 0$. Можем синтезировать H_2 -регулятор по состоянию (u = Kx) следующим образом:

$$\begin{cases} A^T Q + QA + C_2^T C_2 - QB_2 (D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q = 0 \\ K = -(D_2^T D_2)^{-1} B_2^T Q \end{cases}$$
$$||W(s)_{w \to z}||_{H_2} = \sqrt{trace(B_1^T Q B_1)}$$

Пусть $w = [\sin \sin \cos]^T$,

Вариант 1

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 \\ 0.00 & 1.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 1.00 \end{bmatrix};$$

$$C_2^T D_2 = 0 : True$$

$$D_2^T D_2 \text{ обратима} : True$$

$$spec(A - B_2 K) = \begin{bmatrix} -1.00 + 0.00j & -1.00 + -0.00j \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1.00 & 2.00 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 1.0i\omega} & 0 \\ -\frac{1.0}{-1.0\omega^2 + 2.0i\omega + 1.0} & \frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 2.0i\omega + 1.0} & 0 \\ -\frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 2.0i\omega + 1.0} & \frac{-2.0i\omega - 1.0}{-1.0\omega^2 + 2.0i\omega + 1.0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$||W||_{H_2} = 1.7320508075688776$$

 $||W||_{H_\infty} = 1.8027749569092566$

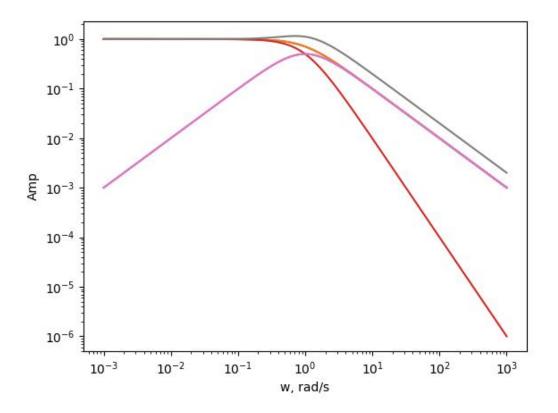


Рис. 1: АЧХ системы.

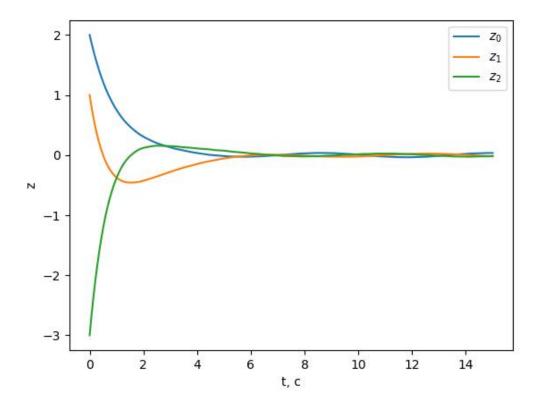


Рис. 2: Регулируемый выход системы.

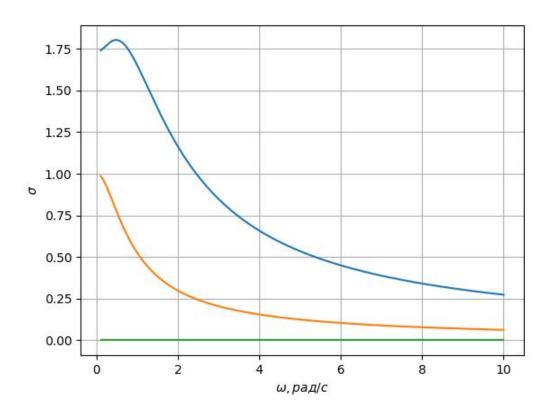


Рис. 3: Сингулярные числы.

Вариант 2

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ 1.00 \end{bmatrix};$$

$$C_2^T D_2 = 0 : True$$

$$D_2^T D_2 \text{ обратима} : True$$

$$spec(A - B_2 K) = \begin{bmatrix} -0.59 + 0.59j & -0.59 + -0.59j \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.71 & 1.19 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} -\frac{0.707106781186547i\omega}{-1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547} & -1.18920711500272i\omega - 0.707106781186547 \\ -\frac{1.0i\omega + 1.18920711500272}{-1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547} & -1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547 \\ -\frac{0.707106781186547i\omega}{-1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547} & -1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547 \\ -\frac{0.707106781186547i\omega}{-1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547} & -1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547 \\ -1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547 & -1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547 \\ -1.0\omega^2 + 1.18920711500272i\omega + 0.707106781186547 & -1.0\omega^2 + 0.707106781186547 \\ -1.0\omega^2 + 0.707106781186547 & -1.0\omega^2 + 0.707106781186547 \\ -1.0\omega^2 + 0.707106781186547 & -1.8920711500272i\omega + 0.707106781186547 \\ -1.0\omega^2 + 0.707106781186547 & -$$

