

Clase # 3: Presion y estatica de los fluidos

Luis Alejandro Morales

Profesor Asistente

Universidad Nacional de Colombia-Bogotá

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingenieria Civil y Agrícola

Periodo 2022-II

Contents

1 Presión	1
1.1 Presión en un punto	2
1.2 Variación de la presión con la profundidad	3
2 Medidores de presión	4
2.1 Barometro	4
2.2 El manometro	6

1 Presión

En mecanica de fluidos, la **presión** es definida como la fuerza normal ejercida por un fluido por unidad de area. En otras areas, la presion ejercida sobre un solido se conoce como el **esfuerzo normal**. En SI, las unidades de la presión son el **pascal**(Pa) donde $1 Pa = 1 N/m^2$. Otras unidades de presion usadas comunmente son:

$$\begin{aligned}1 bar &= 10^5 Pa = 0.1 MPa = 100 kPa \\1 atm &= 101325 Pa = 101.325 kPa = 1.01325 bars \\1 kgf/cm^2 &= 9.807 N/cm^2 = 9.807E4 N/m^2 = 9.807E4 Pa \\&= 0.9807 bar \\&= 0.9679 atm\end{aligned}$$

En sistema ingles, las unidade de la presión son libra fuerza por puldaga cuadrada (lbf/in^2 o psi). Algunas equivalencias entre los dos sistemas son:

$$\begin{aligned}1 atm &= 14.696 psi \\1 kgf/cm^2 &= 14.223 psi\end{aligned}$$

Algunas definiciones son:

- **presion absoluta** P_{abs} : Es la presion actual sobre un cuerpo y es medida con respecto al vacio absoluto (presion cero). La mayoria de los medidores de presion son calibrados para medir la presion tomando como cero la presión atmosferica local.
- **presion de manometro** P_{gage} : Es la diferencia entre la presion absoluta y la presion atmosferica local.
- **presion de vacio** P_{vac} : Se presenta cuando una presion esta por debajo de la presion atmosferica ($P_{gage} < 0$).

La relacion entre estas presiones es (ver figura 1):

$$P_{gage} = P_{abs} - P_{atm} \quad (1)$$

$$P_{vac} = P_{atm} - P_{abs} \quad (2)$$

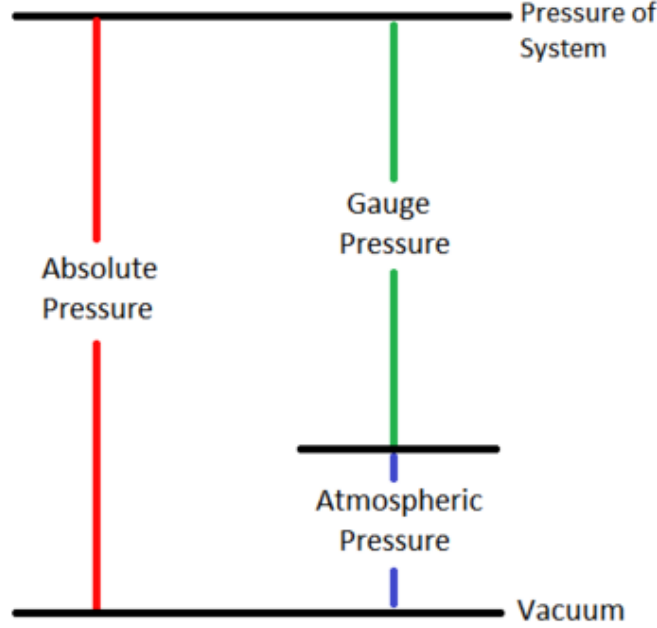


Figure 1: Presión atmosférica, de manómetro y de vacío

Es común encontrar por ejemplo que la presión de manómetro típica de una llanta de un carro es 32.0 psi , la cual es tomada con respecto a la presión atmosférica. Si la presión atmosférica en el sitio en donde se encuentra el carro es de 14.3 psi , la presión absoluta sería $32.0 + 14.3 = 46.3 \text{ psi}$. Note que en algunos problemas las unidades psig hacen referencia a presión de manómetro mientras que las unidades psia hacen referencia a presión absoluta.

