

## Cierre convexo para un conjunto de discos

Este semestre estoy cursando la optativa de “Geometría Computacional” para la cual voy a realizar una exposición sobre un artículo que explica un algoritmo para calcular un cierre convexo.

El problema a resolver es el siguiente:

Se tiene un conjunto de  $S$  discos en el plano de tamaño arbitrario que posiblemente se intersectan; se desea calcular el cierre convexo de  $S$ , es decir, la región convexa más pequeña que contiene a todos los discos en  $S$ .

La solución a este problema se realiza mediante un algoritmo con una estrategia “divide y vencerás” que divide el conjunto de discos y calcula recursivamente su cierre convexo, para posteriormente unir el cierre convexo con un algoritmo “merge”.

### Algorithm Hull

1. Split  $S$  arbitrarily into two disjoint subsets of discs,  $P$  and  $Q$ , such that  $|P|$  and  $|Q|$  differ by at most one.
2. Recursively find  $CH(P)$  and  $CH(Q)$ .
3. Use algorithm merge to merge  $CH(P)$  and  $CH(Q)$  resulting in  $CH(S)$ .

### Algorithm Merge

*Input:*  $CH(P)$  and  $CH(Q)$ .

*Output:*  $CH(S) = CH(P \cup Q)$

{Initialization}

Let  $L_p$  and  $L_q$  denote lines supporting  $P$  and  $Q$  respectively, and tangent to the sites  $p \in P$  and  $q \in Q$  such that both  $L_p$  and  $L_q$  are parallel to a given line  $L^*$ . Initialize  $CH(S)$  empty.

{We make use of a procedure Advance to advance to the next arc in either  $CH(P)$  or  $CH(Q)$ .}

**repeat**

**if**  $\text{dom}(L_p, L_q)$  **then**  $\text{Add}(CH(S), p)$ ;  $\text{Advance}(L^*, p, q)$ ;

**else**  $\{\text{dom}(L_q, L_p)\}$   $\text{Add}(CH(S), q)$ ;  $\text{Advance}(L^*, q, p)$ ;

$L_p \leftarrow$  line parallel to  $L^*$  and tangent to  $P$  at  $p$ ;

$L_q \leftarrow$  line parallel to  $L^*$  and tangent to  $Q$  at  $q$ ;

**until** every arc in  $CH(P)$  and  $CH(Q)$  has been visited.

**procedure Advance** ( $L^*, x, y$ );

{Find common lines of support and advance on the minimum angle.}

{We test for edges that bridge the two hulls, that is, edges of the form  $t(x, y)$  and  $t(y, x)$ .}

{If  $L(x, y)$  does not exist then  $\alpha(L^*, L(x, y))$  is undefined.}

$a_1 \leftarrow \alpha(L^*, L(x, y))$ ;  $a_2 \leftarrow \alpha(L^*, L(x, \text{succ}(x)))$ ;

$a_3 \leftarrow \alpha(L^*, L(y, \text{succ}(y)))$ ;  $a_4 \leftarrow \alpha(L^*, L(y, x))$ ;

**if**  $a_1 = \min(a_1, a_2, a_3)$  **then**  $\text{Add}(CH(S), y)$ ; { $t(x, y)$  is a bridge}

**if**  $a_4 = \min(a_4, a_2, a_3)$  **then**  $\text{Add}(CH(S), x)$ ; {and  $t(y, x)$  is a bridge too}

**if**  $a_2 < a_3$  **then**  $L^* \leftarrow L(x, \text{succ}(x))$ ;  $x \leftarrow \text{succ}(x)$ ;

**else**  $\{a_3 < a_2\}$   $L^* \leftarrow L(y, \text{succ}(y))$ ;  $y \leftarrow \text{succ}(y)$ ;

Figura 1: Algoritmo para calcular el cierre convexo

El algoritmo parece corto dado que utiliza algunas primitivas geométricas, por ejemplo  $L(x, y)$  nos regresa la línea de soporte para  $S$  que es tangente a  $x$  y  $y$  si existe tal línea;  $\alpha(L_1, L_2)$  nos da el ángulo entre dos líneas y  $\text{succ}(x)$  nos regresa al elemento siguiente del cierre convexo al que pertenece  $x$ .

## Propuesta

Mi propuesta es hacer una implementación de éste algoritmo en *haskell* definiendo los discos, las primitivas necesarias, y el algoritmo en sí.

La implementación de éste algoritmo será suficiente para mi exposición; sin embargo para el proyecto de ésta materia quiero hacer una interfaz sencilla en “*elm*” para dibujar los círculos, y a partir de ellos genere un archivo con los círculos descritos por identificador, su centro y su radio, éste archivo será procesado en *haskell* y devolverá otro archivo con las líneas tangentes entre los círculos que se cargará en “*elm*” y así poder visualizar el cierre convexo.