2025 年度卒業論文

VectorField 法を用いた
パラフォイルの空中回収における誘導則の研究

2026 年 2 月

東京理科大学創域理工学部機械航空宇宙工学科

小笠原研究室

7522095　舟木 悠太

目次

第 1 章　序論

1.1　研究背景

宇宙開発の分野において, パラフォイルを展開して降下するペイロードをヘリコプターで捕獲する空中回収という方式の研究が行われている. ペイロードの回収では, パラフォイルを展開して地上や水上に落下させる方式が一般的であるが, これらの方式は着陸または着水時にペイロードに大きな衝撃が加わる上, 落下したペイロードを回収するのに時間がかかる. 空中回収はヘリコプターを用いてペイロードを空中で捕獲する方式であり, ペイロードに衝撃を与えずに迅速に回収できる利点があるため, Genesis のサンプルリターンミッションなどで採用されており, 太陽風などの衝撃に弱い物体を地球に持ち帰る手段として有効である.

1.2　先行研究

1.2.1　3GMAR(3rd Generation Mid-Air Retrieval) の手順

空中回収において, ヘリコプターとパラフォイルが安定した会合を行うため, 会合時の衝撃荷重及び相対速度の低減及び空中回収に適したパラフォイルの種類の研究が行われてきた. 従来の空中回収では, 会合時の衝撃荷重を低減するため、ヘリコプターにウィンチを搭載していた. ウインチの機械的な定格荷重によって, 回収可能な質量はヘリコプターの懸吊可能な質量の 25% 程度に制限されていた. また, NASA の Genesis ミッション等で見られた第 2 世代の課題として, 捕獲後にパラフォイルが再膨張して揚力を発生させ, ヘリコプターに対して危険なピッチングモーメントを与える「再飛行（Re-flight）」現象があった Dean らは上記の問題点を解決するため, 3GMAR(3rd Generation Mid-Air Retrieval) という空中回収の方式を提案した. 3GMAR の手順を図 2.1 に示す.

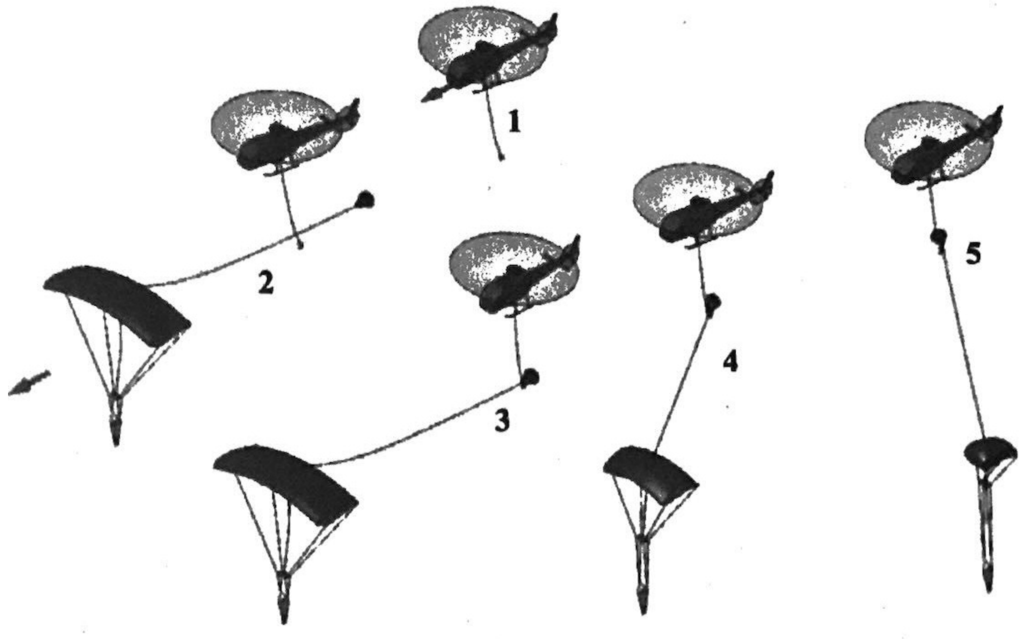

Fig. 1.1 The process of 3GMAR.(Dean 他,2005)

3GMAR ではフックが取り付けられた回収ヘリコプターが, ドローグパラシュートが取り付けられたパラフォイルに接近し, ドローグにフックをかけて回収する．この時の手順は接近, 会合, 引き上げの 3 段階に分けられる．接近段階では, ヘリコプターは、パラフォイルをパイロットが目視で確認できるまでパラフォイルに向かって飛行する．その後, 回収ヘリコプターはパラフォイルと右斜め編隊を組み, パラフォイルより約 15m 高い高度を維持し, パラフォイルの中心線の左側に約 15m 離れて位置する．このときヘリコプターとパラフォイルとの相対速度はほぼ 0m/s となる．会合段階では, ヘリコプターはパラフォイルに向かって徐々に接近し, ドローグパラシュートにフックをかける．引き上げ段階では, ヘリコプターはドローグパラシュートを引き上げる．この際, 係合ラインに張力がかかり, パラフォイルのサスペンションラインに取り付けられた「スライダー」と呼ばれる部品が引き上げられキャノピーが収縮する．
3GMAR では, パラフォイルとの編隊飛行により相対速度をほぼ 0 とし, 衝撃荷重を極小化することでウインチを排除した．これにより, ヘリコプターの標準的な貨物フックを直接使用することが可能となり, 機体の懸吊能力の 80% 以上を利用可能とした．また, スライダー機構によってパラフォイルを収縮させることで, 揚力を低減し, ヘリコプターへのピッチングモーメントを軽減する．その一方, 3GMAR ではパラフォイルが自律制御を行うことは想定されていないため, 風などの外乱やパラフォイルの初期値のずれによりパラフォイルがヘリコプターから離れた方向に移動する可能性がある．したがって空中回収の成功は、ヘリコプターの性能及びパイロットの技術に依存している．(Dean 他,2005)

1.2.2 VectorField 法を用いたパラフォイルの誘導則

空中回収でのパラフォイルの誘導に関しては, Fari らが VF(VectorField) 法に基づく経路追従手法を提案している．VF 法では, パラフォイルが参照経路に追従するためのベクトル場を生成することで, 風の外乱が存在する場合であっても安定した追従が可能となる．図 1.2 に, 横軸に x 方向, 縦軸に y 方向をとった場合の, VF 法に基づくパラフォイルの誘導則による軌道例を示す．

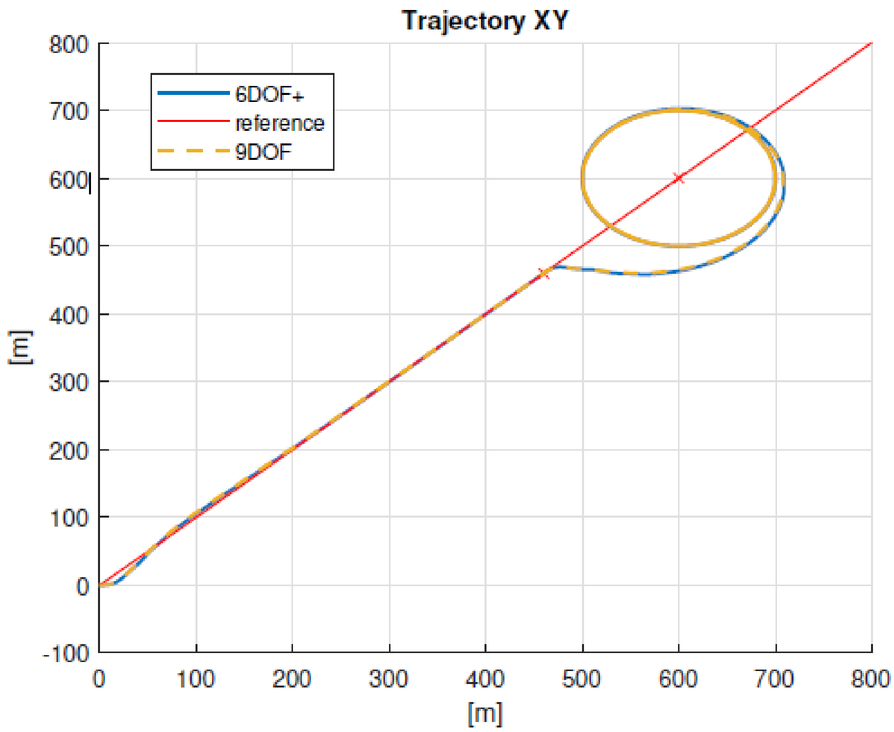

Fig. 1.2 Vehicle trajectory for a combined maneuver (straight-line and orbit)(Fari 他, 2021)

この手法を空中回収に適用する場合，2 つの課題が存在する．第一に, Farira の研究では直線及び円軌道の追従が示されているが, 空中回収に適した軌道計画がなされていない点である．空中回収においては, パラフォイルは動力を持たずに滑空飛行を行うため, 初期高度と会合高度の差がそのままパラフォイルの持つエネルギーになる．したがって, パラフォイルの高度エネルギーを過不足なく消費するような軌道計画を行う必要がある．

第二に, VF 法での制御パラメータ調整の煩雑さが挙げられる．VF 法では, 参照経路に対するパラフォイルの位置ずれを低減するために, 複数の制御パラメータを調整する必要がある．これらのパラメータは, 風速や風向きなどの外乱条件に応じて決定されるべきであるが, Fari らの論文ではその方法が示されていない．したがって, 空中回収において VF 法を適用するためには, ゲインの数を減らせるよう VF 法の修正が必要である．(Fari 他, 2021)

1.3　研究目的

空中回収の成功率を向上させるためには, ヘリコプターが回収しやすいよう, パラフォイルが自律的に適切な会合点へ到達するための軌道を設計し, 風の影響下でもその軌道に追従する誘導則が必要である.

そこで, 本研究では, 空中回収に適した軌道計画手法の構築及び,VF 法の修正によるパラフォイルの誘導則の評価を目的とする.

第 2 章　パラフォイルモデル

2.1　パラフォイルの仕組み

この節では, パラフォイルの基本的な仕組みについて説明する. パラフォイルは, 展開可能な柔軟構造を有し, 端部の形状を変形させることで姿勢の変更及び軌道制御が可能な落下傘を指す. パラフォイルの実機を正面から見た様子を図 2.1 に示す.

