

Hidráulica Básica [2015961]

Tema # 2: Análisis de sistemas de tuberías

Luis Alejandro Morales (Ph.D)
Profesor Asistente

Universidad Nacional de Colombia-Bogotá
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

Contents

1	Sistemas de tuberías simples	1
1.1	Tipos de problema en sistemas de tuberías	1
1.2	Solución de la ecuación de Colebrook-White	3
1.3	Comprobación de diseño	4
1.4	Cálculo de la potencia requerida	5
1.5	Diseño de la tubería	5
2	Sistemas de tuberías en serie	5
3	Sistemas de tuberías en paralelo	5
4	Sistemas de tuberías ramificadas	5
5	Redes de distribución: Método de análisis de Cross	5
6	Redes de distribución: Método de análisis lineal	5

1 Sistemas de tuberías simples

Una tubería simple es aquella que tiene un diámetro y esta hecha de un solo material a lo largo de su longitud. La energía que mueve el flujo dentro de la tubería es gracias a la acción de la gravedad (tanque a la entrada) o a una máquina (sistema de bombeo a la entrada). Dichas tuberías pueden tener cualquier tipo de accesorio a lo largo de su longitud lo que implica unas pérdidas menores. Las ecuaciones de Prandtl, Von-Karman y Darcy-Weisbach vistas en la Unidad 1, son utilizadas para el diseño de tuberías simples. Note que existe cierta dificultad para el diseño teniendo en cuenta que la ecuación de Colebrook-White para calcular el coeficiente de rugosidad f es implícita y requiere un proceso iterativo para su solución. Los algoritmos que aquí se discutirán, constituyen las bases para el análisis y diseño de tuberías más complejos.

1.1 Tipos de problema en sistemas de tuberías

Los problemas en sistemas de tuberías se clasifican de acuerdo con las variables desconocidas. Las variables involucradas en estos problemas se pueden clasificar como:

- *Características la tubería:* Diámetro (D), longitud (L), rugosidad absoluta (ε).
- *Propiedades del fluido:* Densidad (ρ) y viscosidad dinámica (μ).
- *Variables relacionadas con el esquema del sistema:* Coeficientes de pérdidas menores (K) de todos los accesorios en el sistema.

- *Variables relacionadas con la energía impulsora del sistema:* Cabeza de energía (H) entre el embalse de entrada y la salida del sistema, o potencia de la bomba (P).
- *Propiedades del flujo:* Caudal (Q) y velocidad (V) del flujo.
- *Otras variables:* Aceleración de la gravedad (g).

De acuerdo con las variables involucradas en sistemas de tuberías, existen tres tipos de problemas:

1. **Comprobación de diseño:** En este tipo de problemas la tubería existe y se conoce su longitud, su diámetro, su rugosidad absoluta (material), al igual que todos los accesorios y sus coeficiente de pérdidas menores. También se conoce la energía impulsora, ya sea una cabeza de energía (gravitacional por diferencia de niveles) o una energía mecánica (suministrada por una bomba). Las propiedades del fluido como la densidad y la viscosidad absoluta son también conocidas. La incógnita es entonces el caudal o la velocidad del flujo en el sistema.

Variables conocidas	Incógnita
D, ε , H (o P), $\sum K$, ρ , μ , g, L	Q (o V)

2. **Cálculo de la potencia requerida:** En este tipo de problemas, el sistema existe por lo que se conocen su longitud, su diámetro, su rugosidad absoluta (material), al igual que todos los accesorios y sus coeficiente de pérdidas menores. Las propiedades del fluido como la densidad y la viscosidad dinámica así como el caudal (o velocidad) que fluye por el sistema son también conocidas. La finalidad es determinar la potencia, ya sea mecánica o gravitacional, requerida para mover cierto caudal a través de la tubería dada.

Variables conocidas	Incógnita
D, ε , Q (o V), $\sum K$, ρ , μ , g, L	P (o H)

3. **Diseño de la tubería:** En este tipo de problemas se conoce el caudal o la velocidad de flujo y la potencia disponible (mecánica o gravitacional), algunas características de la tubería como la longitud, los accesorios y sus coeficientes de pérdida y las propiedades del fluido como la densidad y la viscosidad dinámica. Se desconoce el diámetro necesario para permitir el paso de el caudal demandado. En cuanto a la rugosidad absoluta, se debe cambiar el tipo de tubería (rugosidad absoluta) con el fin de obtener la mejor opción.

