

# Алгоритм Шеннона — Фано

Сирота Александр

ГУАП  
5 факультет  
Группа 5511

Санкт-Петербург, 2016

# План

- 1 Основные сведения
  - Коды переменной длины
  - Префиксный код
  - Пример кодирования
- 2 Основные этапы
- 3 Алгоритм вычисления кодов
  - Пример кодового дерева
  - Пример сгенерированного словаря
- 4 Оценка сложности

# Основные сведения

**Алгоритм Шеннона — Фано** — один из первых алгоритмов сжатия, который сформулировали американские учёные Клод Шеннон и Роберт Фано.

- Относится к вероятностным методам сжатия
- Алгоритм использует коды переменной длины
- Коды Шеннона — Фано префиксные

# Коды переменной длины

При использовании **кодов переменной длины** символы кодируются набором бит различной длины. Часто встречающийся символ кодируется кодом меньшей длины, редко встречающийся — кодом большей длины.

# Префиксный код

**Префиксный код** (англ. prefix code) — код, в котором никакое кодовое слово не является префиксом какого-то другого кодового слова.

## Пример кодирования

$$U = \{a, b, c\}$$

$$Z = \{0, 1\}$$

$$c(a) = 00 \quad c(b) = 01 \quad c(c) = 1$$

Закодируем строку *abacaba* :

$$c^*(abacaba) = 0001001000100$$

Такой код можно однозначно разбить на слова:

00 01 00 1 00 01 00

# Алгоритм Фано: Основные этапы

Алгоритм Фано:

- 1 Выписать символы по убыванию вероятностей.
- 2 Разделить список на две части с равными долями вероятности.
- 3 Для первой части добавить к коду «0», для второй — «1».
- 4 Повторить шаги (1–3) для каждой части.

# Алгоритм Фано: Этап 1

Символы первичного алфавита выписывают по убыванию вероятностей.

Символ	Вероятность
a	0.36
b	0.18
c	0.18
d	0.12
e	0.09
f	0.07



## Алгоритм Фано: Этап 2

Символы полученного алфавита делят на две части, суммарные вероятности символов которых максимально близки друг другу.

Символ	Вероятность
a	0.36
b	0.18
c	0.18
d	0.12
e	0.09
f	0.07

## Алгоритм Фано: Этап 3

В префиксном коде для первой части алфавита присваивается двоичная цифра «0», второй части — «1».

Символ	Вероятность	1
a	0.36	0
b	0.18	
c	0.18	1
d	0.12	
e	0.09	
f	0.07	

## Алгоритм Фано: Этап 4

Полученные части рекурсивно делятся и их частям назначаются соответствующие двоичные цифры в префиксном коде.

Символ	Вероятность	1	2	3	4	Итог
a	0.36	0	00			00
b	0.18		01			01
c	0.18		10			10
d	0.12	1	11	110		110
e	0.09			111	1110	1110
f	0.07				1111	1111

# Вычисление кодов

Особенности реализации:

- Простота
- Низкая сложность
- Иногда коды строятся неоптимально
- Необходимо дописывать шапку в файл

# Вычисление кодов

Алгоритм:

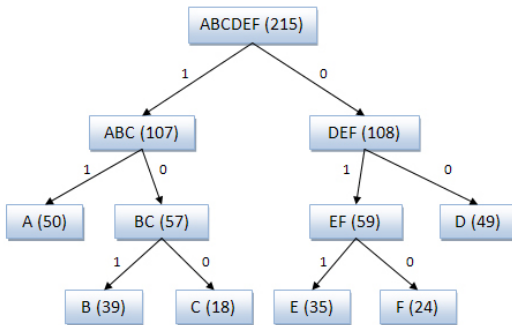
- Код Шеннона — Фано строится с помощью бинарного дерева
- Всё множество кодируемых элементов соответствует корню дерева
- Множество разбивается на два подмножества с примерно одинаковыми суммарными вероятностями
- Если подмножество содержит единственный элемент, то такое подмножество последующему разбиению не подлежит
- Ветви кодового дерева размечаются символами 1 и 0

# Пример кодового дерева

Исходные символы:

Символ	Частота Встречаемости
A	50
B	39
C	18
D	49
E	35
F	24

# Пример кодового дерева



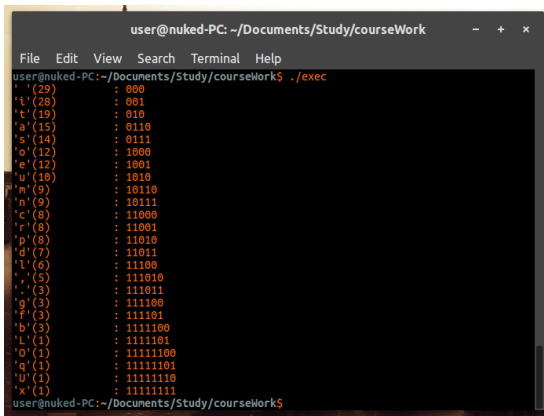
Полученные коды:

A	B	C	D	E	F
11	101	100	00	011	010

# Пример сгенерированного словаря

Для фразы:

*«Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Odit sint cupiditate magni, illo officia facere magnam, ad pariatur ipsum explicabo sit nostrum aliquid nisi necessitatibus natus temporibus. Ut, optio, odit.»*



A terminal window titled "user@nuked-PC: ~/Documents/Study/courseWork" displays the output of a command. The prompt is "user@nuked-PC:~/Documents/Study/courseWork\$ ./exec". The output is a list of characters and their corresponding binary representations, ordered by frequency. The characters are: ' ' (29), 'l' (28), 't' (19), 'a' (15), 's' (14), 'o' (12), 'e' (12), 'u' (10), 'n' (9), 'i' (9), 'c' (8), 'r' (8), 'p' (8), 'd' (7), 'l' (6), 'r' (5), ' ' (3), 'g' (3), 'f' (3), 'b' (3), 'L' (1), 'O' (1), 'q' (1), 'U' (1), and 'x' (1). The binary representations are: 000, 001, 010, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 10110, 10111, 11000, 11001, 11010, 11011, 11100, 111010, 111011, 111100, 111101, 1111100, 1111101, 11111100, 11111101, 11111110, and 11111111.

```
user@nuked-PC: ~/Documents/Study/courseWork
File Edit View Search Terminal Help
user@nuked-PC:~/Documents/Study/courseWork$ ./exec
' '(29)      : 000
'l'(28)      : 001
't'(19)      : 010
'a'(15)      : 0110
's'(14)      : 0111
'o'(12)      : 1000
'e'(12)      : 1001
'u'(10)      : 1010
'n'(9)       : 10110
'i'(9)       : 10111
'c'(8)       : 11000
'r'(8)       : 11001
'p'(8)       : 11010
'd'(7)       : 11011
'l'(6)       : 11100
'r'(5)       : 111010
' '(3)       : 111011
'g'(3)       : 111100
'f'(3)       : 111101
'b'(3)       : 1111100
'L'(1)       : 1111101
'O'(1)       : 11111100
'q'(1)       : 11111101
'U'(1)       : 11111110
'x'(1)       : 11111111
user@nuked-PC:~/Documents/Study/courseWork$
```



# Оценка сложности

Кодирование файла:

- Подсчёт символов:  $O(n)$
- Построение дерева:  $O(c)$
- Создание шапки для закодированного файла:  $O(c)$
- Запись закодированных данных в файл:  $O(n)$

Итоговая сложность — линейная  $O(n)$

Спасибо за внимание!