Antecipação e adaptação: como incorporar o dinamismo do mundo financeiro

Igor Nascimento

Laboratório de Aprendizado de Máquina em Finanças e Organizações - LAMFO

28/02/2018

Sumário

Mundo financeiro

O investidor (banco, pessoa física, fundo de investimento, fundo de pensão) possui um capital e deseja utiliza-lo para atingir um objetivo:

- Rendimento superior a taxa de captação
- Segurança financeira
- Lucro ao investidor
- Aposentadoria

Ativos

Alocação de ativos ou portfólio é **escolher** um ou mais ativos.

- Ações (PETR3, VALE3, IBOVESPA)
- Títulos de dívida pública (NTN-B, LTN)
- Empresa de terceiros (Debêntures)
- Empresas própria (Empresário)

Ativos

Alocação de ativos ou portfólio é **escolher** um ou mais ativos.

- Ações (PETR3, VALE3, IBOVESPA)
- Títulos de dívida pública (NTN-B, LTN)
- Empresa de terceiros (Debêntures)
- Empresas própria (Empresário)
- Outros (criptomoeda, Avestrus Master, Hinode)

Alocação

- Retorno: qual o valor esperado ao final do investimento
- Risco: quais são os valores possíveis para o retorno

O trabalho seminal de Markowitz (1952) sobre alocação de portfólio e fronteira eficiente.

Markowitz (1952)

- ativos:

$$r_1, r_2, ..., r_N$$

- retorno:

$$E(r_1) = \mu_1, E(r_2) = \mu_2, ..., E(r_N) = \mu_N$$

- variância:

$$V(r_1) = \sigma_1^2, V(r_2) = \sigma_2^2, ..., V(r_N) = \sigma_N^2$$

- covariância (correlação):

$$COR(r_i, r_j) = \rho_{ij}$$

Alocação

Determinar a locação, isto é, o percentual $p_1, p_2, ..., p_N$ que cada ativo representa da carteira:

$$E_{portfolio} = E(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{N} p_i \times \mu_i \tag{1}$$

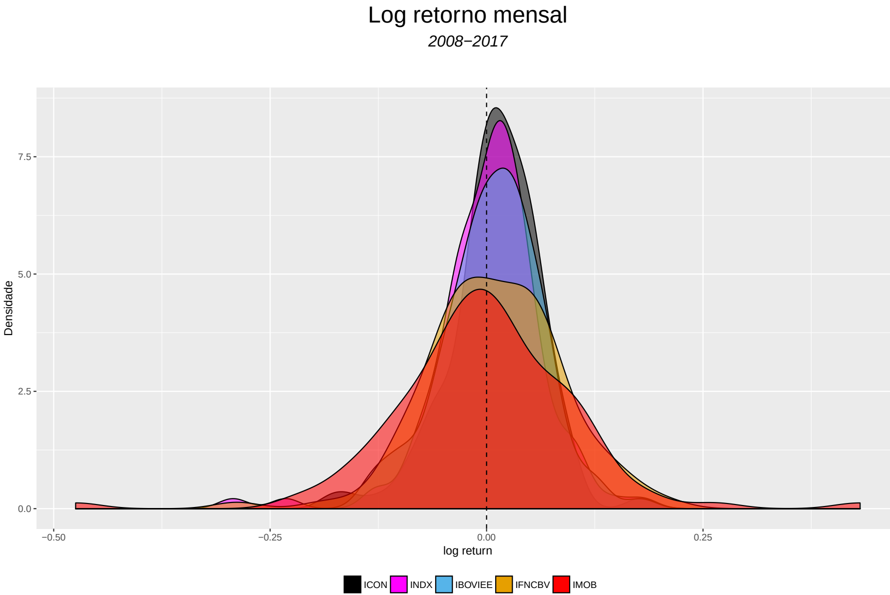
$$V_{portfolio} = V(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} p_i p_j \times \sigma_i \sigma_j \times \rho_{ij} \tag{2}$$

"Optimal weight of each asset, such that the overall portfolio provides the best return for a fixed level of risk, or conversely, the smallest risk for a given overall return?" Laloux et al. (1999)

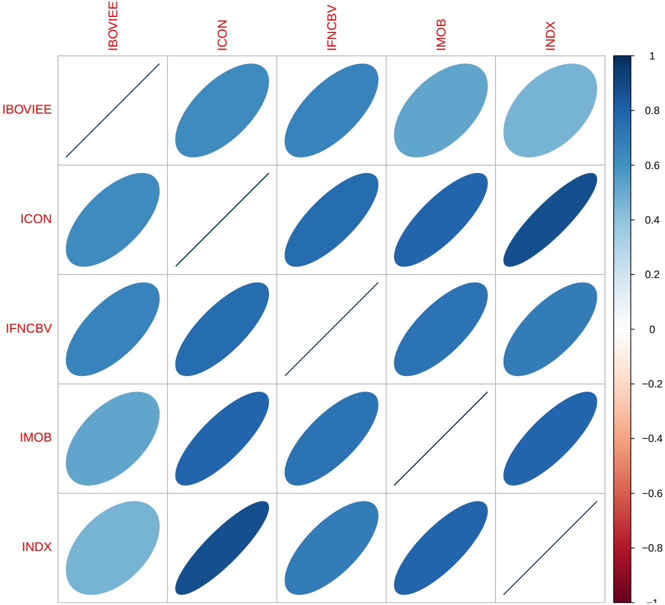
Minicaso

- IFN: índice setor financeiro
- IMOB: índice do setor imobiliário
- ICON: índice de consumo
- IEE: índice de energia
- INDX: índice da indústria