Fig. 2.1 The X-38 prototype of the Crew Return Vehicle is suspended under its giant 7,500-square-foot parafoil during its eighth free flight on Thursday, December 13, 2001.(NASA,2001)

パラフォイルはキャノピー, ペイロード, そしてテザーから構成されている. パラフォイルのキャノピーは, 翼型断面を有し, 揚力を発生させることで滑空飛行を実現する. ペイロードは, パラフォイルに吊り下げられた物体であり, テザーはキャノピーとペイロードを接続する. パラフォイルは前進時にキャノピーが空気を取り込み, 空気流のせきとめ圧（ラム圧）でセルを膨らませて翼形状を保持する. パラフォイルは減速や降下に用いられるパラシュートと比べてアスペクト比が大きく, 端面が翼型形状であるため滑空飛行が可能となる.
パラフォイルの制御は, 主にテザーの端部を引くことで行われ、テザーの片端を引く非対称制御とテザーの両端を引く対称制御の 2 通りの制御方法を使い分ける. 非対称制御では, 例としてテザーの右側を引くとキャノピーの右後部が下がることでバンク角が発生し、向心力が働くことで左旋回が可能となる. 対称制御では, 両端のテザーを引くことでキャノピーの後縁が下がり揚抗比が変化することで前進速度を制御できる.

2.2　6 自由度モデルの説明

本章では, パラフォイルの詳細なダイナミクスをコンピュータ上で表現するための 6 自由度モデルについて述べる. 実際のパラフォイルの運動では, テザーで接続されたキャノピーとペイロードが相互に干渉しながら運動するので, パラフォイルのモデルを構築するにあたり, キャノピーとペイロードの拘束条件によって自由度が異なる. キャノピーとペイロードが単一の剛体として接続された 6 自由度モデルは誘導・航法・制御 (GNC: Guidance, Navigation, and Control) システムのダイナミクスを表現する上で最小次数のモデルである. 8-9 自由度の高次のモデルではキャノピーとペイロードの相対運動を表現でき, 揺れに対する安定性の応答の解析に使用できる一方, GNC システムの解析を行う上で解析が複雑になる. 本研究では, 空中回収のために計画された軌道へのパラフォイルの誘導性能を評価することが目的であるため, 川口やの研究を参考に 6 自由度モデルを採用した. (川口,2023)

2.2.1　座標系とモデルの定義

本モデルでは, ペイロードは剛体として扱うが, キャノピーは入射角 Γ（キャノピーとペイロードの相対角）を通して, システムに対してキャノピー上の回転中心を中心に回転できるものとする. 本モデルは以下の 4 つの座標系を持つ.

- 慣性座標系 ($\mathrm{O_I - X_I Y_I Z_I}$): 原点 $\mathrm{O_I}$ は地上の任意の点, $\mathrm{X_I}$ 軸は北, $\mathrm{Y_I}$ 軸は東, $\mathrm{Z_I}$ 軸は下方向とする.
- 機体座標系 ($\mathrm{O_B - X_B Y_B Z_B}$): 原点 $\mathrm{O_B}$ は全システムの質量中心, $\mathrm{X_B}$ 軸は機体正面, $\mathrm{X_B - Y_B}$ 面はシステム対称面とする.
- キャノピー座標系 ($\mathrm{O_C - X_C Y_C Z_C}$): 原点 $\mathrm{O_C}$ はキャノピーの回転中心位置, $\mathrm{X_C}$ 軸はキャノピー正面, $\mathrm{X_C - Z_C}$ 面はキャノピー対称面とする.
- 空力座標系 ($\mathrm{O_A - X_A Y_A Z_A}$): 原点 $\mathrm{O_A}$ はキャノピーの空力中心位置（前縁から $0.25\bar{c}$）, $\mathrm{X_A}$ 軸はキャノピー正面, $\mathrm{X_A - Z_A}$ 面はキャノピー対称面とする.

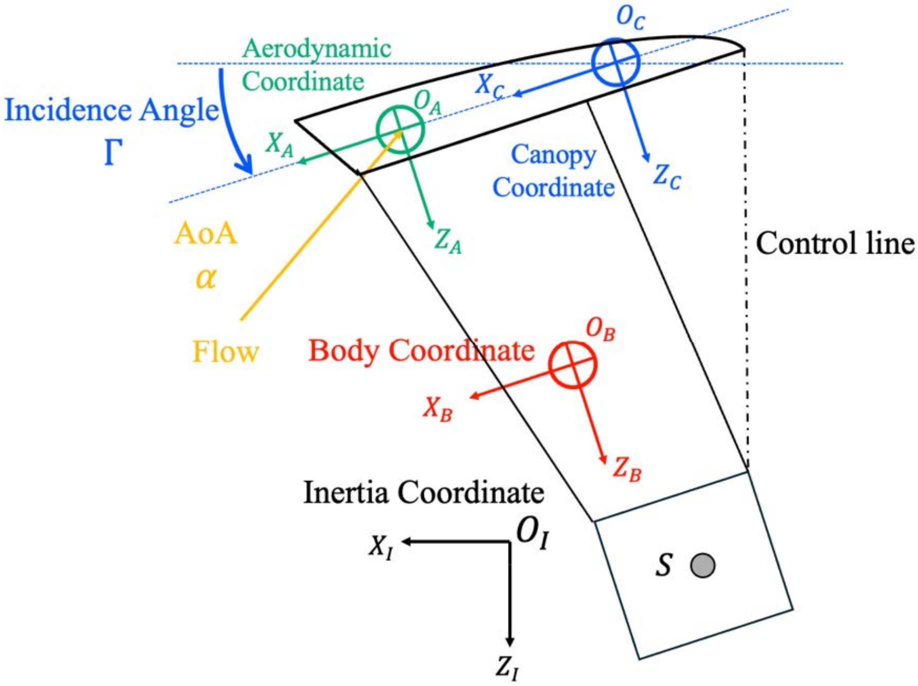

Fig. 2.2 Parafoil Model. (川口,2023)

また, 運動を表現するにあたりペイロードの質量中心に点 S を定義する．このシステムでは, 全システムの質量中心において 3 つの並進運動（3DOF）と回転運動（3DOF）の合計 6 自由度でモデル化される.

2.2.2　パラフォイルの運動方程式

6 自由度のパラフォイルモデル運動方程式は, 全システムの質量中心における 3 つの慣性位置成分 $[x, y, z]^T$ および 3 つのオイラー角 $[\phi, \theta, \psi]^T$ により,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = [T_{\mathrm{IB}}]^T \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

で表される.

ここで, $\sin(\alpha) \equiv s_\alpha$, $\cos(\alpha) \equiv c_\alpha$, $\tan(\alpha) \equiv t_\alpha$ とする．また, $[T_{\mathrm{IB}}]$ は慣性座標系から機体座標系への変換行列であり,

$$[T_{\mathrm{IB}}] = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

で表される.

非線形運動方程式は, 全システム質量中心において力とモーメントを合計し, 並進運動量と角運動量を定義することにより得られる. 並進運動の方程式は

$$\begin{bmatrix}\dot{u}\\ \dot{v}\\ \dot{w}\end{bmatrix} = \frac{1}{m}(F_{\mathrm{W}} + F_{\mathrm{A}} + F_{\mathrm{S}}) - S_{\omega}^{B}\begin{bmatrix}u\\ v\\ w\end{bmatrix} \tag{2.4}$$

回転運動の方程式は

$$\begin{bmatrix}\dot{p}\\ \dot{q}\\ \dot{r}\end{bmatrix} = [I_{\mathrm{T}}]^{-1}\left\{\boldsymbol{M}_A + \boldsymbol{S}_{CP\cdot B} \times F_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{S}_{CS\cdot B} \times F_{\mathrm{S}} - S_{\omega}^{B}[I_{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix}p\\ q\\ r\end{bmatrix}\right\} \tag{2.5}$$

ここで, S_{ω}^{B} は機体軸における角速度のクロス積行列であり以下に示される.

$$S_{\omega}^{B} = \begin{bmatrix}0 & -r & q\\ r & 0 & -p\\ -q & p & 0\end{bmatrix} \tag{2.6}$$

また, $[I_{\mathrm{T}}]$ は全システムの慣性モーメントであり, キャノピー・ペイロードの慣性モーメントを平行軸の定理を用いて足し合わせたものである.

キャノピーやペイロードで生じた力を全システム質量中心で表すために, 距離ベクトル $\boldsymbol{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$ を用いて外積で表現される. $\boldsymbol{S}_{a\cdot b}^{A}$ はクロス積行列であり, 座標系 A において点 a から点 b までの距離を表す.

$$\boldsymbol{S}_{a\cdot b}^{A} \times \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix}0 & -r_z & r_y\\ r_z & 0 & -r_x\\ -r_y & r_x & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_X\\ F_Y\\ F_Z\end{bmatrix} \tag{2.7}$$

2.3　力の定義

式 (2.4) の線形運動量は, 重力項 F_{W}, キャノピーとペイロードに生じる空力項（キャノピー F_{A}, ペイロード F_{S}）によって定義される. 重力項は式 (2.8) で表され, 全システム質量中心に生じる.

$$F_{\mathrm{W}} = [T_{\mathrm{IB}}]\begin{bmatrix}0\\ 0\\ mg\end{bmatrix} \tag{2.8}$$

2.3.1　キャノピーの空力

キャノピーの空力項を定義する前に, キャノピー座標系における空力速度 $[u_{\mathrm{c}}, v_{\mathrm{c}}, w_c]^T$ 及び角速度 $[p_{\mathrm{c}}, q_c, r_c]^T$ をキャノピーの入射角 Γ と大気風を考慮して定義する.

$$\begin{bmatrix} u_\mathrm{c} \\ v_\mathrm{c} \\ w_\mathrm{c} \end{bmatrix} = [T_\mathrm{BC}] \left(\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + S_\omega^B \begin{bmatrix} \Delta x_c \\ \Delta y_c \\ \Delta z_c \end{bmatrix} + [T_\mathrm{BC}]^T \begin{bmatrix} \Delta x_p \\ \Delta y_p \\ \Delta z_p \end{bmatrix} \right) - [T_\mathrm{IB}] \begin{bmatrix} V_{WX} \\ V_{WY} \\ V_{WZ} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

$$\begin{bmatrix} p_\mathrm{c} \\ q_\mathrm{c} \\ r_\mathrm{c} \end{bmatrix} = [T_\mathrm{BC}] \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

ここで, $\Delta x_c, \Delta y_c, \Delta z_c$ は機体座標系における質量中心からキャノピー回転中心までの距離, $\Delta x_p, \Delta y_p, \Delta z_p$ はキャノピー座標系におけるキャノピー回転中心から空力中心までの距離である. また, $[T_\mathrm{BC}]$ は機体座標系からキャノピー座標系への変換行列である.

