

## 582206 Laskennan mallit, syksy 2012

### 7. harjoitusten malliratkaisut

Juhana Laurinharju ja Jani Rahkola

1. Esitä pinoautomaatti seuraaville kielille.

(a) Kaikki palindromit aakkostosta  $\Sigma = \{a, b, c\}$ .

(b)  $\{a^i b^j \mid 0 \leq i \leq j\}$  missä  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(c)  $\{a^i b^j c^k \mid j = i + k\}$  missä  $\Sigma = \{a, b, c\}$

(d) Kaikki aakkoston  $\Sigma = \{0, 1\}$  merkkijonot joissa nollia on kaksi kertaa niin paljon kuin ykkösiä.

2. Tarkastellaan kielioppia

$$S \rightarrow S + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (S) \mid a$$

Muodosta merkkijonon  $s = (a + a) * a$  jäsenyspuu tämän kieliopin mukaisesti.

Etsi jäsenyspuusta jokin juuresta lehteen johtava polku, jolla sama muuttuja esiintyy kahdessa solmussa. Muodosta tämän perusteella toistuvuusominaisuuden todistuksen ideaa mukaillen jokin merkkijonon  $s$  jako osiin  $s = uvxyz$ , joilla merkkijono  $uv^i xy^i z$  kuuluu tarkasteltavaan kieleen kaikilla  $i \in \mathbb{N}$ .

3. Olkoon  $A$  aakkoston  $\{0, 1\}$  kieli, joka koostuu niistä merkkijonoista, joissa on sama määrä nollia ja ykkösiä. Tällä kielellä on kontekstiton kielioppi

$$S \rightarrow SS \mid 0S1 \mid 1S0 \mid \varepsilon$$

(a) Kielen  $A$  eräs toistuvuuspituus on 4. Esitä kieleen  $A$  kuuluvalla merkkijonolle  $s = 001101$  kaikki eri tavat jakaa se osiin  $s = uvxyz$  toistuvuusominaisuuden ehdot toteuttavalla tavalla (lause 2.30; Sipser Theorem 2.34; tässä siis  $p = 4$ ).

(b) Onko kielellä  $A$  pienempiä toistuvuuspituuksia kuin 4? Perustele.

4. (a) Koostukoon aakkoston  $\{a, b, c\}$  kieli  $A$  merkkijonoista, joissa on yhtä monta  $a$ -,  $b$ - ja  $c$ -merkkiä. Osoita, että  $A$  ei ole yhteydetön.

(b) Osoita, että kieli  $\{0^n 1^n 0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  ei ole yhteydetön.

5. Anna yhteydetön kielioppi, joka tuottaa kielen  $\{a^i b^j c^k \mid i = 2j \text{ tai } j = 2k\}$ . Muodosta apulauseen 2.21 mukaisesti kieliopistasi pinoautomaatti, joka tunnistaa saman kielen.

6. Tee alla olevasta pinoautomaatista Apulauseen 2.27 mukaisesti kielioppi.