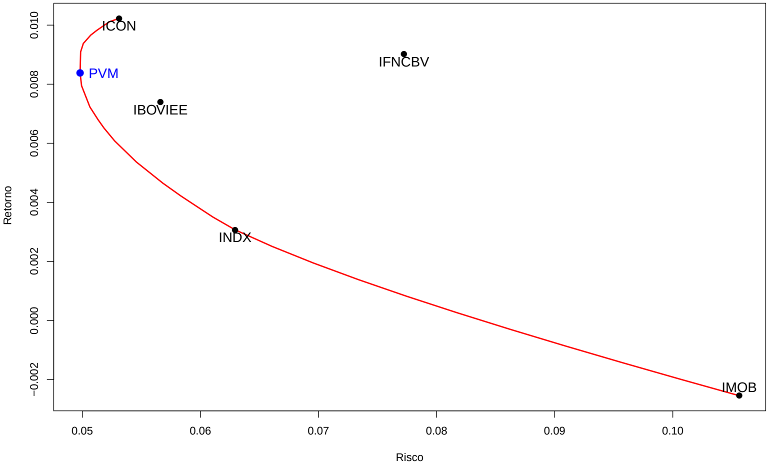
Índices IBOVESPA



Matriz de correlação

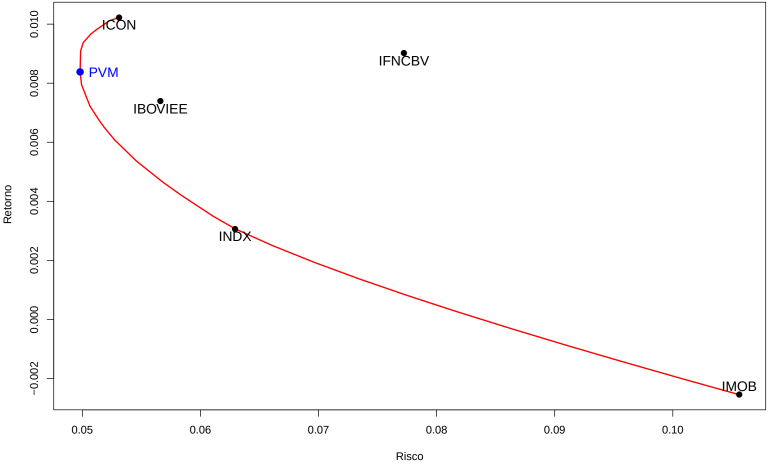


Fronteira



ICON
IFNCBV
PVM
IBOVIEE
INDX
IMOB
Retorno
Risco
0.010
0.008
0.006
0.004
0.002
0.000
−0.002
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10

Fronteira

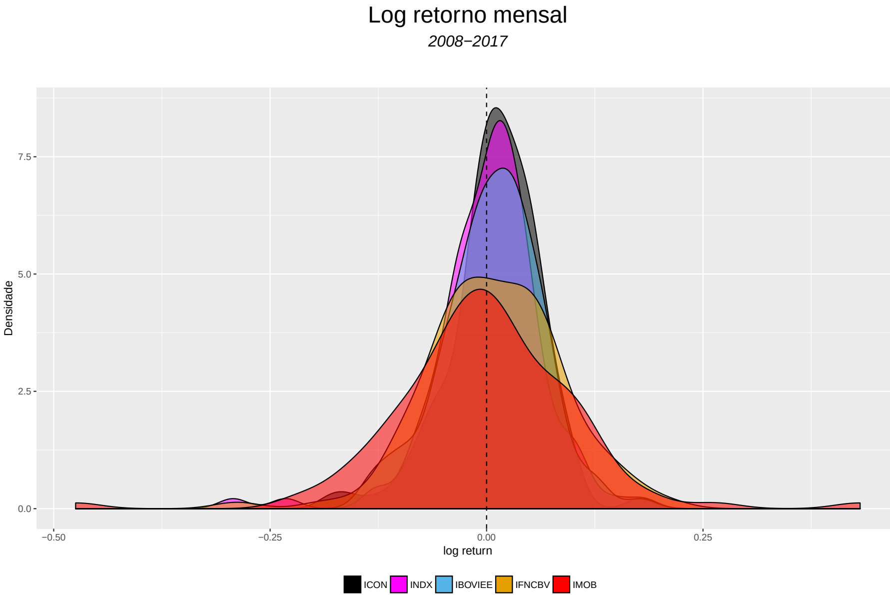


em um dia ruim, quanto eu posso perder?

Amostragem aleatória (Intuitivo)

Monte Carlo

Monte Carlo



Log retorno mensal
2008−2017
Densidade
7.5
5.0
2.5
0.0
−0.50
−0.25
0.00
0.25
log return
ICON
INDX
IBOVIEE
IFNCBV
IMOB

Monte Carlo

- descrição: (re)amostragem “paramétrica”
- vantagens: acessa “todo”espaço
- desvantagem: conhecimento prévio da distribuição

Normal Multivariada

$$X \sim N_k\left(\tilde{\mu}, \Sigma\right)$$

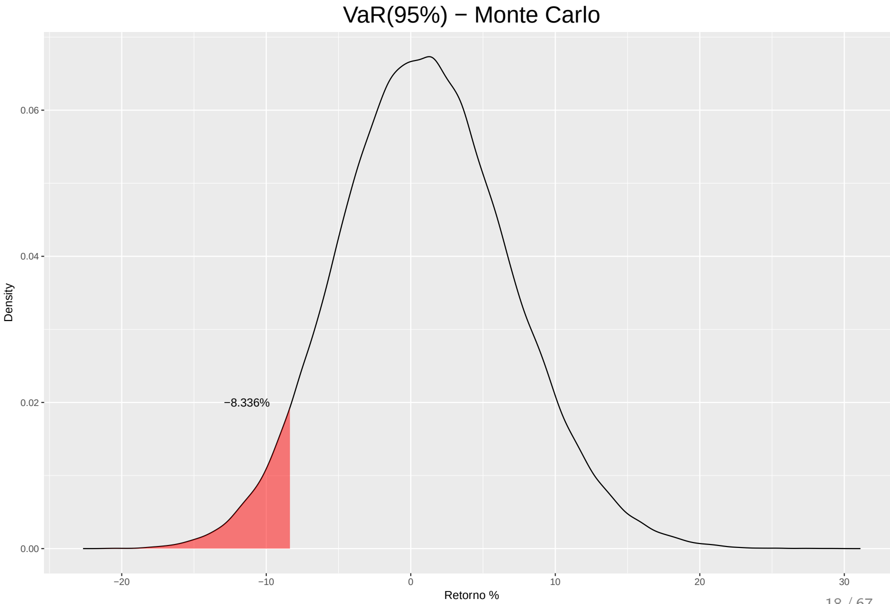
$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{det\Sigma}} exp\left(-\frac{1}{2}(\tilde{X} - \tilde{\mu})\Sigma^{-1}(\tilde{X} - \tilde{\mu})\right)$$