$$[T_\mathrm{BC}] = \begin{bmatrix} \cos\Gamma & 0 & -\sin\Gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Gamma & 0 & \cos\Gamma \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

キャノピー座標系における空力角は以下で定義される. キャノピーの合成空力速度は $V_\mathrm{c} = \sqrt{u_\mathrm{c}^2 + v_\mathrm{c}^2 + w_\mathrm{c}^2}$ である.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w_\mathrm{c}}{u_\mathrm{c}}\right) \tag{2.12}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{v_\mathrm{c}}{V_\mathrm{c}}\right) \tag{2.13}$$

キャノピーに生じる空力項 F_A は, キャノピーの空力座標系の原点に作用し, 式 (2.14)〜式 (2.16) で表される.

$$F_\mathrm{A} = \frac{1}{2}\rho V_\mathrm{c}^2 S_C [T_\mathrm{BC}]^T [\boldsymbol{T}_{AC}] \begin{bmatrix} -C_D \\ C_Y\beta \\ -C_L \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha^2}\alpha^2 + C_{D\delta_a}\delta_a + C_{D\delta_s}\delta_s \tag{2.15}$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta_a}\delta_a + C_{L\delta_s}\delta_s \tag{2.16}$$

ここで, $[\boldsymbol{T}_{AC}]$ は空力中心からキャノピー座標系への変換行列であり, 迎角 α によって定義される.

$$[\boldsymbol{T}_{AC}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

2.3.2 ペイロードの空力

ペイロードに作用する空力項は形状抗力によって定義され, キャノピーと同様にペイロードにおいても大気風の要素を考慮した空力速度 $[u_S, v_S, w_S]^T$ を用いる．ペイロードの合成空力速度は $V_S = \sqrt{u_S^2 + v_S^2 + w_S^2}$ である．

$$F_{\mathrm{S}} = -\frac{1}{2}\rho V_S S_S C_{DS} \begin{bmatrix} u_S \\ v_S \\ w_S \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

$$\begin{bmatrix} u_S \\ v_S \\ w_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + S_\omega^B \begin{bmatrix} \Delta x_p \\ \Delta y_p \\ \Delta z_p \end{bmatrix}_S \right) - [T_{\mathrm{IB}}] \begin{bmatrix} V_{WX} \\ V_{WY} \\ V_{WZ} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

2.4 モーメントの定義

式 (2.5) の角運動量は, 質量中心に生じるモーメント $\boldsymbol{M}_A$, キャノピーとペイロードに生じる空力モーメント（キャノピー $\boldsymbol{S}_{CP\cdot B} \times F_{\mathrm{A}}$, ペイロード $\boldsymbol{S}_{CS\cdot B} \times F_{\mathrm{S}}$）によって定義される．質量中心に生じるモーメント $\boldsymbol{M}_A$ は式 (2.20) で表される．

$$\boldsymbol{M}_A = \frac{1}{2}\rho V_{\mathrm{c}}^2 S_C [T_{\mathrm{BC}}]^T \begin{bmatrix} b \cdot C_l \\ c \cdot C_m \\ b \cdot C_n \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$C_l = C_{l\phi}\phi + C_{lp}\frac{p_{\mathrm{c}} b}{2V_{\mathrm{c}}} + C_{l\delta_a}\delta_a \frac{d}{b} \tag{2.21}$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}\frac{q_c c}{2V_{\mathrm{c}}} \tag{2.22}$$

$$C_n = C_{nr}\frac{r_c b}{2V_{\mathrm{c}}} + C_{n\delta_a}\delta_a \frac{d}{b} \tag{2.23}$$

ここで d はブレーキラインの作用点間距離, b はスパンである．

また, 操舵量に関して非対称ブレーキ δ_a および対称ブレーキ δ_s は左右の操舵量 δ_R, δ_L を用いて以下で表される．

$$\delta_a = \delta_R - \delta_L \tag{2.24}$$

$$\delta_s = \min(\delta_R, \delta_L) \tag{2.25}$$

以上を全システム中心で合計することで, 式 (2.4), (2.5) が構成される．

第 3 章　軌道計画

3.1　アルゴリズムの概要

本章では, 空中回収においてパラフォイルを会合点へ到達させるための軌道を計画する方法について述べる. ヘリコプターがパラフォイルと協調して飛行するためには, パラフォイルが会合点において特定の高度と速度で到達する必要がある. (Dean 他,2005) また, 空中回収ではヘリコプターは備え付けのフックを用いてドローグパラシュートを懸架するため, ドローグパラシュートが風によって揺れずに安定するためには, パラフォイルは風上方向へ滑空しながら会合点に向かう必要がある. そのため, 本研究ではパラフォイルが会合点において特定の高度と速度で到達し, かつ風上方向へ進入するような軌道を計画する.

本研究では, Branden の研究を参考に, 図に示すように 3 つの Phase に分けてパラフォイルの軌道を設計した. (Branden,2009)

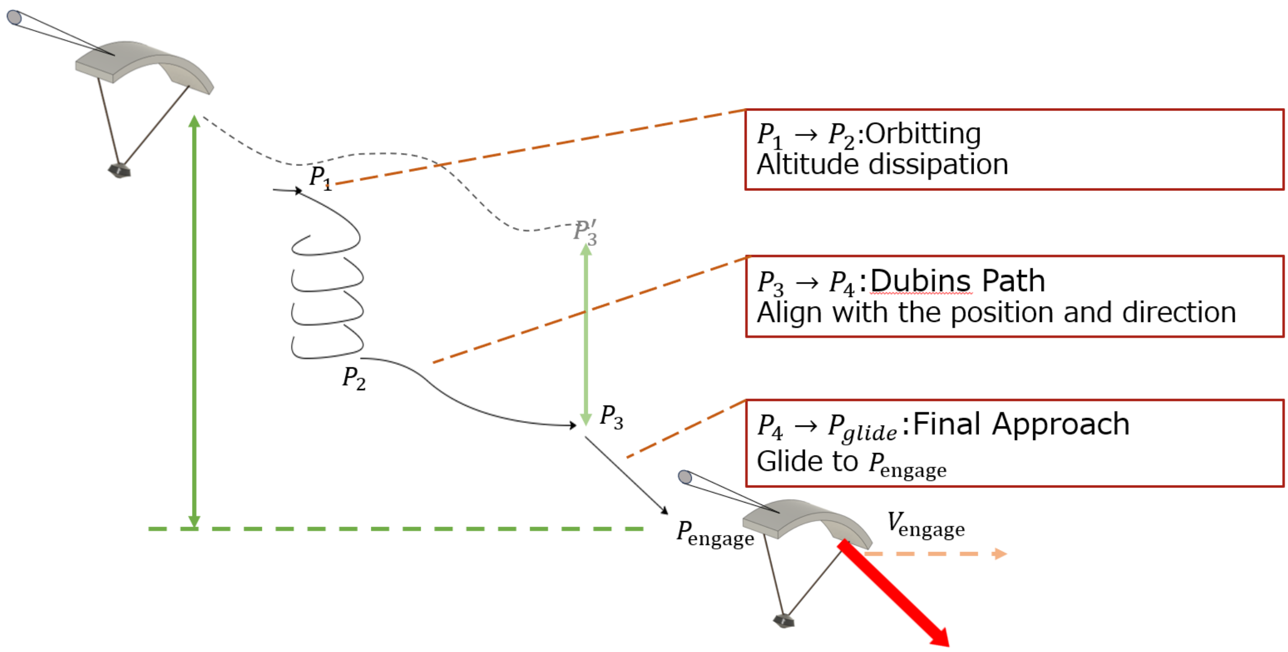

Fig. 3.1 Trajectory Planning of MAR.

Phase1 では, 余分な高度の消費を行う. パラフォイルが円旋回を続けることで、会合点 P_{engage} の上空を通過することを防ぐ. Phase2 では, 次節で述べる Dubins Path を用いてパラフォイルを風上方向に進入させる. 得られた最短経路に対して, 必要な高度を消費するために旋回半径を調整しながら軌道を延長する. Phase3 では, パラフォイルを会合点に向けて風上方向に直進させる.

3.2 軌道計画で使われる簡易的な運動モデル

軌道計画の段階では, パラフォイルの詳細な 6 自由度モデルを用いるのではなく, パラフォイルを質点とみなし, 定常滑空を行うと仮定したモデルを用いて計算を行う.

パラフォイルの状態ベクトルを $\mathbf{x} = [x, y, \psi, h]^T$ とし, 対気速度 V, 飛行経路角 γ（降下角）, 旋回半径 R を用いると, 時間 t に関する運動方程式は

$$\dot{x} = V\cos\gamma\cos\psi, \quad \dot{y} = V\cos\gamma\sin\psi, \quad \dot{\psi} = \frac{V\cos\gamma}{r}, \quad \dot{h} = V\sin\gamma \tag{3.1}$$

と表される.

軌道計画において, 水平位置の変化と高度の変化を直接結び付けるために, 独立変数を時間 t から消費高度 τ に変換する. τ は飛行開始時の高度 h_0 からの低下分として $\tau = h_0 - h$ と定義される. 軌道計画においては, この関係性を基礎とし, パラフォイルが水平方向に移動したときに消費される高度を計算している. パラフォイルが定常飛行だと仮定すると, 旋回時の様子は図 (3.2) に示すようになる.

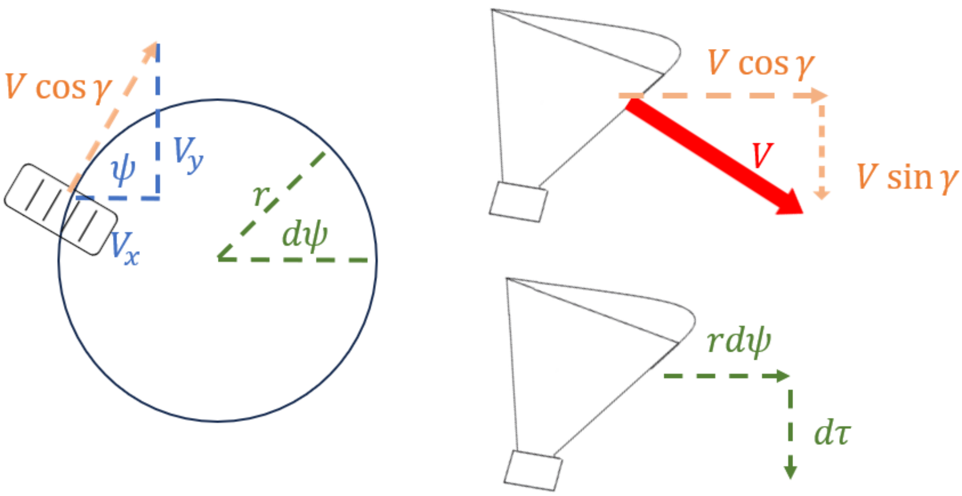

Fig. 3.2 Steady-state spiral descent of Parafoil.

