

Estructuras Hidráulicas [2015961]  
**Tema # 4: Flujo rápidamente variado - Estructuras  
hidráulicas**

**Luis Alejandro Morales, Ph.D**  
Profesor Asistente

Universidad Nacional de Colombia-Bogotá  
Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

## Contents

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Leyes de conservación para flujo rápidamente variado</b>	<b>2</b>
2.1	Conservación de la masa . . . . .	2
2.2	Conservación de la cantidad de movimiento . . . . .	3
2.3	Conservación de la energía . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Transiciones en canales</b>	<b>4</b>
3.1	Características generales . . . . .	4
3.2	Flujo subcrítico . . . . .	4
3.2.1	Expansiones . . . . .	4
3.2.2	Contracciones . . . . .	5
3.3	Supercritical flow . . . . .	6
3.3.1	Resalto hidráulico oblicuo . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Vertederos</b>	<b>7</b>
4.1	Vertedero de cresta delgada . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Vertederos de cresta ancha</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Aliviaderos</b>	<b>9</b>
6.1	Aliviadero de excesos . . . . .	9
6.1.1	cresta de un aliviadero de excesos . . . . .	9
6.1.2	Curva de calibración . . . . .	10
6.1.3	Perfil de la lámina de agua . . . . .	10
6.1.4	Canal de descarga . . . . .	10

## 1 Introducción

El estudio de estructuras hidráulicas hace referencia al análisis de flujo rápidamente variado (FRV) en canales. Este tipo de fluidos presente en diferentes estructuras hidráulicas es caracterizado por altos gradientes de presión que hace que el comportamiento hidroestático de presiones no se cumpla. Un ejemplo

de ello es el *resalto hidráulico* en donde se tiene un cambio de régimen supercrítico a subcrítico por cambios en la geometría del canal. Teniendo en cuenta que la distribución hidroestática de presiones no es aplicable para FRV ya que las líneas de flujo no son aproximadamente paralelas, el análisis de estos flujos se ha realizado desde aproximaciones empíricas analizando diferentes fenómenos y estructuras hidráulicas por separado. Para estos análisis empíricos se han empleado las aproximaciones de *Boussinesq* y *Fawer* en donde la velocidad vertical sigue una ley lineal y exponencial, respectivamente, en donde la velocidad en el fondo es 0.

El FRV ocurre en distancias cortas por lo que la pérdida de energía es despreciable. Por ser flujos rápidos, esto genera la creación de vortices y ondulaciones de la superficie del agua que aparecen y desaparecen rápidamente. Esto hace que sea difícil determinar valores medios para la velocidad y la profundidad en una sección.

## 2 Leyes de conservación para flujo rápidamente variado

Para el análisis de las leyes de conservación de la masa, de la energía y de la cantidad de movimiento, consideremos las condiciones de flujo en un canal horizontal el cual posee un escalón en tres secciones transversales (ver figura 1). Note que la sección 1 y 3 se considera que el flujo alcanza condiciones uniformes mientras que en la sección 2, justo después del escalón, hay una separación del flujo y por lo tanto la distribución de velocidades es como se muestra en la figura. Esto implica que en las secciones 1 y 3, las presiones son hidroestáticas, lo contrario a la distribución de presiones en la sección en 2.

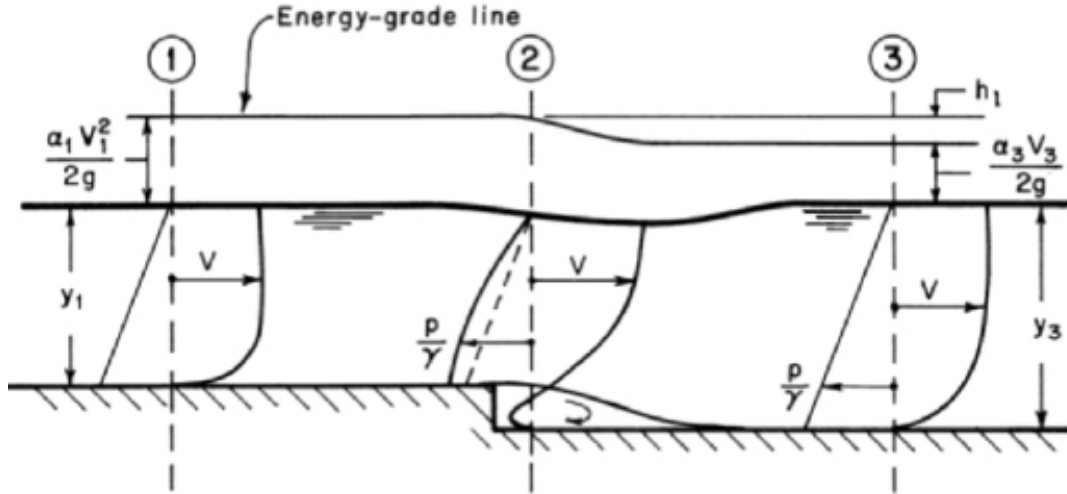


Figure 1: Cambio abrupto en el fondo del canal.

### 2.1 Conservación de la masa

Por definición, el flujo volumétrico o caudal a través de una sección se define como:

$$Q = \int_A \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} \quad (1)$$

donde  $\mathbf{u}$  es el campo vectorial de velocidades,  $d\mathbf{A}$  es el vector normal de área infinitesimal y  $A$  es el área de la sección. Si el flujo es aproximadamente paralelo, lo cual ocurre cuando existe presiones hidroestáticas, el ángulo formado entre  $\mathbf{u}$  y  $d\mathbf{A}$  es cero, y si la velocidad es casi uniforme (velocidad media  $V$ ), como es el caso de las secciones 1 y 2 en la figura 1, la ecuación 7 se convierte en:

$$Q = V \int_A dA = QA \quad (2)$$

La ecuación 7 es conocida como la ecuación de continuidad por lo que, para flujo permanente,  $Q_1 = Q_3$  o  $A_1 V_1 = A_3 V_3$ .

Analizando el la distribución de velocidades en 2, es notorio que existe un flujo de reversa por lo que expresar la velocidad en terminos de la velocidad media  $V$  no es posible. Esto implica que el cálculo de  $Q$  en la sección 2 a partir de la ecuación 8 solo es posible si la distribución de velocidad representada por el vector  $\mathbf{u}$  es conocida.

## 2.2 Conservación de la cantidad de movimiento

Por definición, el flujo de cantidad de movimiento a través de una sección  $A$  en dirección  $x$  se define como:

$$m_x = \rho \int_A v_x (v dA) \quad (3)$$

donde  $v_x$  es la componente de la velocidad en  $x$ . Para evaluar la ecuación 9 es necesario conocer las componenten en  $y$  y  $z$  de la velocidad. Ecuaciones similares se pueden obtener para  $m_y$  y  $m_z$ .

Considerando una velocidad uniforme en la sección, el flujo de cantidad de movimiento se puede calcular como:

$$m = \rho Q (\beta V) \quad (4)$$

en donde  $\beta$  es un coeficiente de cantidad de movimiento el cual corrige  $m$  teniendo en cuenta la distribución no uniforme de la velocidad en la sección. Analisando la figura 1, la ecuación 10 puede ser utilizada para estimar  $m$  en las secciones 1 y 3 pero no en la sección 1.

La fuerza actuante sobre una sección puede ser obtenida a partir de la ecuación 10 siempre y cuando la presión en la sección sea hidroestática como es el caso de las secciones 1 y 3. Para el caso de la sección 2 en donde no es posible determinar la fuerza a menos que la función de distribución de presiones sea conocida, lo cual puede lograrse a través de mediciones en el laboratorio. Esto hace que la aplicación de la cantidad de movimiento en FRV sea complicada.

