

# Hidráulica Básica [2015961]

## Tema # 3: Análisis de sistemas de bombeo

Luis Alejandro Morales (Ph.D)  
Profesor Asistente

Universidad Nacional de Colombia-Bogotá  
Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

### Contents

1	Generalidades	1
2	Ecuaciones para bombas centrífugas	2
3	Curva característica real de una bomba	4
4	Análisis dimensional en bombas centrífugas	5
4.1	Aplicación de los parámetros adimensionales . . . . .	6
4.2	Velocidad específica . . . . .	7
5	Estaciones de bombeo	8

### 1 Generalidades

Una bomba es una máquina que introduce energía al flujo con el fin de vencer diferencias topográficas o pérdidas de energía por fricción o por accesorios, lo cual permite llevar el flujo de un punto (de menor energía) a otro (de mayor energía). En general, los ingenieros civiles y agrícolas se encargan únicamente de la selección de la bomba más apropiada para el sistema en particular dejando de lado el diseño mecánico (rotor) y eléctrico (motor) a otras disciplinas. Existen varios tipos de bombas, sin embargo las más comunes son las bombas *rotodinámicas* que trasladan la energía al flujo a través de un sistema de rotación, las cuales analizaremos para fluidos incompresibles y flujo permanente en sistemas de tuberías.

De acuerdo con la forma del rotor o impulsor, las bombas rotodinámicas se pueden clasificar como (ver figura 1)

- Bomba centrífuga o de flujo radial: Se caracterizan por presentar una presión alta para caudales relativamente bajos.
- Bomba de flujo axial: Pueden generar un caudal alto con una baja presión.
- Bomba de flujo mixto: Comportamiento intermedio con respecto a las dos anteriores.

En comparación con las *bombas de desplazamiento positivo* (PDP, positive displacement pump) (ver figura 2), las bombas rotodinámicas, aunque son capaces de proveer mayores caudales gracias a su mecanismo de impulsión con un moderado aumento de la presión, son ineficaces para fluidos con altas densidades y requieren además la extracción de aire de la tubería de succión (purga de la bomba) antes de su uso. Las

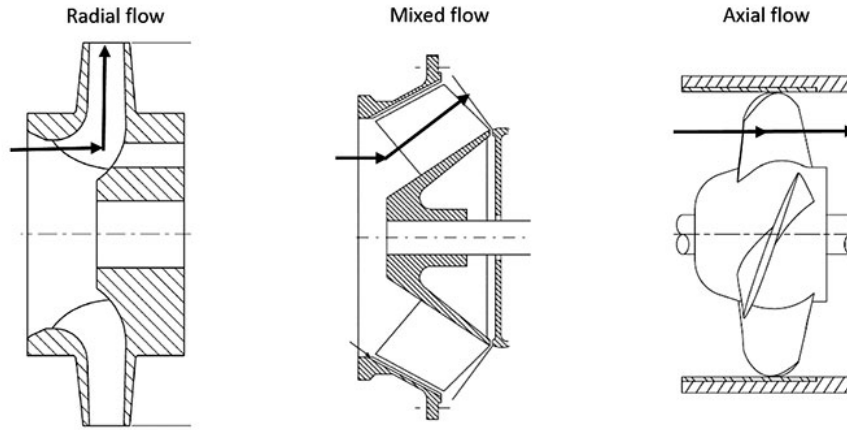


Figure 1: Tipos de bombas rotodinámicas

PDPs son mas apropiadas para fluidos con altas viscosidades y son capaces de autopurgarse. Sin embargo son capaces de suministrar relativamente bajos caudales y operar a altas presiones.

Las bombas mas comunes son las bombas centrifugas y centraremos la mayoría de nuestro análisis sobre este tipo de bombas. Una bomba centrifuga (ver figura 3) esta compuesta por:

1. Impulsor o rotor: Es un elemento rotatorio compuesto por *alabes* que gira con una alta velocidad angular gracias al trabajo del *motor*. Los alabes crean canales divergentes a través de los cuales fluye el líquido.
2. Carcasa: Estructura en donde se encuentra el impulsor. Esta estructura posee un orificio por donde ingresa el fluido a baja presión (*tubería de succión*) y otro por donde converge el liquido a través de los alabes y luego hacia el espiral en donde el líquido es conducido hacia la tubería *tubería de descarga* con una mayor presión.
3. Eje o flecha: Estructura que transfiere la potencia del motor al impulsor.

## 2 Ecuaciones para bombas centrifugas

Se puede establecer ecuaciones para el calculo de potencia y de cabeza hidráulica introducida por la bomba a la tubería. Cuando el flujo entra a través de la tubería de succión al impulsor, este llega con una presión relativamente baja, al entrar a los alabes, la velocidad angular  $\omega$  con la cual se mueven los alabes, le suministra una energía al flujo el cual es expulsado (punto  $S$ ) hacia la espiral (dentro de la carcasa) con una mayor energía (presión). Teniendo en cuenta que es el impulsor el que le suministra la energía al flujo, este puede considerarse como el volumen de control para el siguiente análisis. Para el análisis se debe considerar lo siguiente:

- flujo permanente e incompresible.
- fricción despreciable.
- infinito número de alabes de espesor infinitesimal en el impulsor.
- La potencia transmitida por el eje al impulsor, es transmitida al flujo en su totalidad.

Analizando el movimiento del flujo en el impulsor, este se desplaza desde el punto  $e$  al punto  $s$ . La figura 5 muestra los diagramas de los vectores de velocidad en donde  $U$  es la velocidad absoluta del fluido,  $u$  es la velocidad tangencial en un punto en la perifería,  $v$  es la velocidad relativa del líquido respecto al

impulsor y tangente al alabe,  $r$  es el radio del impulsor,  $\alpha$  es el angulo formado por el vector de velocidad absoluta y el vector de velocidad tangente,  $\beta$  es el angulo del alabe,  $\beta'$  es el angulo suplementario de  $\beta$ ,  $b$  espesor del impulsor,  $s$  punto de salida del flujo y  $e$  es el punto de entrada del flujo. Aplicando el principio de conservaci3n de cantidad de movimiento angular al volumen de control:

$$\sum M_{ext} = \frac{\gamma}{g} Q \left[ \left( \vec{r} \times \vec{U} \right)_s - \left( \vec{r} \times \vec{U} \right)_e \right] \quad (1)$$

donde  $\sum M_{ext}$  es la sumatoria de los momento externos al volumen de control; el 3nico momento externo es el par de torsi3n  $T_T$  transmitido al impulsor por el eje. Los vectores posici3n  $\vec{r}$  equivalen en este caso a los radios de entrada  $r_e$  y de salida  $r_s$  en el impulsor.