揚抗比 L/D は一定であり, 飛行経路角 γ は以下のように表される.

$$\frac{L}{D} = \frac{V\cos\gamma}{V\sin\gamma} = \frac{1}{\tan\gamma} \tag{3.2}$$

$d\tau = -\dot{h}dt = -V\sin\gamma dt$ より, 高度微分形式の運動方程式が得られる.

$$x' = \frac{dx}{d\tau} = \frac{L}{D}\cos\psi, \quad y' = \frac{dy}{d\tau} = \frac{L}{D}\sin\psi, \quad \psi' = \frac{L}{D}\frac{1}{r} \tag{3.3}$$

3.3 Dubins Path の解析的解法

3.3.1 Dubins Path の概要

ここでは Phase2 の軌道計画に用いられる Dubins Path について説明する．軌道計画の Phase2 では開始位置 P_2 と終了位置 P_3 の水平位置に加えて進行方向が指定されているため，単純な直線経路ではなく，指定された開始位置と終了位置および進行方向を満たす軌道を求める必要がある．Dubins Path とは，始点と終点の位置および方位が与えられたときに，始点と終点を直進か一定曲率のカーブを組合せて結ぶ経路のことであり，最小旋回半径の制約下で最短経路を求める問題である．(Branden,2009) 図 3.3 に Dubins Path の一例を示す．

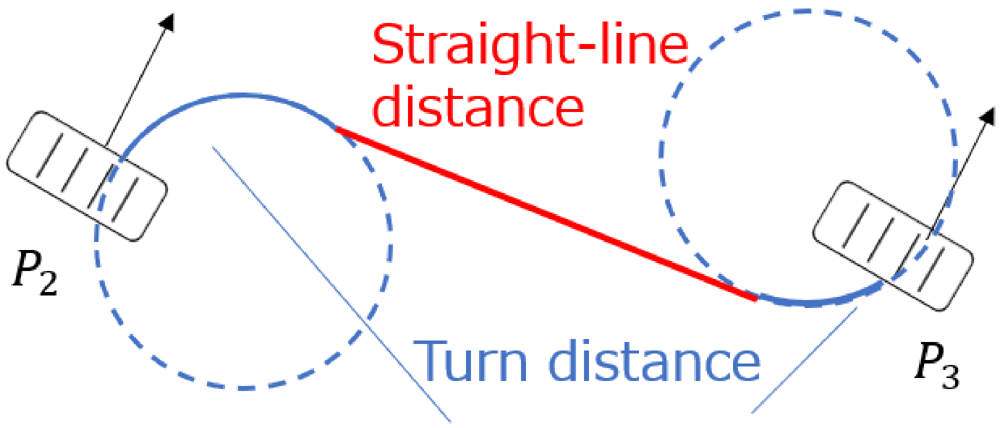

Fig. 3.3 Concept of Dubins path.

Dubins Path では，始点 $\boldsymbol{S} = (x_s, y_s, \psi_s)$ から終点 $\boldsymbol{E} = (x_e, y_e, \psi_e)$ への最短経路を，数値探索ではなく幾何学的な解析解として求めている．

3.3.2 座標変換と正規化

計算を簡略化するため，問題を最小旋回半径 R で正規化し，始点が原点 $(0, 0)$ かつ方位 0 となるような局所座標系へ変換する．

まず，始点から終点への相対ベクトルを計算し，始点方位 ψ_s だけ回転させる．

$$\Delta x = x_e - x_s \tag{3.4}$$

$$\Delta y = y_e - y_s \tag{3.5}$$

$$x' = \Delta x \cos\psi_s + \Delta y \sin\psi_s \tag{3.6}$$

$$y' = -\Delta x \sin\psi_s + \Delta y \cos\psi_s \tag{3.7}$$

始点と終点のユークリッド距離 $D = \sqrt{x'^2 + y'^2}$ を旋回半径 R で除し，正規化距離 d を得る．

$$d = \frac{D}{R} \tag{3.8}$$

次に, 始点・終点をつなぐ直線の方位 $\theta = \mathrm{atan2}(y', x')$ を基準として, 始点および終点の相対方位 α, β を定義する（Shkel & Lumelsky の記法に準拠）.

$$\alpha = \mod(-\theta, 2\pi) \tag{3.9}$$
$$\beta = \mod((\psi_e - \psi_s) - \theta, 2\pi) \tag{3.10}$$

3.3.3 各モードの経路長計算

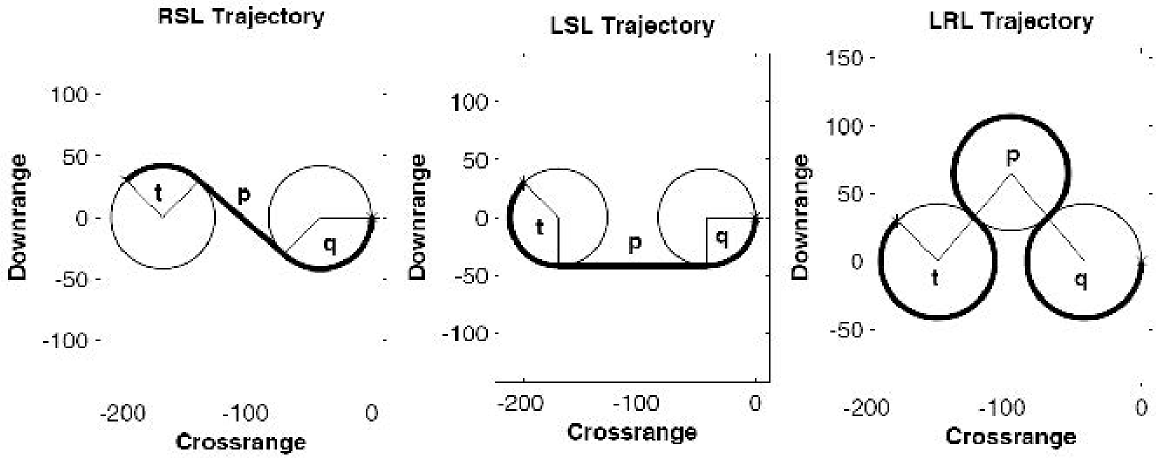

Fig. 3.4 Three of the six Dubins paths. (Branden,2009)

正規化された空間において, 経路は「第 1 旋回区間（長さ t)」「直線区間（長さ p)」「第 2 旋回区間（長さ q)」の 3 要素で構成される．これらはすべて無次元化された長さ（角度）である．主要な 4 つの CSC（Curve-Straight-Curve）モードにおける構成要素は以下の通り計算される．なお, 計算結果が実数解を持たない（ルートの中が負になる）場合, そのモードは幾何学的に成立しない.

外共通接線を用いる LSL (Left-Straight-Left) 経路の式は

$$p = \sqrt{2 + d^2 - 2\cos(\alpha - \beta)} \tag{3.11}$$
$$t = \mod\left(\mathrm{atan2}\left(\cos\beta - \cos\alpha, d + \sin\alpha - \sin\beta\right) - \alpha, 2\pi\right) \tag{3.12}$$
$$q = \mod\left(\beta - \mathrm{atan2}\left(\cos\beta - \cos\alpha, d + \sin\alpha - \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.13}$$

に示すとおりである.

LSL と同様に外共通接線を用いるが, 旋回方向が逆となる RSR (Right-Straight-Right) 経路の式は

$$p = \sqrt{2 + d^2 - 2\cos(\alpha - \beta)} \tag{3.14}$$
$$t = \mod\left(\alpha - \mathrm{atan2}\left(\cos\alpha - \cos\beta, d - \sin\alpha + \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.15}$$
$$q = \mod\left(-\beta + \mathrm{atan2}\left(\cos\alpha - \cos\beta, d - \sin\alpha + \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.16}$$

に示す通りである.

内共通接線を用いる LSR (Left-Straight-Right) 経路の式は

$$p = \sqrt{-2 + d^2 + 2\cos(\alpha - \beta)} \tag{3.17}$$

$$t = \mod \left(-\alpha + \operatorname{atan2}\left(-\cos\alpha + \cos\beta, d + \sin\alpha + \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.18}$$

$$q = \mod \left(-\beta + \operatorname{atan2}\left(-\cos\alpha + \cos\beta, d + \sin\alpha + \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.19}$$

に示す通りである.

LSR の対称形である RSL (Right-Straight-Left) の式は

$$p = \sqrt{-2 + d^2 + 2\cos(\alpha - \beta)} \tag{3.20}$$

$$t = \mod \left(\alpha - \operatorname{atan2}\left(\cos\alpha - \cos\beta, d - \sin\alpha - \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.21}$$

$$q = \mod \left(\beta - \operatorname{atan2}\left(\cos\alpha - \cos\beta, d - \sin\alpha - \sin\beta\right), 2\pi\right) \tag{3.22}$$

に示す通りである.

3.3.4 最適経路の選択

上記の各モードについて総コスト $L_{total} = |t| + |p| + |q|$ を計算し, 最小となるモードを選択する. 最終的な物理空間での経路長は $L_{phy} = L_{total} \times R$ となる.

3.4 経路コストと物理的制約

求めた幾何学的経路長を, 高度消費コストに換算する. 幾何学的長さ（旋回角 t, q, 直線長 p）から, 消費高度としての総コスト τ_{path} は次式で求められる.

$$\tau_{path} = |R\tan\gamma(t + q) + (p \cdot R)\tan\gamma_G| \tag{3.23}$$

ここで, γ_G は対地滑空角である. また, シミュレーション実装上の重要な物理的制約として, 旋回半径 R は固定値ではなく, 真対気速度 V_{TAS} に依存する変数として扱う.

$$R(h) = \frac{V_{\mathrm{TAS}}(h)^2}{g\tan\phi_{\max}} \tag{3.24}$$

ここで $\phi_{\max}$ は最大バンク角である. 高高度では空気密度低下により V_{TAS} が増大するため, バンク角を固定しておくと旋回半径 R も増大する. 本システムでは初期高度における R 一定になるように, バンク角を高度降下に応じて浅くするようにしている.