1.1 Presión en un punto

Por definición, la presión en un punto en un fluido es la misma en todas las direcciones, por lo tanto la presión no puede considerarse como una cantidad vectorial y es entonces una cantidad scalar. Esto se puede demostrar si se hace un análisis de fuerzas sobre el elemento en equilibrio de la figura ?? en donde la profundidad del elemento es $\Delta y = 1$. Aplicando la segunda ley de Newton y haciendo un análisis de fuerzas sobre las superficies del elemento:

$$\begin{aligned} \sum F_x = ma_x = 0 : \quad & P_1 \Delta y \Delta z - P_3 \Delta y l \sin \theta = 0 \\ \sum F_z = ma_z = 0 : \quad & P_2 \Delta y \Delta x - P_3 \Delta y l \cos \theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

donde ρ es la densidad y $W = mg = \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z$ es el peso del elemento. Teniendo en cuenta que $\Delta x = l \cos \theta$ y $\Delta z = l \sin \theta$, reemplazando en la ecuación 3 y simplificando:

$$\begin{aligned} P_1 - P_3 &= 0 \\ P_2 - P_3 - \frac{1}{2} \rho g \Delta z &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

El último término de la ecuación 4 se elimina teniendo en cuenta que cuando el elemento se vuelve infinitesimal y se reduce a un punto $\Delta z \rightarrow 0$. Por tanto:

$$P_1 = P_2 = P_3 = P \quad (5)$$

Con esto concluimos que la presión P en un punto en un fluido tiene la misma magnitud en todas las direcciones. Esto se aplica para un fluido en movimiento o en reposo teniendo en cuenta que la presión es un escalar.

1.2 Variación de la presión con la profundidad

Es conocido que la presión de un fluido en reposo no cambia en dirección horizontal y su cambio es en dirección vertical. Por esto, la presión en un fluido incrementa con la profundidad ya que este incremento implica mayor cantidad de fluido y por tanto mayor peso lo cual es balanceado con un incremento de la presión.

Para obtener una relación de la variación de la presión con la profundidad, analicemos las fuerzas actuantes sobre el elemento en equilibrio de la figura 2 cuya profundidad es $\Delta y = 1$.

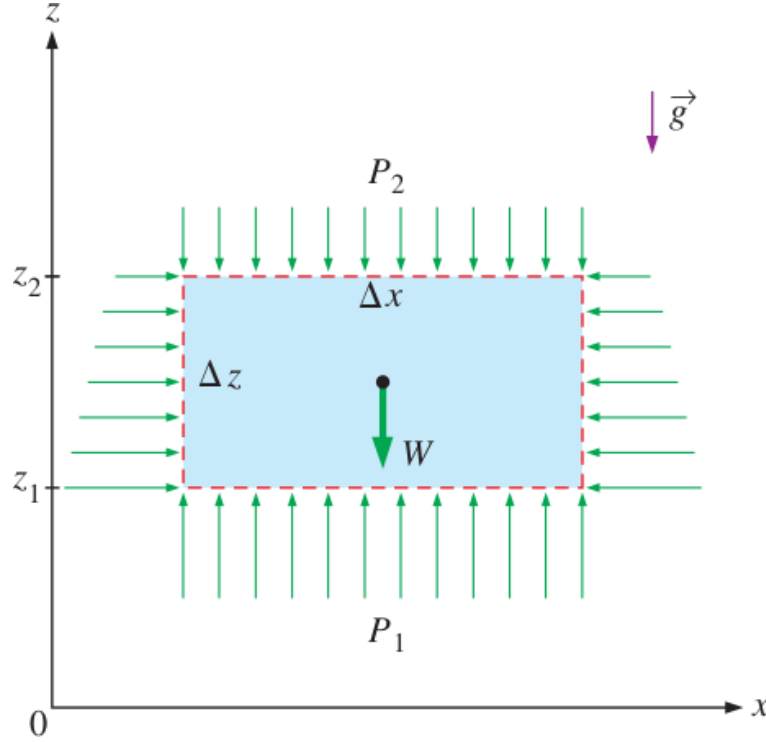


Figure 2: Diagrama de cuerpo libre de un elemento rectangular de fluido en equilibrio.

