

Εργασία Ρομποτικής

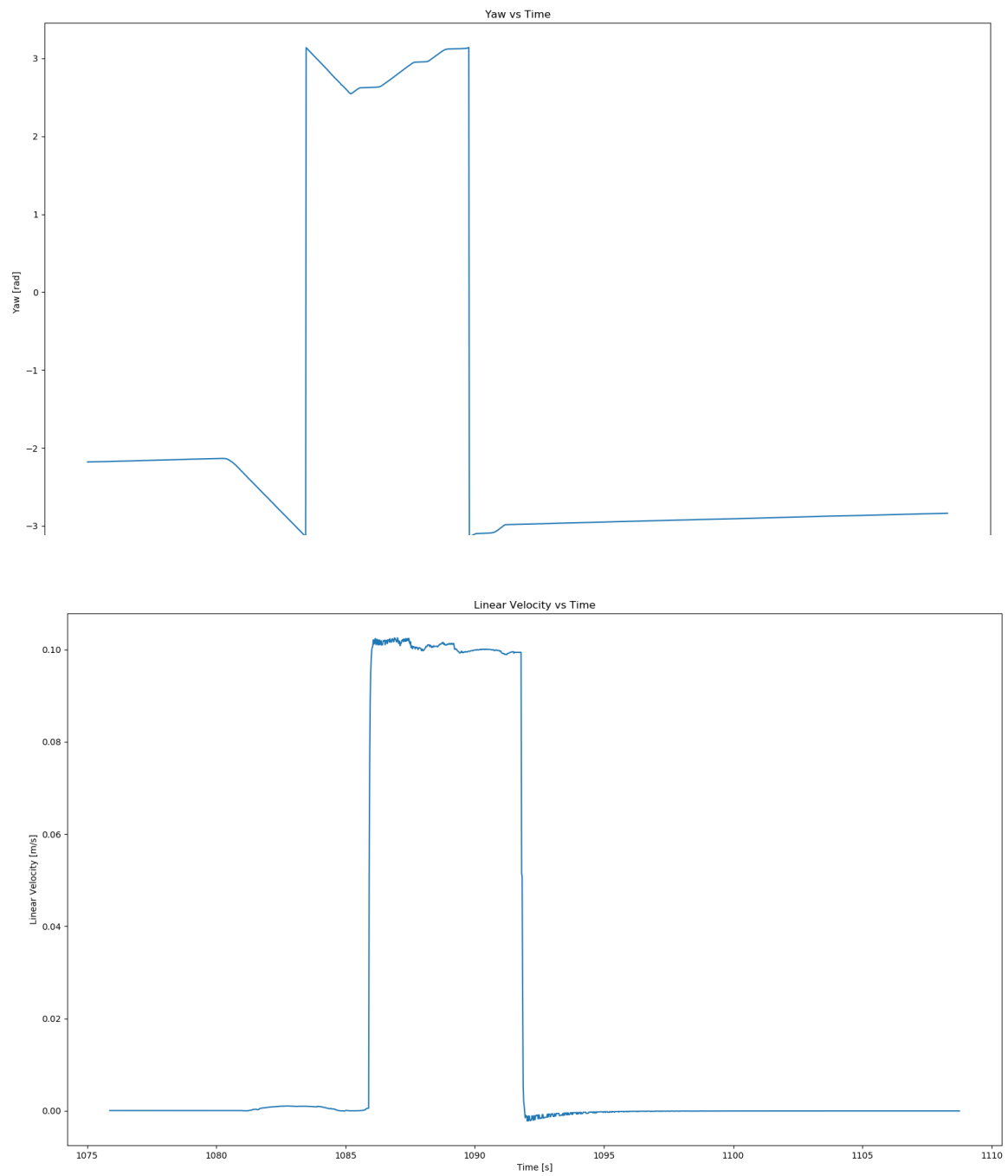
Χριστοδούλου Χρήστος 5392

Τσακίρης Δημήτρης 5371

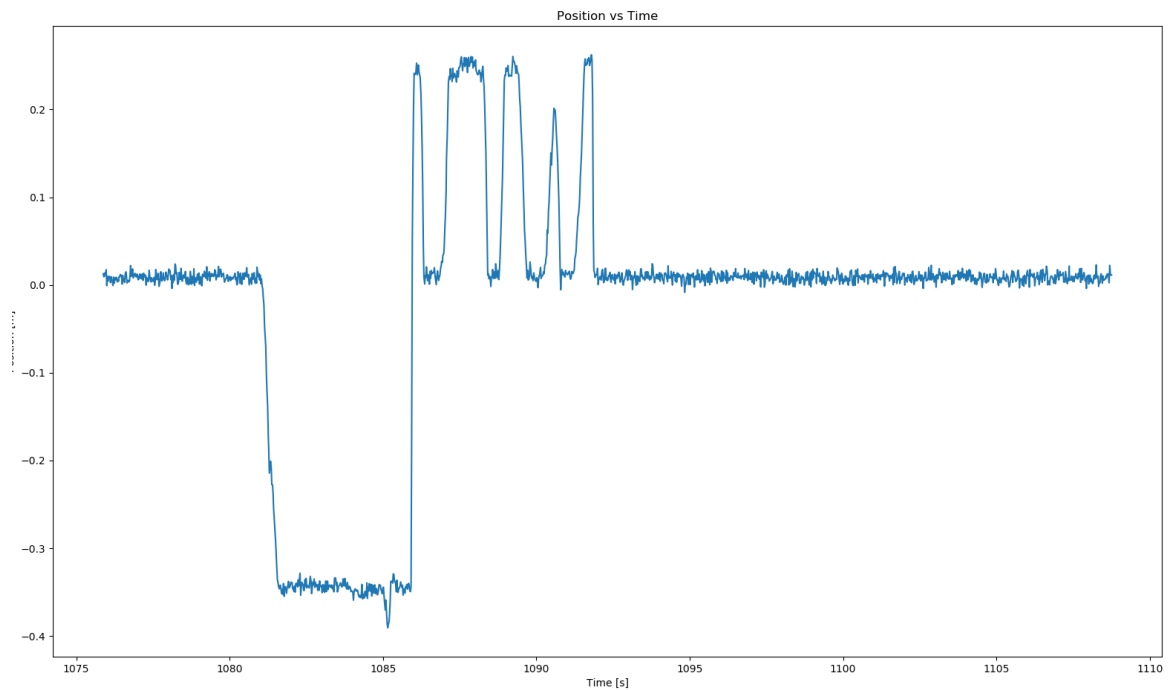
Λαλούτσος Νικόλαος 5266

1.1) Προσανατολισμός του ρομποτ ως προς τον Z ως προς τον χρόνο

Γραμμική Ταχύτητα ως προς τον χρόνο



Γωνιακή ταχύτητα ως προς τον χρόνο:



1.2)

A)

Σύμφωνα με το $AM = 5392$ το qf είναι:

$$qf = (5.4, 2.7, 1.54)$$

Για να βρούμε τον προσανατολισμό του ρομπότ έτσι ώστε να κοιτάει το (x_f, y_f) , πρέπει να βρούμε το $\text{atan2}(x_f - x_0, y_f - y_0) = \text{atan2}(x_f, y_f) = \text{atan2}(5.4, 2.7) = 0.46 \text{ rad}$ μέσω του octave.

Η μέθοδος που έπρεπε να χρησιμοποιήσουμε στο πρώτο μέρος ήταν τα κυβικά πολυώνυμα, έτσι έχουμε

Για το μέρος α)

Δεδομένα:

$$\theta(0) = \theta_0 = 0 \text{ rad}$$

$$\theta(f) = \theta_f = 0.46 \text{ rad}$$

$$\theta'(0) = \theta'_0 = 0 \text{ r/s}$$

$$\theta'(f) = \theta'_f = 0 \text{ r/s}$$

Επιλέγουμε πειραματικά $t_f = 5 \text{ s}$

Για τους συντελεστές έχουμε:

$$a_0 = \theta_0 = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = (3(\theta_f - \theta_0))/t_f^2 = (3(0.46))/t_f^2 = 1.38/t_f^2$$

$$a_3 = (-2(\theta_f - \theta_0))/t_f^3 = -0.92/t_f^3$$

Η μορφή του πολυωνύμου είναι:

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