1. modelo
2. parâmetros
3. amostragem

Code - MC

```
set.seed(1052210218)
library(MASS)
n_mc <- 100000
mc <- mvrnorm(n=n_mc,mu,Sigma)
mc <- matriz_mc %*% w_optm
qlim <- quantile(mc,p=0.05)
```

Value at Risk (Var)



Pontos importantes

- Suposição da distribuição:
- Estrutura de dependência longitudinal?

Bootstrap

Bootstrap

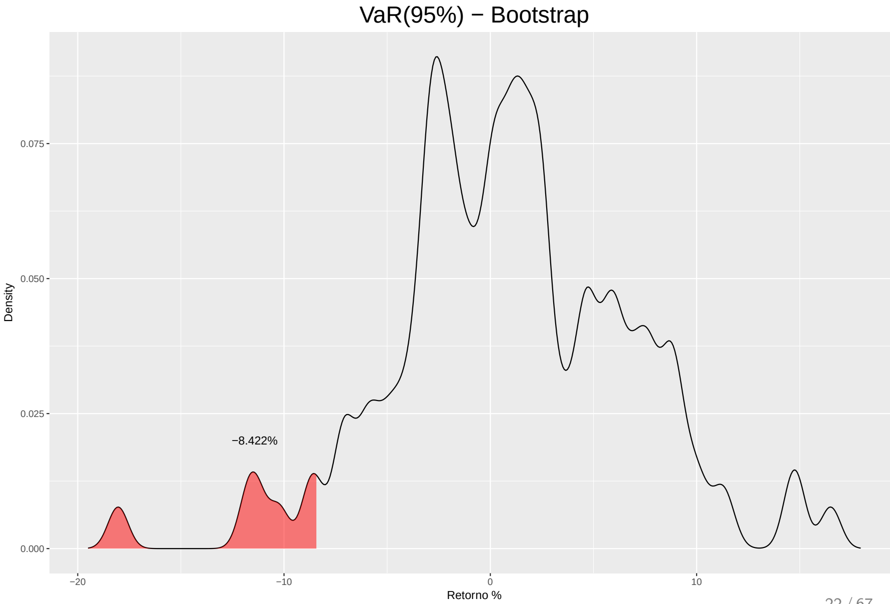
- descrição: (re)amostragem "não-paramétrica"
- vantagens: não requer conhecimento sobre a distribuição
- desvantagem: acessa espaço "realizado"

Bootstrap

- descrição: (re)amostragem "não-paramétrica"
- vantagens: não requer conhecimento sobre a distribuição
- desvantagem: acessa espaço "realizado"

- Distribuição: amostragem aleatória nos próprios dados
- Dependência longitudinal: Base divida em janelas 5 meses

Value at Risk (Var) - Bootstrap



Stochastic Dynamic Programming

Stochastic Dynamic Programming

Um problema de programação dinâmica estocástica pode ser considerado, (Consigli and Dempster, 1998):

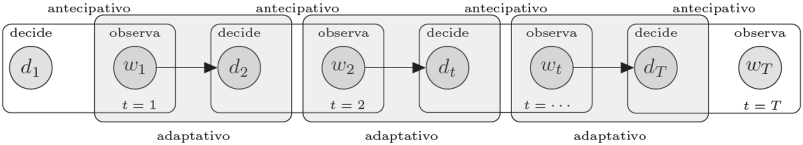
1. um problema em múltiplos estágios recursivo;
2. um processo de decisões d_t em $t = 1, \cdots, T$;
3. com restrições conhecidas e parâmetros w_t aleatórios.

Stochastic Dynamic Programming

Ao longo de todo o período $t = 1, \cdots, T$, (Kouwenberg and Zenios, 2008):

1. as decisões em d_t estão intercaladas pelo que foi observado no instante w_{t-1} e o que não se conhece sobre w_t
2. A relação entre a decisão tomada d_{t-1} e o parâmetro de incerteza w_{t-1} é **antecipativa** (condições de incerteza)
3. enquanto a relação entre d_t e w_{t-1} é **adaptativa** (ambiente de aprendizagem)

Estrutura de decisão



Estrutura de decisão

$$
\begin{aligned}
\text{Minimize: } & Z = f(d_t) + E\left(q(d_t^*, w_t)\right) \\
\text{Sujeito } & Ad_t = \text{b} \\
& W(w_t)d_t^* = h(w_t) - T(w_t)d_t
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Otimizar, no instante t:

- função $f(d_t)$ de custo formada pelo estágio antecipativo
- e o valor esperado da função custo adaptativa $q(d_t^*, w_t)$.

Estrutura de decisão

$$\begin{aligned} \text{Minimize:} \quad & Z = f(d_t) + E\left(q(d_t^*, w_t)\right) \\ \text{Sujeito} \quad & Ad_t = \mathrm{b} \\ & W(w_t)d_t^* = h(w_t) - T(w_t)d_t \end{aligned} \tag{3}$$

Otimizar, no instante t:

- função $f(d_t)$ de custo formada pelo estágio antecipativo
- e o valor esperado da função custo adaptativa $q(d_t^*, w_t)$.