Asumiendo que la densidad ρ del fluido es constante, el balance de fuerzas en la dirección z es:

$$\sum F_z = ma_z = 0 : \quad P_1 \Delta x \Delta y - P_2 \Delta x \Delta y - \rho g \Delta x \Delta y \Delta z = 0$$

donde $W = mg = \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta y \Delta z$ es el peso del elemento y $\Delta z = z_2 - z_1$. Dividiendo por $\Delta x \Delta y$, tenemos:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = -\rho g \Delta z = -\gamma_s \Delta z \quad (6)$$

donde $\gamma_s = \rho g$ es el peso específico del fluido. Otra manera de expresar la ecuación 6 anterior es:

$$\Delta P_{below} = P_{above} + \gamma_s |\Delta z| \quad (7)$$

donde "below" indica el punto más bajo mientras que "above" indica el punto más alto. Debido a que la densidad de los gases ≈ 0 , por ejemplo, la presión en una habitación es uniforme ya que el peso del gas es muy bajo por lo que la ecuación 6 se convierte en $\Delta P = 0$. Si tomamos el punto "above" sobre la superficie de el líquido a superficie abierta, cuya presión es la atmosférica P_{atm} , la presión a una profundidad h (medida desde la superficie), la presión es:

$$P = P_{atm} + \rho gh \quad \text{or } P_{gase} = \rho gh \quad (8)$$

Como los fluidos son esencialmente incompresibles, la variación de ρ es despreciable con respecto a la profundidad. Cuando se requiere una alta precision en el calculo de P debido a cambios fuertes de temperature en fluidos, es necesario saber como ρ cambia con la temperatura. Ademas, cuando se requiere calcular P a grandes profundidades en el oceano, es importante determinar como cambia a la densidad con la profundidad.

Para fluidos cuya densidad cambia significativamente con la elevacion, una relacion de la variacion de la presion con respecto a la elevacion es obtenida dividiendo la ecuacion 6 por $\Delta z \rightarrow 0$, es:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad (9)$$

Noten que dP es negativa cuando dz es positiva teniendo en cuenta que la presion decaiga hacia arriba. Si ρ es conocida con la elevacion, la diferencia de presion entre dos puntos 1 y 2 (ver figura 2 se determina como:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = - \int_1^2 \rho g dz \quad (10)$$

Como lo habiamos mencionado anteriormente, en un fluido en reposo la presion sobre cualquier tipo de superficie cambia unicamente con la profundidad. En la figura 3 vemos que la presion en los puntos A, B, C, D, E, F y G sobre superficies de diferentes formas es la misma, ya que estan conectados por el mismo liquido y estan a la misma profundidad h . Es ademas importante recordar que la presion es siempre normal a la superficie. Por otro lado la presion sobre los puntos H e I no es la misma porque estan a diferente profundidad y ademas no estan conectados por el mismo fluido.

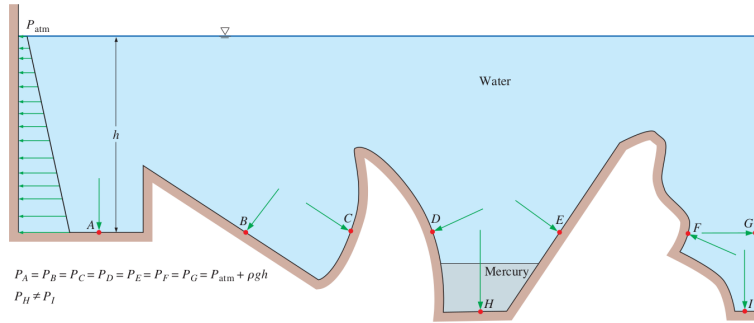


Figure 3: Presion sobre puntos sobre superficies de diferentes formas y a diferentes profundidades.

Como consecuencia de que la presion es constante en direccion horizontal, tenemos que *la presion aplicada sobre un fluido confinado en un contenedor, es transmitida igualmente a todas las partes del contenedor y actua perpendicular a las paredes del mismo*. Esto es conocido como la **Ley de Pascal**. Dicho de otra manera *un cambio en la presion en cualquier punto de un fluido en reposo es transmitido igualmente a todos los puntos del fluido*. La ley de pascal tiene muchas aplicaciones como por ejemplo el sistema de frenos en vehiculos, los elevadores hidraulicos para levantar cargas pesadas, entre otros. Si analizamos la figura 4, tenemos que $P_1 = P_2$ ya que estan a un mismo nivel, esto con lleva a la siguiente relacion de fuerzas:

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} \quad (11)$$

donde la relacion A_2/A_1 es conocida como la *ventaja mecanica* de un elevador hidraulico.