Κανουμε αντικατασταση των παραπάνω ορων στο δοσμενο πολυωνυμο και μετα από απλοποιηση εχουμε τους παρακατω τελικους τυπους:

$$\theta(t) = 0.46 \cdot (3t_f - 2t) \cdot (t^2) / (t_f^3)$$

$$\theta'(t) = 2.76(t_f - t)t / (t_f^3)$$

$$\theta''(t) = 2.76(t_f - 2t) / (t_f^3)$$

Πλέον το ρομπότ κοιτάζει προς το σημείο το οποίο θέλουμε να το πάμε, οπότε αρκεί να του δώσουμε μια γραμμική ταχύτητα ως προς τον άξονα x. Όμως για να κάνει την κατάλληλη διαδρομή θα πρέπει να έχει και την σωστή μετατόπιση. και για να το πετύχουμε αυτό θα πάρουμε το πυθαγόρειο θεώρημα
 $f = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5.4^2 + 2.7^2} = 6$, έτσι ώστε να διανυσει τοσο οσο στο τελος οι συντεταγμένες του να είναι οι επιθυμητές.

Για το μέρος β)

$$\text{Θέτω } f = x$$

$$x(0) = x_0 = 0 \text{ m}$$

$$x(f) = x_f = 5.4 \text{ m}$$

$$x'(0) = x'_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$x'(f) = x'_f = 0 \text{ m/s}$$

Επιλέγουμε πειραματικά $t_f = 50 \text{ s}$

Από τους δοσμένους τύπους για τους συντελεστές έχουμε :

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 3 \cdot 6 / (t_f^2)$$

$$a_3 = -3 \cdot 6 \cdot 2 / (t_f^3)$$

Κάνουμε αντικατάσταση των όρων στον τύπο των κυβικών πολυωνύμων και έχουμε:

$$x(t)=6^2(3tf-2t^2)/(tf^3)$$

$$x'(t)=36(tf-t)/(tf^3)$$

$$x''(t)=36(tf-2t)/(tf^3)$$

Για το μέρος γ)

