

582206 Laskennan mallit (syksy 2012)

Harjoitus 1 (3.–6.9.)

- Mitkä seuraavista väittämistä ovat tosia ja mitkä epätosia ja miksi?
 - $\emptyset \subseteq \emptyset$
 - $\emptyset \in \emptyset$
 - $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 - $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
 - $\{a, b\} \in \{a, b, c, \{a, b\}\}$
 - $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{a, b\}\}$
 - $\{a, b\} \subseteq \mathcal{P}(\{a, b, \{a, b\}\})$
 - $\{\{a, b\}\} \in \mathcal{P}(\{a, b, \{a, b\}\})$
 - $\{a, b, \{a, b\}\} - \{a, b\} = \{a, b\}$
- Mitä joukkoja ovat seuraavat joukot? Kirjoita joukot käyttäen vain sulkeita, pilkkuja ja numeroita (eli sievennä esitykset)
 - $(\{1, 3, 5\} \cup \{3, 1\}) \cap \{3, 5, 7\}$
 - $\bigcup \{\{3\}, \{3, 5\}, \bigcap \{\{5, 7\}, \{7, 9\}\}\}$
 - $(\{1, 2, 5\} - \{5, 7, 9\}) \cup (\{5, 7, 9\} - \{1, 2, 5\})$
 - $\mathcal{P}(\{7, 8, 9\}) - \mathcal{P}(\{7, 9\})$
 - $\mathcal{P}(\emptyset)$
- Kirjoita seuraavien joukkomerkintöjen määrittelemät joukot *luetteloimalla* eli kirjoittamalla joukko ja sen jäsenet.
 - $\{1\} \times \{1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$
 - $\emptyset \times \{1, 2\}$
 - $\mathcal{P}(\{1, 2\}) \times \{1, 2\}$
 - $\mathcal{P}(\{\varepsilon\})$
- Ovatko seuraavat väittämät tosia? Selitä miksi jos ovat tai eivät ole.
 - $\{\varepsilon\}^* = \{\varepsilon\}$
 - Mielivaltaisella aakkostolla Σ ja millä tahansa kielellä $L \subseteq \Sigma^*$, $(L^*)^* = L^*$.
 - Jos a ja b ovat erilaisia symboleita, niin $\{a, b\}^* = \{a\}^* \circ (\{b\} \circ \{a\}^*)^*$.
 - Jos Σ on mielivaltainen aakkosto, $\varepsilon \in L_1 \subseteq \Sigma^*$ ja $\varepsilon \in L_2 \subseteq \Sigma^*$, niin $(L_1 \circ \Sigma^* \circ L_2)^* = \Sigma^*$.
 - Mille tahansa kielelle L , $\emptyset \circ L = L \circ \emptyset = \emptyset$
- Olkoon $\Sigma = \{a, b\}$. Esitä joitakin esimerkkejä merkkijonoista, jotka kuuluvat tai eivät kuulu alla määriteltyihin joukkoihin.
 - $\{w: w = uu^R u \text{ jollakin } u \in \Sigma^*\}$, missä funktio u^R on merkkijonon u käännetty muoto
 - $\{w: ww = wuw\}$
 - $\{w: uvw = wvu \text{ joillakin } u, v \in \Sigma^*\}$
 - $\{w: www = uu \text{ jollakin } u \in \Sigma^*\}$
- Milloin yhtälö $L^+ = L^* - \{\varepsilon\}$ pitää paikkansa. Tässä $L^+ = \{l_1 l_2 \dots l_k \mid k \geq 1 \text{ ja } (\forall i): l_i \in L\}$
- Etsitä seuraavat ehdot täyttävät sanat eli merkkijonot (leikittelyä)
 - Kaksi erilaista viiden mittaista sanaa, joilla on täsmälleen samat alimerkkijonot lukuunottamatta sanoja itseään. Alimerkkijono on merkkijono, joka saadaan kun alkuperäisestä merkkijonosta otetaan jokin yhtenäinen osa merkkijonoksi, esim merkkijonon *abaab* alimerkkijonot ovat
 $\varepsilon, a, b, ab, ba, aa, aba, baa, aab, abaa, baab$ ja *abaab*.
 - Merkkijono joka koostuu a ja b :stä eikä ole kahden palindromin ketjutus.
 - Viiden mittainen sana joka sisältää kaikki mahdolliset aakkoston $\{a, b\}$ kahden mittaiset merkkijonot alimerkkijonoinaan.