

---

ЛР №8 «Модальные регуляторы и наблюдатели»

---

Отчет

Студент  
Кирилл Лалаянц  
R33352  
336700  
Вариант - 11

Преподаватель  
Пашенко А.В.

Факультет Систем Управления и Робототехники

ИТМО

12.02.2024

## Содержание

1	Вводные данные	1
1.1	Цель работы . . . . .	1
1.1.1	Программная реализация . . . . .	1
2	Основная часть	2
2.1	Задание 1 . . . . .	2
2.1.1	Теория . . . . .	2
2.1.2	Результаты . . . . .	2
2.2	Задание 2 . . . . .	7
2.2.1	Теория . . . . .	7
2.2.2	Результаты . . . . .	7
2.3	Задание 3 . . . . .	13
2.3.1	Результаты . . . . .	13
3	Заключение	14
3.1	Выводы . . . . .	14

## 1 Вводные данные

### 1.1 Цель работы

В этой работе пройдет изучение модальных регуляторов и наблюдателей.

#### 1.1.1 Программная реализация

С исходным кодом можно ознакомиться [в репозитории на Github](#).

## 2 Основная часть

### 2.1 Задание 1

#### 2.1.1 Теория

В этом задании выводится модальный регулятор для системы:

$$\begin{cases} \text{Объект управления: } \dot{x} = Ax + Bu \\ \text{Регулятор: } U = Kx \end{cases} \rightarrow \dot{x} = Ax + BKx = (A + BK)x$$

По сути, целью данного регулятора является изменение управляемых собственных чисел так<sup>1</sup>, чтобы  $\forall \lambda \in \sigma(A) : \operatorname{Re} \lambda \leq 0$ . Для этого подбирается матрица  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$  с желаемыми собственными числами и матрица  $Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , такая что пара  $(Y, \Gamma)$  наблюдаема. После чего по подобию:

$$A + BK = P\Gamma P^{-1} \rightarrow \begin{cases} AP - P\Gamma = BY \\ K = -YP^{-1} \end{cases}$$

На практике, довольно часто  $P$  – необратима. Приходится использовать псевдо-обратную.

#### 2.1.2 Результаты

Дана система:

$$A = \begin{bmatrix} -4.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & -5.00 & 1.00 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 2.00 \\ 0.00 \\ 9.00 \end{bmatrix}, x_0 = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$$

У матрицы  $A$  только одно неуправляемое собственное число – -4. Оно меньше 0, поэтому проблем возникнуть не должно.<sup>2</sup>

Для каждой строки желаемых собственных чисел:

$$\begin{bmatrix} -4.00 + 0.00j & -4.00 + 0.00j & -4.00 + 0.00j & -4.00 + 0.00j \\ -4.00 + 0.00j & -40.00 + 0.00j & -400.00 + 0.00j & -400.00 + 0.00j \\ -4.00 + 0.00j & -8.00 + 0.00j & 0.00 + 5.00j & -0.00 + -5.00j \\ -4.00 + 0.00j & -8.00 + 0.00j & -1.00 + 5.00j & -1.00 + -5.00j \end{bmatrix},$$

необходимо синтезировать регулятор.

На рисунках 1 - 4 видны результаты работы получившихся регуляторов.

<sup>1</sup>Что делать с неуправляемыми – пока непонятно. Видимо надо смириться.

<sup>2</sup>Нет, должно, надо подбирать матрицы так, чтобы в паре  $(Y, \Gamma)$  оно было ненаблюдаемо. Иначе полученный спектр будет немного отличаться от желаемого.