Δεδομένα:

$$\theta(0)=\theta_0=0.46 \text{ rad}$$

$$\theta(f)=\theta_f=1.54 \text{ rad}$$

$$\theta'(0)=\theta'_0=0 \text{ r/s}$$

$$\theta'(f)=\theta'_f=0 \text{ r/s}$$

Επιλέγουμε πειραματικά $tf = 5\text{s}$

Για τους συντελεστές έχουμε:

$$a_0=\theta_0=0.46$$

$$a_1=0$$

$$a_2=3(\theta_f-\theta_0)/tf^2$$

$$a_3=(-2(\theta_f-\theta_0))/tf^3=-2(1.54-0.46)/tf^3$$

Η μορφή του πολυωνύμου είναι:

$$\theta(t)=a_0+a_1*t+a_2*(t^2)+a_3*(t^3)$$

οπότε:

$$\theta(t)=0.46+(3(\theta_f-\theta_0)/tf^2)t^2-(2(1.54-0.46)/tf^3)*t^3$$

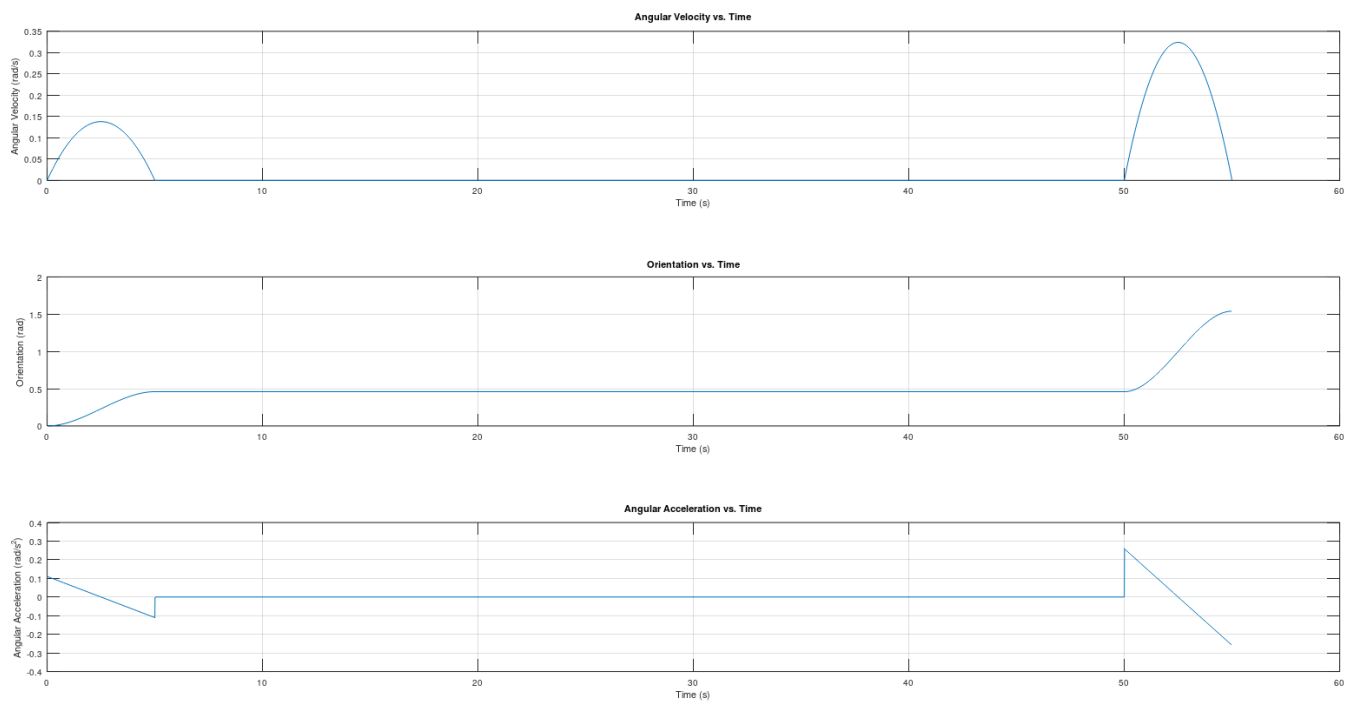
$$\theta'(t)=(32.4*(t).*(tf-t))/tf^3$$

$$\theta''(t)=(32.4*(tf-2*t))/tf^3$$

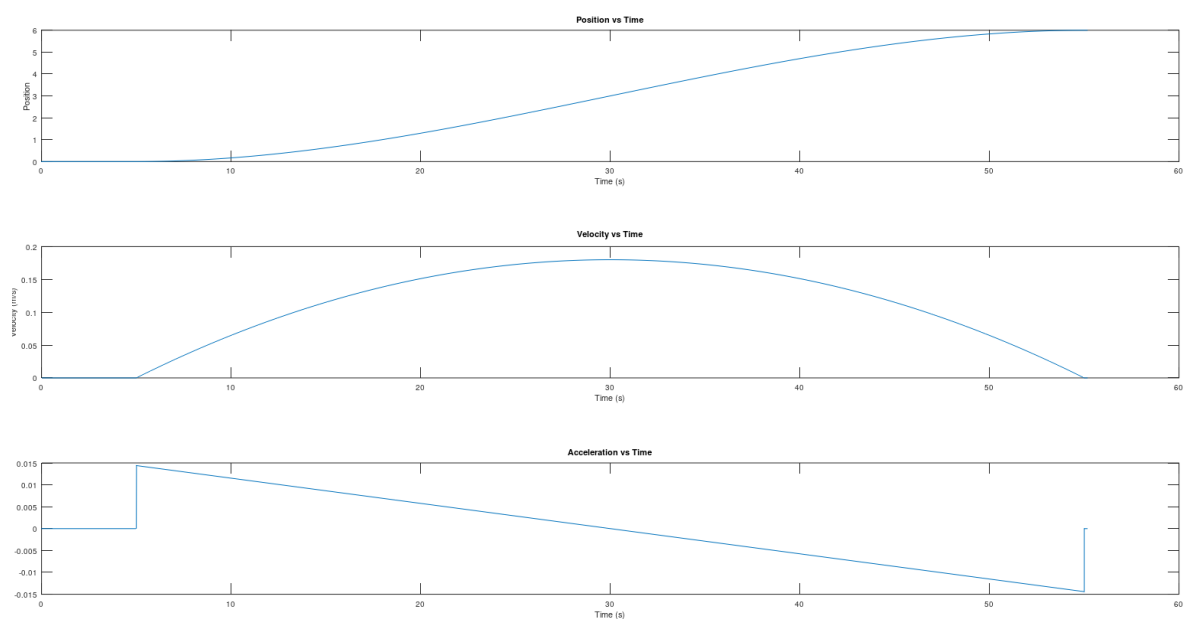
Πριν προχωρήσουμε στο ROS 1 σχεδιάσαμε τις γραφικές παραστάσεις της συνολικής γωνίας και των παραγώγων της και αντίστοιχα για την μετατόπιση. Έτσι επιβεβαιώσαμε