1. A: matriz tecnológica para d_t
2. b: vetor de recursos para d_t
3. $T(w_t)$: matriz tecnológica que transforma d_t em recursos d_t^*
4. $h(w_t)$: de recursos para d_t^*
5. A:matriz tecnológica para d_t^*

Cenário discretizado

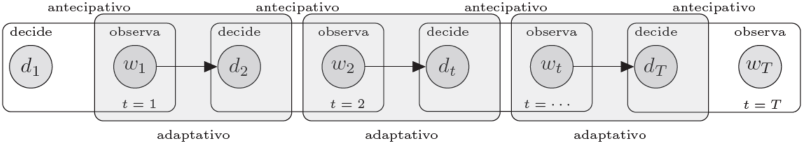
Discretizar o parâmetro de incerteza w_t em **cenários** $\Omega = \{w_t^1, w_t^2, \cdots, w_t^N\}$ (Kouwenberg and Zenios, 2008).

- $p^{(l)} = \pi(w_t = w_t^{(l)})$
- $\sum_{l=1}^{N} p^{(l)} = 1$

$$\begin{aligned} \text{Minimize:} \quad & Z = f(d_t) + \sum_{l=1}^{N} p^{(l)} q(d_t^{*(l)}, w_t^{(l)}) \\ \text{Sujeito} \quad & Ad_t = \text{b} \\ & W(w_t^{(l)}) d_t^{*(l)} = h(w_t^{(l)}) - T(w_t^{(l)}) d_t \end{aligned} \tag{4}$$

Estrutura de decisão

1. O processo de otimização se repete dinamicamente a medida em que se tenha acesso a novas informações sobre w_t.
2. A decisão d_t^* no instante t é a decisão d_{t+1} do instante $t+1$.



Função objetivo

A função objetivo pode ser adaptada para:

- minimizar custo de administração (Kouwenberg and Zenios, 2008)
- maximizar o valor final da carteira (Johannes et al., 2014)
- minimizar o risco (Ferstl and Weissensteiner, 2011) e (Quaranta and Zaffaroni, 2008).

Modelos Dinâmicos

Modelo dinâmico

Parte não observável - sistema
Sequência θ_t com estrutura de dependência de um Processo Markoviano, $\{\theta_t,\, t = 1, ..., T\}$.

Modelo dinâmico

Parte não observável - sistema
Sequência θ_t com estrutura de dependência de um Processo Markoviano, $\{\theta_t,\ t = 1, ..., T\}$.

Parte observável
Sequência y_t $\{y_t,\ t = 1, ..., T\}$ que é dependente, exclusivamente, de θ_t.

Modelo dinâmico

$$
\begin{tikzcd}
\theta_0 \arrow[r] & \theta_1 \arrow[r] \arrow[d] & \theta_2 \arrow[r] \arrow[d] & \cdots \arrow[r] \arrow[d] & \theta_t \arrow[r] \arrow[d] & \theta_{t+1} \arrow[d] \\
 & Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_t & Y_{t+1}
\end{tikzcd}
$$

Modelo dinâmico

$$
\begin{tikzcd}
\theta_0 \arrow[r] & \theta_1 \arrow[r] \arrow[d] & \theta_2 \arrow[r] \arrow[d] & \cdots \arrow[r] \arrow[d] & \theta_t \arrow[r] \arrow[d] & \theta_{t+1} \arrow[d] \\
 & Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_t & Y_{t+1}
\end{tikzcd}
$$

Equação do Sistema

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + w_t$$

Modelo dinâmico

$$\begin{tikzcd}
\theta_0 \arrow[r] & \theta_1 \arrow[r] \arrow[d] & \theta_2 \arrow[r] \arrow[d] & \cdots \arrow[r] \arrow[d] & \theta_t \arrow[r] \arrow[d] & \theta_{t+1} \arrow[d] \\
 & Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_t & Y_{t+1}
\end{tikzcd}$$

Equação do Sistema

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + w_t$$

Equação das Observações

$$y_t = F_t \theta_t + v_t$$

Propriedades

A.1: $\theta_t, t = 1, ..., T$ é uma sequência de estados de um Processo Markoviano;

$$\pi(\theta_{1:T}) = \pi(\theta_1) \prod_{t=2}^{T} \pi(\theta_t | \theta_{t-1})$$

Propriedades

A.1: $\theta_t, t = 1, ..., T$ é uma sequência de estados de um Processo Markoviano;

$$\pi(\theta_{1:T}) = \pi(\theta_1) \prod_{t=2}^{T} \pi(\theta_t | \theta_{t-1})$$

A.2: $y_{1:t}$ é um vetor de observações que são condicionalmente independentes dado $\theta_{1:t}$, para cada $t = 1, ..., T$.

$$\pi(y_t | \theta_{1:t}, y_{1:t-1}) = \pi(y_t | \theta_t)$$

Distribuição conjunta

Essas propriedades permitem descrever a **distribuição conjunta** das observações e dos estados como o produto das seguintes **distribuições condicionais**:

$$\pi(y_{1:t}, \theta_{1:t}) = \pi(\theta_0) \prod_{t=1}^{T} \pi(\theta_t|\theta_{t-1})\pi(y_t|\theta_t)$$

Interesse:

$$\pi(\theta_{1:t}|y_{1:t}) = \frac{\pi(\theta_{1:t}, y_{1:t})}{\pi(y_{1:t})}$$

Filtro de Kalman

- se v_t e w_t perturbações com distribuição Gaussiana e independentes solução fechada
- esquema sequencial para o processo de filtragem **Filtro de Kalman** (West and Harrison, 1997)
- processo dinâmico a cada nova informação
- maior complexidade requer aproximações **Markov Chain Monte Carlo** (MCMC)
- dinamicidade das estimações

Monte Carlo (formal)

Definição

Distribuição alvo : $\pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$ para t fixo.

Definição

Distribuição alvo : $\pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$ para t fixo.

Gera-se N amostras independentes da variável aleatória $\Theta^i_{1:t} \sim \pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$, $i = 1, ..., N$.

Definição

Distribuição alvo : $\pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$ para t fixo.

