

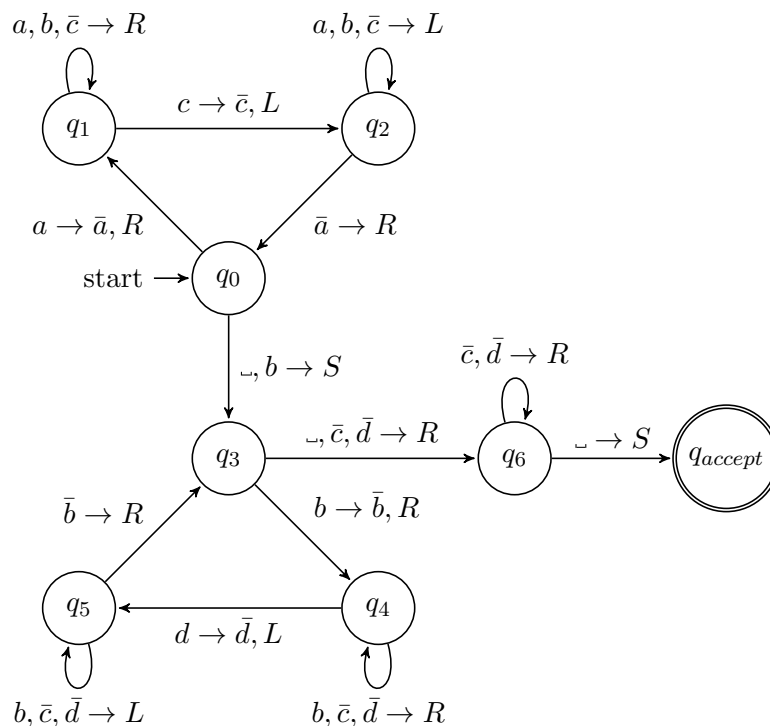
582206 Laskennan mallit, syksy 2012

8. harjoitusten malliratkaisut

Juhana Laurinharju ja Jani Rahkola

Moninauhaisissa koneissa S -siirtymä eli siirtymä missä ei nauha päätä siirretä mihinkään on usein hyödyllinen. Koska tämä ominaisuus ei muuta Turing-koneen kielentunnistusominaisuuksia, voit vapaasti käyttää tätä ominaisuutta ratkaisuisasi.

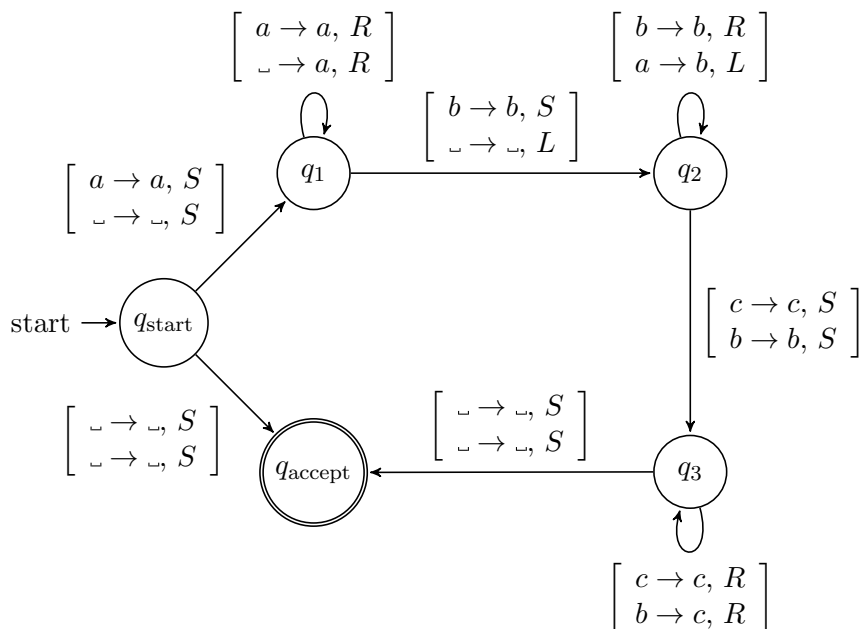
1. Tehtävässä tarkastellaan Jyrkin luentojen sivuilla 230 ja 241 esitettyjä determinististä ja epädeterminististä Turingin konetta kielelle $\{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$. Koneiden kaavioesitykset on myös annettu seuraavalla sivulla.
 - (a) Esitä Jyrkin luentojen sivun 230 deterministisen Turingin koneen laskenta (ts. tilanteiden jono) syötteellä 001001.
 - (b) Esitä Jyrkin luentojen sivun 241 epädeterministiselle Turingin koneelle yksi hyväksyvä ja yksi hylkäävä laskenta syötteellä 001001.
2. Esitä tilakaaviona kielen $\{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ tunnistava deterministinen yksinauhainen Turingin kone.