2 Medidores de presión

2.1 Barometro

La presión atmospherica es medida por un aparato llamado **barometro** por lo que la presion atmospherica es usualmente conocida como la presion barametrica. El barometro fue inventado por Evangelista Torricelli (1608-1647) y consiste en invertir un tubo de ensayo lleno de mercurio dentro de un recipiente con mercurio abierto a la atmosfera

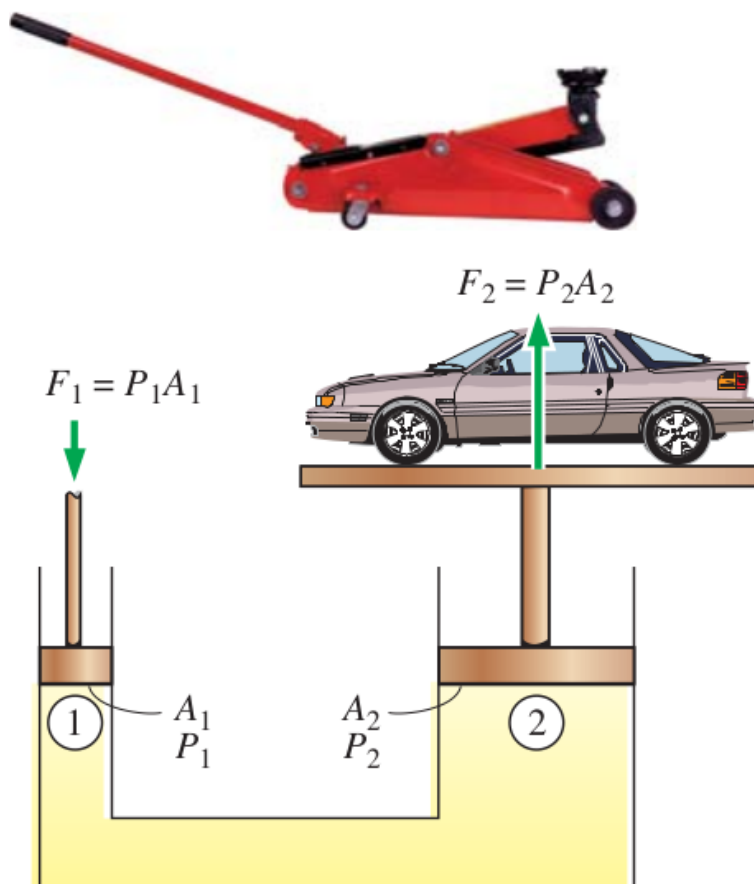


Figure 4: Ley de Pascal en un elevador hidraulico.

(ver figura 5). La presión en el punto B es igual a la presión atmosférica, mientras la presión en el punto C puede considerarse igual cero. Escribiendo el balance de fuerzas sobre la columna de mercurio:

$$P = \rho gh \quad (12)$$

donde ρ es la densidad del mercurio. Note que la altura h de la columna es siempre la misma independiente del diámetro del tubo.

Algunas definiciones:

- **atmósfera estándar:** Presión producida por una columna de mercurio de 760 mm de $\rho_{Hg} = 13595 \text{ kg/m}^3$ a 0°C bajo estándar $g = 9.807 \text{ m/s}^2$. El equivalente en columna de agua sería de 10.3 m.
- **Torr:** En honor a Torricelli, la unidad mmHg es conocida como *torr*. Por esto, $1 \text{ atm} = 760 \text{ torr}$ y $1 \text{ torr} = 133.3 \text{ Pa}$.

Algunas ideas importantes:

- La P_{atm} disminuye con la altura. Por eso mientras que $P_{atm} = 101.325 \text{ kPa}$, la presión a altitudes como 1000, 2000, 5000 y 10000 y 20000 metros es 89.88, 79.50, 54.05, 26.5 and 5.53 kPa, respectivamente.
- Si P_{atm} depende del peso del aire arriba de una posición determinada, esta no solo cambia con la altitud, también con las condiciones climáticas.
- Como la temperatura y la presión disminuyen con la altura, cocinar hervir agua en sitios en altas altitudes toma mayor tiempo.
- Es común el sangrado nasal en altas altitudes porque la diferencia entre la presión sanguínea y la presión atmosférica se hace mayor por lo que los vasos sanguíneos de la nariz son incapaces de soportar este esfuerzo adicional y terminan rompiéndose.