 $||W||_{H_2} = 2.014995548509443$ $||W||_{H_\infty} = 2.759749617001796$

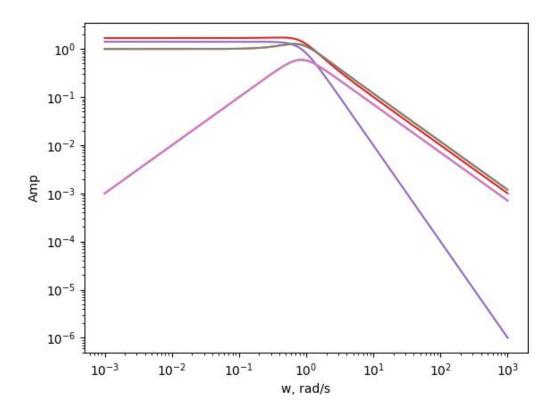


Рис. 4: АЧХ системы.

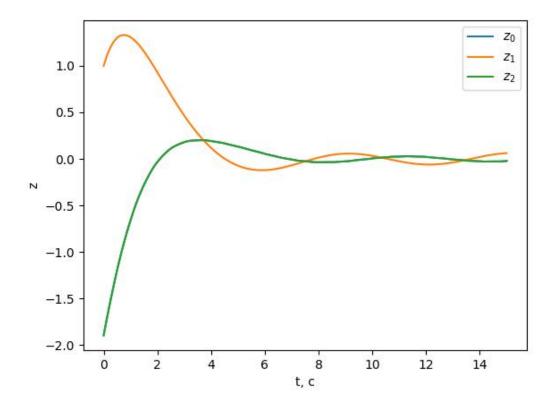


Рис. 5: Регулируемый выход системы.

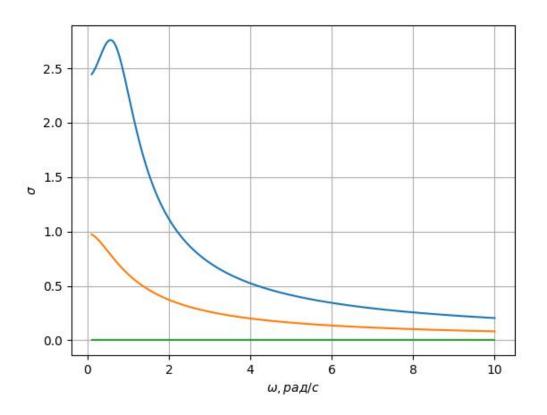


Рис. 6: Сингулярные числы.

2.2 Синтез H_2 -регулятора по выходу

Дополним систему наблюдателем:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_2 u + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C_1 \hat{x} \\ \hat{z} = C_2 \hat{x} \end{cases}$$

$$(1)$$

Можем синтезировать H_2 -наблюдатель следующим образом:

$$\begin{cases}
AP + PA^{T} + B_{1}B_{1}^{T} - PC_{1}^{T}(D_{1}D_{1}^{T})^{-1}C_{1}P = 0 \\
L = -PC_{1}^{T}(D_{1}D_{1}^{T})^{-1}
\end{cases}$$
(2)

Представим систему в виде:

$$\begin{cases}
\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_2 K \\ -LC_1 & A + B_2 K + LC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ -LD_1 \end{bmatrix} w \\
z = \begin{bmatrix} C_2 & -D_2 K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}
\end{cases}$$
(3)

Вариант 1

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 \\ 0.00 & 1.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 1.00 \end{bmatrix};$$

$$K = \begin{bmatrix} -1.00 & -2.00 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.73 \\ -1.00 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} \frac{-1.0i\omega^3 - 2.7\omega^2 - 1.0i\omega}{1.0\omega^4 - 2.7i\omega^3 - 2.7\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{-1.0i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 5.4i\omega}{1.0\omega^4 - 2.7i\omega^3 - 2.7\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 2.7i\omega^3 - 2.7\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 2.7i\omega^3 - 2.7\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 2.7i\omega^3 - 2.7\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 2.7i\omega^3 - 2.7\omega^2 + 1.0i\omega} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.7i\omega^3 - 5.4\omega^2 + 3.7i\omega + 1.0} & \frac{3.7\omega^2 - 0.9i\omega}{1.0\omega^$$