Analizando el diagrama de vectores de la figura 5, la ecuaci3n 1 se transforma en:

$$T_T = \frac{\gamma}{g} Q [(rU \cos \alpha)_s - (rU \cos \alpha)_e] \quad (2)$$

La ecuaci3n 2 permite calcular el par de torsi3n teorico transmitido por el eje al impulsor. Multiplicando la ecuaci3n 2 por la velocidad angular  $\omega$ , se obtiene la potencia mecánica te3rica:

$$P_T = T_T \omega = \frac{\gamma}{g} Q [(r\omega U \cos \alpha)_s - (r\omega U \cos \alpha)_e] \quad (3)$$

donde  $r\omega$  es la velocidad tangencial  $u$ . Reemplazando en la ecuaci3n anterior:

$$P_T = \frac{\gamma}{g} Q [(uU \cos \alpha)_s - (uU \cos \alpha)_e] \quad (4)$$

Teniendo en cuenta que no se consideran p3rdidas en el sistema, la potencia mecánica te3rica debe ser igual a la potencia hidr3utica te3rica  $P_H = \gamma Q h_b$  ( $P_T = P_H$ ). Teniendo en cuenta esto, la ecuaci3n 4, queda:

$$\frac{\gamma}{g} Q [(uU \cos \alpha)_s - (uU \cos \alpha)_e] = \gamma Q h_b \quad (5)$$

simplificando y despejando para  $h_b$ , se tiene:

$$h_b = \frac{1}{g} [(uU \cos \alpha)_s - (uU \cos \alpha)_e] \quad (6)$$

Las ecuaciones 2, 4 y 6 se conocen como las *ecuaciones de Euler* para el c3lculo del par de torsi3n, de la potencia y de la cabeza te3rica de una bomba centrifuga. De estas ecuaciones, es interesante anotar que mientras la potencia ( $P_T$ ) y el par de torsi3n ( $T_T$ ) te3ricos en este tipo de bombas depende del tipo de fluido ( $\gamma$  en las ecuaciones), la cabeza ( $h_b$ ) es independiente del fluido.

Teniendo en cuenta que los impulsores se dise±an de manera 3ptima, el t3rmino en la ecuaci3n 6  $(uU \cos \alpha)_e$  debe ser igual a cero con el fin de que  $h_b$  no se disminuya en dicha cantidad. Para lograr esto, es necesario que  $\cos \alpha_e$  sea igual a cero, lo cual se logra si  $\alpha_e = 90^\circ$ . Esto se logra si el vector  $U_e$  forma un angulo de  $90^\circ$  con la horizontal logrando que no exista momento de remolino a la entrada del impulsor. Para un dise±o 3ptimo del impulsor, la ecuaci3n 6 se convierte en:

$$h_b = \frac{1}{g} (u_s U_s \cos \alpha_s) \quad (7)$$

De acuerdo al diagrama de vectores de la figura refbom2, la ecuaci3n 7 se puede escribir tambi3n como:

$$h_b = \frac{1}{g} [u_s (u_s - v_s \cos \beta_s)] \quad (8)$$

Teniendo en cuenta que el caudal que sale del impulsor lo hace de forma radial, para luego ser canalizado por la espiral en la carcasa y dirigido hacia la tubería de descarga, dicho caudal se puede expresar como  $Q = U_{rs}A_{Ls}$ , donde  $U_{rs}$  es la componente radial de  $U$  en  $s$  y  $A_{Ls}$  es el área lateral del impulsor en la salida. De acuerdo con esto,  $Q$  se puede expresar como:

$$Q = U_{rs}2\pi r_s b_s \quad (9)$$

donde  $b_s$  es el espesor del impulsor a la salida. De la figura 5, se puede demostrar que  $U_{rs} = v_s \cos \beta_s \tan \beta_s$ . Reemplazando en la ecuación anterior y despejando para  $v_s \cos \beta_s$ , se tiene:

$$v_s \cos \beta_s = \frac{Q}{2\pi r_s b_s \tan \beta_s} \quad (10)$$

Reemplazando la ecuación 10 en la ecuación 8, queda una expresión de  $h_b$  en función de  $Q$  como:

$$h_b = \frac{u_s^2}{g} - \left( \frac{u_s Q}{2\pi g r_s b_s \tan \beta_s} \right) \quad (11)$$

La ecuación 11 tiene la forma de una ecuación lineal  $h_b = f(Q) = A - BQ$ , donde A y B son constantes. Note que la ecuación 11 representa una familia de rectas que se denominan la *curva característica de la bomba*. Note que la ecuación 11 depende de  $\beta_s$  por lo tanto la familia de curvas tiene el comportamiento mostrado en la figura 6. El mejor comportamiento de la bomba se da cuando  $0 < \beta_s < 90$  (alabe tirado hacia atrás) ya que la carga de la bomba aumenta en la medida que disminuya el caudal.

### 3 Curva característica real de una bomba

Las deducciones de las ecuaciones en la sección anterior se hicieron bajo supuestos teóricos que en la práctica no obedecen a la comportamiento real de una bomba si se tiene en cuenta lo siguiente:

- El número de alabes en el impulsor es finito y el espesor de cada uno de estos es diferente de cero. Esto resulta en que los alabes no son una guía perfecta para transportar el flujo (flujo circulatorio) lo que resulta en valores menores de  $\beta_s$  y por lo tanto en menores valores de la componente  $U_s \cos \alpha_s$ . Esto significa que la carga real es menor a la teórica definida en la ecuación 11. Esto quiere decir que la curva característica teórica sufre un abatimiento tal y como se muestra en la figura 7.
- Teniendo en cuenta que existe fricción debido a la rugosidad en el impulsor y que se presenta turbulencia a la salida del impulsor, dichos aspectos generan una disipación de energía que es proporcional a  $Q^2$ . Esto quiere decir que  $h_b$  disminuye aún más cuando  $Q$  aumenta.

Lo anterior quiere decir que la curva característica real presenta un comportamiento no lineal ( $h_b = A - BQ^C$ ) similar al mostrado en la figura 7.