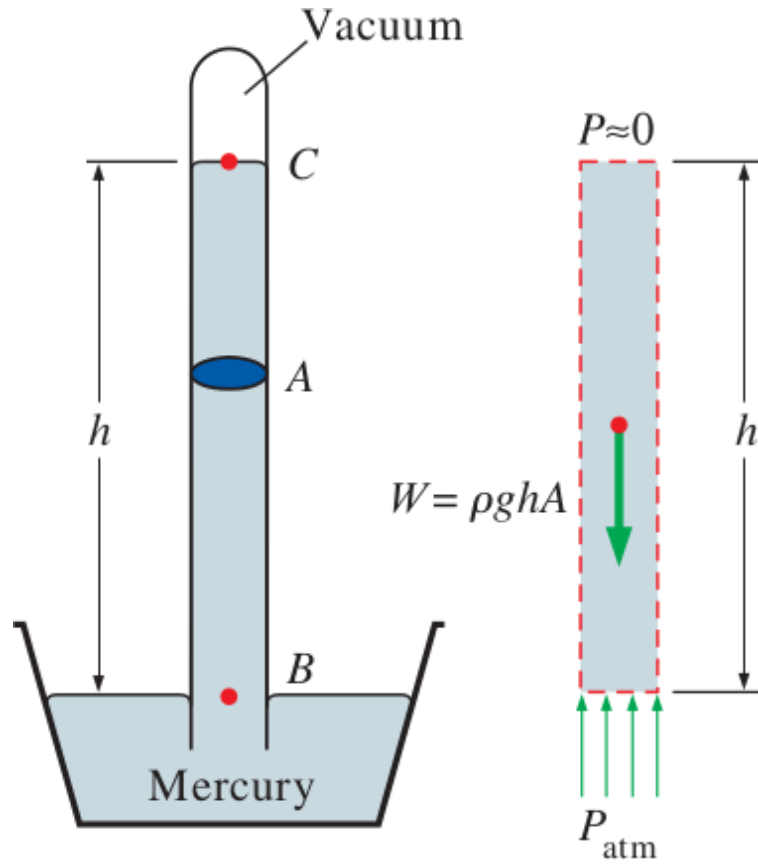


Figure 5: El barometro

- Como en altas altitudes la densidad del aire es mas baja, la cantidad de oxigeno por unidad de volumen es menor, por eso nos cansamos mas rapidamente en estos lugares y experimentamos dificultad al respirar.

2.2 El manometro

De acuerdo con la ecuación 6, el cambio de elevacion $-\Delta z$ en un fluido en reposo es igual a $\Delta P/\rho g$, lo cual sugiere que la columna de un fluido puede ser usada para calcular las diferencias de presion. El **manometro** es un aparato que esta basado en este principio y por lo tanto es usado para medir diferencias de presion. Un manometro es un tubo de plastico o vidrio en forma de U el cual contiene usualmente agua, mercurio, alcohol o aceite (ver figura 6). Cuando las diferencias de presion son muy altas, se prefiere un fluido pesado como el mercurio.

Consideremos el manometro conectado al tanque con gas de la figura 7. Teniendo en cuenta que los efectos gravitacionales sobre los gases son despreciables, la presion en cualquier punto del tanque es la misma incluyendo la presion en 1 P_1 . Se sabe ademas que la presion no varia en direccion horizontal en un fluido, por lo tanto, $P_2 = P_1$. Como la altura h de fluido esta en equilibrio estatico y esta abierta a la atmosfera:

$$P_2 = P_{atm} + \rho gh \quad (13)$$

donde ρ es la densidad del fluido del manometro. A pesar que el area transversal del manometro no cambia h , el diametro del tubo debe ser lo suficientemente grande para reducir el efecto capilar.

Algunos problemas en ingenieria involucran manometros con multiples fluidos de diferentes densidades ubicados uno sobre otro. Recuerde que para resolver cualquier problema de manometros:

1. El cambio de presion en una columna de fluido h es: $\Delta P = \rho gh$.
2. La presion en un fluido incrementa hacia abajo y disminuye hacia arriba ($P_{down} > P_{top}$).
3. Dos puntos conectados por un fluido continuo en reposo sobre el mismo plano horizontal tienen la misma presion.