3.5 Phase1 での旋回回数の計算

Phase1 では, パラフォイルの高度が会合点からずれないように, 余剰高度を消費するための旋回回数を計算する. Phase1 でのパラフォイルの旋回回数をが η, すべての Phase でのパラフォイルでの消費高度を τ_{total} とすると,

$$\tau_{total} = \tau_{2\to3} + \tau_{3\to\mathrm{glide}} + \eta \cdot 2\pi R\tan\gamma \tag{3.25}$$

となる. このとき η は, 初期高度差と τ_{total} が等しくなるように計算される.

3.6 反復法による風外乱補正 (Iterative Wind Correction)

風がある場合, 対地座標系における位置 $\boldsymbol{P}_g$ は, 対気座標系における位置 $\boldsymbol{P}_a$ と風速ベクトル $\boldsymbol{W}$ を用いて記述される.

$$\boldsymbol{P}_g(t) = \boldsymbol{P}_a(t) + \int_0^t \boldsymbol{W}\, d\tau \tag{3.26}$$

目標地点 $(0,0)$ に着地するためには, 対気座標系での目標点 $\boldsymbol{T}_{air}$ を風上側へオフセットさせる必要があるが, 必要なオフセット量は飛行時間 T に依存し, 飛行時間は経路に依存するという循環関係にある.

本実装では, 以下の反復アルゴリズム（Shooting Method）によりこれを解決している.

3.6.1 Iterative Wind Correction Algorithm

1. 初期推定として, 対気目標点を地上目標点と同一に設定する.

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{air}}^{(0)} \leftarrow \boldsymbol{T}_{\mathrm{target}}$$

2. 以下の手順を最大回数 $N_{\max}$ まで繰り返す.
   (a) 現在の対気目標点 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{air}}^{(k-1)}$ へ向けた経路（Loiter + Dubins）を計画する.
   (b) 経路に基づき, 高度ごとの $V_{\mathrm{TAS}}(h)$ を考慮した正確な飛行時間 t_{actual} を計算する.
   (c) 時間 t_{actual} に基づく総ドリフト量 $\boldsymbol{D}$ を算出する.

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{W} \cdot t_{\mathrm{actual}}$$

   (d) 理想的な対気目標点 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{ideal}}$ を算出する.

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{ideal}} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{target}} - \boldsymbol{D}$$

   (e) 誤差 ϵ を評価する.

$$\epsilon = \|\boldsymbol{T}_{\mathrm{ideal}} - \boldsymbol{T}_{\mathrm{air}}^{(k-1)}\|$$

   (f) もし ϵ が閾値未満であれば, 収束とみなしてループを終了する.
   (g) 対気目標点を更新する.

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{air}}^{(k)} \leftarrow \boldsymbol{T}_{\mathrm{ideal}}$$

この手法により, 旋回中の沈下速度変化（バンク角による L/D 低下）や, 高度による風速・密度の変化を含めた, 物理的に整合性の取れた解を得ることができる.

3.7 風上着陸 (Wind-Up Landing)

最終進入（Final Leg）において対地速度を最小化するため, 着陸方位 ψ_f は風向と正対するように自動設定される.

$$\psi_f = \mathrm{atan2}(-W_y, -W_x) \tag{3.27}$$

この ψ_f を Dubins Path の終端条件として与えることで，どのような風況であっても安全な着陸経路が生成される．

3.8 クロゾイド曲線適用時の軌道補正手法

前節で述べた風補正アルゴリズムでは，Dubins Path に基づく単純な幾何学的経路長を用いて軌道計画を行っている．しかしこの方法では，直進区間と旋回区間の接続点でバンク角が瞬時に変化するため，慣性モーメントや機体の横滑りを無視できない実際のパラフォイルでは追従が難しいと考えられる．そのため，本システムでは Thierry らの研究を参考に，Dubins Path の各旋回区間に対しクロゾイド曲線を適用し，曲率及びバンク角を滑らかに遷移させた．(Thierry 他, 2004).

クロゾイド曲線とは，曲率が曲線長に比例して変化する曲線であり，鉄道や道路の線形設計において，直線区間と円曲線区間を滑らかに接続するために用いられる．図 3.5 にクロゾイド曲線を用いた Dubins Path の概念図を示す．

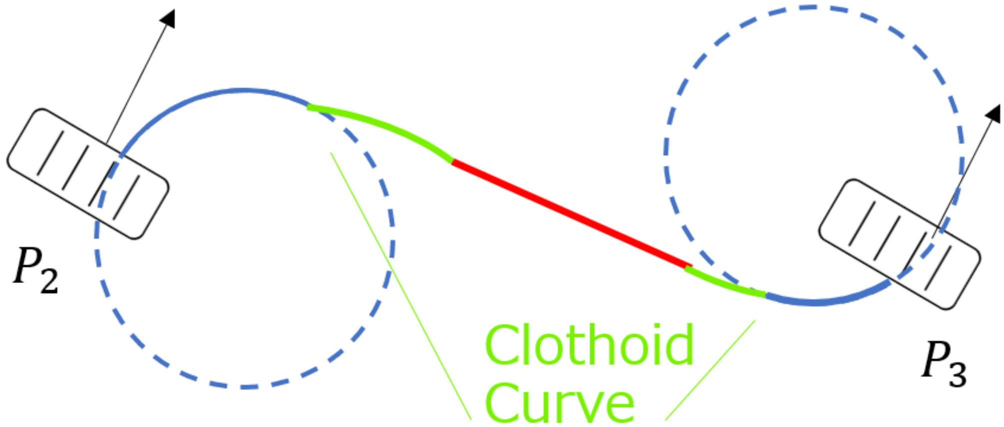

Fig. 3.5 Concept of Dubins path with clothoid curves.

クロゾイド曲線を導入する場合，Dubins Path の接点にそのままクロゾイド曲線を接続すると，物理的な飛行時間および到達位置に誤差が生じる．この誤差を減らすため，クロゾイド曲線への移行を，Dubins Path の接点から一定距離前で開始するように調整している．

先行距離 L_{lead} は，現在の対気速度 V と目標バンク角 ϕ_{cmd} から算出される遷移所要距離に基づき決定される．

$$L_{lead} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V|\phi_{cmd}|}{\dot{\phi}_{\max}} \tag{3.28}$$

この補正により，クロゾイド曲線は Dubins Path の内側をショートカットする形で描かれ，旋回終了時に幾何学的経路上の直線と滑らかに合流する．風によるドリフト量 $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{W} \cdot t$ を正確に予測するためには，正確な飛行時間 t の見積もりが不可欠である．クロゾイド区間ではバンク角の変化により対気速度の水平成分 $V_h = V \cos\gamma$ が変動するため，単純に距離と速度の比をとるだけでは時間を算出できない．

そこで, 風補正ループの内部において, 以下の手順で物理シミュレーション（ドライラン）を実行する.

1. **幾何学的解の導出**: 現在の目標点に基づき, Dubins Path（L_{geom}）を算出する.
2. **高速物理積分**: L_{lead} を適用したクロゾイド軌道を生成し, 数値積分によって終端までの正確な所要時間 t_{actual} を計測する.
3. **ドリフト更新**: 計測された t_{actual} を用いて風によるドリフト量を再計算する.

$$\boldsymbol{D}_{new} = \boldsymbol{W} \cdot t_{actual}$$

4. **目標点の修正**:

$$\boldsymbol{T}_{air}^{(k+1)} = \boldsymbol{T}_{target} - \boldsymbol{D}_{new}$$

第 4 章　誘導方法

4.1　誘導則の概要

本章では, 軌道計画で作成した参照軌道に対してパラフォイルの 6 自由度モデルを追従させるための誘導則について述べる.

誘導では, パラフォイルが参照経路に追従するためのベクトル場を生成する. VF 法を基本とし, パラフォイルを定常旋回周りで線形化した. これによりゲインの数を減らし, 所望の経路に追従させるための制御量の理論式を得る. VF 法での誘導の概略を図 4.1 に示す.

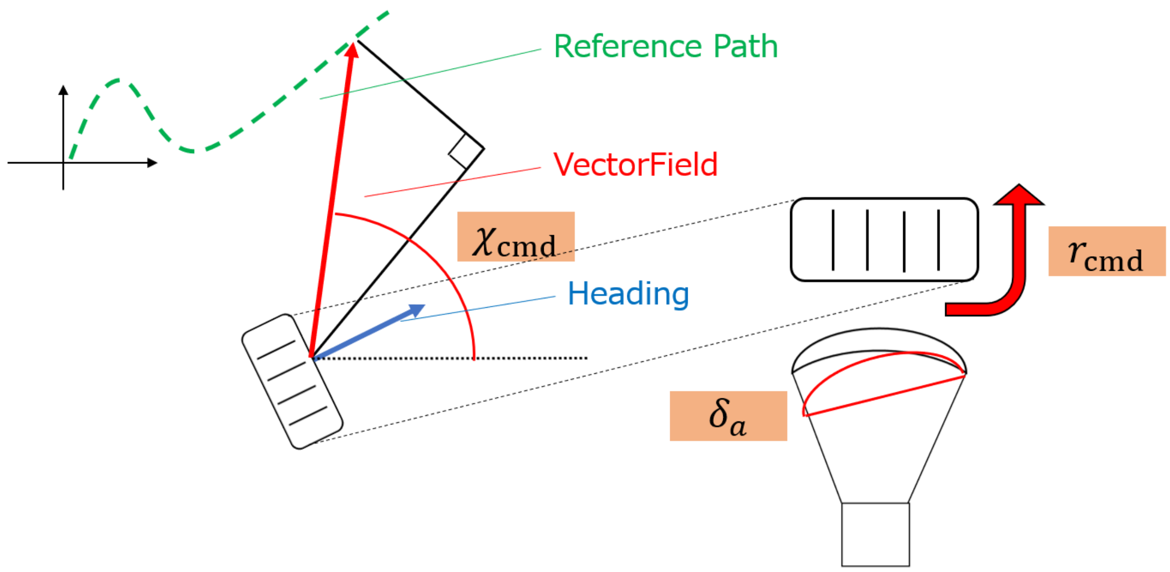

Fig. 4.1 Concept of VectorField method.

具体的には, 参照経路に対するクロスレンジ誤差を基に目標対地コース角 χ_{cmd} を生成し, さらにその時間変化率を計算して, パラフォイルの目標ヨーレートである r_{cmd} を得る. 最後に, 目標ヨーレートに基づき制御入力 δ_a を算出する.