En las tuberías de succión (entrada a la bomba) donde la presión suele ser baja y en la tubería de descarga (salida de la bomba) en donde la presión es alta, es común instalar manómetros o sensores para determinar la presión en estos dos puntos. Aplicando la ecuación de Bernoulli entre la ubicación de estos dos manómetros, se puede determinar la cabeza útil del flujo:

$$h_m = \left( \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_{sc} - \left( \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_d + h_e \quad (12)$$

donde los subíndices  $sc$  indican tubería de succión y  $d$  tubería de descarga. De acuerdo con la ecuación 12, la potencia se expresa como  $P_u = \gamma Q h_m$ . La eficiencia de una bomba definida por el diseño de los alabes, de la carcasa y de las condiciones de operación, se puede determinar como la relación de la potencia útil ( $P_u$ ) y la potencia que aplica el motor a la bomba ( $P_T$ ):

$$\eta_b = \frac{P_u}{P_T} = \frac{\gamma Q h_m}{T_T \omega} \quad (13)$$

donde  $T_T$  es el torque teórico (ver ecuación 3). La eficiencia del motor se puede definir como la potencia que aplica el motor a la bomba ( $P_T$ ) y la potencia de salida del motor (o *potencia al freno*, bhp) ( $P_m$ ):

$$\eta_m = \frac{P_T}{P_m} = \frac{T_T \omega}{P_m} \quad (14)$$

La eficiencia global de todo el sistema (motor, flecha y bomba) queda definida como:

$$\eta = \eta_b \eta_m = \frac{\gamma Q h_m}{P_m} \quad (15)$$

Se pueden definir otras curvas características como potencia al freno o potencia de salida del motor  $P_m$  vs  $Q$  o eficiencia de la bomba  $\eta_b$  vs  $Q$  como se muestra en la figura 8.

Nótese que en la figura 8,  $P_m$  aumenta a medida que  $Q$  aumenta, mientras que la eficiencia de la bomba  $\eta_b$  aumenta hasta alcanzar un máximo y luego disminuye. Este punto de máxima eficiencia define el caudal ( $Q_o$ ) con el cual debería operar la bomba, lo cual se da rara vez.

En la practica, estas curvas características son construidas por el fabricante de la bomba en laboratorios de hidráulica equipados con instrumentos de alta precisión. Lo más común es encontrar las curvas para una velocidad constante de rotación de la flecha de la bomba y para diferentes diámetros del impulsor (ver figura 12). También es común encontrar las curvas características de la bomba para un impulsor variando la velocidad de rotación (ver figura 11). Estas curvas que son presentadas por el fabricante en manuales, se pueden construir para diferentes tipos de bombas usando *análisis dimensional*. Es posible encontrar curvas características de  $h_m$  vs  $Q$  para diferentes bombas (diferentes diámetros del impulsor) representadas en el mismo sistema de referencia, con el fin seleccionar más de una bomba para valor de  $Q_o$ . Esto se hace con el fin de determinar la mejor opción entre las posible bombas con base en análisis de costos de operación de estas.

## 4 Analisis dimensional en bombas centrifugas

En la sección anterior se comentó que los fabricantes de bombas poseen cartillas en donde se incluyen los diferentes tipos de curvas características de las bombas que fabrican (ver figuras 12 y 11). Estas curvas se utilizan para escoger la mejor opción de acuerdo con las necesidades del usuario. Para la construcción de estas curvas características se construyen modelos en el laboratorio que sean geométricamente similares al prototipo, en particular el impulsor.

En el análisis de bombas centrifugas, las variables que intervienen son las siguientes: carga o cabeza útil  $h_m$  [L], caudal  $Q$  [ $L^3 T^{-1}$ ], velocidad de rotación en rpm  $\omega$  [ $T^{-1}$ ], diámetro del impulsor  $D_i$  [L], viscosidad cinemática  $\nu$  [ $L^2 T^{-1}$ ], aceleración de la gravedad  $g$  [ $LT^{-2}$ ]. En total se tienen 6 variables y 2 dimensiones ( $L$  y  $T$ ), lo cual quiere decir que el número de parámetros adimensionales que se pueden formar a partir de las variables es 4 ( $6-2=4$ ). Se deben definir dos (debido a que son dos dimensiones involucradas) variables repetitivas, las cuales deben ser independientes entre si; estas variables son  $\omega$  y  $D_i$ . Haciendo análisis dimensional para la función  $f(h_m, Q, \omega, D_i, g, \nu)$ , se tienen los siguientes parametros:

$$\Pi_1 = \frac{h_m}{D_i} \quad \Pi_2 = \frac{Q}{\omega D_i^3} \quad \Pi_3 = \frac{g}{\omega^2 D_i} \quad \Pi_4 = \frac{\omega D_i^2}{\nu} \quad (16)$$

Como la intención del analisis dimensional es tener una función  $h_m = f(Q)$  (curva característica), se tiene:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) \quad (17)$$

Reemplazando en la ecuación 17, tenemos:

$$\frac{h_m}{D_i} = f\left(\frac{Q}{\omega D_i^3}, \frac{g}{\omega^2 D_i}, \frac{\omega D_i^2}{\nu}\right) \quad (18)$$

Teniendo en cuenta que se debe satisfacer una similitud geométrica entre el modelo y el prototipo, se hace imposible tener el mismo número de Reynolds (parámetro  $\Pi_4$ ) en el modelo y en el prototipo, lo cual hace necesario despreciar los efectos de la viscosidad. Por otro lado, gracias a la experimentación se ha demostrado que  $\Pi_1 = f(\Pi_3^{-1})$ . De acuerdo con esto:

$$\frac{h_m}{D_i} = \frac{\omega^2 D_i}{g} f\left(\frac{Q}{\omega D_i^3}\right) \quad (19)$$

Agrupando en la ecuación 19, se tiene:

$$\frac{gh_m}{\omega^2 D_i^2} = f\left(\frac{Q}{\omega D_i^3}\right) \quad (20)$$

En el lado izquierdo de la ecuación 8 se forma otro parámetro adimensional ( $\Pi_5$ ), por lo que la ecuación se puede expresar como  $\Pi_5 = f(\Pi_2)$ . En la ecuación 20  $\Pi_2$  se denomina el *parámetro de caudal* y el  $\Pi_5$  es el *parámetro de carga o cabeza*. La ecuación 19 es la *curva característica adimensional* de la bomba y es la misma para una *serie homóloga* de bombas. Dicha serie homologa implica una similaridad geométrica entre bombas, es decir, que sus diagramas vectoriales en el impulsor sean semejantes y que sus eficiencias sean las mismas. Del análisis dimensional, es posible formar un tercer parámetro adimensional como el producto entre  $\Pi_5$  y  $\Pi_2$ , dicho parámetro adimensional ( $\Pi_6$ ) es conocido como el *parámetro de potencia*:

$$\Pi_6 = \frac{P_m}{\rho \omega^3 D_i^5} \quad (21)$$

En una serie homologa, los parámetros  $\Pi_5$ ,  $\Pi_2$  y  $\Pi_6$  son constantes en cada bomba de la serie.