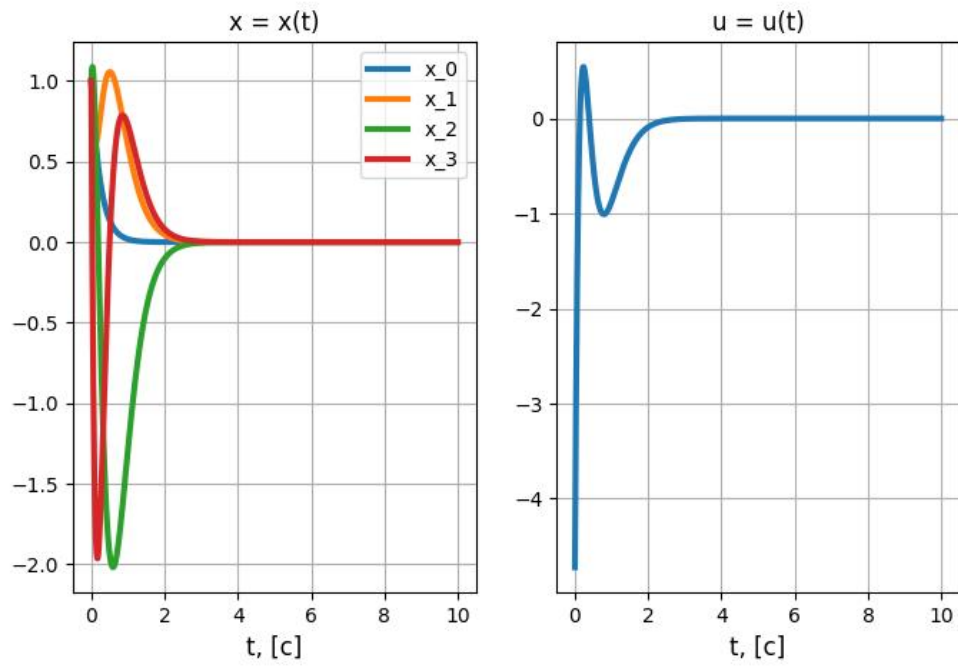


Рис. 1: Результаты моделирования задания 1 для первого набора собственных чисел.  $K = \begin{bmatrix} -0.00 & -2.50 & -1.11 & -1.11 \end{bmatrix}$

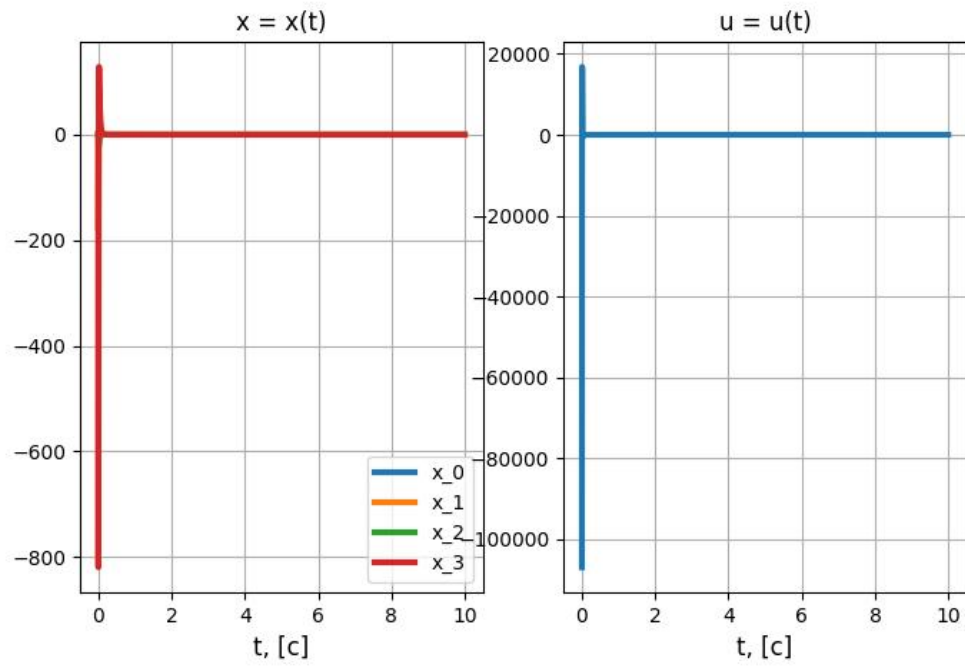


Рис. 2: Результаты моделирования задания 1 для второго набора собственных чисел.  $K = \begin{bmatrix} 0.00 & -131856.82 & -4303.51 & 29207.85 \end{bmatrix}$

