

# Proposta per l'elaborato di matematica e fisica

---

## Condensatori e correnti di spostamento, limiti e derivate

### Rifletti sulla teoria

- Enuncia la definizione di limite nel caso  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ , con  $l \in \mathbb{R}$  e fornisci un'interpretazione grafica del risultato.
- Come si ricava l'equazione dell'asintoto obliquo di una funzione? È possibile che la funzione  $f(x)$  ammetta, per  $x \rightarrow +\infty$ , un asintoto orizzontale e uno obliquo? Perché?
- Studia la concavità della funzione  $f(x) = 1 - e^{kx}$ , al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .
- Descrivi il processo di carica di un condensatore, specificando il ruolo della costante di tempo  $\tau$  del circuito.
- Spiega il concetto di circuitazione per il campo elettrico. Che cosa significa l'affermazione che il campo elettrico indotto ha circuitazione non nulla?

### Mettiti alla prova

1. Considera la famiglia di funzioni  $f_k: [0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ , definita ponendo  $f_k(x) = 1 - e^{-\frac{x}{k}}$ , con  $k$  parametro reale positivo. Verifica che si tratta di funzioni crescenti, indipendentemente dal valore di  $k$ , e dotate di un asintoto orizzontale. Traccia un grafico qualitativo di una funzione della famiglia, deducendolo da quello di funzioni elementari.
2. Poni  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = L$  e risolvi la disequazione  $|f_k(x) - L| < \varepsilon$ , dove  $\varepsilon$  è un parametro positivo arbitrario.

Un condensatore piano ideale, con armature circolari di raggio  $R$ , viene collegato a un generatore di corrente continua.

3. Dimostra che il campo magnetico indotto a distanza  $r < R$  dall'asse del condensatore può essere espresso dalla formula

$$B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{r}{2} \cdot \frac{dE}{dt},$$

dove il termine  $\frac{dE}{dt}$  rappresenta la variazione istantanea del campo elettrico tra le armature.

4. Dimostra che, durante la fase di carica, la corrente di spostamento tra le armature è espressa da

$$i_s = \frac{Q_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}},$$

dove  $Q_0$  rappresenta la carica depositata sull'armatura positiva del condensatore al termine del processo.

5. Le armature del condensatore hanno raggio  $R = 10$  cm. Sapendo che il condensatore può dirsi completamente carico dopo  $\Delta t = 5\tau = 1,5$  s e che  $Q_0 = 5,6 \cdot 10^{-7}$  C, calcola il campo magnetico indotto a distanza  $r = \frac{R}{5}$  dall'asse del condensatore dopo  $\Delta t' = 1,0$  s.

### Possibili integrazioni multidisciplinari

- Scrivi l'equazione differenziale che descrive il processo di carica di un condensatore in un circuito  $RC$  con condizione iniziale

$$i(0) = \frac{V}{R},$$

dove  $V$  è la forza elettromotrice fornita dal generatore e  $R$  il valore della resistenza. Assegna ai parametri del sistema dei valori opportuni. Scrivi un **programma** che risolva numericamente l'equazione differenziale trovata.