#### 4.1 Aplicación de los parámetros adimensionales

##### Operación de la misma bomba a velocidad ( $\omega$ ) variable

En este caso se estudia el comportamiento de la bomba con una velocidad angular variable pero con el mismo impulsor ( $D_i$  constante). Como  $D_i$  es constante, los parametros adimensionales quedan expresados como:

$$\frac{Q}{\omega} = \text{const} \quad \frac{h_m}{\omega^2} = \text{const} \quad \frac{P_m}{\omega^3} = \text{const} \quad (22)$$

De las relaciones anteriores, se tiene que  $h_m \propto Q^2$ , ecuación que representa una parábola en donde todos sus puntos indican igual similitud (la misma eficiencia). Si se tiene la idea de que se ha obtenido una curva característica ( $h_m$  vs  $Q$ ) del modelo de una bomba dentro de una serie homologa para una velocidad angular  $\omega_A$ , a partir de esta curva es posible obtener la curva de la misma bomba pero operando a una velocidad angular  $\omega_B$  bajo condiciones dinámicas de flujo similares (ver figura 13). Aplicando las leyes de similitud para puntos sobre una misma curva de isoeficiencia, por ejemplo los puntos 1 y 2, para la curva  $\omega_A$  y para la curva  $\omega_B$  respectivamente, en donde se conocen  $h_{m1}$ ,  $Q_1$  y  $\nu_1 = \nu_2$ , se pueden encontrar los valores de  $Q_2$  y  $h_{m2}$  de la siguiente manera:

$$\Pi_{21} = \Pi_{22} \quad \left(\frac{Q}{\omega D_i^3}\right)_{21} = \left(\frac{Q}{\omega D_i^3}\right)_{22} \quad Q_2 = Q_1 \frac{\omega_B}{\omega_A} \quad (23)$$

$$\Pi_{51} = \Pi_{52} \quad \left(\frac{h_m}{\omega^2 D_i^2}\right)_{51} = \left(\frac{h_m}{\omega^2 D_i^2}\right)_{52} \quad h_{m2} = h_{m1} \left(\frac{\omega_B}{\omega_A}\right)^2 \quad (24)$$

Analizando la figura 13, cuando  $\omega_A < \omega_B$ , el punto 2 (de la nueva curva característica) se ubicará arriba y a la derecha del punto 1. Si  $\omega_A > \omega_B$ , el punto 2 se ubicará abajo y a la izquierda del punto 1. Si se desea obtener otro punto, por ejemplo el punto 4, sobre la nueva curva característica para  $\omega_B$ , se escoge el punto 3 en la curva de  $\omega_A$  y se aplica el procedimiento descrito en las ecuaciones 23 y 24 para encontrar  $Q_4$  y  $h_{m4}$ . De la misma manera se pueden escoger otros puntos sobre la curva de  $\omega_A$  para ir encontrando la curva de  $\omega_B$ . De igual manera, se pueden encontrar las curvas características para otros valores de  $\omega$ .

### Operación de la misma bomba con diferentes impulsores ( $D_i$ )

Si se opera la misma bomba con la misma velocidad  $\omega$  pero con diferentes tamaños ( $D_i$ ) de los impulsores, es posible obtener las curvas características para diferentes valores de  $D_i$ . Sin embargo, debido a que el impulsor cambia, la similitud geométrica no se cumple. Gracias a la experiencia se ha podido establecer que para  $\omega$  constante:

$$\frac{Q}{D_i} = \text{const} \quad \frac{h_m}{D_i^2} = \text{const} \quad \frac{P_m}{D_i^3} = \text{const} \quad (25)$$

De la anterior ecuación se tiene que  $Q \propto D_i$  y  $h_m \propto D_i^2$ , por lo tanto  $h_m \propto Q^2$ . Esta última relación representa una parábola donde todos los puntos tienen igual similitud (la misma eficiencia). Si se obtiene una curva característica de  $h_m$  vs  $Q$  para un diámetro del impulsor  $D_{iA}$  con una velocidad  $\omega$  gracias al trabajo experimental, es posible obtener una familia de curvas características para la misma bomba pero con diferentes valores de  $D_i$  a una velocidad constante  $\omega$ . De acuerdo con la figura 14, si se conoce la curva para  $D_{iA}$  y se desea conocer la curva para  $D_{iB}$ , se toma el punto 1 (sobre la curva para  $D_{iA}$ ) donde se conoce  $h_{m1}$ ,  $Q_1$  y  $\nu_1 = \nu_2$ , y se toma el punto 2 (sobre la curva para  $D_{iB}$ ) y se calcula  $Q_2$  y  $h_{m2}$  como:

$$\Pi_{21} = \Pi_{22} \quad \left( \frac{Q}{D_i} \right)_{21} = \left( \frac{Q}{D_i} \right)_{22} \quad Q_2 = Q_1 \frac{D_{iB}}{D_{iA}} \quad (26)$$

$$\Pi_{51} = \Pi_{52} \quad \left( \frac{h_m}{D_i^2} \right)_{51} = \left( \frac{h_m}{D_i^2} \right)_{52} \quad h_{m2} = h_{m1} \left( \frac{D_{iB}}{D_{iA}} \right)^2 \quad (27)$$

Observando la figura 14, cuando  $D_{iA} < D_{iB}$ , el punto 2 se encontrará arriba y a la derecha del punto 1, mientras que cuando  $D_{iA} > D_{iB}$  el punto 2 se encontrará abajo y a la izquierda del punto 1. Otros valores de  $h_m$  y  $Q$  para otros puntos sobre la curva para  $D_{iB}$  se obtendrán utilizando las ecuaciones 26 y 27.

## 4.2 Velocidad específica

La velocidad específica ( $n_s$ ) de una unidad (bomba) perteneciente a una serie homologa es una cantidad muy usada en la selección y diseño preliminar de una bomba. La velocidad específica se define como la velocidad de algún integrante de la serie que tiene un tamaño que trabaja a descarga (caudal) y carga unitarias. Para una serie homologa se debe cumplir:

1.  $\frac{Q}{\omega D_i^3} = \text{const}$  por lo que  $D_i \propto \left( \frac{Q}{\omega} \right)^{1/3}$
2.  $\frac{gh_m}{\omega^2 D_i^3} = \text{const}$  por lo que  $D_i \propto \left( \frac{\sqrt{gh_m}}{\omega} \right)$

De acuerdo con las expresiones anteriores, se puede definir una relación de mayor importancia entre  $Q$  y  $h_m$ :

$$\left( \frac{Q}{\omega} \right)^{1/3} \propto \frac{\sqrt{gh_m}}{\omega} \quad \text{por lo que} \quad \frac{Q^{1/3} \omega}{\omega^{1/3} \sqrt{gh_m}} = \text{const} \quad (28)$$

Elevando el numerador y el denominador de la ecuación 28 a la 3/2, se tiene:

$$\frac{\sqrt{Q}\omega}{h_m^{3/4}} = \text{const} \quad (29)$$

Con base en la ecuación 29, la velocidad específica de una serie de bombas homologas se define como la velocidad de una de ellas, con cierto tamaño, tal que suministre un caudal unitario contra una carga unitaria, es decir:

$$n_s = \frac{\sqrt{Q^*}\omega}{h_m^{*3/4}} \quad (30)$$

donde  $Q^*$  y  $h_m^*$  representan el caudal y la carga para una eficiencia máxima del sistema.  $n_s$  se puede interpretar como la velocidad para la cual modelos geoméricamente similares a prototipos de las diferentes clases de bombas operarían para mover un caudal unitario (e.g. 1 gpm) cuando se genera una cabeza unitaria (e.g. 1 pie). Note que las unidades de  $n_s$  no son las unidades de velocidad y si se divide la ecuación 30 por  $g^{3/4}$ ,  $n_s$  se convierte en un parámetro adimensional.