ότι και οι περιορισμοί ικανοποιούνται αλλά και το ρομπότ έχει τον σωστό τελικό προσανατολισμό και την σωστή τελική θέση:

Για τον προσανατολισμό:



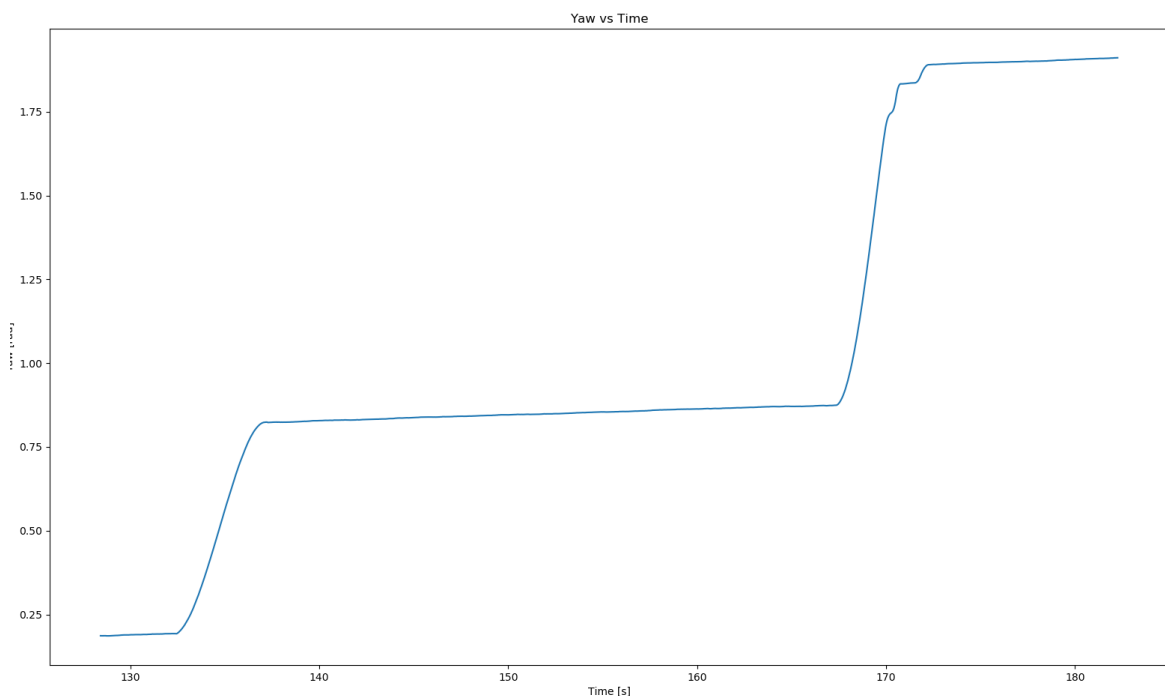
Για την μετατόπιση:



Παρατηρούμε ότι και φτάνει στις συντεταγμένες που θέλουμε και δεν ξεπερνάει τις μέγιστες ταχύτητες για τα tf που έχουμε ορίσει οπότε πλέον μπορούμε να το δούμε και στην προσομοίωση