## 2.3 Conservación de la energía

La energía total en una sección de flujo en donde la presión es hidroestática se expresa como:

$$H = z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (5)$$

En secciones en donde la presión no es hidroestática la ecuación anterior no aplica. En terminos generales, el flujo de energía en una sección se expresa como:

$$P = \rho g \int_A \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) v dA \quad (6)$$

Para solucionar la ecuación anterior, la distribución de velocidades ( $v$ ) y de presiones ( $p$ ) debe ser conocida.

En resumen, no es posible utilizar el concepto de velocidad media o de presiones hidroestáticas para FRV, por lo que es necesario conocer la distribución de velocidades ( $v$ ) y de presiones ( $p$ ). Esto quiere decir que las leyes de conservación, como han sido comunmente aplicadas, no son posibles para FRV. Distribuciones teoricas de la velocidad como la de Bousinessq y la de Fawer pueden ser empleadas. Sin embargo en un canal en donde se presentan FGV y FRV, es preferible hacer el analisis en regiones en donde FRV no este presente.

### 3 Transiciones en canales

Una transición es un cambio local en las características del canal, usualmente, cambio en el área, forma o dirección del canal, que resulta en un cambio de estado en el flujo. Transiciones típicas son las expansiones, las contracciones y las curvas. Aquellas transiciones en donde se obtenga una relación  $y = f(Q)$  se conoce como un *control*; allí ocurre la profundidad crítica. Un *control artificial* ocurre en la entrada de *aliviaderos* o en la cresta de *vertederos*. Por otro lado un *control natural* es aquel que se presenta en la descarga libre de un canal.

A parte de servir como estructuras para cambiar el alineamiento y/o la sección transversal de un canal, las transiciones son también diseñadas para minimizar la pérdida de energía, para disipar energía o para reducir la velocidad del flujo y evitar erosión. Teniendo en cuenta la relación unívoca  $y = f(Q)$ , las transiciones también se usan para medir el  $Q$ .

#### 3.1 Características generales

El diseño y construcción de transiciones require:

- Con el fin de minimizar costos y por facilidad constructiva, las transiciones deben ser simples y pueden tener fronteras discontinuas.
- Si es necesario minimizar las pérdidas de energía, la transición debe ser gradual y no deben existir discontinuidades en los bordes. Diseños de este tipo previenen la formación de remolinos y la separación del flujo reduciendo la posibilidad de *cavitación*.
- Las transiciones causan aceleración o desaceleración del flujo en una distancia relativamente corta y dominan el movimiento por encima de los esfuerzos cortantes en las fronteras. Esto implica que el flujo no se 1D, que las líneas de flujo se curven y que exista separación del flujo.
- En flujo con fuerte aceleración vertical, la velocidad y la presión no solo cambian en la dirección del flujo si no también en la vertical lo cual da lugar a flujos 2D o 3D.
- La pérdida de energía en una transición es despreciable y el flujo se asume irrotacional.
- Durante el diseño de una transición, es necesario evitar la ocurrencia de caídas de presión (e.g. cavitación) o aumentos de presión que pueden causar vibraciones e inestabilidades.
- Para el análisis de flujo en transiciones, la distribución de velocidades es generalmente no uniforme y es posible tener velocidades negativas en partes de la sección. Esto hace que sea difícil calcular, por ejemplo, la energía total en la sección.

#### 3.2 Flujo subcrítico

##### 3.2.1 Expansiones

Una expansión ocurre por un incremento en el ancho del canal, una caída del fondo o una combinación de ambos (ver figura 2)

Las expansiones pueden ser abruptas (ver figura 2) o graduales. Estas estructuras están presentes en canales, descargas, sifones y acueductos. El diseño de expansiones requiere la selección de la forma para evitar separación de flujo y minimizar pérdida de energía. Los criterios de diseño de expansiones se apoyan en análisis experimentales. Algunos hallazgos:

- Se ha encontrado que el flujo aguas abajo de la expansión es asimétrico cuando  $\frac{B_2}{B_1} \leq 1.5$ , donde  $B_1$  es el ancho aguas arriba y  $B_2$  es el ancho aguas abajo de la expansión.

- La forma de una línea de flujo a través de una expansión se puede representar por la siguiente ecuación:

$$\frac{B_x - B_1}{B_2 - B_1} = \frac{x}{L} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x}{L} \right)^m \right] \quad (7)$$

en donde  $B_x$  es dos veces la distancia desde el eje de simetría de la expansión a la línea de flujo mas externa,  $x$  es la distancia horizontal a lo largo del eje de simetría desde donde inicia la expansión,  $L$  es la distancia horizontal a lo largo del eje de simetría donde la línea de flujo toca la frontera y  $m$  es un exponente que varia como  $0.6 \leq m \leq 0.66$ .

Al diseñar la forma de una expansión siguiendo la ecuacion anterior, se garantiza la menor separación de flujo y se minimizan las pérdidas de energía.

Consideremos la expansión repentina mostrada en la figura 3 en donde se cambia de manera abrupta de un ancho  $B_1$  a  $B_2$ .

Si se asume que: 1)  $E_2 = E_1$ , 2)  $F_{s1} = F_{s2}$ , 3)  $y_1 = y_2$ , 4)  $B_2 \approx B_1$  y 5)  $Fr_1^n \approx 0$  para  $n \geq 4$ , se puede demostrar que:

$$E_1 - E_3 = \frac{V_1^2}{2g} \left[ \left( 1 - \frac{B_1}{B_2} \right)^2 + 2Fr_1^2 (B_2 - B_1) \frac{B_1^3}{B_2^4} \right] \quad (8)$$

En la ecuación anterior, el segundo termino dentro de los parentesis es despreciables si  $Fr_1 < 0.5$  o si  $B_2/B_1 > 1.5$ . En muchas aplicaciones, la condición  $B_2/B_1 > 1.5$  se cumple. Para el caso en que  $B_2/B_1 < 1.5$  las pérdidas de energía en la expansion son despreciables.

En terminos generales las pérdidas de energía en una expansión subita, se calcula como:

$$H_l = \frac{(V_1 - V_3)^2}{2g} \quad (9)$$

Análisis experimentales han demostrado que la ecuación anterior sobre-estiman las pérdidas de energía en cerca de un 10%.

En expansiones graduales cuyos bordes cambian como 4H:1V, las pérdidas de energía son:

$$H_l = 0.3 \frac{(V_1 - V_3)^2}{2g} \quad (10)$$

Para transiciones más graduales, las pérdidas no son significativamente menores a las estimadas en la ecuación 10, sin embargo, los costos pueden aumentar sustancialmente.

### 3.2.2 Contracciones

Las contracciones en un canal se presentan cuando el ancho del canal se reduce, cuando el fondo del canal aumenta o como una combinación de ambas (ver figura 4). Existen contracciones abruptas y graduales. Análisis experimentales han demostrado que las pérdidas de energía en una contracción son menores que las presentes en una expansión, y son iguales a:

$$H_l = 0.23 \frac{V_3^2}{2g} \quad (11)$$

La ecuación 13 aplica para contracciones abruptas. Para contracciones con bordes redondeados, la pérdida de energía se calcula como:

$$H_l = 0.11 \frac{V_3^2}{2g} \quad (12)$$

Note que  $V_3$  es la velocidad en la seccion de flujo de mayor contracción (aguas abajo de la contracción) en donde la velocidad es casi uniforme. Otros autores han encontrado que la perdidas de energía se calculan como:

$$H_l = C \frac{V_3^2}{2g} \quad (13)$$

donde  $C = 0.35$  para bordes cuadrados y  $C = 0.18$  para bordes redondeados.

Contracciones muy fuertes pueden causar condiciones criticas del flujo en la contracción o que la energía aguas arriba no sea suficiente para pasar a través de la contracción.

### 3.3 Supercritical flow

El flujo supercrítico a través de transiciones puede ser problemático porque es común la formación de ondas de choque en la superficie del flujo. Las ondas de choque son cambios repentinos de la profundidad y de la velocidad que se producen por cambios drásticos en las condiciones de flujo.