De acuerdo con los valores  $n_s$ , las bombas rotodinámicas se pueden clasificar como: *bombas de flujo radial*, *bombas de flujo mixto* y *bombas de flujo axial*. La figura 15 muestra los rangos de  $n_s$  para cada tipo de bomba en sistema internacional y en sistema ingles.

Analizando los valores de  $n_s$  en la figura 26 y la ecuación 30 se puede deducir que las bombas radiales, por tener el rango menor para  $n_s$ , son útiles para proyectos que requieren grandes cargas y caudales pequeños. En contraste, las bombas de flujo axial son recomendables para proyectos con baja carga pero con altos caudales.

Generalmente, las bombas con un solo impulsor, pueden utilizarse para una carga máxima de  $h_m = 60$  m. Para mayores valores de  $h_m$  es necesario utilizar *bombas de pasos múltiples* las cuales tienen varios impulsores acoplados a una misma flecha. En el caso de requerirse el bombeo de grandes caudales con baja carga, es necesario utilizar bombas de flujo axial o flujo mixto con *doble succión* en donde cada tubería de succión esta conectada con un impulsor.

## 5 Estaciones de bombeo

### References

- [1] Yunus Cengel and John Cimbala. *Ebook: Fluid mechanics fundamentals and applications (si units)*. McGraw Hill, 2013.
- [2] CA Duarte Agudelo. *Mecánica de fluidos e hidráulica*. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería., 2011.



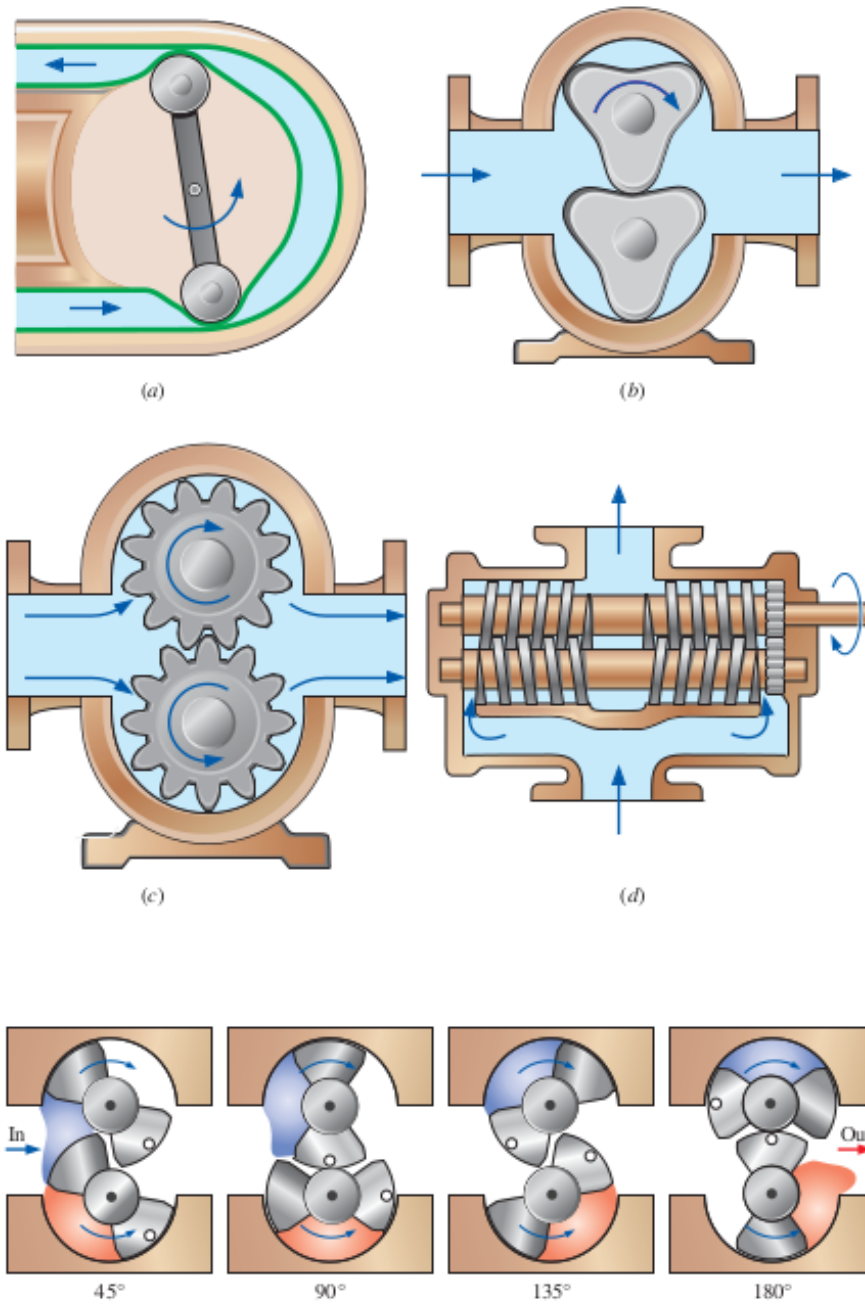


Figure 2: Tipos de bombas de desplazamiento positivo: bomba de tubo flexible, bomba de lobulo rotacional, bomba de engranajes y bomba de doble tornillo.

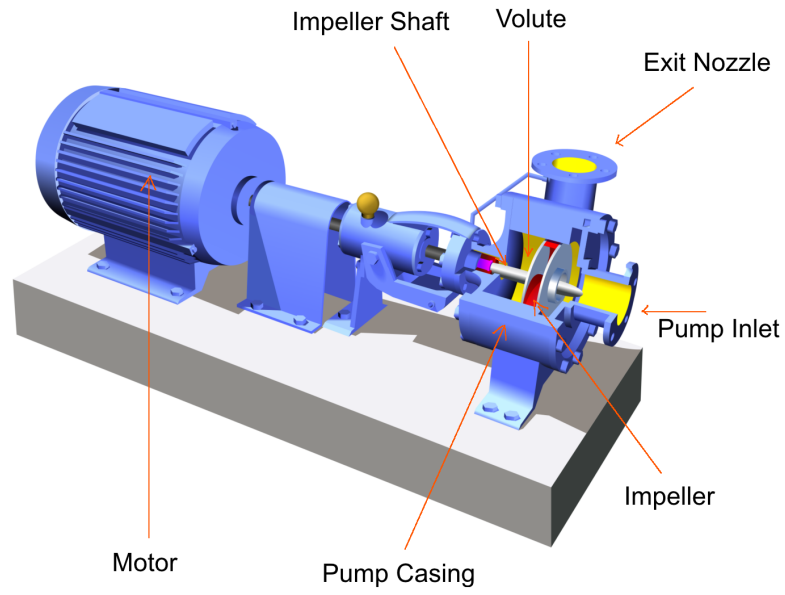


Figure 3: Bombas centrifugas.