Gera-se N amostras independentes da variável aleatória $\Theta^i_{1:t} \sim \pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$, $i = 1, ..., N$.

Pelo método Monte Carlo, **avaliamos** ϕ_t no suporte simulado de $\pi(\theta_1, ..., \theta_t)$ por meio das **amostras**:

$$\hat{E}(\phi_t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \phi_t(\Theta^i_{1:t})$$

Desvantagens

Problema 1: Não é fácil se gerar $\pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$.

Desvantagens

Problema 1: Não é fácil se gerar $\pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$.

Problema 2: Ainda que fosse possível se gerar, a dimensão de $\pi_t(\theta_1, ..., \theta_t)$ pode ser muito grande para se obter amostras multivariadas, além de não se ter acesso a todas as informações "agora".

Amostragem de importância

Problema 1

A amostragem de importância trata o **problema 1**: não se sabe gerar $\pi(\theta_{1:t})$.

Problema 1

A amostragem de importância trata o **problema 1**: não se sabe gerar $\pi(\theta_{1:t})$.

Utiliza-se uma **distribuição de importância** $q(.)$ para obter o mesmo suporte da distribuição $\pi(.)$.

$$E_\pi(\phi) = \int \phi(\theta)\pi(\theta)d\theta = \int \frac{\phi(\theta)\pi(\theta)}{q(\theta)}q(\theta)d\theta$$

Problema 1

A amostragem de importância trata o **problema 1**: não se sabe gerar $\pi(\theta_{1:t})$.

Utiliza-se uma **distribuição de importância** $q(.)$ para obter o mesmo suporte da distribuição $\pi(.)$.

$$E_{\pi}(\phi) = \int \phi(\theta)\pi(\theta)d\theta = \int \frac{\phi(\theta)\pi(\theta)}{q(\theta)} q(\theta)d\theta$$

$P(\theta) = \frac{\pi(\theta)}{q(\theta)}$ fornece um ajuste da discrepância de $q(\theta)$ para $\pi(\theta)$

$$\hat{E}(\phi_t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \Upsilon_n(\Theta^i_{1:t})\phi_n(\Theta^i_{1:t}).$$

Amostragem de importância sequencial

Problema 2

Amostrar $q_n(\theta_{1:t})$ pode ser **inviável devido a dimensão** t.

Problema 2

Amostrar $q_n(\theta_{1:t})$ pode ser **inviável devido a dimensão** t.

Considere que a distribuição auxiliar escolhida, $q(.)$, possa ser escrita por:

$$q(\theta_{1:t}) = q(\theta_{1:t-1})q(\theta_t|\theta_{t-1})$$

Problema 2

Amostrar $q_n(\theta_{1:t})$ pode ser **inviável devido a dimensão** t.

Considere que a distribuição auxiliar escolhida, $q(.)$, possa ser escrita por:

$$q(\theta_{1:t}) = q(\theta_{1:t-1})q(\theta_t|\theta_{t-1})$$

<u>**peso de incremento**</u> é a parte **sequencial** de estimação.

$$\Upsilon_t(\theta_{1:t}) = \Upsilon_{t-1}(\theta_{1:t-1})\alpha_n(\theta_{1:t})$$

Monte Carlo Dinâmico:

$$\hat{E}(\phi_t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \Upsilon_n(\Theta^i_{1:t})\phi_n(\Theta^i_{1:t}).$$

Amostragem de Importância sequencial

Considere o processo sequencial de reponderação do processo de Amostragem sequencial de Importância:

$$\Upsilon_t \propto \frac{\pi(y_t|\theta_t)\pi(\theta_t|\theta_{t-1})}{g_{t|t-1}(\theta_t|\theta_{0:t-1}, y_{1:t})}\Upsilon_{t-1}$$

Considere o processo sequencial de reponderação do processo de Amostragem sequencial de Importância:

$$\Upsilon_t \propto \frac{\pi(y_t|\theta_t)\pi(\theta_t|\theta_{t-1})}{g_{t|t-1}(\theta_t|\theta_{0:t-1}, y_{1:t})}\Upsilon_{t-1}$$

A função $g_{t|t-1}(\theta_t|\theta_{0:t-1}, y_{1:t})$ é a responsável por gerar as propostas de partículas, conhecida como **função de transição de importância** (Johansen and Doucet, 2008).

Amostragem de Importância sequencial

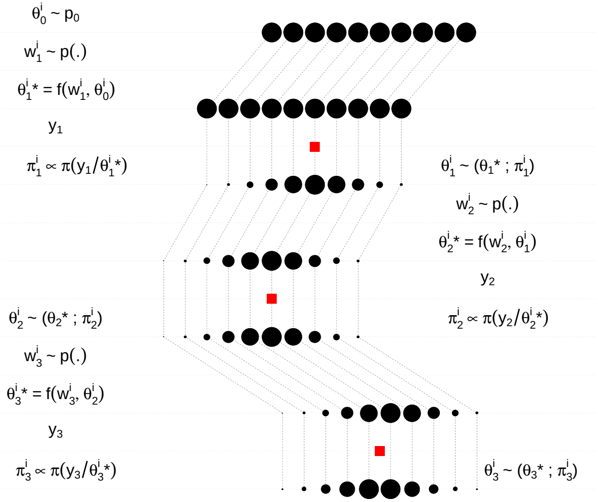
Considere o processo sequencial de reponderação do processo de Amostragem sequencial de Importância:

$$\Upsilon_t \propto \frac{\pi(y_t|\theta_t)\pi(\theta_t|\theta_{t-1})}{g_{t|t-1}(\theta_t|\theta_{0:t-1}, y_{1:t})}\Upsilon_{t-1}$$

A função $g_{t|t-1}(\theta_t|\theta_{0:t-1}, y_{1:t})$ é a responsável por gerar as propostas de partículas, conhecida como **função de transição de importância** (Johansen and Doucet, 2008).

Os tipos de filtro de partículas são definidos pelo tipo de equação $g_{t|t-1}(.)$ **escolhida**.