Para analizar las ondas de choque imaginemos un observador que viaja sobre un fluido cuya velocidad es  $V$  y causa una perturbación (e.g. cambios en el alineamiento del canal, irregularidades en la superficie de la pared, etc). La celeridad de una onda, se define como  $c$ , la cual es la velocidad relativa con la cual viaja la perturbación en el flujo. Dependiendo de la magnitud de  $V$  y  $c$  existen tres situaciones posibles que se observan en la figura 5. Analizando el caso  $V > c$ , es posible encontrar una relación entre  $V$ ,  $c$  y  $\beta$ :

$$\sin \beta = \frac{A_1 D_1}{A_1 A_4} = \frac{c \Delta t}{V \Delta t} = \frac{c}{V} \quad (14)$$

En el caso de ondas largas de pequeña amplitud  $c = \sqrt{gy}$ , donde  $y$  es la profundidad de flujo. Reemplazando en la ecuación 15, se tiene:

$$\sin \beta = \frac{c}{V} = \frac{1}{Fr} \quad (15)$$

#### 3.3.1 Resalto hidráulico oblicuo

En el caso de un flujo supercrítico que pasa a través de una contracción gradual en un canal rectangular, se generan ondas de gran magnitud debido a la deflexión de las líneas de flujo hacia adentro dando lugar a la ocurrencia de resaltos hidráulicos oblicuos (ver figura 6).

Analizando la figura 6, las velocidades tangenciales antes y después de la contracción (frente de onda) deben ser iguales:

$$V_1 \cos \beta = V_2 \cos (\beta - \Delta \theta) \quad (16)$$

donde  $V_1$  es la velocidad antes de la contracción,  $V_2$  es la velocidad en la contracción,  $\Delta \theta$  es el ángulo de la contracción y  $\beta$  es el ángulo que forma el frente de onda con la horizontal.

A partir de la ecuación de continuidad y de las velocidades perpendiculares al frente de onda, se tiene:

$$y_1 V_1 \sin \theta = y_2 V_2 \sin (\beta - \Delta \theta) \quad (17)$$

De la conservación de cantidad de movimiento para la velocidad perpendicular  $V_1 \sin \beta$ , se tiene:

$$\frac{V_1 \sin^2 \beta}{gy_1} = \frac{1}{2} \frac{y_2}{y_1} \left( \frac{y_2}{y_1} + 1 \right) \quad (18)$$

De esta ecuación se tiene:

$$\sin \beta = \frac{1}{Fr_1} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{y_2}{y_1} \left( \frac{y_2}{y_1} + 1 \right)} \quad (19)$$

Note que para ondas de pequeña amplitud, la ecuación 19 se convierte en la ecuación 15.

Dividiendo la ecuación 17 por la ecuación 16, se tiene:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\tan \beta}{\tan (\beta - \Delta \theta)} \quad (20)$$

Sustituyendo  $y_2 = y_1 + \Delta y$ , donde  $\Delta y$  es la altura de la onda, en la ecuación 20, se tiene:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\sec^2 \beta \tan \Delta \theta}{\tan \beta - \tan \Delta \theta} \quad (21)$$

Para valores pequeños de  $\Delta\theta$ ,  $\tan\theta \approx \Delta\theta$  y  $\tan\Delta\theta$  es muy pequeño con respecto a  $\tan\beta$ . Aplicando límites cuando  $\Delta\theta \rightarrow 0$ , la ecuación 22 se convierte en:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{2y}{\sin 2\beta} \quad (22)$$

Combinando las ecuaciones 15 y 22, se tiene:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{V^2}{g} \tan\beta \quad (23)$$

La ecuación 23 define la variación de la profundidad de flujo en la transición. Esta ecuación indica que  $y$  cambia en función de  $\theta$  a lo largo del frente de onda oblicuo.

Teniendo en cuenta que las pérdidas de energía pueden ser despreciables, la velocidad se puede expresar como  $V = \sqrt{2g(E - y)}$ . Reemplazando esta expresión en la ecuación 23 y utilizando la ecuación 15, se tiene:

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{2(E - y)\sqrt{y}}{\sqrt{2E - 3y}} \quad (24)$$

Integrando la ecuación 24 y sustituyendo  $E$  en términos de  $y$  y de  $Fr$ , se tiene:

$$\theta = \sqrt{3} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{Fr^2 - 1}} - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{Fr^2 - 1}} + \theta_0 \quad (25)$$

donde  $\theta_0$  es la constante de integración la cual se obtiene sustituyendo  $\theta = 0$  para la profundidad  $y = y_1$ . Esta ecuación estima los cambios en las profundidades en la transición debido a cambios de  $\theta$ .

## 4 Vertederos

Los *vertederos* son estructuras hidráulicas usadas en el laboratorio para medir el caudal en canales artificiales o naturales. Existen dos tipos de vertederos: 1) *vertederos de cresta delgada* y 2) *vertederos de cresta ancha*.

### 4.1 Vertedero de cresta delgada

Esta compuesto por una lamina delgada que es empotrada perpendicular a la dirección del flujo en las paredes y al fondo del canal. La parte superior de la placa tiene una abertura, usualmente, rectangular, triangular o trapezoidal cuyo bordes son afilados para garantizar un paso del agua sin perturbaciones a través de la abertura. En el caso de vertederos triangulares, estos son usados para caudales pequeños. El análisis teórico del flujo sobre un vertedero considera que el flujo está en contacto con la presión atmosférica arriba y abajo del chorro que atraviesa el vertedero.

Consideremos el flujo sobre un vertedero rectangular como el mostrado en la figura 7.

Si se asume que cualquier punto en la *lamina de agua* (nappe en inglés), la cual es la porción del flujo que fluye por encima del vertedero, la presión es igual a la presión atmosférica, la energía en el punto  $a$  de la figura es  $h = \frac{P_{atm}}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} \approx \alpha \frac{V^2}{2g}$ , donde  $h$  es la energía en el punto  $a$ . Despejando la velocidad, se tiene que  $V = \sqrt{2\alpha gh}$ . En análisis experimentales, se ha encontrado que  $\alpha \approx 1$  en vertederos. El caudal por unidad de ancho  $q$  se puede calcular como:

$$q = \int_0^{H_o} \sqrt{2gh} dh = \frac{2}{3} \sqrt{2g} (H_o)^{3/2} \quad (26)$$

Teniendo en cuenta contracciones del flujo y otros efectos, se introduce el coeficiente de corrección de caudal  $C_d$ , por lo que la ecuación 26 queda:

$$q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} (H_o)^{3/2} \quad (27)$$

Para un verdedero cuyo ancho de cresta es  $B$ , el caudal queda expresado como:

$$Q = \frac{2}{3} C_d B \sqrt{2g} (H_o)^{3/2} \quad (28)$$

Para vertederos rectangulares con contracciones,  $Q$  se expresa como:

$$Q = \frac{2}{3} C_d B' \sqrt{2g} (H_o)^{3/2} \quad (29)$$

donde  $B' = B - a$  y  $a$  es el ancho ocupado por las contracciones.

Con base en resultados experimentales:

$$C_d = 0.611 + 0.08 \frac{H_o}{P} \quad (30)$$

donde  $P$  es la distance vertical a la cresta del vertedero desde el fondo del canal. Esta formula es valida para  $H_o/P < 5$ . Para  $H_o/P > 15$  la cresta del vertedero queda sumergida y el vertedero deja de controlar el flujo de manera efectiva y el caudales se puede calcular a partir de la relación de flujo crítico por lo que se asume que  $y_c = H_o$ .