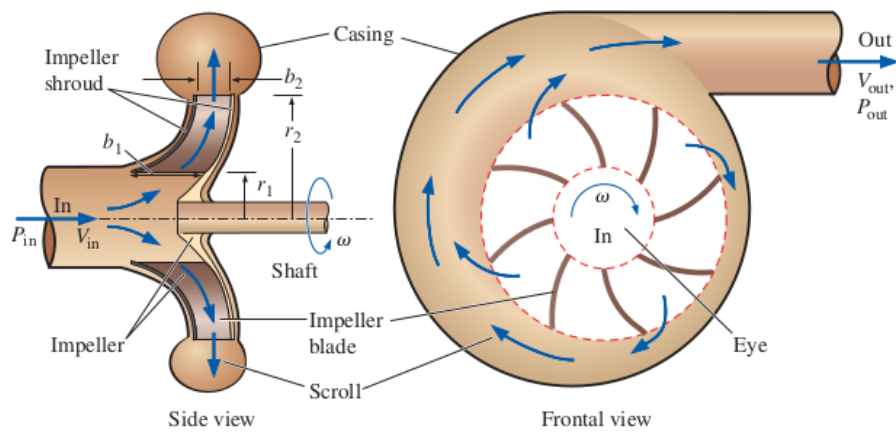


Figure 4: Impulsor y carcasa de una bomba centrifuga (tomado de [1]).

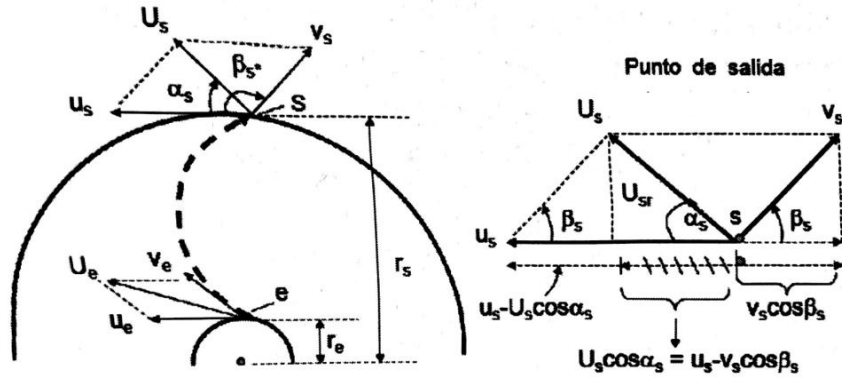


Figure 5: Diagramas de velocidad en el impulsor (tomado de [2]).

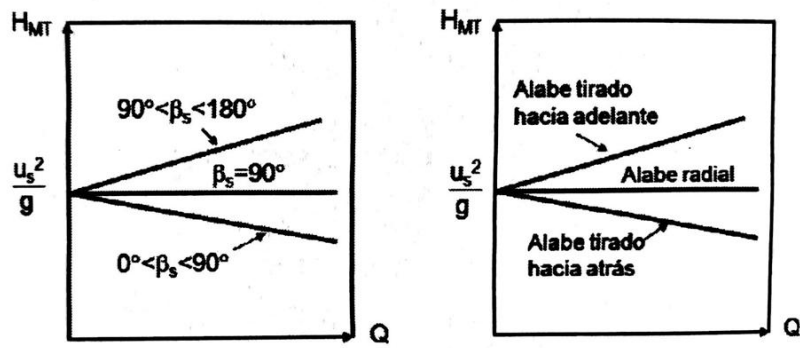


Figure 6: Familia de curvas características teóricas para diferentes rangos de  $\beta_s$  (tomado de [2]).

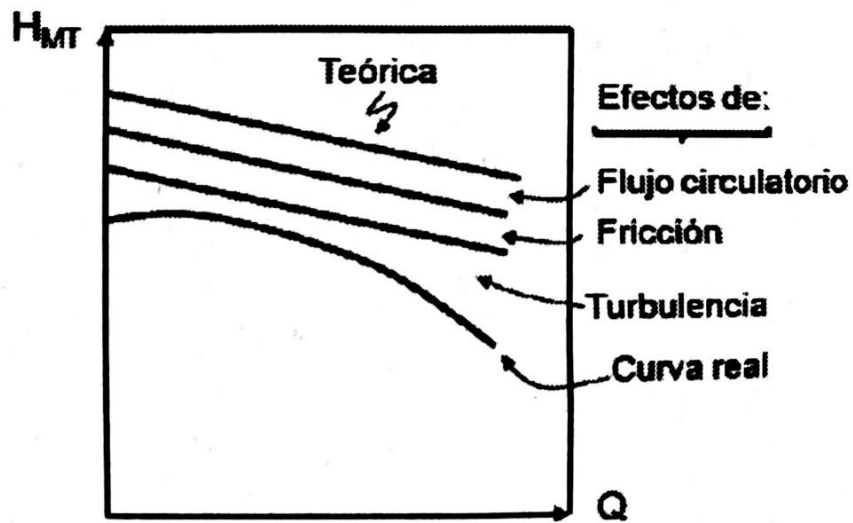


Figure 7: Curva característica real (tomado de [2]).

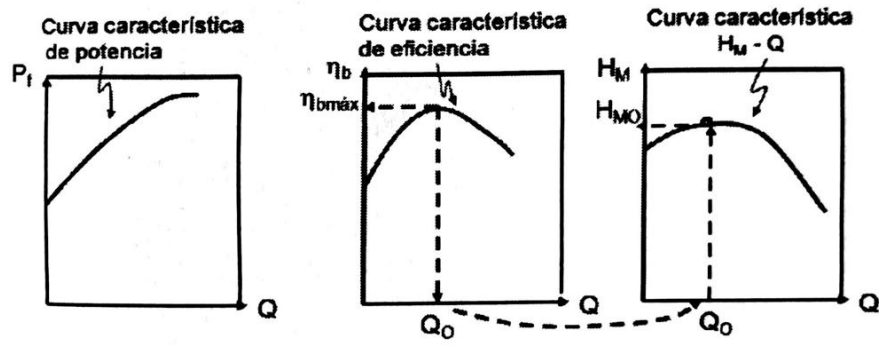


Figure 8: Otras curvas características (tomado de [2]).