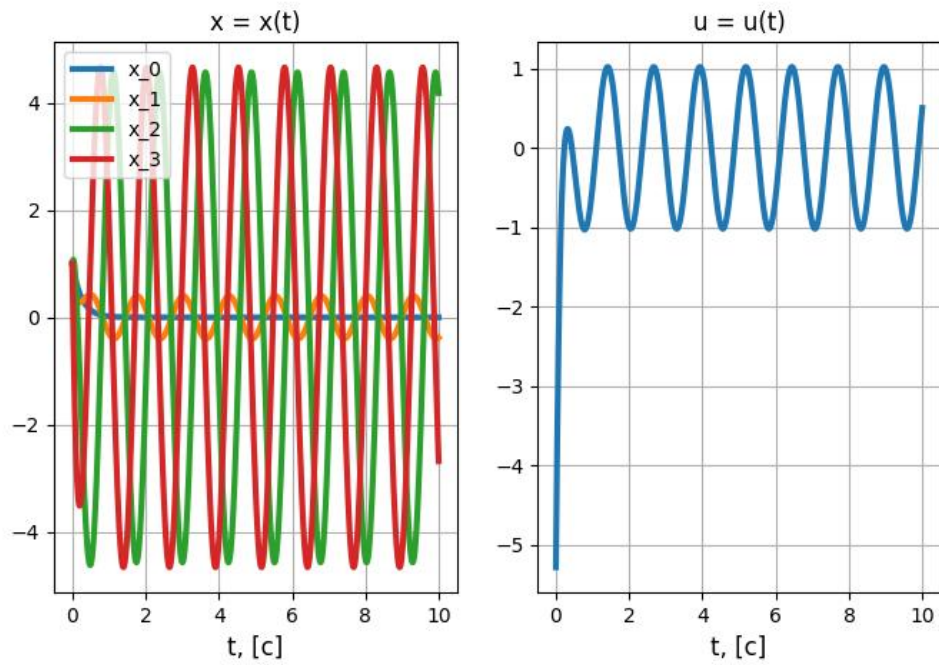


Рис. 3: Результаты моделирования задания 1 для третьего набора собственных чисел.  $K = \begin{bmatrix} 0.00 & -4.68 & -0.42 & -0.18 \end{bmatrix}$

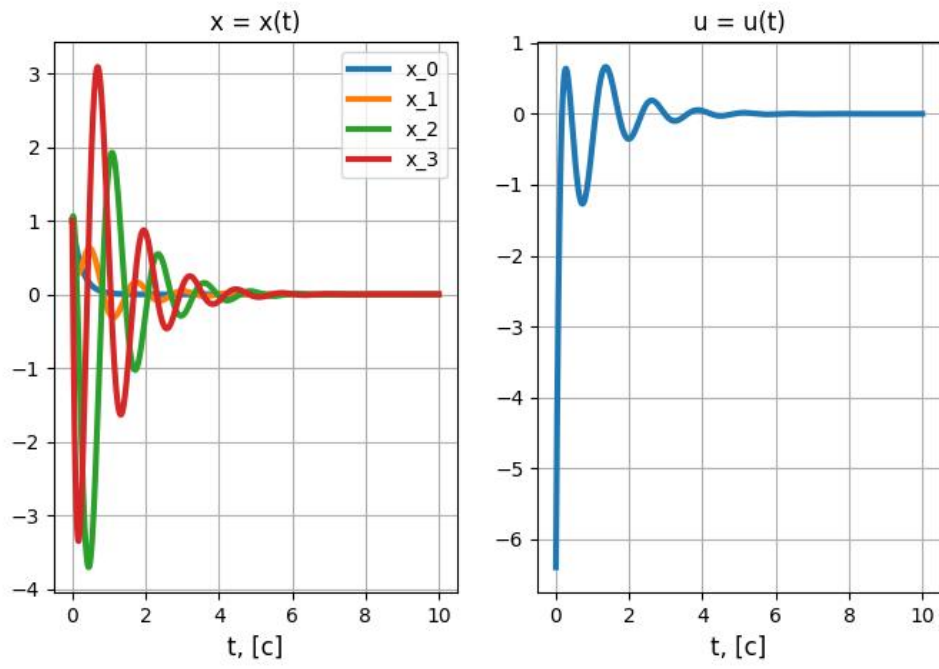


Рис. 4: Результаты моделирования задания 1 для четвертого набора собственных чисел.  $K = \begin{bmatrix} 0.00 & -5.22 & -0.89 & -0.28 \end{bmatrix}$



## 2.2 Задание 2

### 2.2.1 Теория

В этом задании выводится наблюдатель состояния для системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax \\ y = Cx \\ \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(C\hat{x} - y) = (A + LC)\hat{x} - Ly \\ \dot{e} = (A + LC)e \end{cases}$$

Для синтеза наблюдателя подбирается матрица  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$  с желаемыми собственными числами и матрица  $Y \in \mathbb{R}^{n \times k}$ , такая что пара  $(\Gamma, Y)$  управляема. После чего:

$$\begin{cases} \Gamma Q - QA = YC \\ L = Q^{-1}Y \end{cases}$$

### 2.2.2 Результаты

Результаты представлены на рисунках 5 - 12. Стоит отметить, что из-за мод набора 3, ошибка не может сойтись к 0 и бесконечно колеблется.