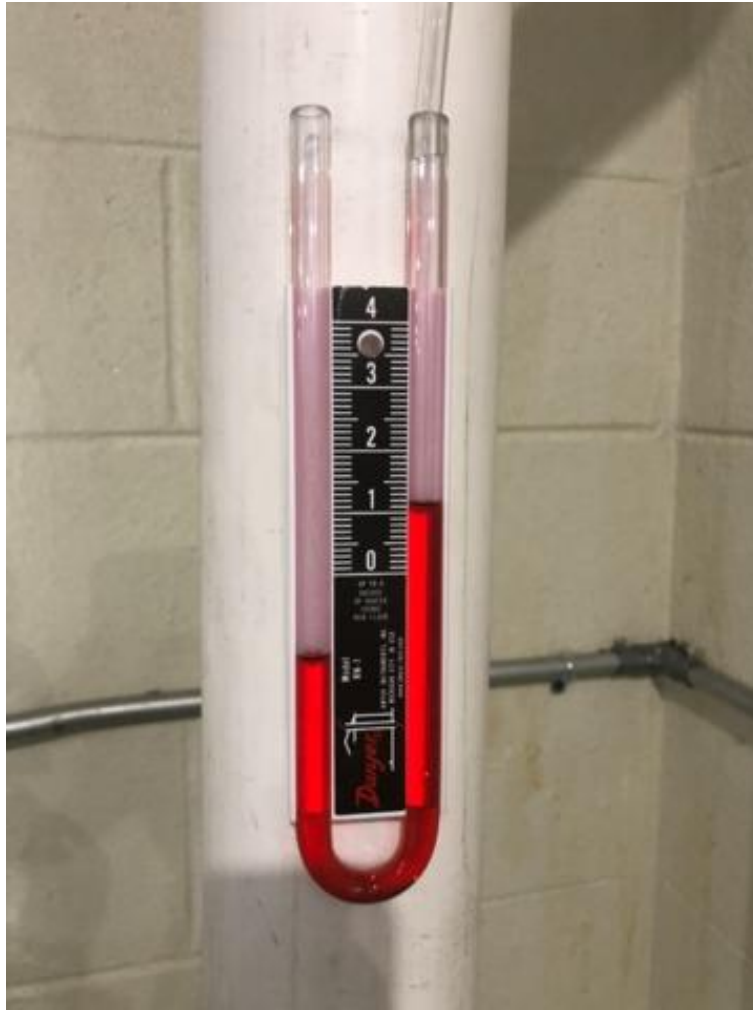


Figure 6: Manometro en forma de U

Cuando existen diferentes tipos de fluidos conectados continuamente y en reposo se puede calcular la presión en un punto determinado partiendo del punto cuya presión es conocida e ir adicionando o substrayendo el término ρgh en la dirección al punto de presión desconocida. Por ejemplo si tenemos los fluidos de la figura 8 y queremos calcular la presión en el punto 1, empezamos desde la presión conocida P_{atm} y vamos avanzando hasta el punto 1, lo cual da:

$$P_{atm} + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2 + \rho_3 gh_3 = P_1$$

En el caso en que los tres fluidos tuvieran la misma densidad, la ecuación anterior quedaría: $P_{atm} + \rho g(h_1 + h_2 + h_3) = P_1$

Los manómetros son utilizados para medir los cambios de presión (generalmente debido a válvulas o accesorios) entre dos secciones de una tubería con flujo a presión. Dicho manómetro se conecta entre dos secciones de una tubería (ver figura ?? que transporta líquido o gas cuya densidad es ρ_1). La densidad del líquido en el manómetro ρ_2 debe ser mayor que ρ_1 y ambos fluidos deben ser inmiscibles. La diferencia de presión $P_1 - P_2$ puede ser calculada iniciando en el punto 1 y moviéndose a lo largo del manómetro adicionando o restando ρgh hasta alcanzar el punto 2, lo cual quedaría:

$$P_1 + \rho_1 g(a + h) - \rho_2 gh - \rho_1 ga = P_2$$

Note que los puntos a una distancia a tienen una misma presión por estar al mismo nivel en el manómetro, simplificando:

$$P_1 - P_2 = (\rho_1 - \rho_2)gh$$

Si el fluido que fluye a lo largo de la tubería es gas, $\rho_1 \ll \rho_2$ por lo que la ecuación anterior se convierte en $P_1 - P_2 \cong \rho_2 gh$.