4.2　コース角 χ_{cmd} の導出

4.2.1　ロイター前後で共通する理論式の導出

本節では, 取得した参照経路に対してパラフォイルが追従するための目標対地コース角 χ_{cmd} を求める. Fari らの研究では参照経路を直線と円に限定しているが, 本研究では軌道計画の段階でクロソイド曲線を導入しているため, 一般の曲線に適用できるよう χ_{cmd} の式を拡張する.(Fari 他, 2021) 手順としては, ロイター前後で共通する理論式を導出した後, 円旋回を繰り返すロイター特有の理論式を求める. 図 4.2 に, ベクトル場の幾何学的な構成を示す.

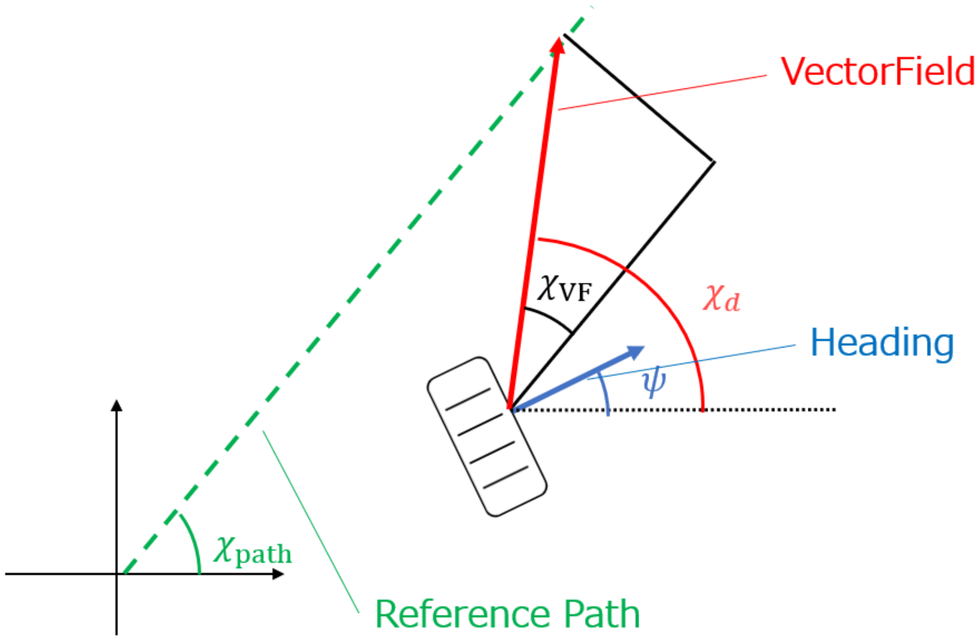

Fig. 4.2 Geometric construction of the vector field.

簡単のため参照経路を直線で表しているが, 実際にはクロゾイド曲線を含む任意の曲線を指す.

パラフォイルと参照経路を結ぶベクトル場において, 参照経路と平行な成分を e_{py}, 垂直な成分を e_{LOS} とし, これらが結ぶ三角形の偏角を χ_{VF}, 参照経路の接線方位角を χ_{path} とする．このとき e_{py} が長いほどパラフォイルは現在地から遠くの参照経路を目指すことになるため, e_{LOS} は前方注視距離と等しい．また, χ_{VF} が大きいほど参照経路に対して垂直に近い角度でに進入することになる．この議論は参照経路の曲線形状を問わず成り立つため, ロイター前後で共通する理論式を導出できる．$\chi_{\mathrm{path}} \to \pi/2$ のとき, $\chi_{\mathrm{path}} - \chi_{\mathrm{cmd}} \to \chi_\infty$ を満たすように,

$$\chi_{\mathrm{VF}} = \frac{\pi/2}{\chi_\infty}(\chi_{\mathrm{path}} - \chi_{\mathrm{cmd}}) \tag{4.1}$$

とする．式 (4.1) と直角三角形の関係より, e_{py} の逆数を k_{VF} とすると, χ_{cmd} は

$$\chi_{\mathrm{cmd}} = \chi_{\mathrm{path}} - \chi_\infty \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(k_{\mathrm{VF}} e_{\mathrm{py}}) \tag{4.2}$$

と書ける．右辺第 2 項は, 誤差 e_{py} が大きい場合には $\mp\chi_\infty$ となり, 誤差がゼロに収束するにつれて 0 に漸近する補正項である．

4.2.2 ロイター時の理論式

ここではロイター時の χ_{path} 及び e_{py} を求める．機体位置から旋回中心への方位角を ψ_{pos}, 円の半径を R_{ref}, パラフォイルの現在位置と円の中心との距離を d とする．χ_{path} は, 円軌道の接線方向であるため, $sigma_{dir}$ を旋回方向を表す符号（反時計回り: $+1$, 時計回り: -1）として,

$$\chi_{\mathrm{path}} = \psi_{pos} + \sigma_{dir}\frac{\pi}{2} \tag{4.3}$$

で表される．ロイター時には, パラフォイルと円の中心との距離を半径誤差 e_r を χ_{cmd} を求める上で用いたいので,

$$e_y = e_r = d - R_{ref} \tag{4.4}$$

とする．

以上から, ロイター時には χ_{cmd} は, 接線方向 $\psi_{pos} \pm \pi/2$ に対し, 半径誤差に応じた補正を加えたものとして

$$\chi_{\mathrm{cmd}} = \psi_{pos} + \sigma_{dir}\frac{\pi}{2} + \chi_{\infty}\frac{2}{\pi}\tan^{-1}(k_{loiter}e_r) \tag{4.5}$$

で表される．機体が円の外側 $(e_r > 0)$ にある場合は内向きのベクトルが生成され, 内側にある場合は外向きのベクトルが生成される．

4.2.3 フレネ・セレ標構と空間計量係数

経路上の最近点における接線ベクトル, 法線ベクトルによって定義されるフレネ・セレ標構を考える．経路の曲率を κ_{ref} (旋回半径の逆数), 経路に対するクロスレンジ誤差（横偏差）を e_{py} とすると, 機体位置における経路長さに沿った空間の歪み（Metric Coefficient）を表すスケールファクタ s_f は次式で定義される．

$$s_f = \frac{1}{1 - \kappa_{ref}e_{\mathrm{py}}} \tag{4.6}$$

4.2.4 目標コースレート $\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}}$ の導出

実際の制御器に入力されるのは, 目標コース角の時間変化率（コースレート）$\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}}$ である．式 (4.2) を時間微分することで, 以下のフィードフォワード則が得られる．

$$\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}} = \dot{\chi}_{path} + \frac{d}{dt}\left(-\chi_{\infty}\frac{2}{\pi}\tan^{-1}(k_{\mathrm{VF}}e_{\mathrm{py}})\right) \tag{4.7}$$

ここで, 経路追従項 $\dot{\chi}_{path}$ は空間計量係数 s_f を考慮して補正される．また, 右辺第 2 項の微分を実行すると, 最終的な誘導コマンドは次式となる．

$$\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}} = \underbrace{\kappa_{ref}\, s_f\, V_g \cos\tilde{\chi}}_{\text{経路項}} \underbrace{-\frac{2\chi_{\infty}}{\pi}\frac{k_{\mathrm{VF}}\dot{e}_y}{1 + (k_{\mathrm{VF}}e_{\mathrm{py}})^2}}_{\text{誤差収束項}} \tag{4.8}$$

ただし, $\tilde{\chi} = \chi - \chi_{\mathrm{path}}$ は方位誤差, $\dot{e}_y = V_g \sin\tilde{\chi}$ は誤差変化率である．

4.2.5 目標コースレート $\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}}$ の導出

Mission モードと同様に, 式 (4.5) を時間微分してコースレートを求める．まず, 接線方向の変化率（旋回角速度）は幾何学的に次式となる．

$$\dot{\psi}_{tan} = \frac{V_g \sin(\chi - \psi_{pos})}{d} \tag{4.9}$$

これに補正項の微分を加えることで, 以下の誘導則が得られる.

$$\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}} = \dot{\psi}_{tan} + \frac{2\chi_\infty}{\pi}\frac{k_{loiter}\dot{e}_r}{1+(k_{loiter}e_r)^2} \tag{4.10}$$

ここで, $\dot{e}_r = V_g\cos(\chi - \psi_{pos})$ である. この $\dot{\chi}_{\mathrm{cmd}}$ を次節の風補正ロジックへの入力 $\dot{\chi}_{cmd}$ として用いる.

4.3 風外乱下におけるキネマティクスと偏流角補正

パラフォイルは対気速度が小さく, 風の影響を顕著に受ける. そのため, 慣性系でのコース角 χ (Ground Track) と, 機体座標系での方位角 ψ (Heading) の乖離（偏流角 η）を厳密に補償する必要がある.

4.3.1 偏流角 η の算出

風速ベクトルを $\boldsymbol{w} = [w_n, w_e]^T$, 目標とするコース方位を χ_{cmd} とする. 風の三角形（Wind Triangle）の幾何学的関係より, 目標コースに乗るために必要な偏流角 η は次式で逆算される.

$$\sin\eta = -\frac{\|\boldsymbol{w}\|}{V_g}\sin(\chi_{\mathrm{cmd}} - \chi_w) \tag{4.11}$$

ここで, χ_w は風向である. これにより, 機体が確保すべき真の目標方位角は $\psi_{cmd} = \chi_{\mathrm{cmd}} + \eta$ となる.

4.3.2 偏流角変化率 $\dot{\eta}$ の予測

旋回中において, 機首方位の変化に伴い風との相対角が変化するため, 偏流角 η も時間的に変動する. 目標コースレート $\dot{\chi}_{cmd}$ を実現するために必要な機首レート $\dot{\psi}_{req}$ は, 以下の関係式を満たす必要がある.

$$\dot{\psi}_{req} = \dot{\chi}_{cmd} - \dot{\eta} \tag{4.12}$$

ここで, 速度ベクトルの微分関係から, $\dot{\eta}$ は $\dot{\chi}_{cmd}$ を用いて次のように予測できることが導かれる.

$$\dot{\eta} \approx \left(\frac{V_g}{V_a\cos\eta} - 1\right)\dot{\chi}_{cmd} \tag{4.13}$$

この補正項は, 追い風旋回と向かい風旋回における旋回半径の歪みを補正し, 均一な軌道を描くために不可欠な要素である.