Variables conocidas	Incógnita
ε , Q (o V), P (o H), $\sum K$, ρ , μ , g, L	D

Ecuaciones para la solución de problemas

A continuación se presentan las ecuaciones necesarias para resolver los tres problemas ya mencionadas. Estas ecuaciones fueron discutidas en el capítulo anterior.

Si se tiene una tubería simple cuya entrada es en la sección 1 y cuya salida es en la sección, aplicando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2, de manera general, se tiene:

$$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + h_f + \sum h_e - h_b + h_t \quad (1)$$

donde h_b es la cabeza de energía suministrada por la bomba y h_t es la cabeza de energía sustraída por la turbina. La energía total en una sección (e.g. 1 o 2) de flujo se puede expresar como $E = \frac{V^2}{2g} + z + \frac{p}{\gamma}$, por lo tanto la ecuación 1 se puede expresar como:

$$E_1 - E_2 = h_f + h_e - h_b + h_t \quad (2)$$

en donde h_f son las pérdidas por fricción estimadas con la ecuación de Darcy-Weisbach como:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3)$$

y h_e son las perdidas por accesorios, las cuales se pueden calcular como:

$$h_e = \sum K \frac{V^2}{2g} \quad (4)$$

El factor de fricción f en la ecuación 3, se calcula usando el diagrama de Moody o numericamente usando la ecuación Colebrook-White como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.52}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (5)$$

donde el número de Reynolds (Re) se calcula como

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (6)$$

Si se reemplaza las ecuaciones 3 y 4 en la ecuación 2, se tiene:

$$E_1 - E_2 = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum K \frac{V^2}{2g} - h_b + h_t \quad (7)$$

despejando V en la ecuación 7, se tiene:

$$V = \sqrt{2g \frac{E_1 - E_2 + h_b - h_t}{f \frac{L}{D} + \sum K}} \quad (8)$$

En los tres tipos de problemas, el objetivo es usar las ecuaciones 3, 4, 5, 6 y 8 para su solución. Note que la ecuación 5 es una ecuación implícita que requiere del uso de algún método iterativo o numerico para su solución. Note que la ecuación 8 se usa en particular para la solución de problemas de *comprobación de diseño* y de *diseño de tuberías*.

1.2 Solución de la ecuación de Colebrook-White

Metodo de punto fijo

Consiste en el siguiente procedimiento:

1. Leer la información de entrada: ε, ρ, μ o ν, V o Q, D
2. Calcular el Re usando la ecuación 6
3. Si $Re < 2000$ (Flujo laminar), calcular f como:

$$f = Re/64 \quad (9)$$

y luego ir a 7. Si $Re > 2000$ continuar.

4. Asumir un valor inicial de f_i (e.g. $f = 0.01$).
5. Usando la siguiente forma de la ecuación 5, calcular un valor f_{i+1} :

$$f_{i+1} = \left[-2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.52}{Re\sqrt{f_i}} \right) \right]^{-2} \quad (10)$$

6. Si $f_i - f_{i+1} \leq \eta$, donde η es un error (e.g. $\eta = 1 \times 10^{-6}$), ir a 7. Si $f_i - f_{i+1} > \eta$, hacer $f_i = f_{i+1}$ e ir a 5, para calcular un nuevo valor f_{i+1} .
7. Imprimir f

Metodo de Newton-Raphson

Consiste en el siguiente procedimiento:

1. Leer la información de entrada: ε, ρ, μ o ν, V o Q, D
2. Calcular el Re usando la ecuación 6
3. Si $Re < 2000$ (Flujo laminar), calcular f como:

$$f = Re/64 \quad (11)$$

y luego ir a 7. Si $Re > 2000$ continuar.

4. Asumir un valor inicial de f_i (e.g. $f = 0.01$).
5. Calcular $x = \frac{1}{\sqrt{f}}$.
6.
7.
8. Si $f_i - f_{i+1} \leq \eta$, donde η es un error (e.g. $\eta = 1 \times 10^{-6}$), ir a 7. Si $f_i - f_{i+1} > \eta$, hacer $f_i = f_{i+1}$ e ir a 5, para calcular un nuevo valor f_{i+1} .
9. Imprimir f

1.3 Comprobación de diseño

Para la solución de este tipo de problema, el cual consiste en determinar el valor de V o Q , existen dos métodos: el método de punto fijo y el método de Newton-Raphson. Estos dos métodos se describen a continuación.