Para vertederos triangulares conocidos como vertederos *v-notch*, se tiene que:

$$Q = \int_A \sqrt{2gh} dA = \sqrt{2g} \int_A \sqrt{h} dh dx = \sqrt{2g} \int_0^{H_o} \sqrt{h} dh (H_o - h) \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2g} H_o^{5/2} \quad (31)$$

donde  $\alpha$  es el angulo del vertedero triangular. Teniendo en cuenta las contracciones, el caudal se puede corregir y expresar como:

$$Q = \frac{8}{15} C_d \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2g} H_o^{5/2} \quad (32)$$

Para  $\alpha = 90^\circ$ , se ha encontrado que  $C_d \approx 0.585$ , por lo que reemplazado estos valores en la ecuación anterior se tiene:

$$Q = 1.4 H_o^{5/2} \quad (33)$$

Para vertederos trapezoidales, sumando las ecuaciones 29 y 32, se tiene:

$$Q = \frac{2}{3} C_d B' \sqrt{2g} (H_o)^{3/2} + \frac{8}{15} C_d \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sqrt{2g} H_o^{5/2} \quad (34)$$

## 5 Vertederos de cresta ancha

Los vertederos de cresta ancho son estructuras en donde el fondo del canal se eleva brusca o gradualmente por una longitud finita. Esta elevación del fondo al prolongarse por cierto distancia da origen a un flujo paralelo al vertedero en donde suele presentarse la profundidad crítica  $y_c$ . De acuerdo con esto, estos vertederos tambien pueden ser usados para determinar el caudal, en este caso, en funcion de  $y_c$ .

Analizando el vertedero en un canal rectangular de la figura 8 en donde ocurre la profundidad crítica en la cresta y, teniendo en cuenta que las pérdidas de energía son despreciables entre una sección antes del vertedero y la sección donde ocurre  $y_c$ , el balance de energía entre las secciones es:

$$H + \frac{V^2}{2g} = E_c = \frac{3}{2} y_c \quad (35)$$

donde  $H$  es la profundidad aguas arriba del vertedero.

Si se asume que la velocidad de aproximación  $V$  es despreciable en la ecuación anterior, se tiene que  $y_c = \frac{2}{3} H$ . Teniendo en cuenta que  $q = \sqrt{gy_c^3}$ , se tiene que el caudal por unidad de ancho  $q$  es:

$$q = \frac{2}{3} H \sqrt{\frac{2}{3} g H} \quad (36)$$



Para un canal de ancho  $B$  y teniendo en cuenta otras consideraciones, el caudal se calcula como:

$$Q = CB\sqrt{g}H^{3/2} \quad (37)$$

donde  $C$  es un coeficiente de corrección del  $Q$ .

Si  $W$  es la altura del vertedero,  $V = \frac{Q}{[B(H+W)]}$ . Utilizando las ecuaciones 35 y 37, se tiene:

$$\frac{H}{H+W} = \frac{[3C^{2/3} - 2]^{1/2}}{C} \quad (38)$$

Analizando la longitud del vertedero  $L$ , el vertedero se considere largo si  $L/H > 3$ . Si esta condición se cumple es necesario reducir  $H$  en una cantidad  $\delta^*$  con el fin de tener en cuenta los efectos viscosos.

En vertederos de cresta ancha, la sumergencia aguas abajo del vertedero puede afectar la estimación del caudal, esto sucede cuando el nivel aguas abajo del vertedero es mayor que  $0.8H$ .

## 6 Aliviaderos

Los aliviaderos son estructuras hidráulicas usadas para descargar caudales de excesos en sistemas de control de inundaciones y regulación de caudales, o para descargas controladas en irrigación y navegación. Los aliviaderos se pueden clasificar con base en los siguientes criterios: funcionalidad, estructura o tipo de entrada. De acuerdo a la función que cumplan, estos pueden ser estructuras de: servicio, auxiliares o de emergencia. Con base en su estructura, estos pueden ser aliviaderos de: excesos, sistema de conducción, o túneles. De acuerdo con el tipo de entrada, estos pueden ser: orificios, sifones, canales laterales y morning glory.

### 6.1 Aliviadero de excesos

Los aliviaderos de excesos se construyen sobre el cuerpo de presas por gravedad, de arco y de contrafuerte, en donde parte del cuerpo de la presa es usado para el aliviadero. Estas estructuras están compuestas por: la cresta, el canal y el dissipador de energía.

#### 6.1.1 cresta de un aliviadero de excesos

Para el diseño de la cresta, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- La presión sobre la cresta es atmosférica si la forma de la cresta es igual a la forma de la parte de abajo del chorro.
- Puede ocurrir que la presión pueden ser mayor o menor que la presión atmosférica dependiendo de la forma de la cresta del aliviadero (ver figura 9).
- La forma de la cresta se basa en la *cabeza de diseño*,  $H_d$ , la cual es seleccionada para un sitio específico y debe ser tal que prevenga la presión mínima igual a  $-6$  m con el fin de evitar cavitación. La figura 10 se usa para seleccionar  $H_d$  de tal manera que la condición de mínima presión se satisfaga. En esta figura,  $H$  es la carga máxima sobre la cresta del aliviadero. Usualmente,  $H_d$  es seleccionada de la figura 10 y de tal manera que  $1.3 < H/H_d < 1.5$ . Esto garantiza una óptima capacidad de descarga del aliviadero y la no ocurrencia de cavitación.
- La forma de la cresta puede ser determinada usando las relaciones de la figura 11, las cuales fueron desarrolladas por el U.S Army Corps of Engineers basado en extensos análisis de laboratorio.

### 6.1.2 Curva de calibración

La curva de calibración en un aliviadero de excesos es la relación matemática entre el nivel del embalse aguas arriba del aliviadero y el caudal que descarga el aliviadero. Esta curva, se puede escribir como:

$$Q = CL_e \sqrt{2g} H_e^{1.5} \quad (39)$$

donde  $L_e$  es la longitud efectiva del aliviadero,  $C$  coeficiente de descarga y  $H_e$  es la cabeza total de energía sobre la cresta y es  $H_e = H + \frac{V_o^2}{2g}$ . Normalmente la velocidad de aproximación al vertedero  $V_o$  es pequeña, por lo que  $H_e \approx H$ .

Para determinar  $C$  es necesario determinar primero  $C_d$  para la  $H_d$  (ver figura 12a).  $C$  es determinado para otro  $H$  con base en la figura 12b.

La  $L_e$ , la cual es la longitud sin tener en cuenta pilas y otras estructuras, se calcula como:

$$L_e = L_n - 2(Nk_p + k_a) H_e \quad (40)$$

donde  $L_n$  es la longitud total del aliviadero,  $k_p$  es el coeficiente de pila y  $k_a$  es un coeficiente de contracción por estribos. En muchos casos,  $k_a$  es pequeño y puede ser despreciado.  $k_p$  se determina a través de la figura 13.

### 6.1.3 Perfil de la lámina de agua

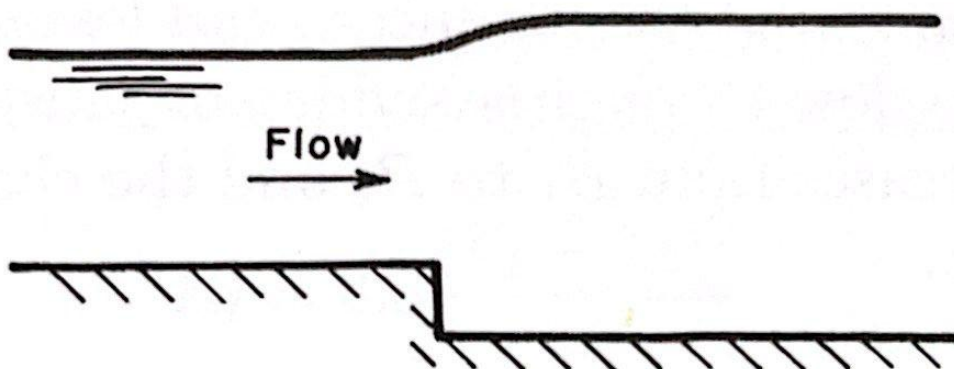
El perfil de la lámina de agua debe encajar entre las paredes del aliviadero (ver figura 14).