Automaatti koostuu kolmesta osasta. Tilasta q_0 lähtevässä silmukassa tarkistetaan, että c merkkejä on vähintään yhtä monta kuin a merkkejä. Tilasta q_3 lähtevässä silmukassa puolestaan tarkistetaan, että d merkkejä on vähintään yhtä monta kuin b merkkejä. Tämä tehdään merkitsemällä käsitelty a -merkki (vastaavasti b -merkki) viivalla, etsimällä seuraava merkitsemätön c -merkki (vastaavasti d -merkki) ja merkitsemällä sekin. Jos näin tehtäessä c tai d merkit loppuivat kesken, siirrytään virhetilaan (jota ei selvyiden vuoksi piirretty kuvaan).

Lopuksi tarkistetaan, että yhtään c tai d merkkiä ei jäänyt merkkaamatta. Tämä tehdään aloittamalla viimeisestä b -merkkiä seuraavasta merkistä, ja sallimalla vain merkattuja c ja d merkkejä. Kun koko syöte on luettu, siirrytään hyväksyväan tilaan.

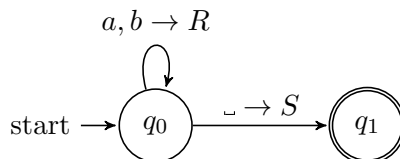
3. Esitä tilakaaviona kaksinauhainen Turingin kone, joka tunnistaa kielen $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Sopiva tapa merkitä kaksinauhaisen koneen siirtymä $\delta(r, a_1, a_2) = (s, b_1, b_2, D_1, D_2)$ on esim.



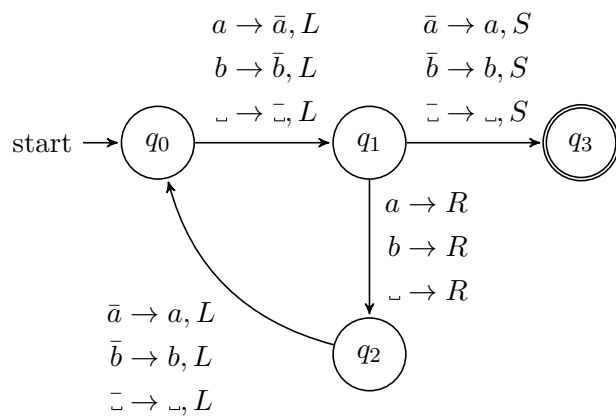
Idea tässä Turingin koneessa on seuraava:

- 1) kopioi kaikki a -merkit toiselle nauhalle
 - 2) Jokaisen b -merkin kohdalla korvataan toisella nauhalla yksi a -merkki b -merkillä. Tämä tehdään toisella nauhalla lopusta alkuun päin.
 - 3) Jos toisella nauhalla on vielä a -merkkejä jäljellä, hylätään.
 - 4) Jokaisen c -merkin kohdalla korvataan toisen nauhan b -merkki c -merkillä. Nyt toisella nauhalla liikutaan taas alusta loppuun päin.
 - 5) Jos toisella nauhalla on nyt viimeinen b korvattu c :llä, niin hyväksytään. Muuten hylätään.
4. Merkkijono-operaatioita. Olkoon syöteakkosto $\{a, b\}$

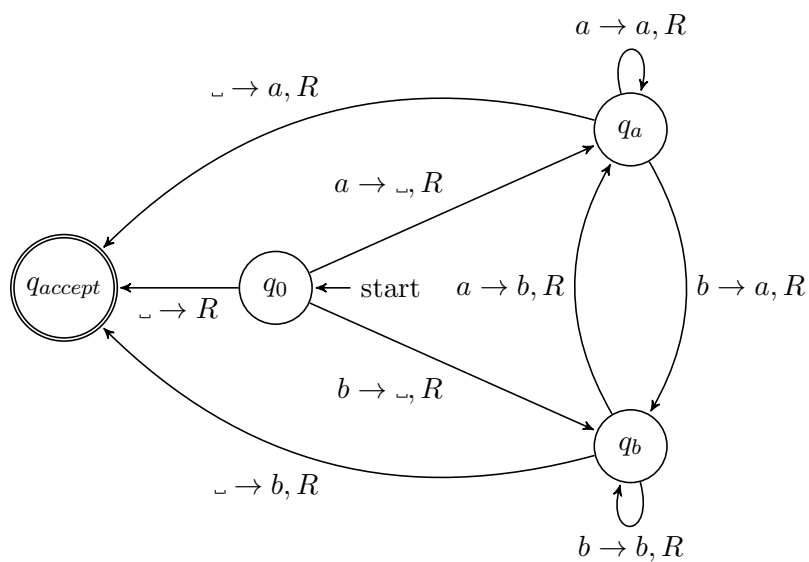
- (a) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä siirtää lukupään nauhan loppuun eli syötteen oikealle puolelle.