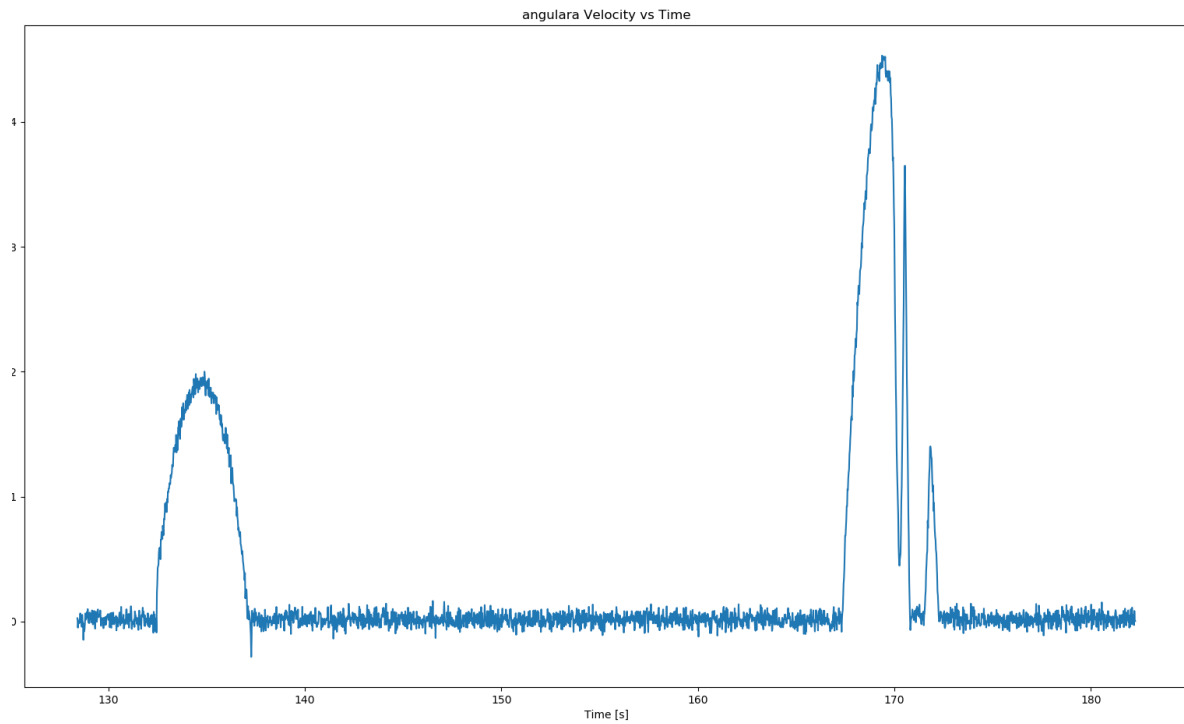
Για τις γωνιακές ταχύτητες και θέσεις μας συνέβη το εξής:λόγω του ότι στο σύστημά μας δεν τρέχει όπως πρέπει πήγαμε στους υπολογιστές της αίθουσας ρομποτικής.Παρόλα αυτά παρατηρήσαμε ότι κάναμε ένα σοβαρό λαθος αργότερα στις εξισώσεις της γραμμικής ταχύτητας όσον αφορά τη μέθοδο.Έτσι έχουμε δεδομένα ότι φτάνει στο σωστό σημείο με τον σωστό προσανατολισμό απλά με διαφορετικό χρόνο στο διάστημα της γραμμικής ταχύτητας.Δυστυχώς στο δικό μας περιβάλλον τα αποτελέσματα βγαίνουν τελείως διαφορετικά από αυτά στο εργαστήριο(έχοντας χρησιμοποιήσει ακριβώς τον ίδιο κώδικα) και δεν έχουμε τη δυνατότητα τώρα να παρουσιάσουμε τα νέα σωστά δεδομένα,μονάχα όσον αφορά τον άξονα x.Παρόλα αυτά θεωρούμε πως θα πάνε όπως αναμένουμε όπως με τη γωνιακή ταχύτητα,αφού εφόσον επιβεβαιώνονται στο οκταβ,τα μαθηματικά δεν γίνεται να είναι διαφορετικά στο ROS.Μάλλον συμβαίνει επειδή έχουμε εικονική μηχανή και όχι boot το λειτουργικό σύστημα.ελπίζουμε αυτό να μην είναι σοβαρό θέμα όσον αφορά τον βαθμό.

Γωνία ως προς τον χρόνο στην προσομοίωση



Θεωρώντας ότι ξεκινάμε από τις 0 μοίρες,βλέπουμε ότι όντως φτάνει εκεί που θέλουμε,μετά μένει σταθερό έως ότου ολοκληρωθεί η κίνηση ως προς τον x και μετά κάνει την δεύτερη γωνιακή κίνηση φτάνοντας πάλι στο επιθυμητό σημείο.