### 6.1.4 Canal de descarga

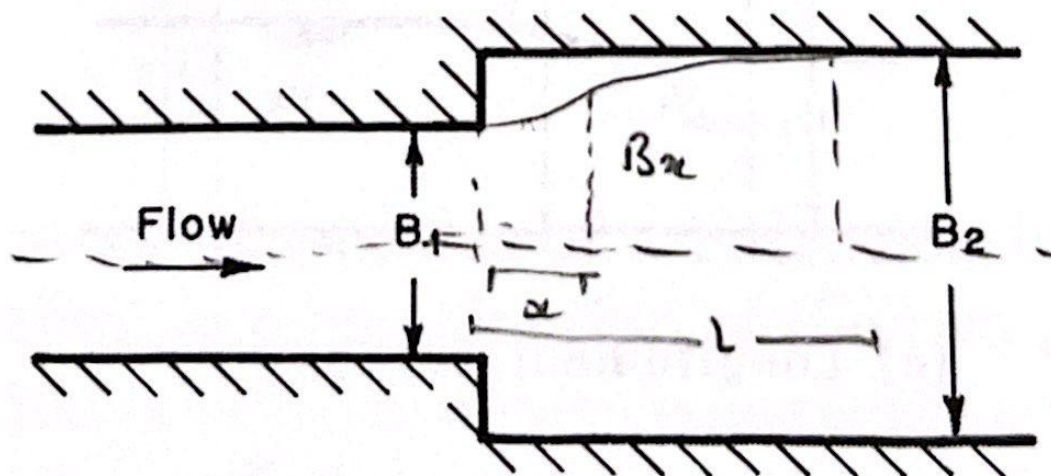
El canal de descarga tiene pendientes entre el 0.8H:1V a 0.6H:1V por lo que aguas abajo de la cresta, se presenta un flujo turbulento completamente desarrollado en donde ingresa gran cantidad de aire y por lo tanto una expansión del flujo. El U.S. Army Corps of Engineers recomienda incrementar la profundidad del flujo en un 20% para efectode diseño del canal. Un dato importante es la velocidad al final del canal, a la entrada de la estructura de disipacion. Esta se puede estimar de forma aproximada a partir de:

$$z_1 + y_1 = z_2 + y_2 + \frac{V^2}{2g} + \Delta E \quad (41)$$

donde  $z_1$  es la cota de la cresta,  $y_1$  es la profundidad del agua sobre la cresta,  $z_2$  es la cota del fondo del canal al final,  $y_2$  es la profundidad del agua al final del canal,  $V$  es la velocidad del flujo al final del canal y  $\Delta E$  son las pérdidas de energía iguales a  $\Delta E = 0.05(z_1 + y_1 - z_2 - y_2)$  o  $\Delta E = 0.1(z_1 + y_1 - z_2 - y_2)$ . De la ecuación anterior, es posible despejar  $V_2$ .

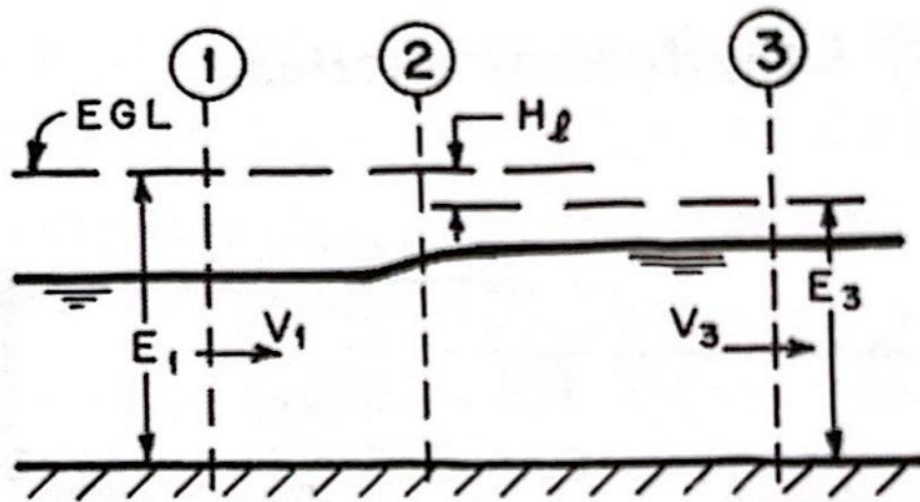


**(a) Longitudinal section.**

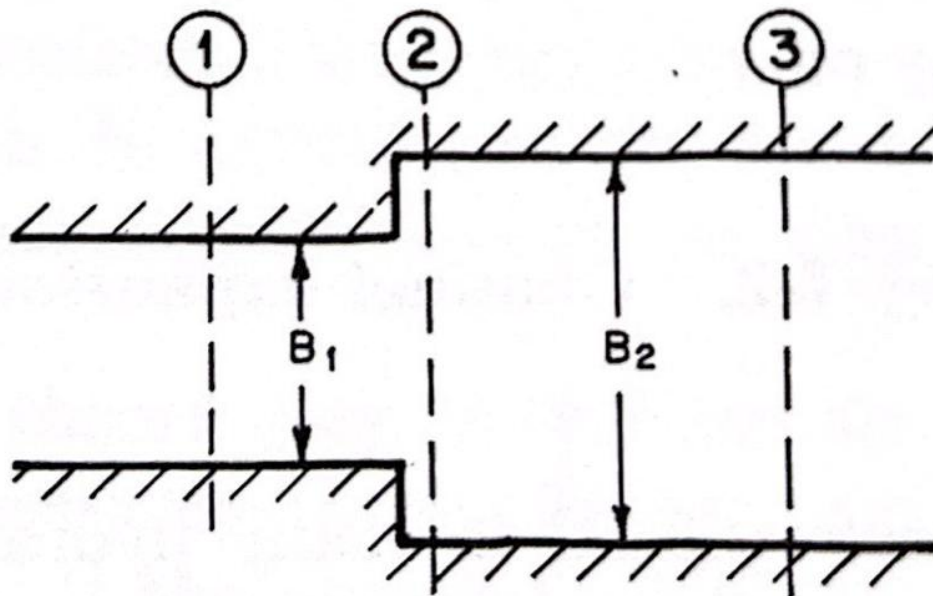


**(b) Plan**

Figure 2: Expansión en un canal.



(a) Longitudinal section

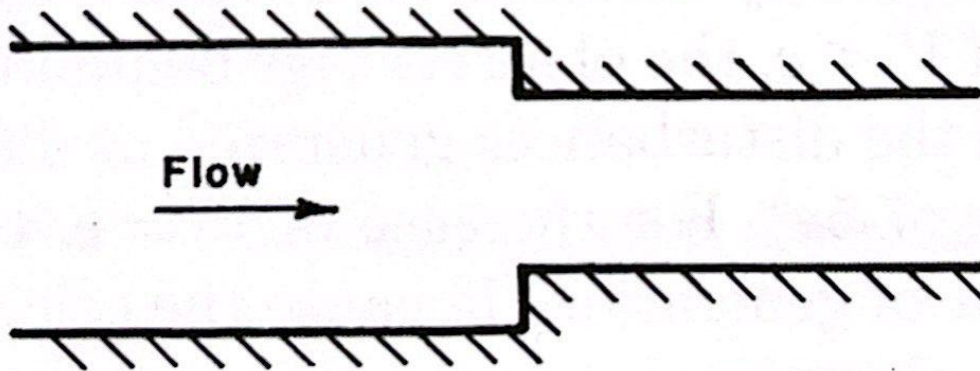


(b) Plan

Figure 3: Expansión en un canal.

