Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales. Práctica 1

Lázaro Vargas García

Ejercicio 1. Find the power set R^3 of $R = (1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 3),\ (3,\ 4)$. Check your answer with the script powerrelation.m and write a LATEX document with the solution step by step.

En este ejercicio, debemos hallar R^3 dada la relación binaria R siguiente:

$$R = \{(1,1),(1,2),(2,3),(3,4)\}$$

Para ello, aplicamos la definición de potencia de una relación:

Definición. Dado $R \subseteq A \times A$,

$$R^n = \begin{cases} R & n = 1 \\ \{(a,b) : \exists x \in A, (a,x) \in R^{n-1} \wedge (x,b) \in R\} & n > 1 \end{cases}$$

Solución. Empecemos por calcular R^2. Nótese que en nuestro caso, $A = \{1,2,3,4\}$

Los siguientes elementos de la forma $(x,y) \in A \times A$ pertenecen a R^2:

- (1,1) Ya que $1 \in A$, $(1,1) \in R$ y $(1,1) \in R$
- (1,2) Ya que $1 \in A$, $(1,1) \in R$ y $(1,2) \in R$
- (1,3) Ya que $2 \in A$, $(1,2) \in R$ y $(2,3) \in R$
- (2,4) Ya que $3 \in A$, $(2,3) \in R$ y $(3,4) \in R$

No hay más elementos que cumplan esta condición, entonces:
$R^2 = \{(1,1),(1,2),(2,3),(3,4)\}$

Empecemos por calcular R^2. Nótese que en nuestro caso, $A = \{1,2,3,4\}$
Los siguientes elementos de la forma $(x,y) \in A \times A$ pertenecen a R^3:

- (1,1) Ya que $1 \in A$, $(1,1) \in R^2$, y $(1,1) \in R$
- (1,2) Ya que $1 \in A$, $(1,1) \in R^2$, y $(1,2) \in R$
- (1,3) Ya que $2 \in A$, $(1,2) \in R^2$, y $(2,3) \in R$
- (1,4) Ya que $3 \in A$, $(1,3) \in R^2$, y $(3,4) \in R$

No hay más elementos que cumplan esta condición, entonces:
$R^3 = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\}$