Вариант 2

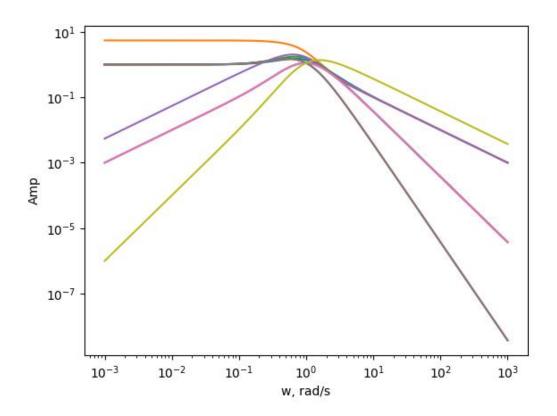


Рис. 7: АЧХ системы.

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ 1.00 \end{bmatrix};$$

$$K = \begin{bmatrix} -0.71 & -1.19 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.73 \\ -1.00 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} \frac{-2.4\omega^2 + 0.7i\omega}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} & \frac{2.4i\omega + 0.7}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} \\ \frac{-1.0i\omega^3 - 2.9\omega^2 + 3.7i\omega}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} & \frac{-1.0\omega^2 + 2.9i\omega + 3.7}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} \\ \frac{-2.4\omega^2 + 0.7i\omega}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} & \frac{2.4i\omega + 0.7}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} \\ \frac{-2.4i\omega^3 - 0.7\omega^2}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} & \frac{-2.4i\omega^3 - 0.7\omega^2}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} \\ \frac{-2.4i\omega^3 - 0.7\omega^2}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} & \frac{-2.4i\omega^3 - 0.7\omega^2}{1.0\omega^4 - 2.9i\omega^3 - 3.7\omega^2 + 2.4i\omega + 0.7} \\ ||W||_{H_2} = 3.748976262216525$$

$$||W||_{H_\infty} = 5.863564643118213$$

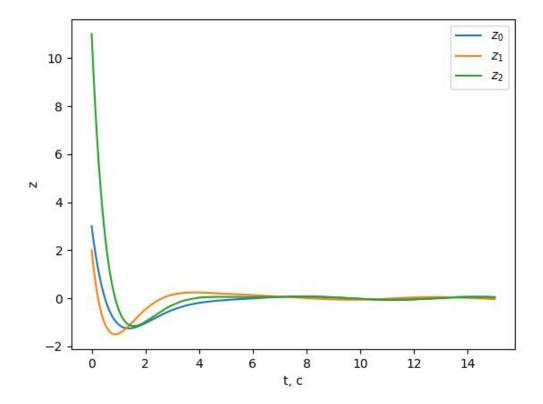


Рис. 8: Регулируемый выход системы.

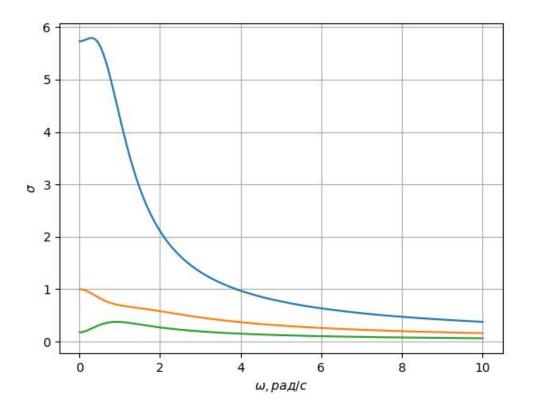


Рис. 9: Сингулярные числы.

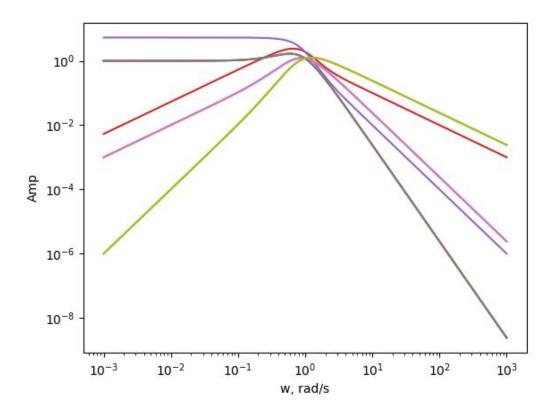


Рис. 10: АЧХ системы.