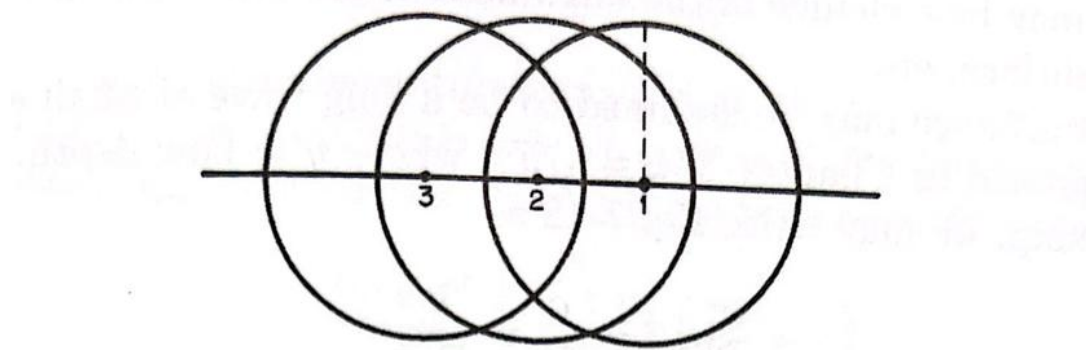


**(a) Longitudinal section**

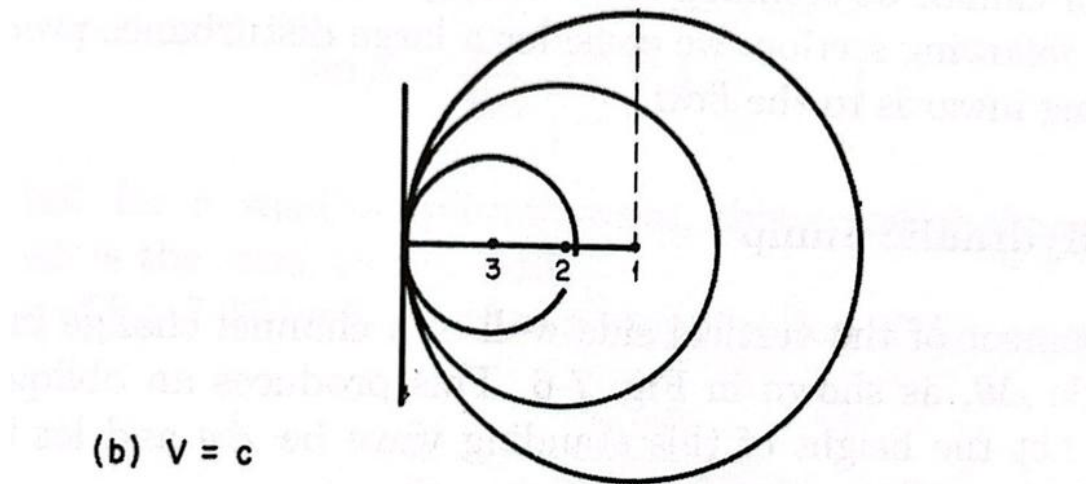


**(b) Plan**

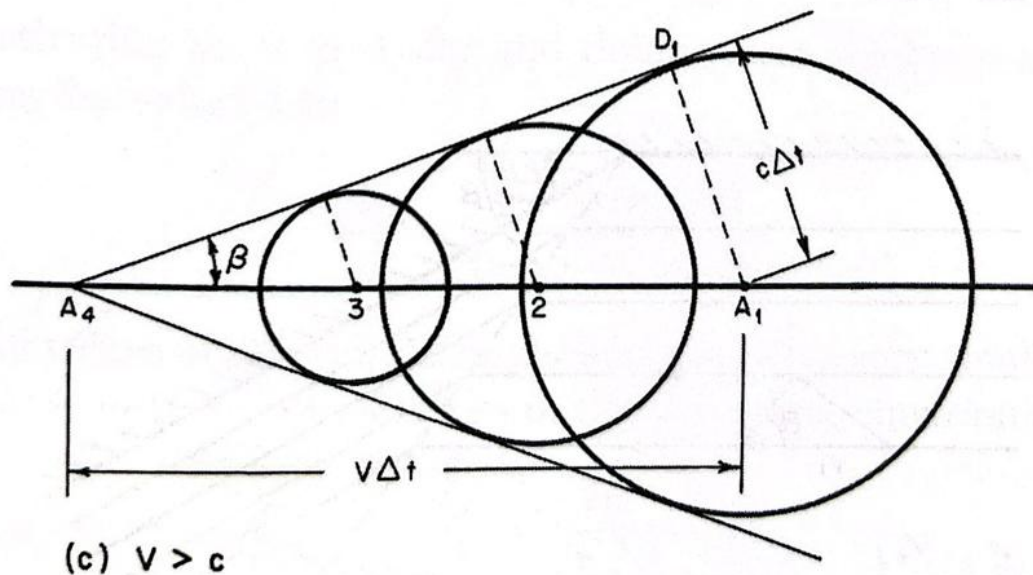
Figure 4: Contracción en un canal.



(a)  $V < c$



(b)  $V = c$



(c)  $V > c$

Figure 5: Propagación de una perturbación.

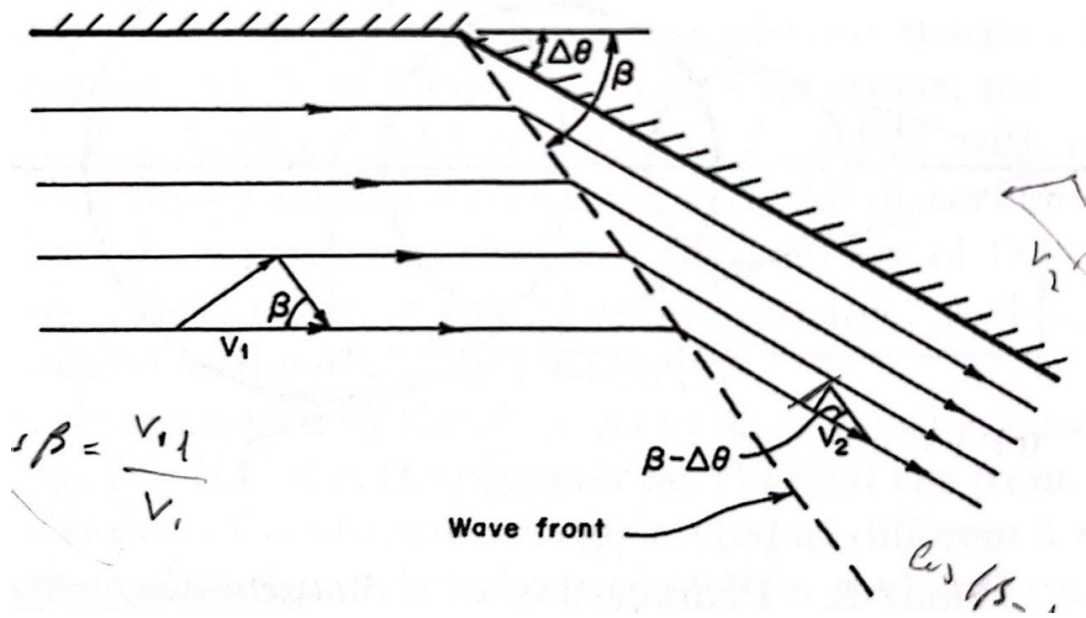


Figure 6: Resalto hidráulico oblicuo.