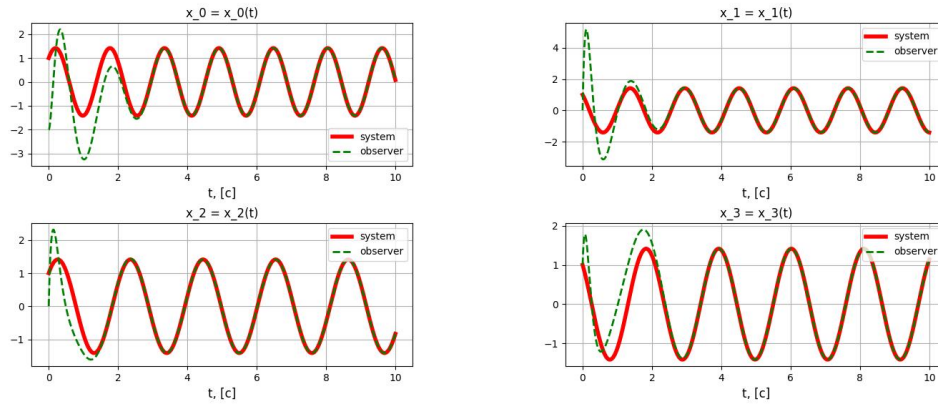


Рис. 5: Результаты моделирования состояний системы и наблюдателя для первого набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 0.00 & -7.31 & -2.79 & -1.78 \end{bmatrix}$

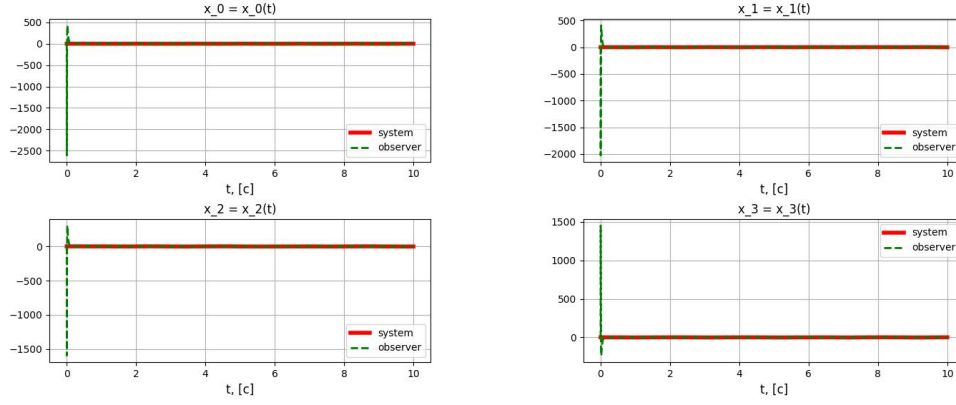


Рис. 6: Результаты моделирования состояний системы и наблюдателя для второго набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 204414.17 & 160532.11 & 126147.31 & -113657.21 \end{bmatrix}$

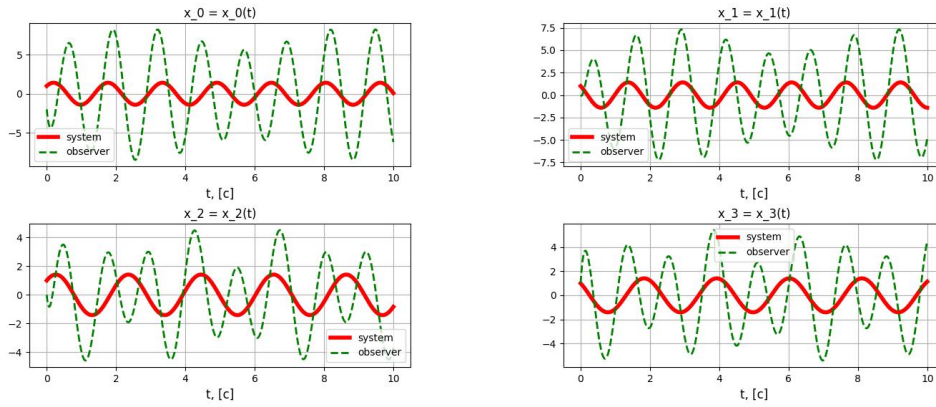


Рис. 7: Результаты моделирования состояний системы и наблюдателя для третьего набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 3.09 & 1.03 & 1.95 & -3.05 \end{bmatrix}$