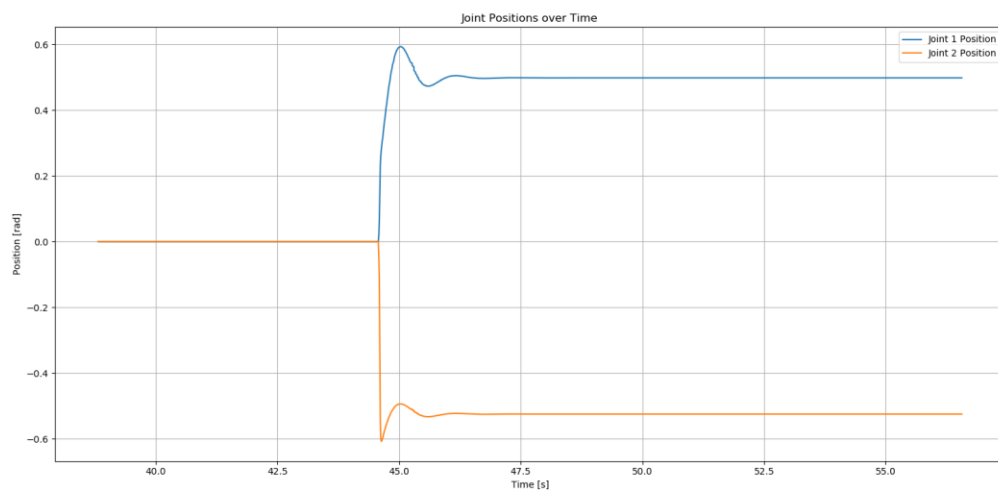
Γωνιακή ταχύτητα ως προς τον χρόνο

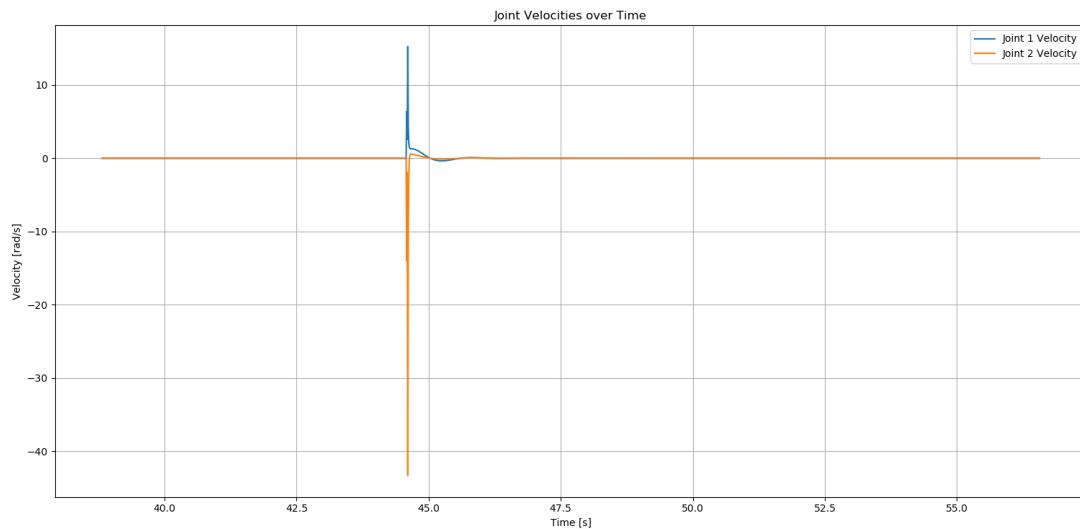


2)

2.1)

Figure 1





2.2)

Για το q1:

Δεδομένα:

$\theta_0 = 0$

$\theta_f = 5392/80 = 67.5$ μοίρες

ορίζουμε $t_f = 20$ s

$t_b = 2$ s

Για να βρούμε την κατάλληλη θ'' , παίρνουμε την παρακάτω εξίσωση και λύνουμε ως προς θ'' :

$$t_b = t_f / 2 - \sqrt{(\theta''^2 * t_f^2 - 4 * \theta'' * (\theta_f - \theta_0)) / 2 * \theta''} \Rightarrow 2 = 20/2 - \sqrt{(400 * \theta''^2 - (4 * \theta'' * 67.5)) / 2 * \theta''} \Rightarrow 2 = 10 - \sqrt{(400 * \theta''^2 - 270 * \theta'') / 2 * \theta''} \Rightarrow \sqrt{(400 * \theta''^2 - 270 * \theta'') / 2 * \theta''} = 8 \Rightarrow \sqrt{400 * \theta''^2 - 270 * \theta''} = 16 * \theta'' \Rightarrow 400 * \theta''^2 - 270 * \theta'' = 256 * \theta''^2 \Rightarrow 144 * \theta''^2 - 270 * \theta'' = 0 \Rightarrow 18 * \theta'' * (8 * \theta'' - 15) = 0 \Rightarrow \theta'' = 15/8 \text{ προκύπτει } \theta'' = 15/8 \text{ r/s}^2$$

Έτσι πλέον μπορούμε να κατασκευάσουμε την τελική εξίσωση

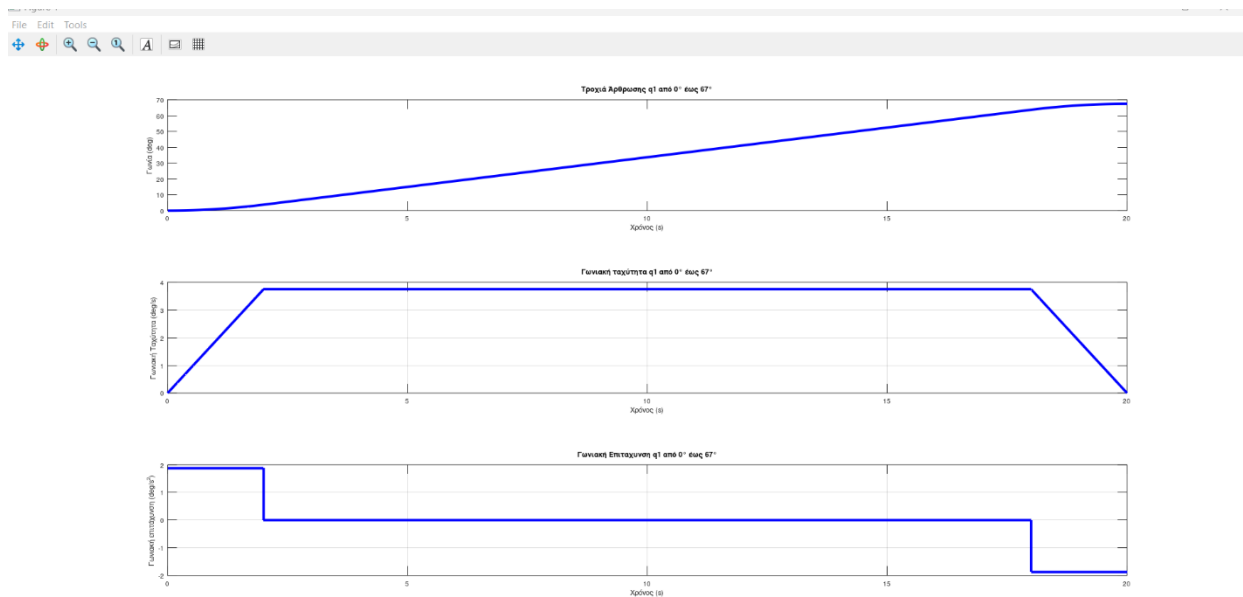
$$\theta(t) = \theta_0 + (1/2) \theta'' t^2 = 1/2 * (15/8) * t^2 \text{ για } 0 \leq t \leq t_b$$

