

4. ¿Cómo es posible medir la distribución del ingreso entre los habitantes de un determinado país? Una de esas medidas es el índice Gini, nombrado así en honor del economista italiano Corrado Gini, quien lo ideó en 1912. Integrales y el área entre la curva de Lorentz y la ecuación $y=x$

PROYECTO DE APLICACIÓN EL ÍNDICE GINI

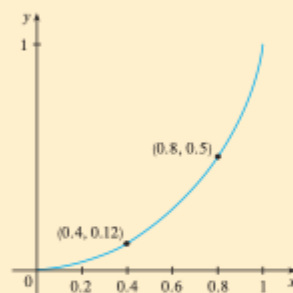


FIGURA 1
Curva de Lorentz para EU en 2008

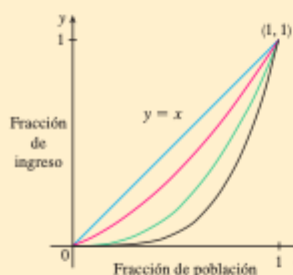


FIGURA 2

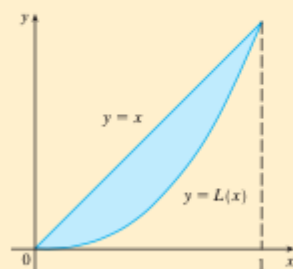


FIGURA 3

¿Cómo es posible medir la distribución del ingreso entre los habitantes de un determinado país? Una de esas medidas es el *índice Gini*, nombrado así en honor del economista italiano Corrado Gini, quien lo ideó en 1912.

Primero clasificamos todos los hogares de un país de acuerdo con el ingreso y después calculamos el porcentaje de hogares cuyo ingreso sea a lo sumo un porcentaje dado del ingreso total del país. Definimos una **curva de Lorentz** $y = L(x)$ sobre el intervalo $[0, 1]$ ubicando el punto $(a/100, b/100)$ sobre la curva si la parte inferior $a\%$ de los hogares recibe a lo más $b\%$ del ingreso total. Por ejemplo, en la figura 1, el punto $(0.4, 0.12)$ está sobre la curva de Lorentz para los Estados Unidos en 2008 porque 40% más pobre de la población recibió sólo 12% del ingreso total. Asimismo, la parte inferior 80% de la población recibió 50% del ingreso total, por lo que el punto $(0.8, 0.5)$ está sobre la curva de Lorentz. (La curva de Lorentz es así nombrada en honor del economista estadounidense Max Lorenz).

La figura 2 muestra algunas curvas típicas de Lorentz. Todas pasan por los puntos $(0, 0)$ y $(1, 1)$ y son cóncavas hacia arriba. En el caso extremo $L(x) = x$, la sociedad es perfectamente igualitaria: los más pobres $a\%$ de la población recibe $a\%$ del ingreso total y así todo el mundo recibe el mismo ingreso. El área entre una curva de Lorentz $y = L(x)$ y la recta $y = x$ mide cuánto la distribución del ingreso difiere de una igualdad absoluta. El **índice de Gini** (a veces llamado **coeficiente de Gini** o **coeficiente de desigualdad**) es el área entre la curva de Lorentz y la recta $y = x$ (sombreada en la figura 3) dividida entre el área bajo $y = x$.

1. a) Demuestre que el índice de Gini, G , es dos veces el área entre la curva de Lorentz y la recta $y = x$, es decir,

$$G = 2 \int_0^1 [x - L(x)] dx$$

- b) ¿Cuál es el valor de G para una sociedad perfectamente igualitaria (todo el mundo tiene el mismo ingreso)? ¿Cuál es el valor de G para una sociedad perfectamente totalitaria (una sola persona recibe todos los ingresos)?
2. La siguiente tabla (obtenida de los datos facilitados por la Oficina de Censo de EU) muestra los valores de la función de distribución del ingreso en los Estados Unidos para el año 2008.

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$L(x)$	0.000	0.034	0.120	0.267	0.500	1.000

- a) ¿Qué porcentaje del ingreso total de EU fue recibido por 20% más rico de la población en 2008?
- b) Utilice una calculadora o computadora para ajustar los datos de la tabla a una función cuadrática. Grafique los puntos dato y la función cuadrática. ¿Es el modelo cuadrático un ajuste razonable?
- c) Utilice el modelo cuadrático para la función de Lorentz para estimar el índice de Gini para Estados Unidos en el año 2008.
3. La siguiente tabla proporciona valores para la función de Lorentz en las décadas de 1970, 1980, 1990 y 2000. Utilice el método del problema 2 para estimar el índice de Gini para Estados Unidos durante esos años y compare con su respuesta al problema 2c). ¿Nota usted una tendencia?

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1970	0.000	0.041	0.149	0.323	0.568	1.000
1980	0.000	0.042	0.144	0.312	0.559	1.000
1990	0.000	0.038	0.134	0.293	0.530	1.000
2000	0.000	0.036	0.125	0.273	0.503	1.000

- SAC** 4. A menudo, un modelo potencia proporciona un ajuste más preciso que un modelo cuadrático para una función de Lorentz. Si tiene usted un equipo de cómputo con Maple o Mathematica, ajuste una función potencia ($y = ax^b$) a los datos en el problema 2 y utilícelo para estimar el índice Gini para Estados Unidos en 2008. Compare con su respuesta a los incisos b) y c) del problema 2.