

# Proposta per l'elaborato di matematica e fisica

---

## Massimi, minimi e flessi e moto di un punto materiale

### Rifletti sulla teoria

- Spiega come puoi studiare la crescita e la concavità di una funzione  $f(x)$  che ammette derivata prima e derivata seconda continue.
- Enuncia e dimostra il teorema di Lagrange. Forniscine un'interpretazione grafica.
- Enuncia alcune proprietà dell'integrale definito.
- Come puoi calcolare la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea di un punto materiale a partire dalla sua legge oraria?
- Sia  $F(t)$  l'intensità di una forza impulsiva variabile definita nell'intervallo  $[0; \tau]$ . Spiega che cos'è e come si calcola la forza media.
- Fornisci un esempio di forza  $\vec{F}$  la cui intensità dipende dalla posizione  $x$ . Spiega come si calcola, in questo caso, il lavoro compiuto dalla forza  $\vec{F}$  quando il suo punto di applicazione si sposta da  $A$  a  $B$ .

### Mettiti alla prova

Considera la famiglia di funzioni

$$f_k(x) = \frac{4x}{k} e^{1-\frac{x}{k}}, \quad \text{con } k > 0 \quad \text{e} \quad x \in [0; +\infty[.$$

1. Verifica che ciascuna funzione ammette un massimo assoluto e un flesso e che, al variare di  $k$ , tali punti appartengono a due rette orizzontali. Determina le equazioni delle due rette.
2. Enuncia il teorema della media.
3. Verifica che il valor medio della funzione  $f_k(x)$  nell'intervallo  $[0; k]$  è indipendente dal valore di  $k$ .  
Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è vincolato a muoversi lungo l'asse  $x$  di un sistema di riferimento cartesiano in cui le distanze sono misurate in metri. La legge oraria del punto materiale è data dalla funzione  $x(t) = f_1(t)$  per  $t \geq 0$  con le opportune unità di misura.
4. Determina la velocità media del punto nell'intervallo  $[0; 1]$ .
5. Esiste un istante in cui la velocità istantanea è uguale alla velocità media? Perché?
6. Esiste un istante in cui la forza agente sul punto  $P$  si annulla? Se la risposta è affermativa, quanto vale in questo caso l'intensità della velocità di  $P$ ?

### Possibile integrazione multidisciplinare

- Realizza una **simulazione grafica** del moto del punto materiale dove la legge oraria del punto materiale è data dalla funzione  $x(t) = f_1(t)$  per  $t \geq 0$ .