Método de punto fijo

1. Leer la información de entrada: ε, ρ, μ o $\nu, L, D, \sum K, E1, E2, h_b$ y h_t .
2. Asumir un valor inicial de f_i (e.g. $f = 0.01$).
3. Calcular V usando la ecuación 8.
4. Calcular Re usando la ecuación 6.
5. Si $Re < 2000$ (Flujo laminar), calcular un nuevo valor de f con la ecuación 11. Si $f_i - f_{i+1} \leq \eta$, donde η es un error (e.g. $\eta = 1 \times 10^{-6}$), ir a 7. Si $f_i - f_{i+1} > \eta$, hacer $f_i = f_{i+1}$ e ir a 3, para calcular un nuevo valor de V .
6. Si $Re > 2000$, calcular un nuevo valor de f usando la ecuación 12. Si $f_i - f_{i+1} \leq \eta$, donde η es un error (e.g. $\eta = 1 \times 10^{-6}$), ir a 7. Si $f_i - f_{i+1} > \eta$, hacer $f_i = f_{i+1}$ e ir a 3, para calcular un nuevo valor de V .
7. Imprimir: V y f .

En este tipo de problemas, la suposición más importante es que $h_f = H$, es decir que la energía disponible en el sistema se pierde debido a la fricción.

En la figura 1 E representa un error que debe ser determinado por el modelador (e.g. 1×10^{-5}). Este procedimiento es aplicable a cualquier problema de comprobación de diseño para cualquier sistema de tubería simple.

Método de Newton-Raphson

1.4 Cálculo de la potencia requerida

1.5 Diseño de la tubería

2 Sistemas de tuberías en serie

3 Sistemas de tuberías en paralelo

4 Sistemas de tuberías ramificadas

5 Redes de distribución: Método de análisis de Cross

6 Redes de distribución: Método de análisis lineal

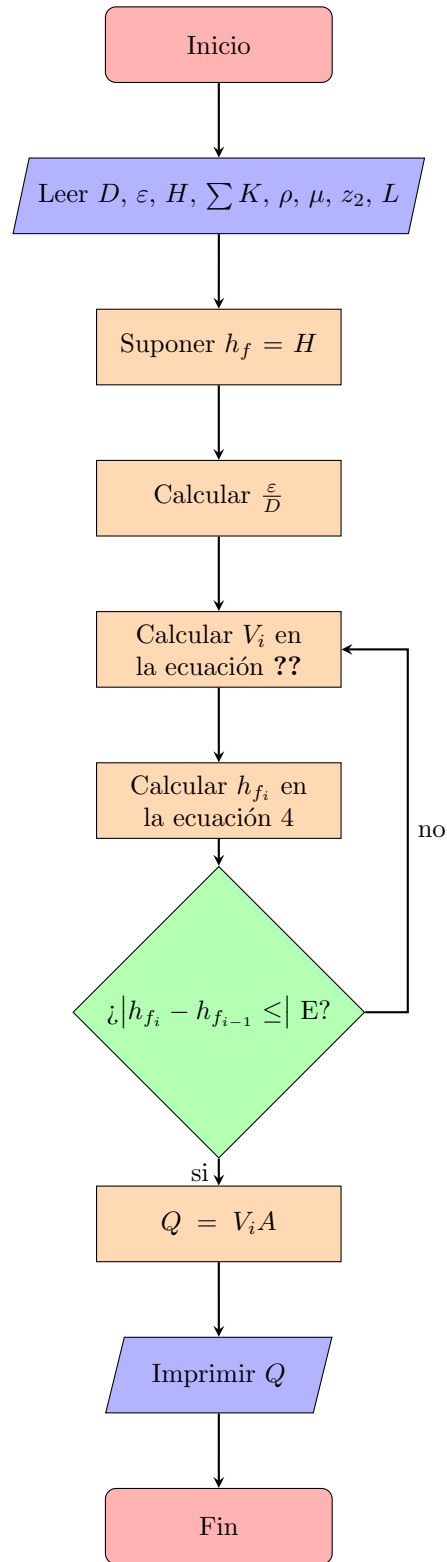


Figure 1: Diagrama de flujo para comprobación de diseño (adaptado de [?])