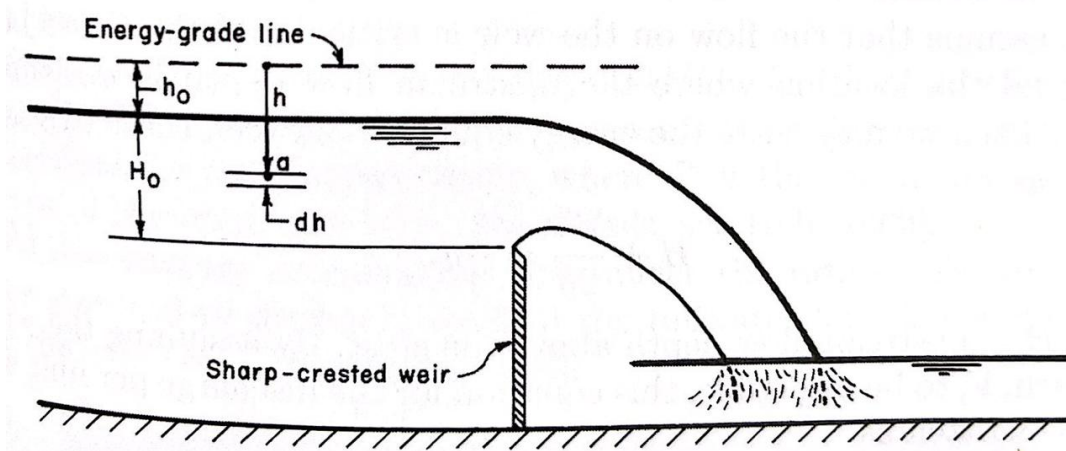


Figure 7: Vertedero rectangular de cresta delgada.



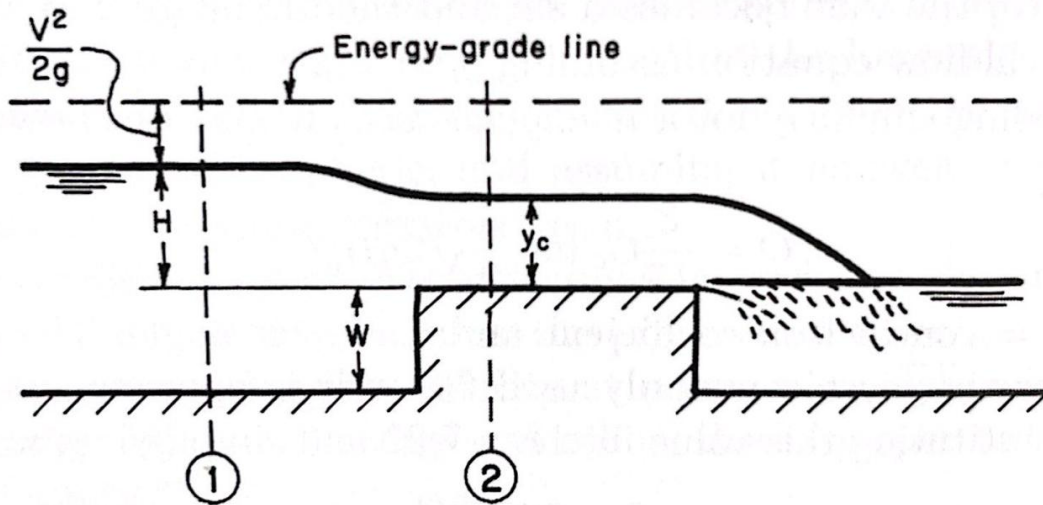


Figure 8: Vertedero de cresta ancha.

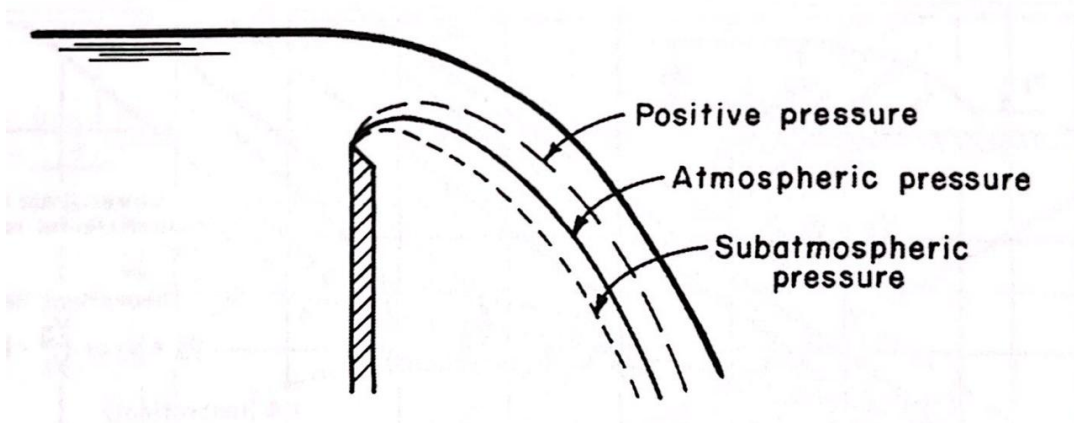


Figure 9: Presión sobre un aliviadero de excesos.



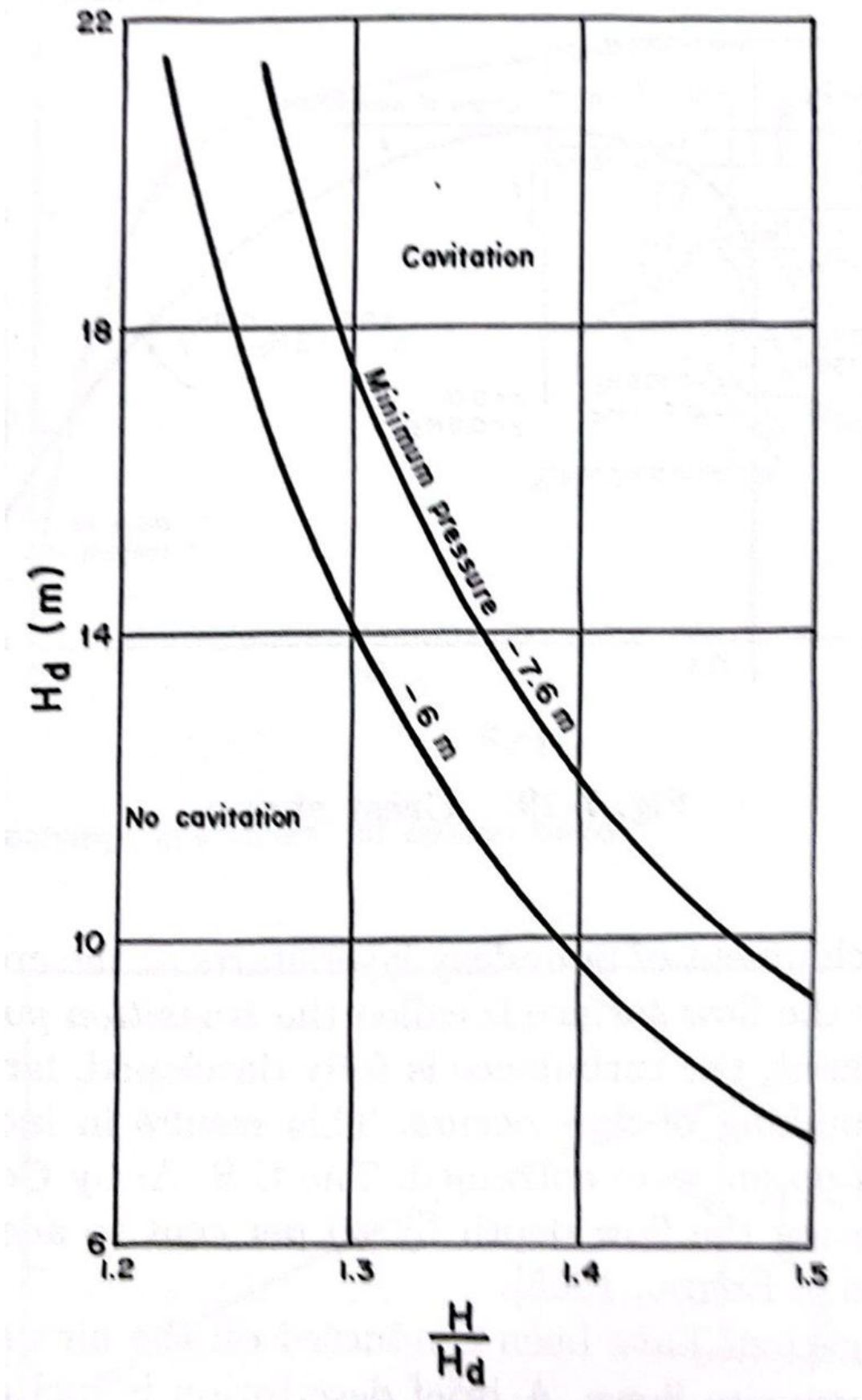


Figure 10: Cabeza de diseño para aliviaderos de excesos.