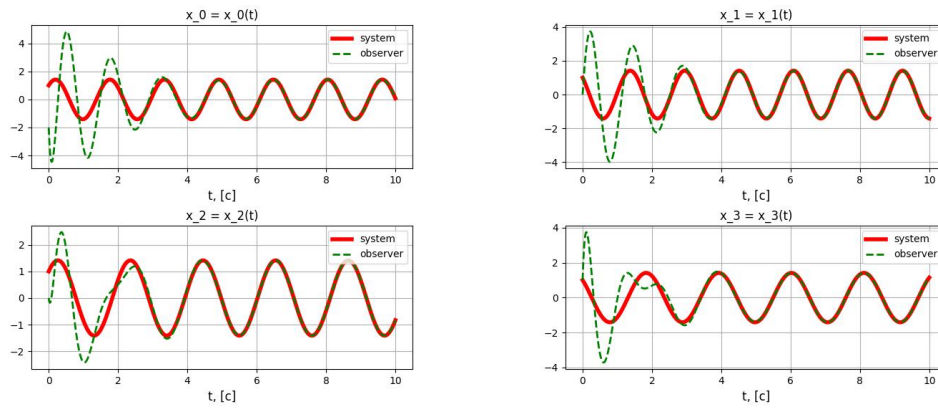


Рис. 8: Результаты моделирования состояний системы и наблюдателя для четвертого набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 4.34 & -1.60 & 0.93 & -3.97 \end{bmatrix}$

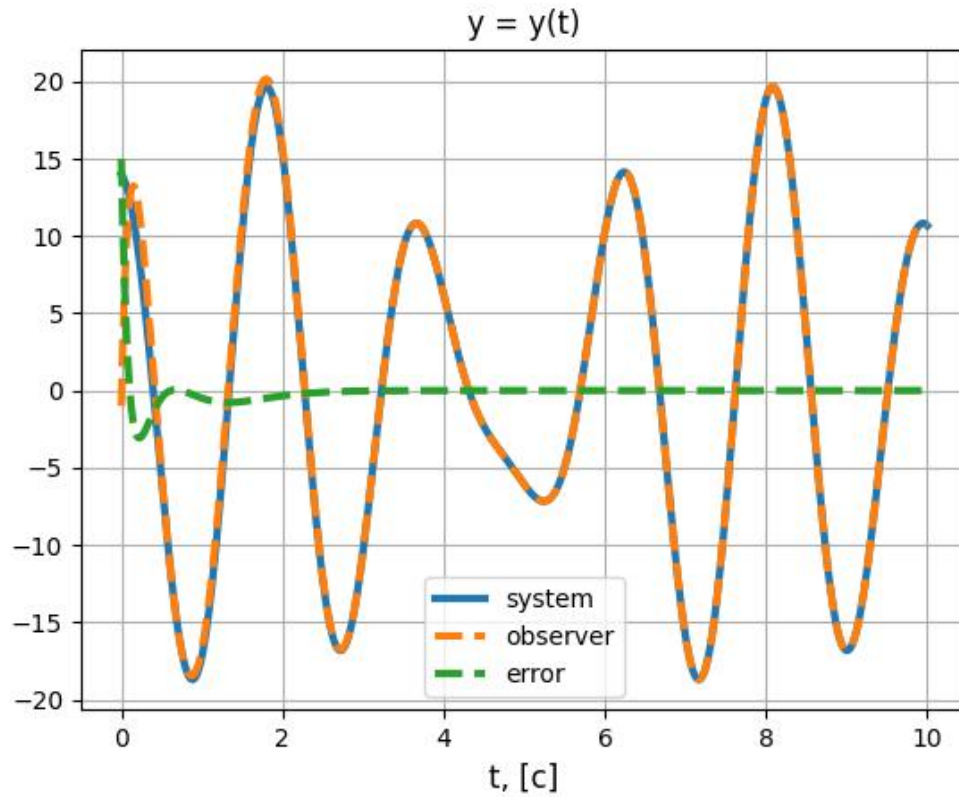


Рис. 9: Результаты моделирования выхода системы и наблюдателя для первого набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 0.00 & -7.31 & -2.79 & -1.78 \end{bmatrix}$