$$\theta(t) = \theta_0 + (1/2) \theta'' t_b^2 + \theta'' t_b (t - t_b) = (1/2) * (15/8) * 4 + (15/8) * 2 * (t - 2) \text{ για } t > t_b$$

$$t_b < t \leq t_f - t_b$$

$$\theta(t) = \theta_f - (1/2)\theta''(t_f - t)^2 = 67.5 - (1/2) * (15/8)(20 - t) \text{ για } t_f - t_b < t \leq t_f$$

πλέον μπορούμε να κατασκευάσουμε τις γραφικές παραστάσεις της γωνίας,γωνιακής ταχύτητας αλλά και της επιτάχυνσης:



όμοια έχουμε για το q2:

Για το q1:

Δεδομένα:

$$\theta_0 = 0$$

$$\theta_f = -5392/120 = -45 \text{ μοίρες}$$

ορίζουμε $t_f = 20 \text{ s}$ γιατί θέλουμε να ολοκληρώνονται την ίδια χρονική στιγμή

$$t_b = 2 \text{ s}$$

Για να βρούμε την κατάλληλη θ'' , παίρνουμε την παρακάτω εξίσωση και λύνουμε ως προς θ'' :

$$\begin{aligned} t_b &= t_f / 2 - \text{ρίζα}((\theta''^2 * t_f^2) - 4 * \theta'' * (\theta_f - \theta_0)) / 2\theta'' \Rightarrow 2 = 20/2 - \text{ρίζα}(400\theta''^2 + 4\theta'' * 45) / 2\theta'' \Rightarrow 2 = 10 - \text{ρίζα}(400\theta''^2 + 180\theta'') / 2\theta'' \Rightarrow \text{ρίζα}(400\theta''^2 + 180\theta'') = 8 \Rightarrow \\ \text{ρίζα}(400\theta''^2 + 180\theta'') &= 16\theta''^2 \Rightarrow 400\theta''^2 + 180\theta'' = 256\theta''^2 \Rightarrow 144\theta''^2 + 180\theta'' = 0 \Rightarrow 36\theta''(4\theta'' + 5) = 0 \Rightarrow \theta'' = -5/4 \text{ r/s} \end{aligned}$$

Έτσι πλέον μπορούμε να κατασκευάσουμε την τελική εξίσωση

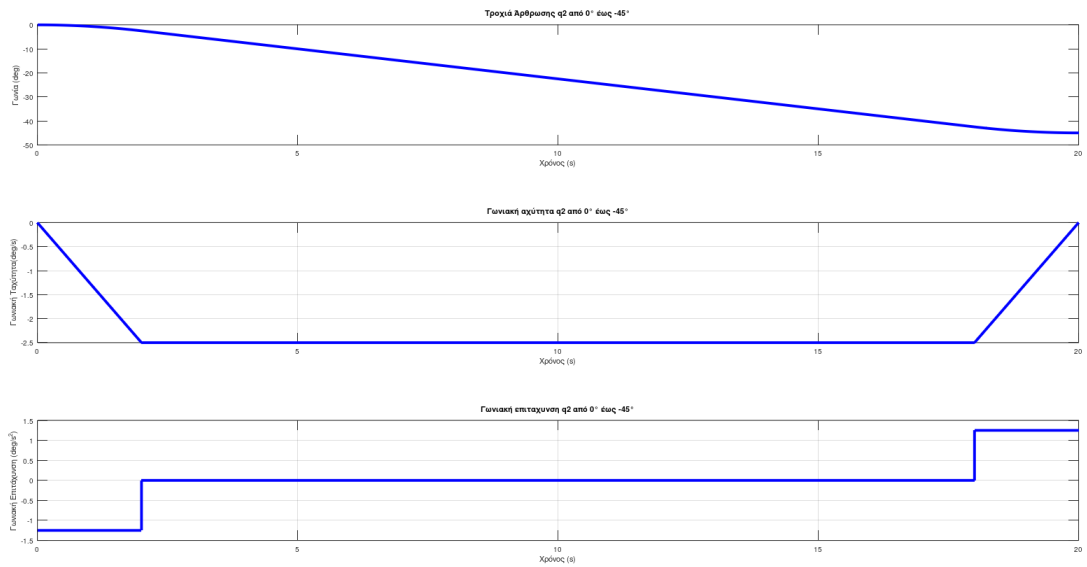
$$\theta(t) = \theta_0 + (1/2)\theta''t^2 = 1/2 * (-5/4) * t^2 \text{ για } 0 \leq t \leq t_b$$

$$\theta(t) = \theta_0 + (1/2)\theta''t_b^2 + \theta''t_b(t - t_b) = (1/2) * (15/8) * 4 + (-5/4) * 2 * (t - 2) \text{ για}$$