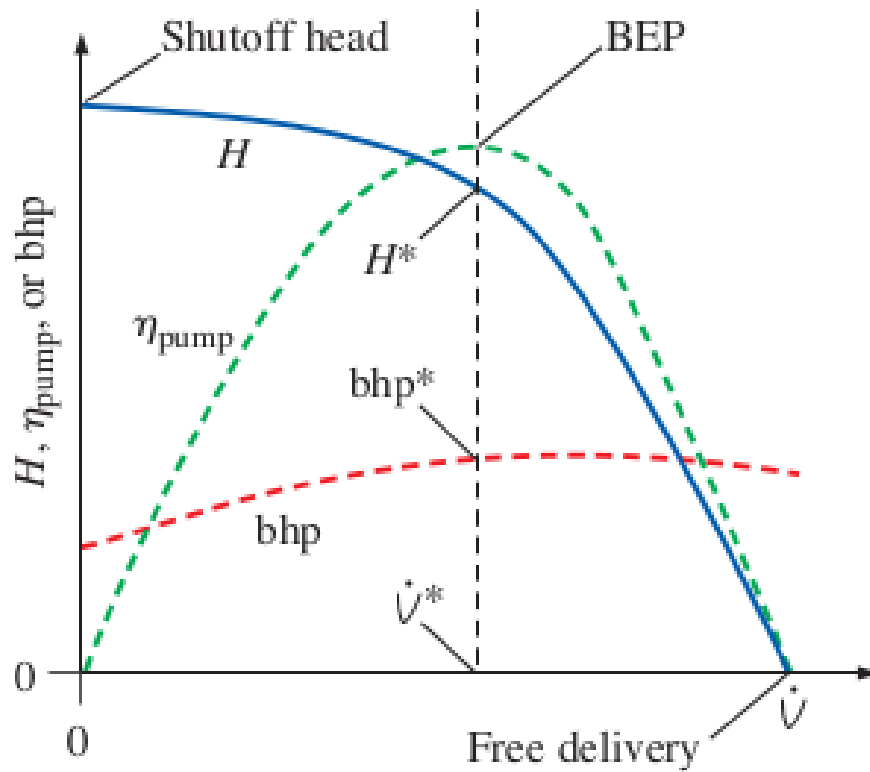


Figure 9: Curvas características y best efficiency point (BEP) para una bomba centrífuga (tomado de [1]).

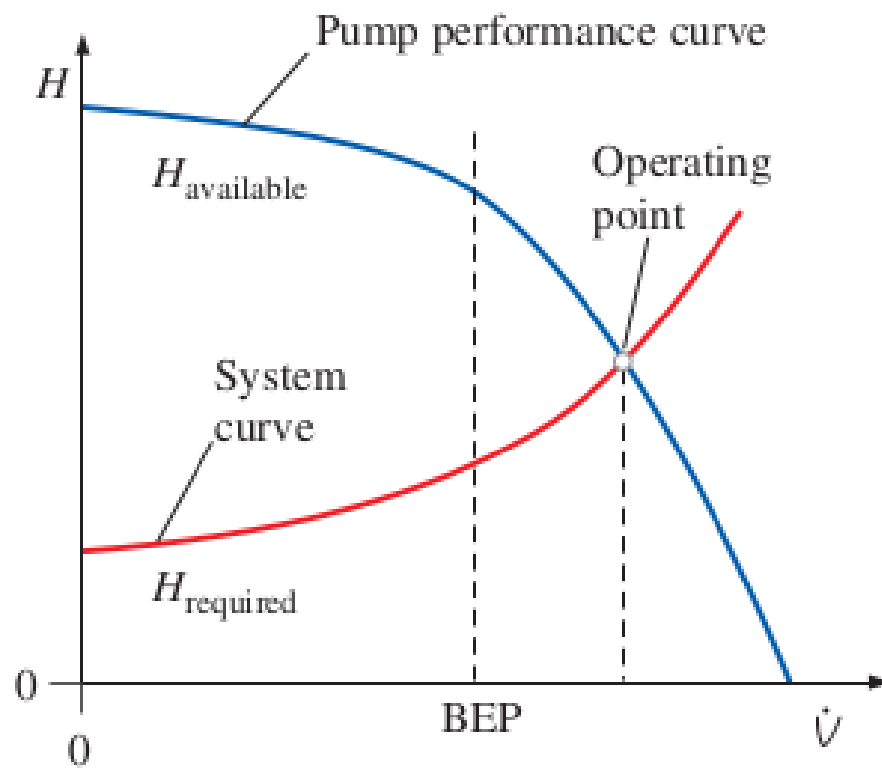


Figure 10: Punto de operación (caudal) de la bomba para un sistema de tuberías (tomado de [1]).

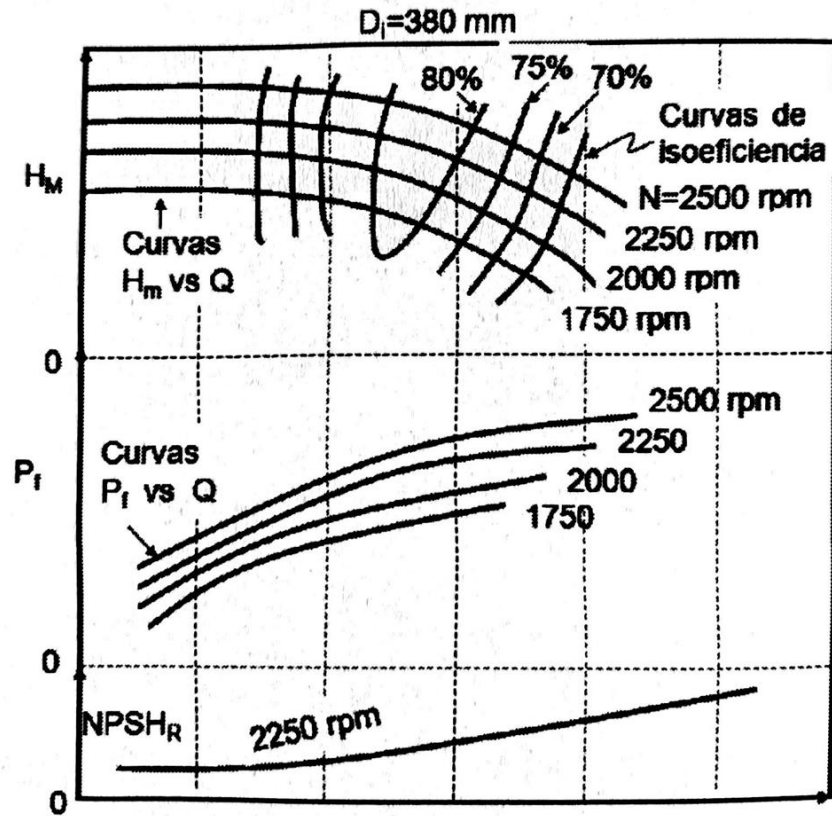


Figure 11: Curva característica para  $D$  (diámetro externo del impulsor) constante (tomado de [2]).