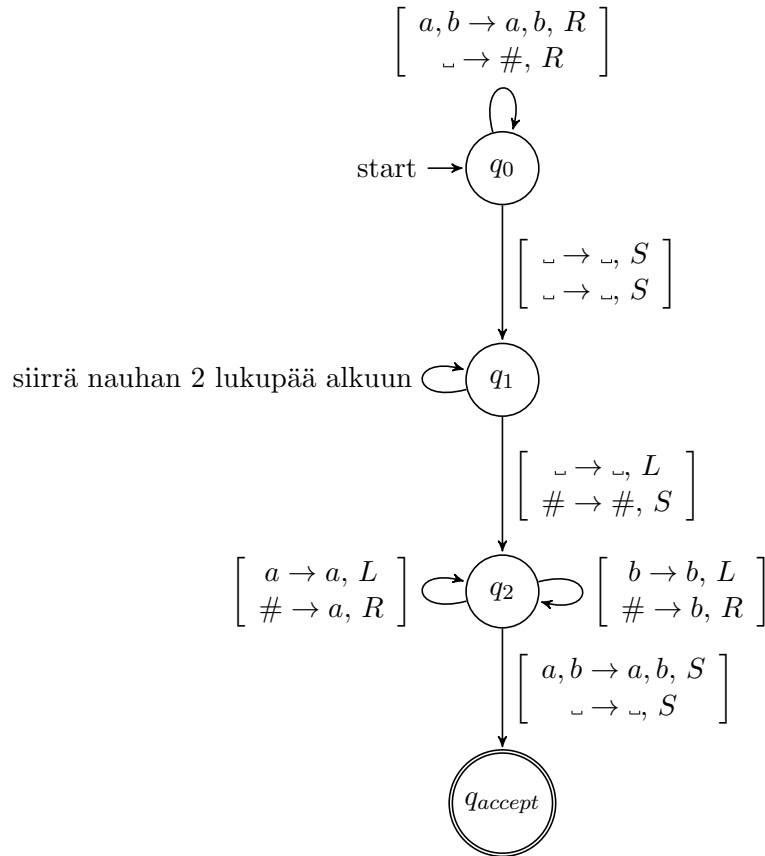
- (b) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä siirtää lukupään nauhan alkuun eli vasempaan laitaan.



(c) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä siirtää syötteesä yhdellä paikalla oikealle.



(d) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä kääntää syötteesä toisin päin.



Aluksi siirrytään syötteen sisältävällä ensimmäisellä nauhalla syötteen jälkeiseen tyhjään merkkiin. Samalla kirjoitetaan toiselle nauhalle syötteen pituutta vastaava määrä $\#$ merkkejä. Seuraavaksi siirretään toisen nauhan lukupää nauhan alkuun ja tämän jälkeen kopioidaan syöte ensimmäiseltä nauhalta lopusta alkuun toiselle nauhalle. Tämä kääntää syötteen. Toiselle nauhalle kirjoitetut $\#$ -merkit kertovat milloin kopiointi lopetetaan.

5. Laskentoa Turing-koneella. Olkoon syöte aakkosto $\{0, 1\}$.
 - (a) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä kasvattaa yhdellä syötteenään saamaansa binäärilukua.
 - i. Oleta että binääriluvun vähiten merkitsevät bitit ovat nauhan alussa.
 - ii. Oleta että binääriluvun vähiten merkitsevät bitit ovat nauhan lopussa.
 - (b) Esitä tilakaaviona Turing-kone, mikä vähentää yhdellä syötteenään saamaansa binäärilukua.
 - (c) Esitä tilakaaviona kolminauhainen Turing-kone, mikä saa kahdella ensimmäisellä nauhalla yhden binääriluvun kullakin, ja joka laskee kolmannelle nauhalle syötelukujen summan.
6. Esitä tilakaaviona kolminauhainen Turing-kone, mikä saa yhdellä nauhalla syötteenä binääriluvun ja kirjoittaa toiselle nauhalle binäärilukua vastaavan määrän kirjainta a . Kolmatta nauhaa voit käyttää jos tarvitset (onkohan tää liian vaikea...).
7. Esitä tilakaaviona kolminauhainen Turing-kone, mikä saa kahdella ensimmäisellä nauhalla yhden binääriluvun kullakin, ja joka laskee kolmannen nauhan avulla syötelukujen kertolaskun (onkohan tää liian vaikea...).