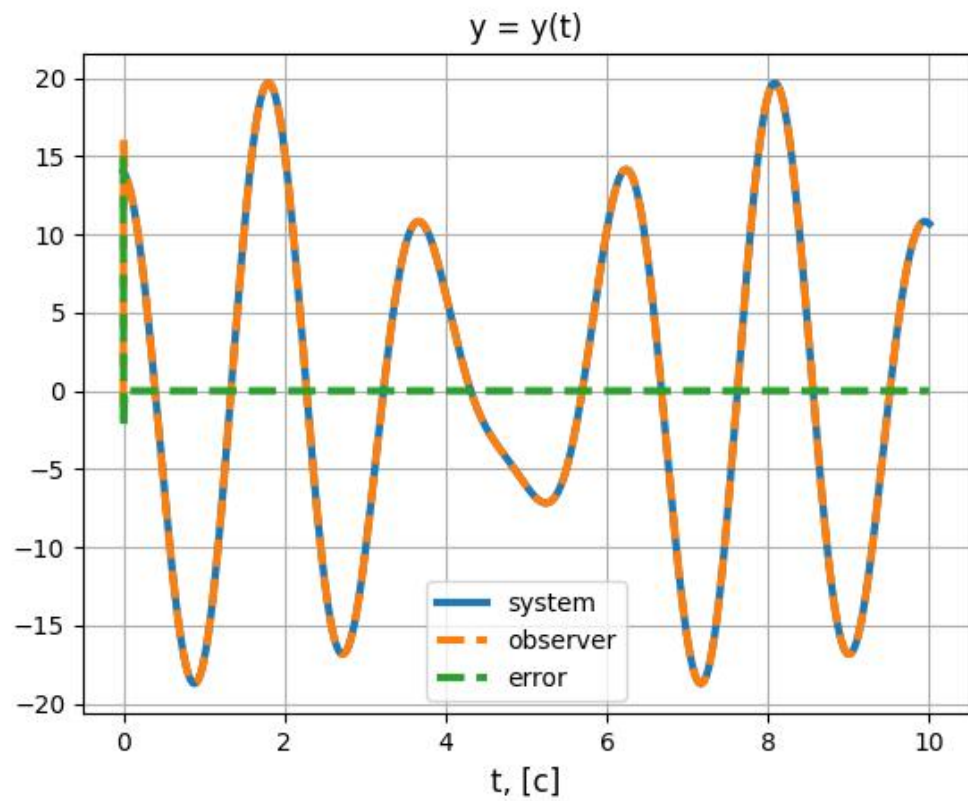


Рис. 10: Результаты моделирования выхода системы и наблюдателя для второго набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 204414.17 & 160532.11 & 126147.31 & -113657.21 \end{bmatrix}$