Esquema


$\theta_0^i \sim p_0$
$w_1^i \sim p(.)$
$\theta_1^i{*} = f(w_1^i, \theta_0^i)$
y_1
$\pi_1^i \propto \pi(y_1/\theta_1^i{*})$
$\theta_1^i \sim (\theta_1{*}\ ;\ \pi_1^i)$
$w_2^i \sim p(.)$
$\theta_2^i{*} = f(w_2^i, \theta_1^i)$
y_2
$\theta_2^i \sim (\theta_2{*}\ ;\ \pi_2^i)$
$\pi_2^i \propto \pi(y_2/\theta_2^i{*})$
$w_3^i \sim p(.)$
$\theta_3^i{*} = f(w_3^i, \theta_2^i)$
y_3
$\pi_3^i \propto \pi(y_3/\theta_3^i{*})$
$\theta_3^i \sim (\theta_3{*}\ ;\ \pi_3^i)$

Reamostragem

Reamostragem

É possível que a distribuição dos pesos Υ_t^i se degenerem. Isso ocorre quando tem-se pesos com valores próximos de 1.

Reamostragem

É possível que a distribuição dos pesos Υ_t^i se degenerem. Isso ocorre quando tem-se pesos com valores próximos de 1.

$$\{\theta_t^i, \Upsilon_t^i\}, i = 1, ..., N$$

Reamostragem

É possível que a distribuição dos pesos Υ_t^i se degenerem. Isso ocorre quando tem-se pesos com valores próximos de 1.

$$\{\theta_t^i, \Upsilon_t^i\}, i = 1, ..., N$$

As partículas θ_t^i são reamostradas com Υ_t^i como peso

Reamostragem

É possível que a distribuição dos pesos Υ_t^i se degenerem. Isso ocorre quando tem-se pesos com valores próximos de 1.

$$\{\theta_t^i, \Upsilon_t^i\}, i = 1, ..., N$$

As partículas θ_t^i são reamostradas com Υ_t^i como peso

As novas partículas tem peso $w_t^i = 1/N$.

Filtro de partículas

Partículas

Definição

Parte de um todo

Definição

Parte de um todo

1. Parte: Partículas.

Partículas

Definição

Parte de um **todo**

1. Parte: Partículas.
2. Todo: Espaço paramétrico.

Definição

Parte de um todo.

1. Parte: Partículas.
2. Todo: Espaço paramétrico.

Definição

Partículas são realizações de um experimento cujos valores possíveis estão definidos no espaço paramétrico.

Sistema Dinâmico

Inicialmente proposto por Gordon et al. (1993).

Equação do sistema (Propagação):

$$\theta_t = G\theta_{t-1} + w_t$$

Sistema Dinâmico

Inicialmente proposto por Gordon et al. (1993).

Equação do sistema (Propagação):

$$\theta_t = G\theta_{t-1} + w_t$$

Equação das observações (atualização):

$$y_t = F\theta_t + v_t$$

Sistema Dinâmico

Inicialmente proposto por Gordon et al. (1993).

Equação do sistema (Propagação):

$$\theta_t = G\theta_{t-1} + w_t$$

Equação das observações (atualização):

$$y_t = F\theta_t + v_t$$

- $w_t \sim p_1(.)$ e $v_t \sim p_2(.)$

Objetivo

Objetivo é *posteriori* dinâmica em t:

$$p(\theta_t|D_t) = \frac{h(y_t|\theta_t)p(\theta_t|D_{t-1})}{\int h(y_t|\theta_t)p(\theta_t|D_{t-1})d\theta_t}$$

Objetivo

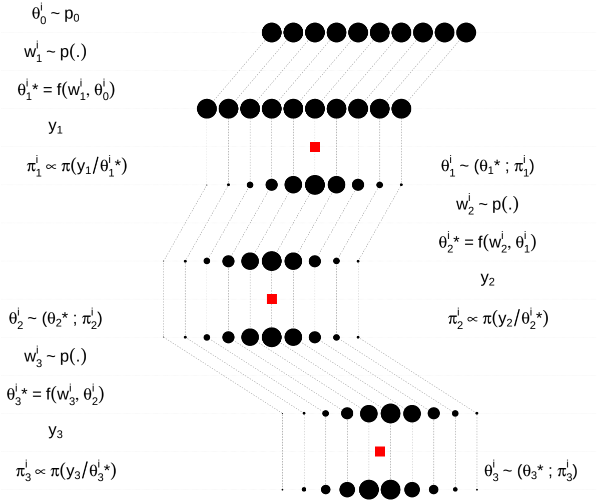
Objetivo é *posteriori* dinâmica em t:

$$p(\theta_t|D_t) = \frac{h(y_t|\theta_t)p(\theta_t|D_{t-1})}{\int h(y_t|\theta_t)p(\theta_t|D_{t-1})d\theta_t}$$

Três grandes tarefas:

$$\overbrace{p(\theta_t|D_t)}^{\text{3:}\textit{Posteriori}} = \overbrace{\left[\frac{h(y_t|\theta_t)}{\int h(y_t|\theta_t)p(\theta_t|D_{t-1})d\theta_t}\right]}^{\text{2:Atualização}} \overbrace{p(\theta_t|D_{t-1})}^{\text{1: Propagação}}$$

Esquema


$\theta_0^i \sim p_0$
$w_1^i \sim p(.)$
$\theta_1^i{*} = f(w_1^i, \theta_0^i)$
y_1
$\pi_1^i \propto \pi(y_1/\theta_1^i{*})$
$\theta_1^i \sim (\theta_1{*} \,;\, \pi_1^i)$
$w_2^i \sim p(.)$
$\theta_2^i{*} = f(w_2^i, \theta_1^i)$
y_2
$\theta_2^i \sim (\theta_2{*} \,;\, \pi_2^i)$
$\pi_2^i \propto \pi(y_2/\theta_2^i{*})$
$w_3^i \sim p(.)$
$\theta_3^i{*} = f(w_3^i, \theta_2^i)$
y_3
$\pi_3^i \propto \pi(y_3/\theta_3^i{*})$
$\theta_3^i \sim (\theta_3{*} \,;\, \pi_3^i)$

