

Proposta per l'elaborato di matematica e fisica

Integrali impropri ed effetto fotoelettrico

Rifletti sulla teoria

- Illustra l'applicazione del calcolo differenziale alla determinazione dei massimi e minimi relativi e dei flessi di una funzione.
- Enuncia il teorema fondamentale del calcolo integrale e la relativa formula per il calcolo degli integrali definiti.
- Illustra il ruolo delle simmetrie, parità e disparità, nel calcolo di integrali definiti su intervalli simmetrici.
- Definisci il concetto di integrale improprio, illustrando con esempi i vari casi che si possono presentare.
- Esponi i concetti di intensità di irraggiamento di un'onda elettromagnetica nell'ambito della teoria classica di Maxwell.
- Descrivi l'effetto fotoelettrico. Illustra gli aspetti critici dell'interpretazione che la fisica classica fornisce del fenomeno e ricava l'equazione dell'energia cinetica massima dei foto-elettroni secondo l'ipotesi di Einstein del quanto di luce.

Mettiti alla prova

Considera la funzione $f(x)$, definita per $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = axe^{-\frac{x^2}{b}},$$

con a e b costanti reali positive.

1. Dimostra che il grafico di $f(x)$ presenta un punto di massimo relativo, un punto di minimo relativo e tre punti di flesso per ogni valore positivo di a e b .
2. Dimostra che la regione illimitata compresa tra il grafico di $f(x)$ e il semiasse positivo dell'asse delle ascisse ha un'area finita S pari a $S = \frac{ab}{2}$.
3. Determina per quali valori di a e b il grafico di $f(x)$ presenta un massimo relativo per $x = 2$ e la retta tangente al grafico in $x = 0$ forma con l'asse x un angolo $\alpha = \arctan \frac{\sqrt{2e^3}}{2}$.
4. Supponi che a e b assumano i valori $a = \frac{\sqrt{2e^3}}{2}$ e $b = 8$ che soddisfano le richieste del punto precedente.

Dimostra che la retta normale (perpendicolare alla tangente) in uno dei flessi di ascissa non nulla contiene anche gli altri due flessi.