

## 582206 Laskennan mallit, syksy 2012

### 6. harjoitusten malliratkaisut

Juhana Laurinharju ja Jani Rahkola

#### Säännölliset kielet

- Osoita seuraavat kielet epäsäännöllisiksi käyttäen pumppauslemmaa (tai jollain muulla halua-mallasi tavalla):
  - $\{a^m b^n c^n \mid n, m \geq 1\}$
  - aakkoston  $\{a, b, c\}$  palindromit
  - $\{0^n 10^n \mid n \in N\}$ .
- Mitkä seuraavista kielistä ovat säännöllisiä, mitkä eivät (kielillä  $A_1$  ja  $A_2$  aakkostona  $\{0, 1\}$ , muilla  $\{a, b, c\}$ ):

$$A_1 = \{0^n 1^m 0^n \mid n, m \in N\}$$

$$A_2 = \{0^n 0^n \mid n \in N\}$$

$$A_3 = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$$

$$A_4 = \{wuw^R \mid w, u \in \Sigma^+\}$$

$$A_5 = \{wxw^R \mid w \in \Sigma^*, x \in \Sigma\}$$

$$A_6 = \{abca^n b^n c^n \mid n \in N\}$$

Perustele. Voit käyttää hyväksi kaikkia tunnettuja säännöllisiä kieliä koskevia ominaisuuksia, etenkin edellisen tehtävän tuloksia.

#### Kontekstittomat kielet

- Esitä kontekstittomat kielipit, jotka tuottavat seuraaville aakkoston  $\Sigma = \{0, 1\}$  kielille:
  - parittoman mittaiset merkkijonot
  - merkkijonot, joilla on osamerkkijono 111
  - merkkijonot, joissa on ainakin kaksi merkkiä ja joiden ensimmäinen ja viimeinen merkki ovat samat
  - parittoman mittaiset merkkijonot, joiden ensimmäinen ja keskimäinen merkki ovat samat.
- Esitä kontekstittomat kielipit seuraaville kielille:
  - $01^* \cup 10^*$
  - $\{0^n 1^m \mid m, n \in N \text{ ja } m \geq n\}$
  - $\{0^n 1^k 0^m \mid m, n, k \in N \text{ ja } k = n + m\}$
  - $\{a^n b^m c^m \mid m, n \in N\}$
  - aakkoston  $\{0, 1\}$  merkkijonot, joissa on yhtä paljon nollia ja ykkösiä.
- Täydennä Jyrkin luentojen lauseen 2.3 todistus (s. 140) osoittamalla, että kontekstiton kielten luokka on suljettu myös konkatenation ja tähtioperaation suhteen. Esitä todistus samalla tarkkuustasolla kuin luentomuistiinpanoissa esitetty yhdisteen tapaus.
- Voidaan osoittaa, että kieli  $A = \{a^n b^n c^n \mid n \in N\}$  ei ole kontekstiton. (Tähän palataan myöhemmin kurssilla.) Käyttäen tätä tietoa hyväksi osoita, että kontekstiton kielten luokka ei ole suljettu leikkauksen suhteen. (*Vihje:* esitä  $A$  kahden kontekstittoman kielen leikkauksena.) Päättele edelleen, että kontekstittomien kielten luokka ei ole suljettu komplementoinnin suhteen.
- Osoita, että seuraavien aakkoston  $\{a, b, c\}$  kielten komplementit ovat kontekstittomia:
  - $A_1 = \{a^n b^n \mid n \in N\}$
  - $A_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \in N\}$

Vihje: Voit tietysti yksinkertaisesti kirjoittaa kontekstittomat kieliopit komplementeille  $\overline{A_1}$  ja  $\overline{A_2}$ . Voi kuitenkin olla helpompaa esittää  $\overline{A_1}$  ja  $\overline{A_2}$  yhdisteinä yksinkertaisemmista kielistä, jotka on suoraviivaisempaa nähdä kontekstittomiksi.