4.4 偏流角補正と目標ヨーレートの導出

前節で算出された目標コースレート $\dot{\chi}_d$ は、対地速度ベクトルが描くべき軌道の曲率を表している。しかし、パラフォイルの操舵は機体軸（Body Frame）におけるヨーレート r を直接の操作対象とするため、風の影響による偏流（Drift）と座標変換を考慮して指令値を変換する必要がある。

4.5　偏流角 η の算出

対地速度ベクトル $\boldsymbol{V}_g$、対気速度ベクトル $\boldsymbol{V}_a$、風速ベクトル $\boldsymbol{W}$ の間には以下の速度三角形の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{V}_g = \boldsymbol{V}_a + \boldsymbol{W} \tag{4.14}$$

機首方位（ヘディング）を ψ、対地コース角を χ、風向を χ_w とすると、正弦定理より以下の関係が導かれる。

$$\frac{\|\boldsymbol{W}\|}{\sin(\chi - \psi)} = \frac{V_a}{\sin(\chi_w - \chi)} \tag{4.15}$$

ここで、偏流角を $\eta \equiv \chi - \psi$ と定義すると、目標コース角 χ_d に追従するために必要な偏流角は次式で逆算される。

$$\sin\eta = -\frac{\|\boldsymbol{W}\|}{V_a}\sin(\chi_d - \chi_w) \tag{4.16}$$

これより、機体が保持すべき真の目標方位角は $\psi_{cmd} = \chi_d - \eta$ となる。

4.6　偏流角変化率 $\dot{\eta}$ の予測

旋回中は機首方位の変化に伴い、風との相対角が刻々と変化するため、偏流角 η も時間的に変動する。目標コースレート $\dot{\chi}_d$ を維持するために必要な機首レート $\dot{\psi}_{req}$ は、以下の運動学的関係を満たさなければならない。

$$\dot{\psi}_{req} = \dot{\chi}_d - \dot{\eta} \tag{4.17}$$

速度三角形の微分関係から $\dot{\eta}$ を導出する。式 (4.16) の両辺を時間微分し、$\dot{V}_g \approx 0$ 等の仮定をおいて整理すると、偏流角の変化率はコースレートに依存することが示される。

$$\dot{\eta} \approx \left(\frac{V_g}{V_a\cos\eta} - 1\right)\dot{\chi}_d \tag{4.18}$$

この項は、特に風速が大きい場合の旋回（追い風から向かい風への転換時など）において、コースレートとヘディングレートの乖離を補正する重要な役割を果たす。

4.7　機体座標系ヨーレート r_{cmd} への変換

最後に、慣性空間での回転速度である $\dot{\psi}_{req}$ を、機体座標系の回転速度 r_{cmd} に変換する。オイラー角の運動学的微分方程式（Kinematics）より、ヨーレート r と方位角変化率 $\dot{\psi}$ の関係は次式で表される。

$$\dot{\psi} = \frac{q\sin\phi + r\cos\phi}{\cos\theta} \tag{4.19}$$

ここで、定常的な旋回においてはピッチレートの影響 $q \sin\phi$ が小さいと仮定し、上式を r について解くことで、最終的な目標ヨーレート r_{cmd} が得られる。

$$r_{cmd} = \frac{\cos\theta}{\cos\phi}\dot{\psi}_{req} = \frac{\cos\theta}{\cos\phi}\left(\dot{\chi}_d - \dot{\eta}\right) \tag{4.20}$$

式 (4.18) を式 (4.20) に代入すると、最終的な制御則は以下の形にまとめられる。

$$r_{cmd} = \underbrace{\frac{\cos\theta}{\cos\phi}}_{\text{座標変換}}\left[\dot{\chi}_d - \underbrace{\left(\frac{V_g}{V_a\cos\eta} - 1\right)\dot{\chi}_d}_{\text{動的偏流補正}}\right] \tag{4.21}$$

本手法により、幾何学的なコース追従要求 $\dot{\chi}_d$ は、風の動的な影響と機体姿勢を厳密に考慮した上で、物理的な操作目標値 r_{cmd} へと変換される。

4.8 定常旋回を仮定した場合の制御量の導出

定常旋回中において, 機体座標系のヨーレート r とバンク角 ϕ の間には, 遠心力と揚力の水平成分の釣り合いから以下の運動学的関係が成り立つ.

$$r = \frac{g}{V}\sin\phi\cos\theta \tag{4.22}$$

ここで, g は重力加速度, V は対気速度, θ はピッチ角である. 一方, 定常旋回中は角加速度が発生しないため, 2.5 で $\dot{r} = 0$ とすると,

$$C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_r}\frac{br}{2V} = 0 \tag{4.23}$$

となる. 式 (4.22) を式 (4.23) に代入し, 操作量 δ_a について整理すると, 目標バンク角 ϕ_{ref} を実現するために必要な制御入力 δ_a は

$$\delta_a = -\frac{bC_{n_r}}{2C_{n_{\delta_a}}}\frac{g}{V(t)^2}\cos\theta(t)\sin\phi_{ref}(t) \tag{4.24}$$

で与えられる.

4.9 定常旋回周りの線形化式を用いた δ_a の補正

ヨー方向の回転運動方程式は, 付加慣性 I_C [cite: 241, 255] を考慮すると次式で記述される.

$$(I_{zz} + I_C)\dot{r} = M_{ext,z} - (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{I}\boldsymbol{\omega})_z \tag{4.25}$$

ここで, 右辺第 2 項は慣性カップリング項であり, 主としてロールレート p とピッチレート q の干渉を表す.

4.9.1 微小摂動による線形化

定常旋回状態からの各状態量の微小変化を $\delta u, \delta w, \delta\phi, \delta r$ とすると, モーメントの変化量 $\delta M_{ext,z}$ および慣性項の変化は以下のように近似できる.

$$\delta M_{ext,z} \approx A_u \delta u + A_w \delta w + A_r \delta r + B_{\delta a} \delta\delta a \tag{4.26}$$

$$\delta(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{I\omega})_z \approx A_q \delta q \approx A_q r \delta\phi \tag{4.27}$$

ここで, 各係数は機体諸元および飛行状態から解析的に決定される.

- $B_{\delta a} = \frac{1}{2}\rho V^2 S \frac{b}{d} C_{n_{\delta a}}$
- $A_r = \frac{1}{4}\rho V S b^2 C_{n_r}$
- $A_q = (I_{yy} - I_{xx})p$
- A_u, A_w

4.9.2 応答性改善のための動的補正則

以上の関係を式 (4.25) に代入し, 修正操作量 $\delta\delta a$ について解くと, 最終的な補正則は次式となる.

$$\delta\delta a = -\frac{1}{B_{\delta a}} - \{A_u \delta u + A_w \delta w + (A_q r - A_r q)\delta\phi\} \tag{4.28}$$

この補正項を 4.24 に加えることで, バンク角の変化に対する追従応答が明確になり, 旋回半径の膨らみを抑制する.

4.10 逆ダイナミクスに基づくフィードフォワード制御

算出された要求機首レート $\dot{\psi}_{req}$ および目標バンク角 ϕ_{ref} を実現するためのトグル操作量 δ_a を, 機体運動の逆ダイナミクスを用いて決定する.

4.10.1 基準操作量の決定

定常旋回状態 $(\dot{r} \approx 0, \beta \approx 0)$ におけるモーメントの釣り合い式

$$C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_r} \frac{br}{2V_a} = 0 \tag{4.29}$$

に対し, 旋回運動学 $r = (g/V_a)\sin\phi\cos\theta$ を代入することで, 基準となるフィードフォワード操作量 $\delta_{a,ref}$ を得る.

$$\delta_{a,ref} = -\frac{bC_{n_r}}{2C_{n_{\delta_a}}} \frac{g}{V_a^2} \cos\theta \sin\phi_{ref} \tag{4.30}$$

4.10.2 線形化誤差ダイナミクスによる過渡補正

旋回開始時や風速変化時などの過渡状態における追従遅れを補償するため, 線形化モデルに基づく動的補正項 $\Delta\delta_a$ を導入する. 現在の機体状態 $\boldsymbol{x}_{curr}$ と, 目標旋回状態 $\boldsymbol{x}_{ref}$ との偏差

$\delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_{curr} - \boldsymbol{x}_{ref}$ に対し, ヨーモーメントの摂動方程式は次式となる.

$$I_{zz}\delta\dot{r} \approx \frac{\partial N}{\partial u}\delta u + \frac{\partial N}{\partial w}\delta w + \frac{\partial N}{\partial r}\delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a}\Delta\delta_a + \mathcal{C}_{coupling} \tag{4.31}$$

ここで, $\mathcal{C}_{coupling}$ はロール・ピッチ運動との慣性カップリング項である. $\delta\dot{r} \to 0$ となるように $\Delta\delta_a$ を逆算すると, 以下の補正則が得られる.

$$\Delta\delta_a = -\frac{1}{N_{\delta_a}}\left(N_u\delta u + N_w\delta w + S_\phi\delta\phi\right) \tag{4.32}$$

ここで S_ϕ はバンク角変化に伴う連成項係数である. 最終的な制御入力は, 基準操作量, 動的補正項, および積分項を含むフィードバック項の和として決定される.

$$\delta_a = \delta_{a,ref} + K_{lin}\Delta\delta_a + K_p(\phi_{ref} - \phi) \tag{4.33}$$

この制御則により, 空力特性の非線形性を考慮しつつ, 外乱に対してロバストな経路追従が可能となる.

第 5 章　解析モデル

本解析では

Table 5.1 Major Characteristic of analysis model

Item	Value
Length [m]	10.980
Diameter [m]	5.200
Weight [kg]	5161.735
Center of the gravity [m] (from nose)	5.784
Moment of Inertia [kg·m^2] (at center of gravity)	
I_{xx}	12105.974
I_{yy}	26769.869
I_{zz}	26769.869

Table 5.2 Major Characteristic of canopy model

Item	Value
Wingspan [m]	26.00
Chord length [m]	13.00
Thickness [m]	1.00
Weight [kg]	299.836
Moment of Inertia [kg·m^2] (at center of gravity)	
I_{xx}	20136.448
I_{yy}	5091.410
I_{zz}	23490.422

第 6 章　結果

本章で数値シミュレーションの結果を示す.