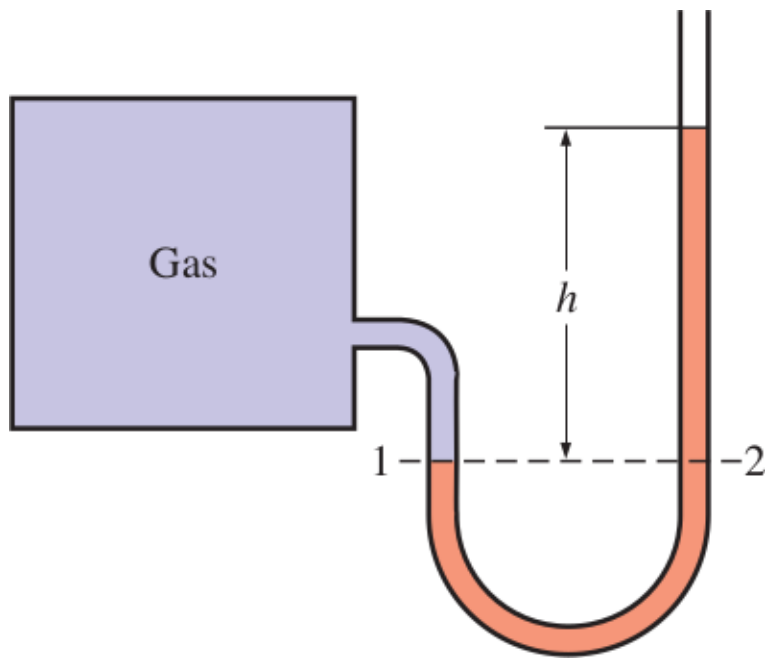


Figure 7: Manometro básico.

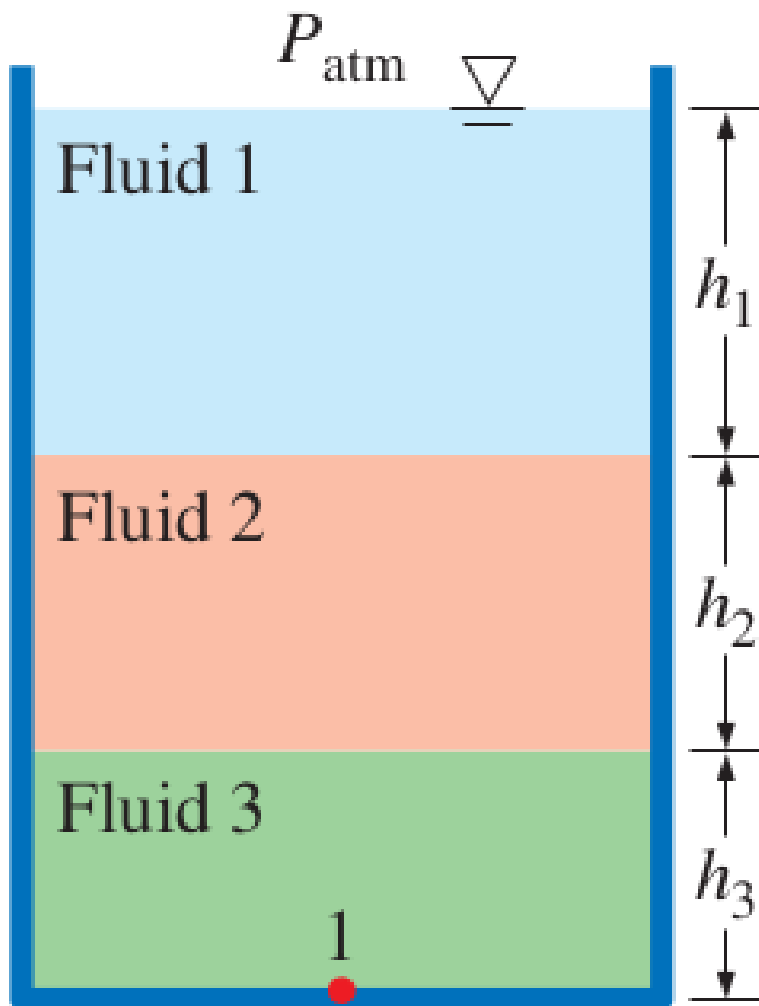


Figure 8: Tres tipos de fluido en reposo de diferente ρ ubicados unos sobre el otro.