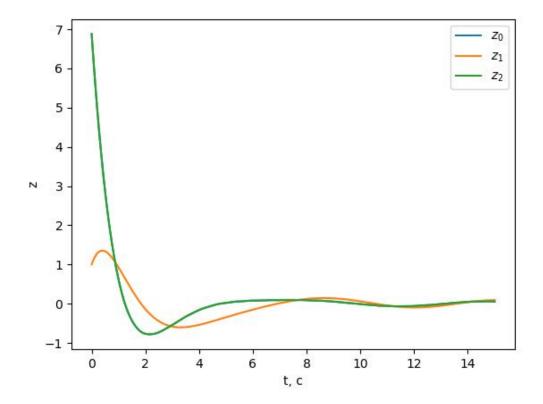


Рис. 11: Регулируемый выход системы.

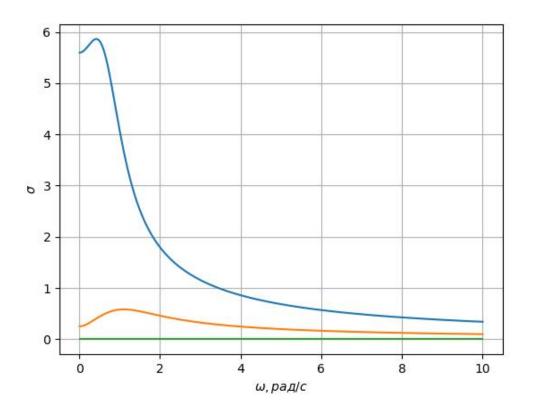


Рис. 12: Сингулярные числы.

2.3 Синтез H_{∞} -регулятора по состоянию.

Уравнения ниже позволяют синтезировать такой регулятор.

$$\begin{cases}
A^{T}Q + QA + C_{2}^{T}C_{2} - QB_{2}(D_{2}^{T}D_{2})^{-1}B_{2}^{T}Q + \gamma^{-2}QB_{1}B_{1}^{T}Q = 0 \\
K = -(D_{2}^{T}D_{2})^{-1}B_{2}^{T}Q
\end{cases} (4)$$

gamma = 1.4

$$spec(A - B_2K) = [-0.64 - 3.96]$$

$$K = \begin{bmatrix} 2.54 & 4.61 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1.0i\omega + 2}{-1.0\omega^2 + 4.6i\omega + 2.5} & \frac{1.0i\omega + 1.0}{-1.0\omega^2 + 4.6i\omega + 2.5} & 0 \\ -\frac{2.5}{-1.0\omega^2 + 4.61i\omega + 2.5} & \frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 4.61i\omega + 2.5} & 0 \\ -\frac{2.5i\omega}{-1.0\omega^2 + 4.6i\omega + 2.5} & \frac{-4.61i\omega - 2.5}{-1.0\omega^2 + 4.6i\omega + 2.5} & 0 \end{bmatrix}$$

$$||W||_{H_2} = 2.026622146045859$$

$$||W||_{H_{\infty}} = 1.359310155325042$$

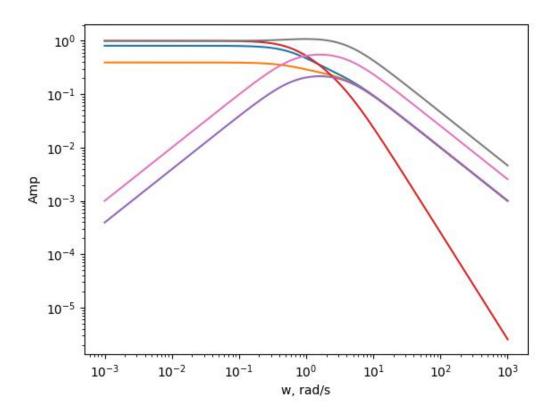


Рис. 13: АЧХ системы.

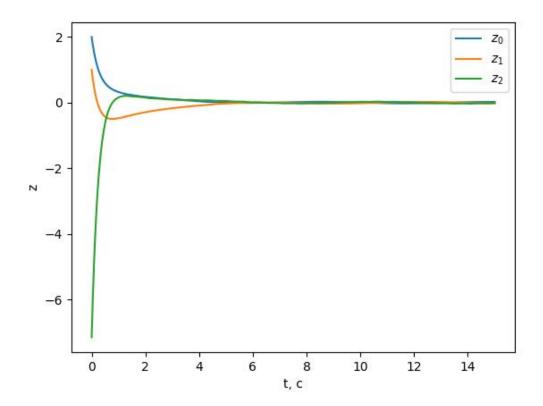


Рис. 14: Регулируемый выход системы.