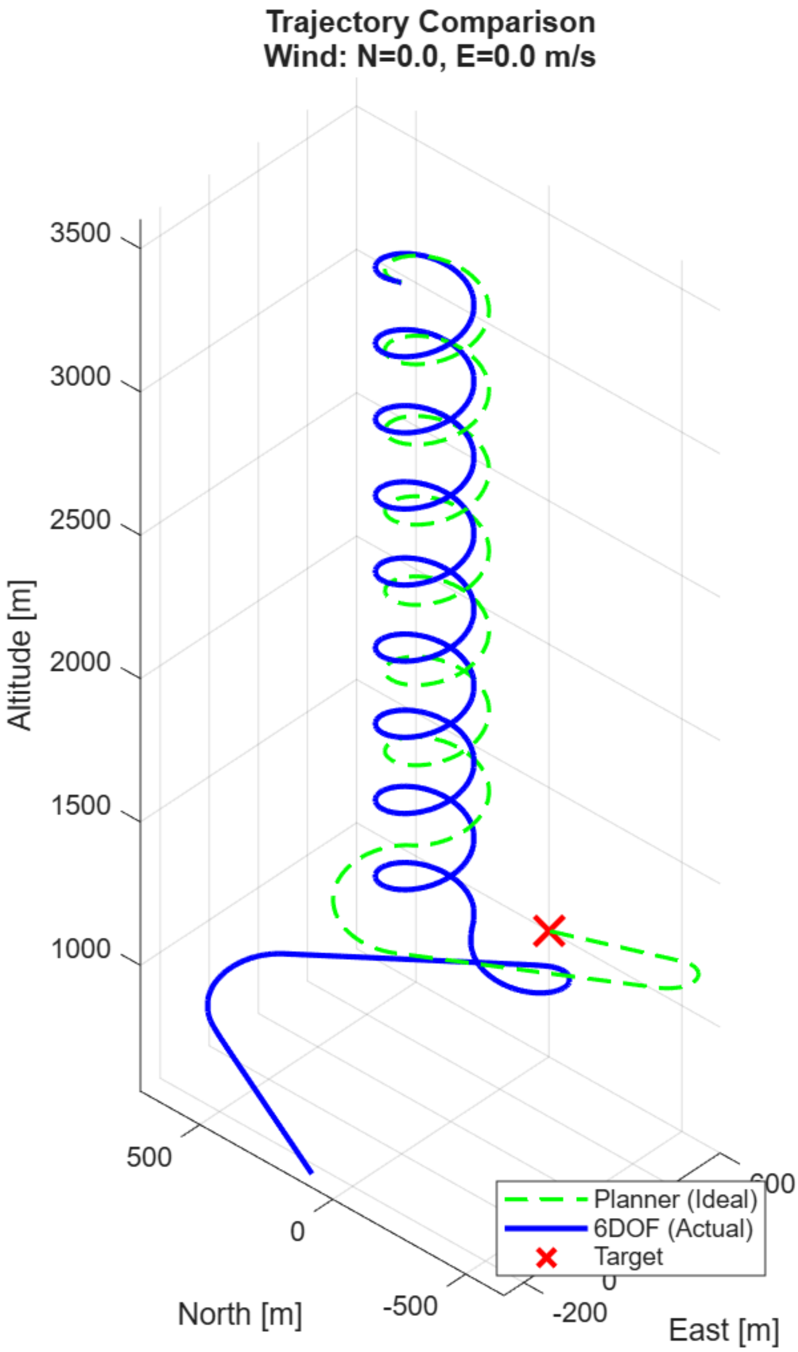

Fig. 6.1 Simulation result without clothoid curve smoothing.

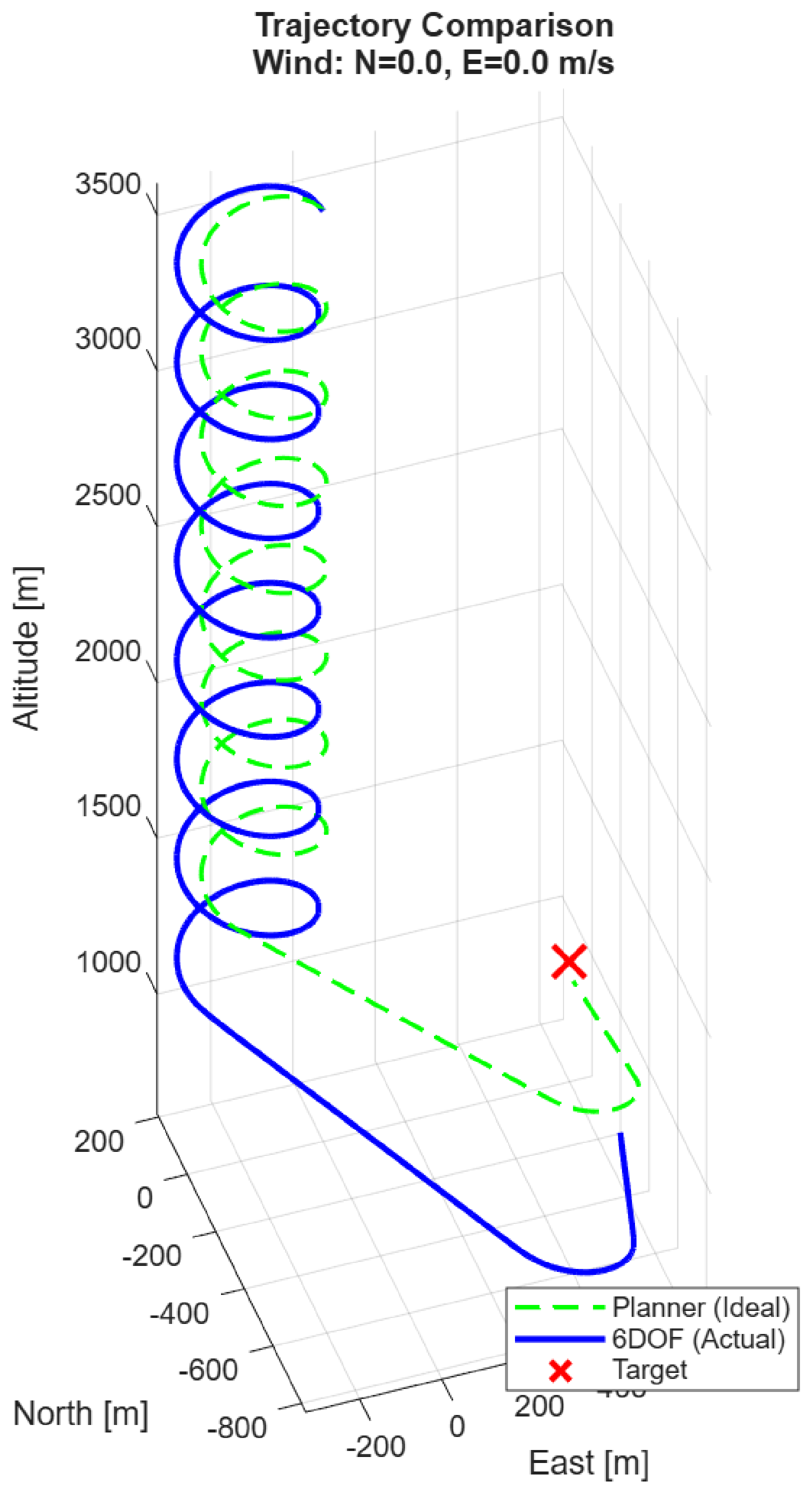

Fig. 6.2 Simulation result with clothoid curve smoothing.

謝辞

本研究を進めるにあたり，多くの方々より温かいご支援を賜りましたことに，心より感謝申し上げます．指導教員である小笠原宏教授には，ご多忙の中，本研究に対しご指導ご鞭撻を賜りましたこと，深く感謝申し上げます.

また，小笠原研究室の先輩方には，研究で悩んでいる時などに様々なご助言及びご支援をいただきました．特に，同じ空力パラフォイル班の先輩の後藤颯太氏, 田代健人氏, 渡辺哉仁氏には, 研究の進め方やパラフォイルの特性など, 多岐にわたるご指導をいただき, 研究を有意義なものにできました. システム班の小松大祐氏, 徳永雄介氏には，解析手法や論文の書き方などについてご指導をいただきました．心より感謝申し上げます.

研究室の同期である足立栞音氏，清岡建伍氏，志満津樹氏，田中颯氏，中野誠氏，山川直樹氏とは，日々切磋琢磨し，時に励まし合い時に議論を重ねながら共に成長することができました．この時間がなければ，研究をやり遂げることはできなかったと感じております.

所属しているアカペラサークルの仲間たちには, 大会と研究の両立を様々な局面で支えてくださった上, 研究の合間に一息つける時間を提供してくださったことに感謝申し上げます.

最後に，暖かな家庭を築いてくださった上, 故郷を離れて一人で暮らしているときにも心配の言葉をかけてくださった両親へ心より感謝申し上げ, 謝辞とさせて頂きます.

2026 年 1 月 26 日

舟木 悠太

参考文献

The Past, Present, and Future of Mid-Air Retrieval Dean S. Jorgensen・, Roy A. Haggardt and Glen J. Brown Vertigo, Inc., Lake Elsinore, California 92531, 18th AIM Aerodynamic DeceleratorS ystems Technology Conference and Seminar(2005)

Partial Rocket Reuse Using Mid-Air Recovery Mari Gravlee*, Bernard Kutter, Frank Zegler, Brooke Mosley United Launch Alliance Denver, CO Roy A. Haggard** Vertigo Lake Elsinore, CA, AIAA SPACE 2008 Conference & Exposition 9 - 11 September 2008, San Diego, California(2008)

The National Aeronautics and Space Administration, The X-38 prototype of the Crew Return Vehicle is suspended under its giant 7,500-square-foot parafoil during its eighth free flight on Thursday, December 13, 2001, from <https://www.nasa.gov/image-detail/amf-ec01-0339-146/>, (参照日 2024 年 1 月 2 日)

川口康太, 複数の風情報を用いたパラフォイル回収システムの誘導性能評価, (2023 年), 修士論文

Ligan Zhao, Jin Tao, Hao Sun, Qinglin Sun, Dynamic modelling of parafoil system based on aerodynamic coefficients identification, Automatika Journal for Control, Measurement, Electronics, Computing and Communications. (2023)

Branden J. LacyBranden James Rademacher, In-flight trajectory planning and guidance for autonomous parafoils, Ph.D. Dissertation, University of Minnesota. (2009)

Thierry Fraichard , Alexis Scheuer, From Reeds and Shepp’s to Continuous-Curvature Paths, IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS, VOL. 20, NO. 6, DECEMBER 2004. (2004)

Stefano Farì, Davide Grande, Vector Field-based Guidance Development for Launch Vehicle Re-entry via Actuated Parafoil, International Astronautical Congress, Dubai, United Arab Emirates, 25-29 October 2021.(2021)