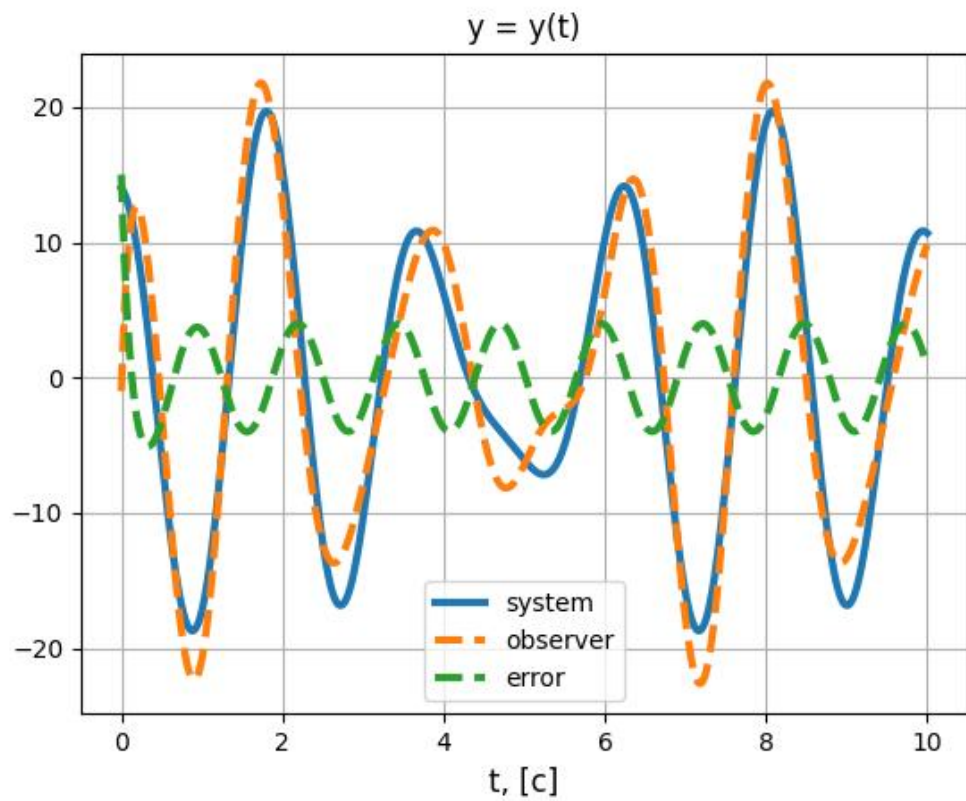


Рис. 11: Результаты моделирования выхода системы и наблюдателя для третьего набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 3.09 & 1.03 & 1.95 & -3.05 \end{bmatrix}$

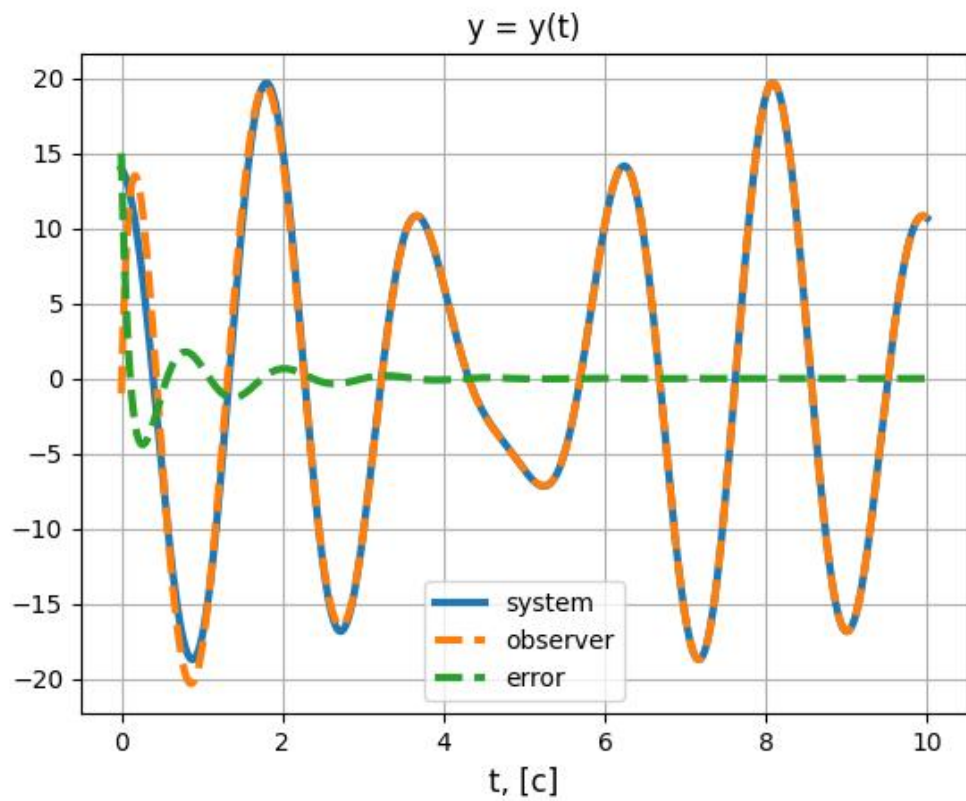


Рис. 12: Результаты моделирования выхода системы и наблюдателя для четвертого набора собственных чисел.  $L^T = \begin{bmatrix} 4.34 & -1.60 & 0.93 & -3.97 \end{bmatrix}$

## 2.3 Задание 3

### 2.3.1 Результаты

### 3 Заключение

В этой работе были изучены модальные регуляторы и наблюдатели.

#### 3.1 Выводы

- 1.