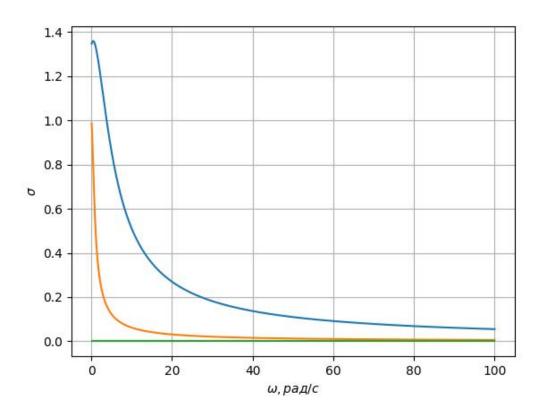


Рис. 15: Сингулярные числы.

$$gamma = 2$$

$$spec(A - B_2K) = \begin{bmatrix} -0.71 - 1.92 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1.37 & 2.63 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1.0i\omega + 1.2}{-1.0\omega^2 + 2.6i\omega + 1.3} & \frac{1.0i\omega + 1.0}{-1.0\omega^2 + 2.6i\omega + 1.3} & 0 \\ -\frac{1.3i\omega}{-1.0\omega^2 + 2.6i\omega + 1.3} & \frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 2.6i\omega + 1.3} & 0 \\ -\frac{1.3i\omega}{-1.0\omega^2 + 2.6i\omega + 1.3} & \frac{-2.6i\omega - 1.3}{-1.0\omega^2 + 2.6i\omega + 1.3} & 0 \end{bmatrix}$$

$$||W||_{H_2} = 1.7668518255958938$$

$$||W||_{H_{\infty}} = 1.5881438250859183$$

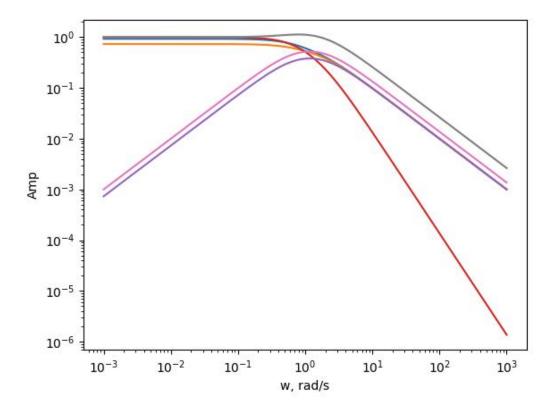


Рис. 16: АЧХ системы.

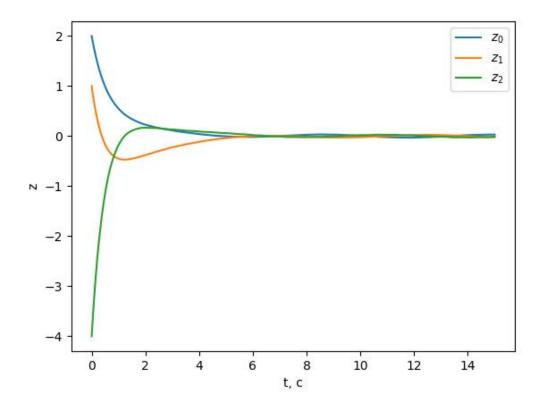


Рис. 17: Регулируемый выход системы.

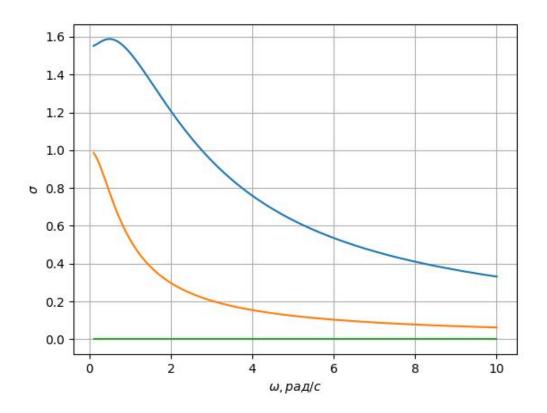


Рис. 18: Сингулярные числы.