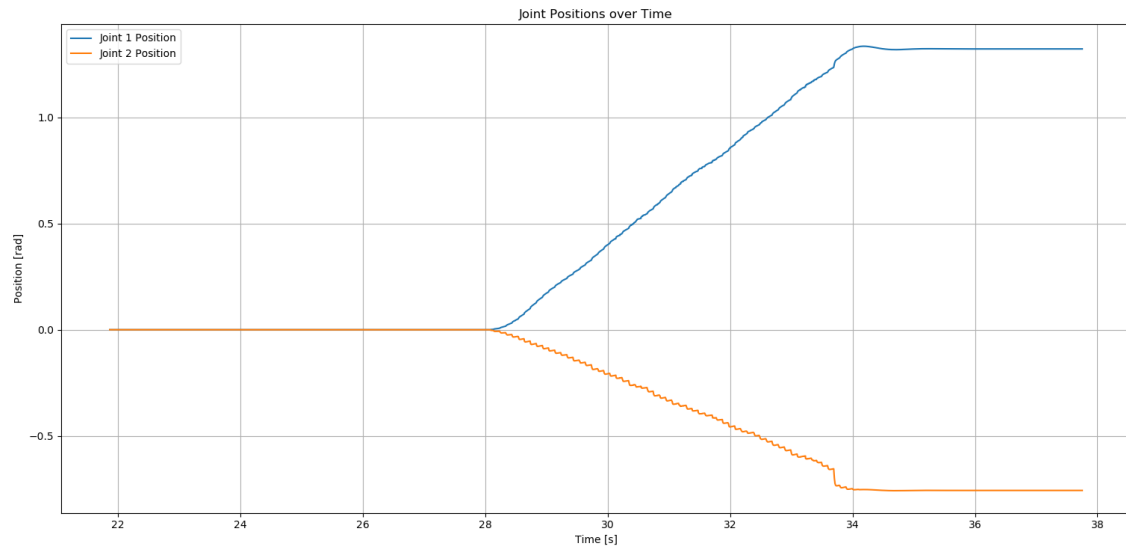
$$t_b < t \leq t_f - t_b$$

$$\theta(t) = \theta_f - (1/2)\theta''(t_f - t)^2 = 67.5 - (1/2) * (-5/4)(20 - t) \text{ για } t_f - t_b < t \leq t_f$$

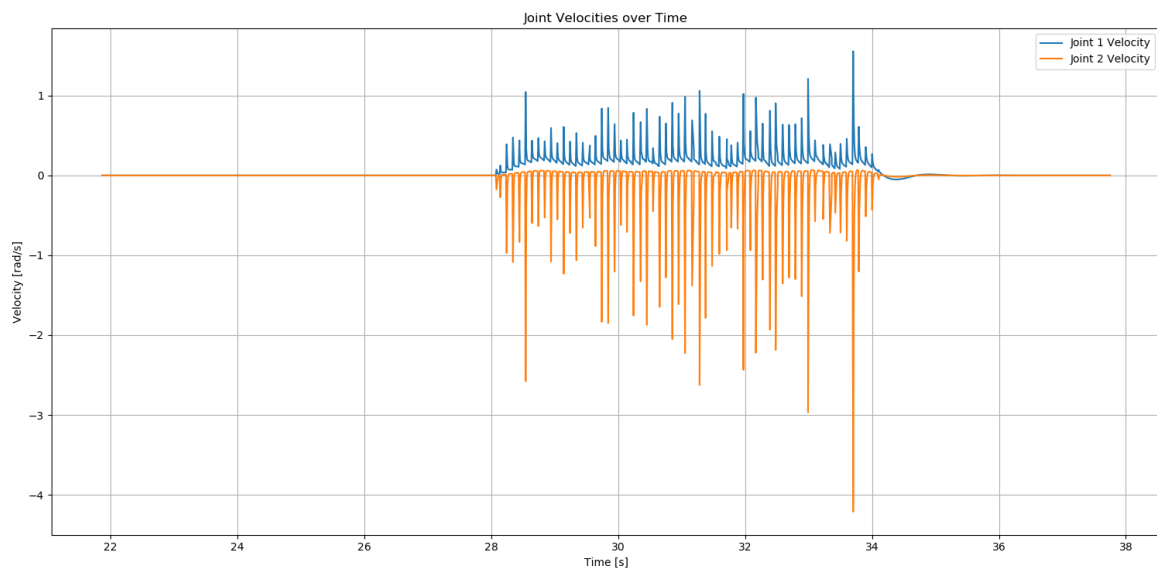
πλέον μπορούμε να κατασκευάσουμε τις γραφικές παραστάσεις της γωνίας,γωνιακής ταχύτητας αλλά και της επιτάχυνσης:



Παρατηρήσεις:Βλέπουμε ότι καμία άρθρωση δεν ξεπερνάει την μέγιστη γωνιακή ταχύτητα και ότι καταλήγουν και οι δύο στις επιθυμητές γωνίες ,οπότε είμαστε έτοιμοι να δούμε και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης



2.3



Σε rad 67.7 μοίρες = 1.17 rad

-45 μοίρες = 0.7 rad

Οπότε και στο ROS έχουμε τα αποτελέσματα που αναμένουμε. Λόγω των αναταράξεων της προσομοίωσης, παρατηρούμε τέτοιες αναταράξεις στην ταχύτητα.