

582206 Laskennan mallit, syksy 2012

7. harjoitusten malliratkaisut

Juhana Laurinharju ja Jani Rahkola

1. Esitä pinoautomaatti seuraaville kielille.

(a) Kaikki palindromit aakkostosta $\Sigma = \{a, b, c\}$.

(b) $\{a^i b^j \mid 0 \leq i \leq j\}$ missä $\Sigma = \{a, b, c\}$

(c) $\{a^i b^j c^k \mid j = i + k\}$ missä $\Sigma = \{a, b, c\}$

(d) Kaikki aakkoston $\Sigma = \{0, 1\}$ merkkijonot joissa nollia on kaksi kertaa niin paljon kuin ykkösiä.

2. Tarkastellaan kielioppia

$$S \rightarrow S + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (S) \mid a$$

Muodosta merkkijonon $s = (a + a) * a$ jäsenyspuu tämän kieliopin mukaisesti.

Etsi jäsenyspuusta jokin juuresta lehteen johtava polku, jolla sama muuttuja esiintyy kahdessa solmussa. Muodosta tämän perusteella toistuvuusominaisuuden todistuksen ideaa mukaillen jokin merkkijonon s jako osiin $s = uvxyz$, joilla merkkijono $uv^i xy^i z$ kuuluu tarkasteltavaan kieleen kaikilla $i \in \mathbb{N}$.

3. Olkoon A aakkoston $\{0, 1\}$ kieli, joka koostuu niistä merkkijonoista, joissa on sama määrä nollia ja ykkösiä. Tällä kielellä on kontekstiton kielioppi

$$S \rightarrow SS \mid 0S1 \mid 1S0 \mid \varepsilon$$

(a) Kielen A eräs toistuvuuspituus on 4. Esitä kieleen A kuuluvalla merkkijonolle $s = 001101$ kaikki eri tavat jakaa se osiin $s = uvxyz$ toistuvuusominaisuuden ehdot toteuttavalla tavalla (lause 2.30; Sipser Theorem 2.34; tässä siis $p = 4$).

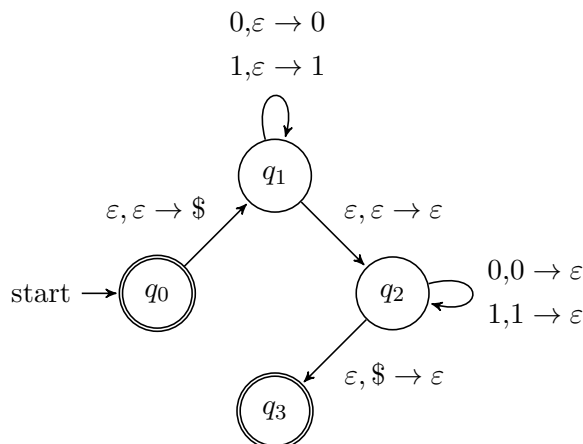
(b) Onko kielellä A pienempiä toistuvuuspituuksia kuin 4? Perustele.

4. (a) Koostukoon aakkoston $\{a, b, c\}$ kieli A merkkijonoista, joissa on yhtä monta a -, b - ja c -merkkiä. Osoita, että A ei ole yhteydetön.

(b) Osoita, että kieli $\{0^n 1^n 0^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ei ole yhteydetön.

5. Anna yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kielen $\{a^i b^j c^k \mid i = 2j \text{ tai } j = 2k\}$. Muodosta apulauseen 2.21 mukaisesti kieliopistasi pinoautomaatti, joka tunnistaa saman kielen.

6. Tee alla olevasta pinoautomaatista Apulauseen 2.27 mukaisesti kielioppi.



7. (a) Osoita, että jos A on yhteydetön ja B säännöllinen kieli, niin $A \cap B$ on yhteydetön.

Vihje: muodosta pinoautomaatin ja äärellisen automaatin leikkausautomaatti samaan tapaan kuin Jyrkin luentojen lauseessa 1.1 (luentomateriaalin sivut 48–50).

- (b) Tiedetään, että kieli L on yhteydetön ja R säännöllinen. Voidaanko tästä päätellä, että $L - R$ on yhteydetön? Entä $R - L$? Perustele.