Algoritmo

1.1 Para $t = 1$: gerar N amostras $\{\theta_0^i, i = 1, ..., N\} \sim p(\theta_0)$;

1.2 Para $t > 1$: gerar N amostras $\{\theta_{t-1}^i, i = 1, ..., N\} \sim p(\theta_{t-1}|D_{t-1})$

2 Gerar N amostra para $w_t^i \sim p_1(w)$

3 Obter valores de θ_t^{i*}, de forma determinística, $\theta_{t*}^i = f(\theta_{t-1}^i, w_t^i)$

4 Sendo v_t uma estatística conhecida, atualiza-se o peso de θ_t^{i*} usando:

$$\pi_t^i = \frac{p(y_t|\theta_t^{i*}, v_t)}{\sum_j^N p(y_t|\theta_t^{j*}, v_t)}$$

5 Reamostrar N vezes $\{\theta_t^{i*}, i = 1, ..., N\}$ com probabilidade igual a π_t^i.

Stochastic Volatility Models (SVM)

SVM

- inicialmente com distribuição gaussiana (Hull and White, 1987).
- atualmente distribuições de caudas pesadas e misturas de normais (Virbickaite et al., 2016)
- **modela diretamente a volatilidade**

Uma possível formulação para o modelo SVM é:

$$
\begin{aligned}
y_t &= exp\left(\frac{x_t}{2}\right)\varepsilon_t \\
x_t &= \alpha + \beta x_{t-1} + w_t
\end{aligned}
\tag{5}
$$

$w_t \sim N(0, \tau^2)$

Linearlização

Linearização $r_t = log(y_t^2)$ (Kim et al., 1998):

$$\begin{aligned} r_t &= x_t + v_t \\ x_t &= \alpha + \beta x_{t-1} + w_t \end{aligned} \tag{6}$$

Caso $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ a distribuição exata é $v_t \sim log(\chi^2)$, sendo χ^2 distribuição Qui-Quadrado. Aproximação com mistura de normais com os seguintes parâmetros:

$$v_t \sim log(\chi^2) \approx \sum_{i=1}^{7} \pi_i f_N(\mu_i, \sigma^2) \tag{7}$$

Simulação

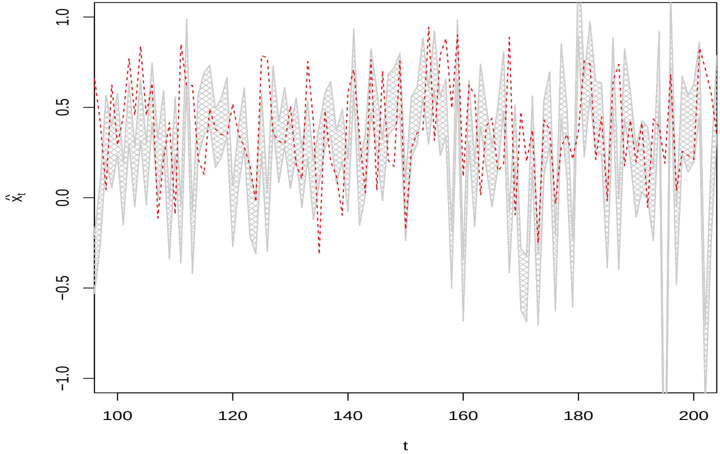
Considere o modelo SV básico com parâmetros

1. $\tau^2 = 0.1$
2. $\beta = -0.2$
3. $\alpha = 0.5$
4. simulado para um período de $T = 1000$
5. $M = 5000$ partículas

$$
\begin{aligned}
y_t &= exp\left(\frac{x_t}{2}\right)\varepsilon_t \\
x_t &= \alpha + \beta x_{t-1} + w_t
\end{aligned} \tag{8}
$$

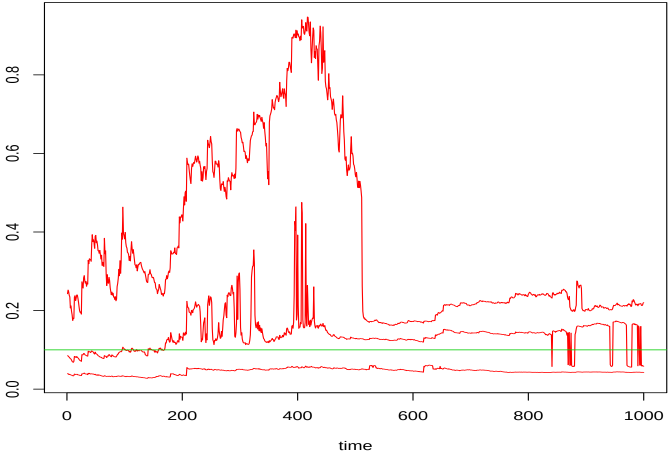
$w_t \sim N(0, \tau^2)$

Estados latentes (variâncias)



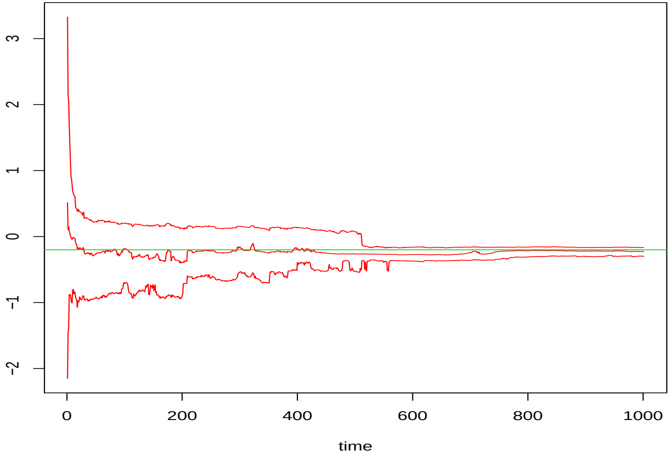
Volatilidade estimada pelo modelo SV simulado entre $t \in [100; 200]$. A região em cinza representa o intervalo de credibilidade ao nível de 95% e em vermelho os valores verdadeiros.