$$gamma = 10$$

$$spec(A - B_2K) = [-0.92 - 1.1]$$

$$K = \begin{bmatrix} 1.01 & 2.02 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1.0i\omega + 1}{-1.0\omega^2 + 2i\omega + 1} & \frac{1.0i\omega + 1.0}{-1.0\omega^2 + 2i\omega + 1} & 0 \\ -\frac{1}{-1.0\omega^2 + 2i\omega + 1} & \frac{1.0i\omega}{-1.0\omega^2 + 2i\omega + 1} & 0 \\ -\frac{1i\omega}{-1.0\omega^2 + 2i\omega + 1} & \frac{-2i\omega - 1}{-1.0\omega^2 + 2i\omega + 1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$||W||_{H_2} = 1.7320883081147758$$

$$||W||_{H_{\infty}} = 1.79431913434723$$

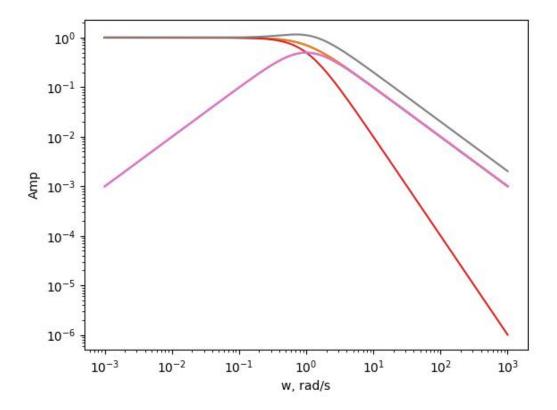


Рис. 19: АЧХ системы.

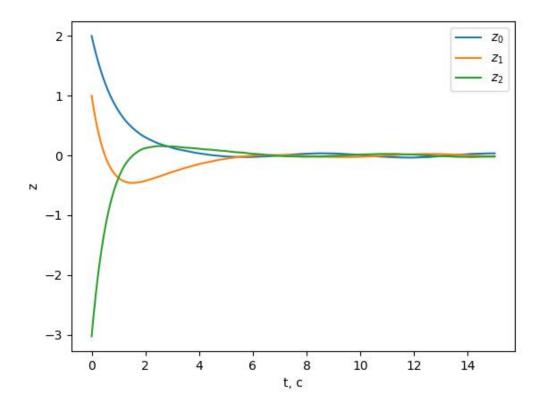


Рис. 20: Регулируемый выход системы.

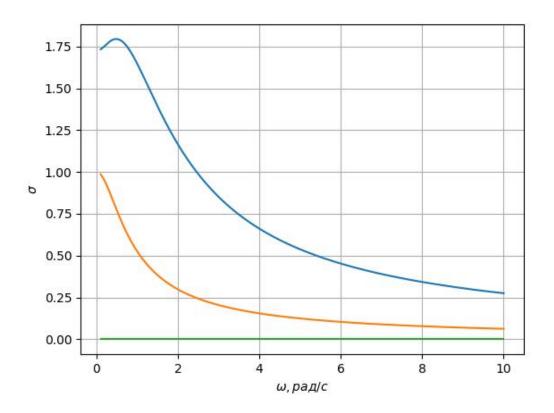


Рис. 21: Сингулярные числы.

2.4 Синтез H_{∞} -регулятора по выходу.

$$\begin{cases}
AP + PA^{T} + B_{1}B_{1}^{T} - PC_{1}^{T}(D_{1}D_{1}^{T})^{-1}C_{1}P = 0 \\
L = -PC_{1}^{T}(D_{1}^{T}D_{1})^{-1} \\
A^{T}Q + QA + C_{2}^{T}C_{2} - QB_{2}(D_{2}^{T}D_{2})^{-1}B_{2}^{T}Q = 0 \\
K = -(D_{2}^{T}D_{2})^{-1}B_{2}^{T}Q
\end{cases} (5)$$

Представим систему в виде:

$$\begin{cases}
\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 K & -B_2 K \\ -(LD_1 B_1) \gamma^{-2} B_1^T Q & A + LC_1 + (LD_1 B_1) \gamma^{-2} B_1^T Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ LD_1 + B_1 \end{bmatrix} w \\
z = \begin{bmatrix} C_2 + D_2 K & -D_2 K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}
\end{cases}$$
(6)

gamma = 1.4

$$spec(A - B_2K) = \begin{bmatrix} -0.422.43 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -1.01 & -2.02 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.01 & 1.01 \\ 1.01 & 2.02 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.89 \\ -1.16 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{-1.0i\omega^3 - 3.8\omega^2 + 1.6i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-0.9i\omega^3 - 4.8\omega^2 + 9.81i\omega + 5.9}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 5.4i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} \\ \frac{-4.2i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-1.0i\omega^3 - 3.8\omega^2 + 5.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} \\ \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-4.2i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} \\ ||W||_{H_2} = 3.9739213167564933 \end{bmatrix}$$