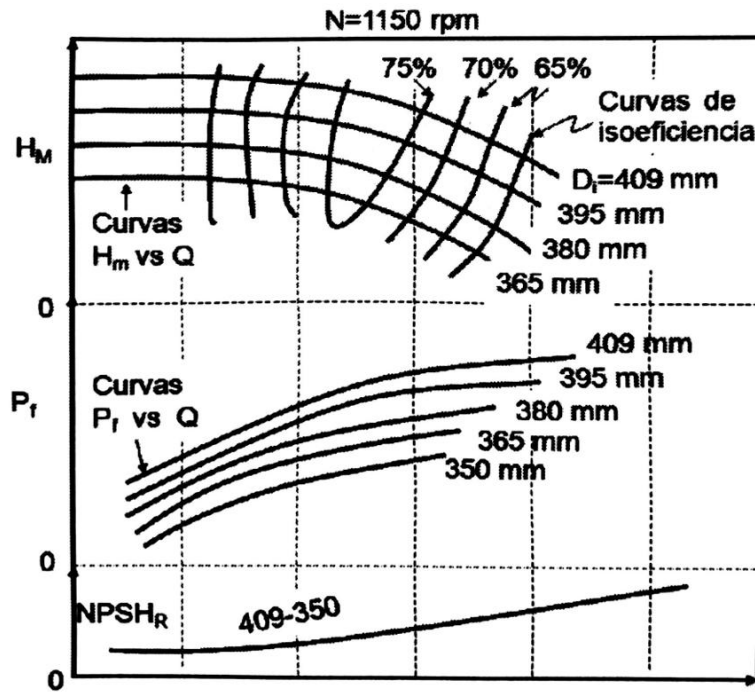


Figure 12: Curva característica para  $\omega$  constante (tomado de [2]).

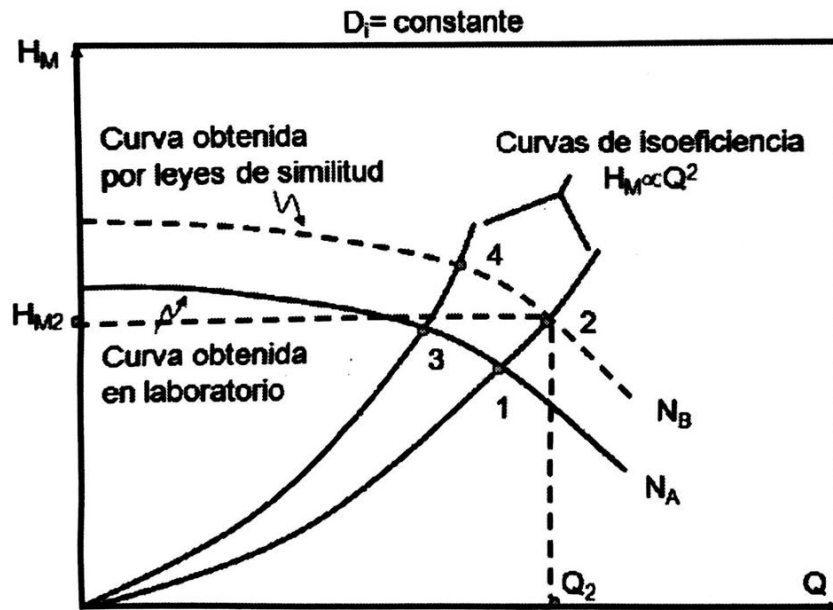


Figure 13: Obtención de curvas características usando análisis dimensional para un  $D_i$  (tomado de [2]).

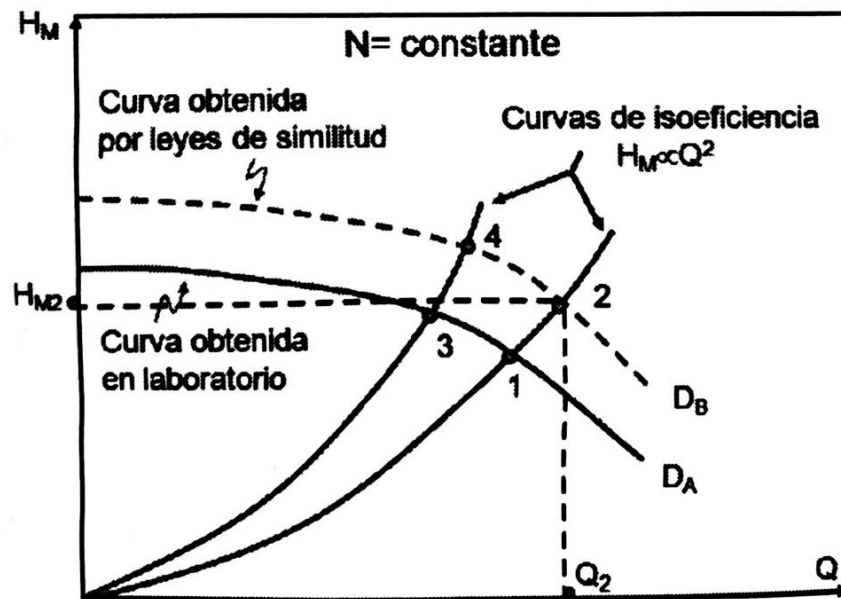


Figure 14: Obtención de curvas características usando análisis dimensional para un  $\omega$  (tomado de [2]).

**TABLA 7.2 Sistema SI: caudal en (m<sup>3</sup>/s), carga en (m), N en (rpm) [8]**

<b>Radial</b>	<b><math>9.7 &lt; n_s &lt; 98</math></b>
<b>Mixta</b>	<b><math>77 &lt; n_s &lt; 194</math></b>
<b>Axial</b>	<b><math>n_s &gt; 194</math></b>
<b>Sistema Inglés: Caudal en (gpm), Carga en (pies), N en (rpm)</b>	
<b>Radial</b>	<b><math>500 &lt; n_s &lt; 4200</math></b>
<b>Mixta</b>	<b><math>4200 &lt; n_s &lt; 9000</math></b>
<b>Axial</b>	<b><math>9000 &lt; n_s &lt; 15000</math></b>
<b>Factor de conversión: <math>n_{s \text{ Ing}} = 51.65 n_{s \text{ SI}}</math></b>	

Figure 15: Valores de referencia de la velocidad relativa en sistema internacional y sistema ingles (tomado de [2]).