SV - parâmetros



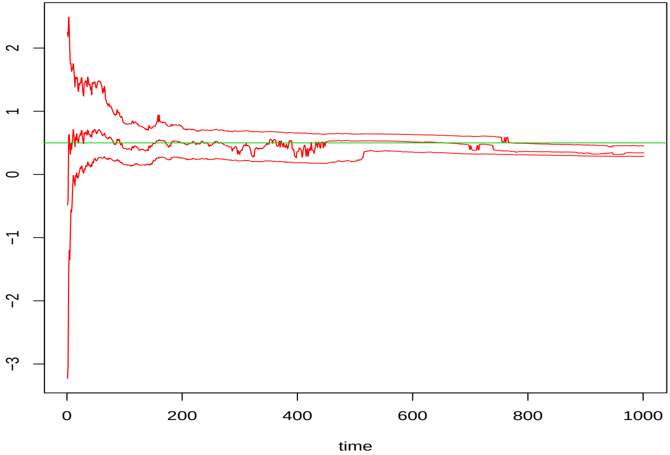
Estimativas dinâmicas para o parâmetro τ^2.

SV - parâmetros



Estimativas dinâmicas para o parâmetro β

SVM - parâmetros



Estimativas dinâmicas para o parâmetro α

Aplicação

Simulação

Aplicação de R$ 1000 baseado nos dados 2008 – 2017 dos ativos:

- IFN: índice setor financeiro
- IMOB: índice do setor imobiliário
- ICON: índice de consumo
- IEE: índice de energia
- INDX: índice da indústria
- IBOV: índice geral da bolsa de São Paulo
- LTN: Letra do Tesouro Nacional

Modelo SV para cada série individualmente.

IBOVESPA

1. utilizando os parâmetros estimados para o modelo SV

IBOVESPA

1. utilizando os parâmetros estimados para o modelo SV
2. simulação de 10000 carteiras aleatórias

IBOVESPA

1. utilizando os parâmetros estimados para o modelo SV
2. simulação de 10000 carteiras aleatórias
3. cada carteira avaliada em 10000 cenários

IBOVESPA

1. utilizando os parâmetros estimados para o modelo SV
2. simulação de 10000 carteiras aleatórias
3. cada carteira avaliada em 10000 cenários
4. 252 períodos

Alocação no ativo (%)							Valor final da carteira			
ICON	IEE	IFN	IMOB	INDX	IBOV	LTN	$VaR_{99\%}$	$VaR_{95\%}$	$\bar{R}$	$\sigma(W)$
11.21	2.67	11.81	1.27	35.79	9.16	28.09	624.84	711.95	7.50	241.79
34.27	2.89	11.98	16.57	2.97	1.78	29.54	597.63	733.85	8.34	242.06
34.35	0.66	7.85	2.53	0.79	25.12	28.71	633.07	728.82	8.08	249.42
17.78	0.86	10.60	15.77	23.91	5.93	25.14	607.13	711.50	6.27	251.81
20.13	2.77	5.07	13.93	6.28	20.94	30.89	611.37	701.44	7.00	254.07

Informações das 5 melhores carteiras no modelo SV independente. Análise de 10000 carteiras, simuladas em 10000 cenários de 252 períodos.

IBOVESPA

- retorno médio esperado de 7.5%
- *VaR* ao nível 99% de R$ 624.84
- *VaR* ao nível 95% de R$ 711.95
- pelo menos 25% dos recursos alocados no ativo livre de risco.

Os parâmetros do modelo são **atualizados dinamicamente** a cada nova informação w_t dando suporte para o processo **decisório dinâmico.**

Perguntas?

igor.ferreira.n@gmail.com

lamfo.unb.br

lamfo-unb.github.io

Consigli, G. & Dempster, M. a. H. (1998). Dynamic stochastic programming for asset-liability management. Annals of Operations Research, 81(October):131 – 161.

Ferstl, R. & Weissensteiner, A. (2011). Asset-liability management under time-varying investment opportunities. Journal of Banking and Finance, 35(1):182–192.

Gordon, N. J., Salmond, D. J., & Smith, A. F. M. (1993). Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. IEEE Proceedings F on Radar and Signal Processing, (140):107–113.

Hull, J. & White, A. (1987). The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. The Journal of Finance.

Johannes, M., Korteweg, A., & Polson, N. (2014). Sequential learning, predictability, and optimal portfolio returns. Journal of Finance, 69(2):611–644.

Johansen, A. M. & Doucet, A. (2008). A note on auxiliary particle filters. Statistics and Probability Letters, 78(12):1498–1504.

Kim, S., Shepherd, N., & Chib, S. (1998). Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models. Review of Economic Studies, 65(3):361–393.

Kouwenberg, R. & Zenios, S. A. (2008). Stochastic Programming Models for Asset Liability Management. In: Handbook of Asset and Liability Management - Set, volume 1, pages 253–303. incollection.

Laloux, L., Cizeau, P., Bouchaud, J. P., & Potters, M. (1999). Noise dressing of financial correlation matrices. Physical Review Letters, 83(7):1467–1470.

Markowitz, H. M. (1952). Portfolio selection. The Journal of Finance.

Quaranta, A. G. & Zaffaroni, A. (2008). Robust optimization of conditional value at risk and portfolio selection. Journal of Banking and Finance, 32(10):2046–2056.

Virbickaite, A., Lopes, H. F., Ausín, M. C., & Galeano, P. (2016). Particle Leaning for Bayesian Non-Parametric Markov Switching Stochastic Volatility Model. R&R Bayesian Analysis, 2(1):1–28.

West, M. & Harrison, J. (1997). Bayesian Forecast and Dynamic Models. Springer-Verlag.

I