 $||W||_{H_{\infty}} = 5.4385479975362845$

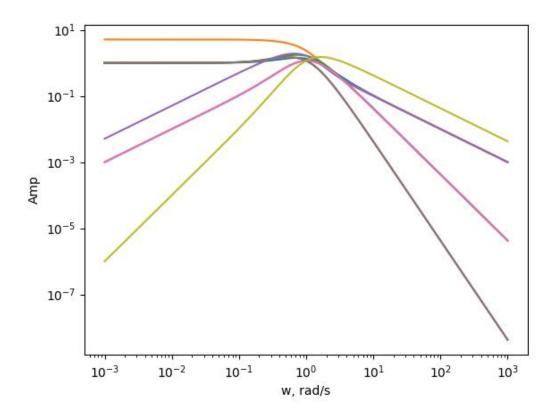


Рис. 22: АЧХ системы.

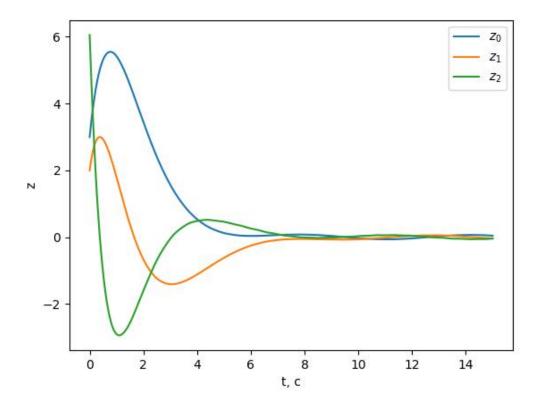


Рис. 23: Регулируемый выход системы.

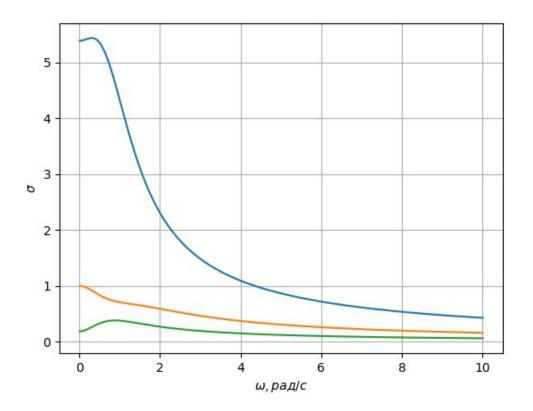


Рис. 24: Сингулярные числы.

$$gamma = 2$$

$$Spec(A - B_2K) = \begin{bmatrix} -0.422.43 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -1.01 & -2.02 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.01 & 1.01 \\ 1.01 & 2.02 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.89 \\ -1.16 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{-1.0i\omega^3 - 3.8\omega^2 + 1.6i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-i\omega^3 - 4.8\omega^2 + 9.8i\omega + 5.9}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 5.4i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-1.0i\omega^3 - 3.8\omega^2 + 5.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.2\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.2\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} &$$

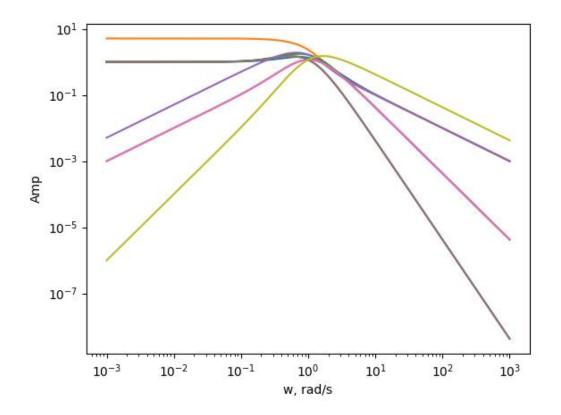


Рис. 25: АЧХ системы.

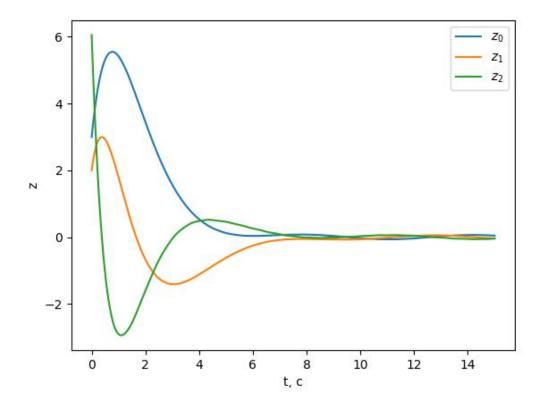


Рис. 26: Регулируемый выход системы.

