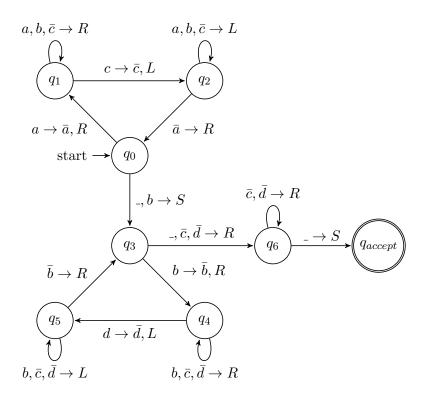
## 582206 Laskennan mallit, syksy 2012

8. harjoitusten malliratkaisut Juhana Laurinharju ja Jani Rahkola

Moninauhaisissa koneissa S-siirtymä eli siirtymä missä ei nauha päätä siirretä mihinkään on usein hyödyllinen. Koska tämä ominaisuus ei muuta Turing-koneen kielentunnistusominaisuuksia, voit vapaasti käyttää tätä ominaisuutta ratkaisuissasi.

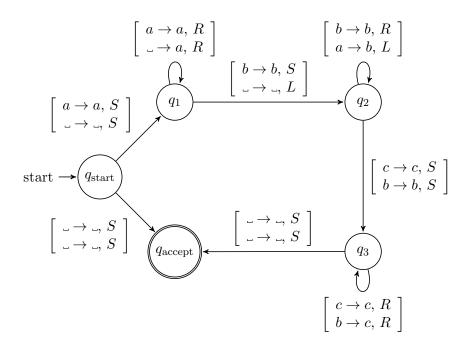
- 1. Tehtävässä tarkastellaan Jyrkin luentojen sivuilla 230 ja 241 esitettyjä determinististä ja epädeterminististä Turingin konetta kielelle  $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$ . Koneiden kaavioesitykset on myös annettu seuraavalla sivulla.
  - (a) Esitä Jyrkin luentojen sivun 230 deterministisen Turingin koneen laskenta (ts. tilanteiden jono) syötteellä 001001.
  - (b) Esitä Jyrkin luentojen sivun 241 epädeterministiselle Turingin koneelle yksi hyväksyvä ja yksi hylkäävä laskenta syötteellä 001001.
- 2. Esitä tilakaaviona kielen  $\{a^ib^jc^id^j\mid i,j\in\mathbb{N}\}$  tunnistava deterministinen yksinauhainen Turingin kone.



Automaatti koostuu kolmesta osasta. Tilasta  $q_0$  lähtevässä silmukassa tarkistetaan, että c merkkejä on vähintään yhtä monta kuin a merkkejä. Tilasta  $q_3$  lähtevässä silmukassa puolestaan tarkistetaan, että d merkkejä on vähintään yhtä monta kuin b merkkejä. Tämä tehdään merkitsemällä käsitelty a-merkki (vastaavasti b-merkki) viivalla, etsimällä seuraava merkitsemätön c-merkki (vastaavasti d-merkki) ja merkitsemällä sekin. Jos näin tehtäessä c tai d merkit loppuivat kesken, siirrytään virhetilaan (jota ei selvyyden vuoksi piirretty kuvaan).

Lopuksi tarkistetaan, että yhtään c tai d merkkiä ei jäänyt merkkaamatta. Tämä tehdään aloittamalla viimeisestä b-merkkiä seuraavasta merkistä, ja sallimalla vain merkattuja c ja d merkkejä. Kun koko syöte on luettu, siirrytään hyväksyvään tilaan.

3. Esitä tilakaaviona kaksinauhainen Turingin kone, joka tunnistaa kielen  $\{a^nb^nc^n \mid n \in N\}$ . Sopiva tapa merkitä kaksinauhaisen koneen siirtymä  $\delta(r, a_1, a_2) = (s, b_1, b_2, D_1, D_2)$  on esim.



Idea tässä Turingin koneessa on seuraava:

- 1) kopioi kaikki a-merkit toiselle nauhalle
- 2) Jokaisen b-merkin kohdalla korvataan toisella nauhalla yksi a-merkki b-merkillä. Tämä tehdään toisella nauhalla lopusta alkuun päin.
- 3) Jos toisella nauhalla on vielä a-merkkejä jäljellä, hylätään.
- 4) Jokaisen c-merkin kohdalla korvataan toisen nauhan b-merkki c-merkillä. Nyt toisella nauhalla liikutaan taas alusta loppuun päin.
- 5) Jos toisella nauhalla on nyt viimeinen b korvattu c:llä, niin hyväksytään. Muuten hylätään.
- 4. Merkkijono-operaatioita. Olkoon syöteaakkosto  $\{a, b\}$ 
  - (a) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä siirtää lukupään nauhan loppuun eli syötteen oikealle puolelle.
  - (b) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä siirtää lukupään nauhan alkuun eli vasempaan laitaan.
  - (c) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä siirtää syötteensä yhdellä paikalla oikealle.
  - (d) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä kääntää syötteensä toisin päin.
- 5. Laskentoa Turing-koneella. Olkoon syöte aakkosto  $\{0,1\}$ .
  - (a) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä kasvattaa yhdellä syötteenään saamaansa binäärilukua.
    - i. Oleta että binääriluvun vähiten merkitsevät bitit ovat nauhan alussa.
    - ii. Oleta että binääriluvun vähiten merkitsevät bitit ovat nauhan lopussa.
  - (b) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä vähentää yhdellä syötteenään saamaansa binäärilukua.
  - (c) Esitä tilakaaviona kolminauhainen Turing-kone, mikä saa kahdellä ensimmäisellä nauhalla yhden binääriluvun kullakin, ja joka laskee kolmannelle nauhalle syötelukujen summan.

- 6. Esitä tilakaaviona kolminauhainen Turing-kone, mikä saa yhdellä nauhalla syötteenä binääriluvun ja kirjoittaa toiselle nauhalle binäärilukua vastaavan määrän kirjainta a. Kolmatta nauhaa voit käyttää jos tarvitset (onkohan tää liian vaikea...).
- 7. Esitä tilakaaviona kolminauhainen Turing-kone, mikä saa kahdellä ensimmäisellä nauhalla yhden binääriluvun kullakin, ja joka laskee kolmannen nauhan avulla syötelukujen kertolaskun (onkohan tää liian vaikea...).