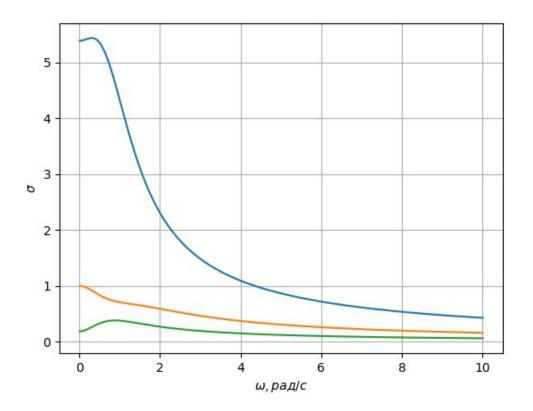


Рис. 27: Сингулярные числы.

$$gamma = 10$$

$$spec(A - B_2K) = \begin{bmatrix} -0.422.43 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -1.01 & -2.02 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.01 & 1.01 \\ 1.01 & 2.02 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -1.89 \\ -1.16 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{-1.0i\omega^3 - 3.8\omega^2 + 1.6i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-i\omega^3 - 4.8\omega^2 + 9.8i\omega + 5.9}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-4.2i\omega - 1.1}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{-1.0i\omega^3 - 3.8\omega^2 + 5.9i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.4i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2\omega^2 - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega - 1.1i\omega}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2 + 4.2i\omega + 1.1} & \frac{4.2i\omega^3 + 1.1i\omega^2}{1.0\omega^4 - 3.8i\omega^3 - 5.9\omega^2$$

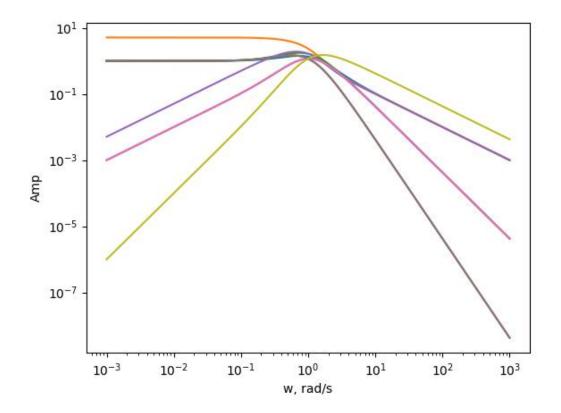


Рис. 28: АЧХ системы.

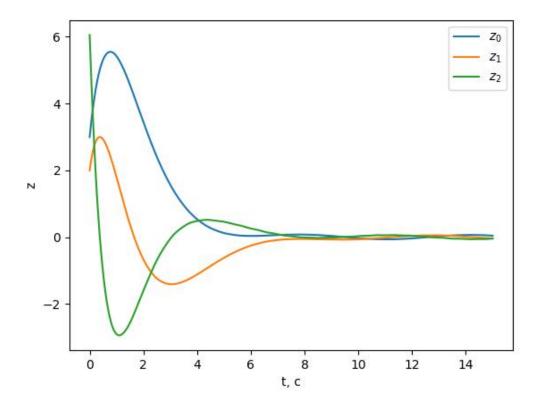


Рис. 29: Регулируемый выход системы.

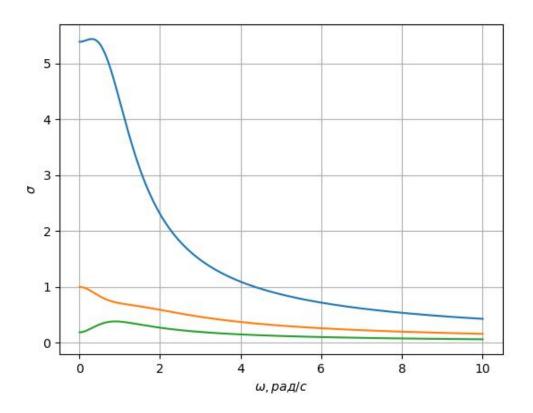


Рис. 30: Сингулярные числы.

3 Заключение

В этой работе пройдет изучение H_2 и H_∞ регуляторов.

3.1 Выводы

- 1. сделаны различные наблюдатели.
- 2. сделаны различные регуляторы по состоянию.
- 3. сделаны различные регуляторы по выходу.
- 4. H_2 делает коэффициенты больше для регуляторов, H_{∞} для наблюдателей.
- 5. Две нормы взаимоисключают друг друга, при падении одной растет вторая.
- 6. При моделировании систем удалось добиться устойчивости по ляпунову для регулируемого выхода.
- 7. Было интересно.