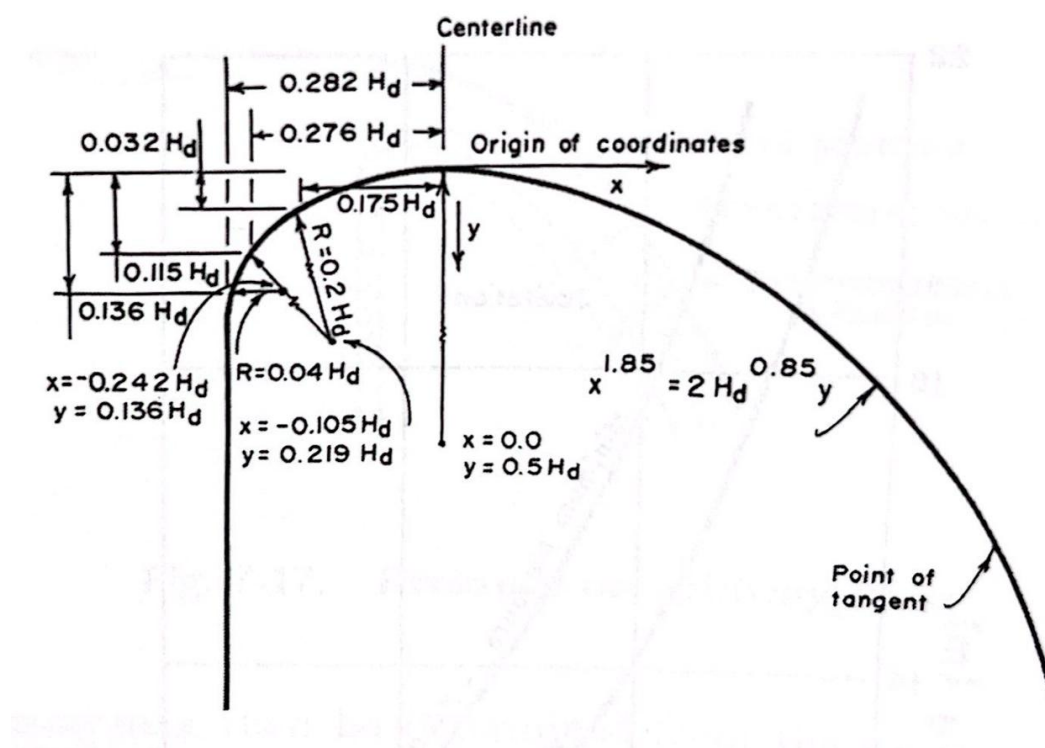
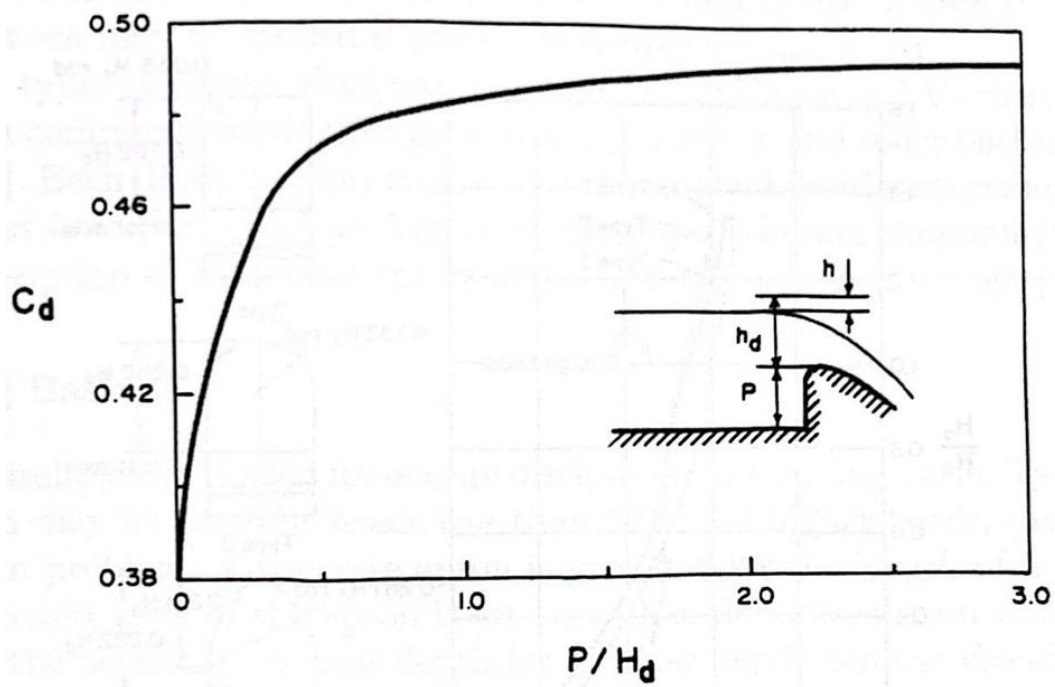
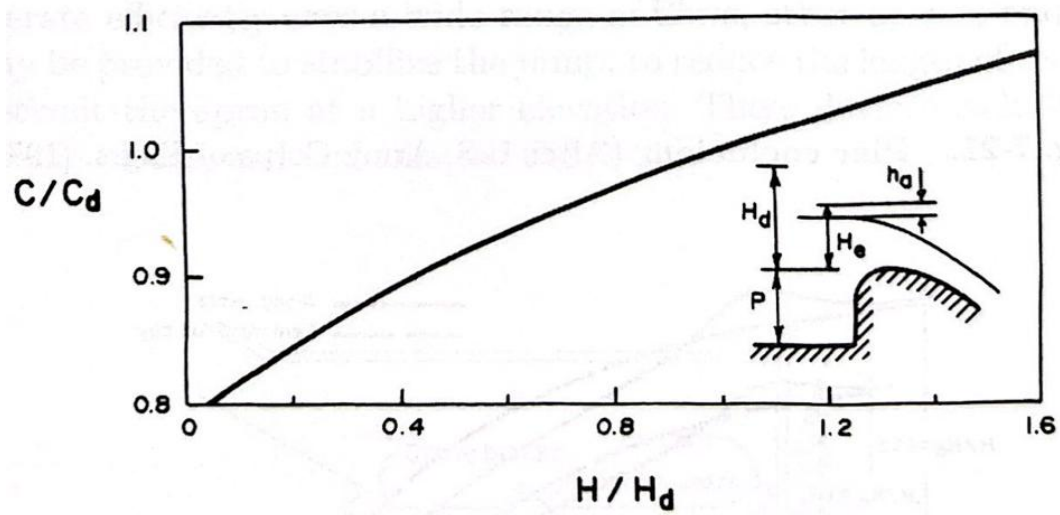


Figure 11: Forma de la cresta de un aliviadero de excesos.



(a) Discharge coefficient at design head



(b) Discharge coefficient at other heads

Figure 12: Coeficientes de descarga en aliviadero de excesos.

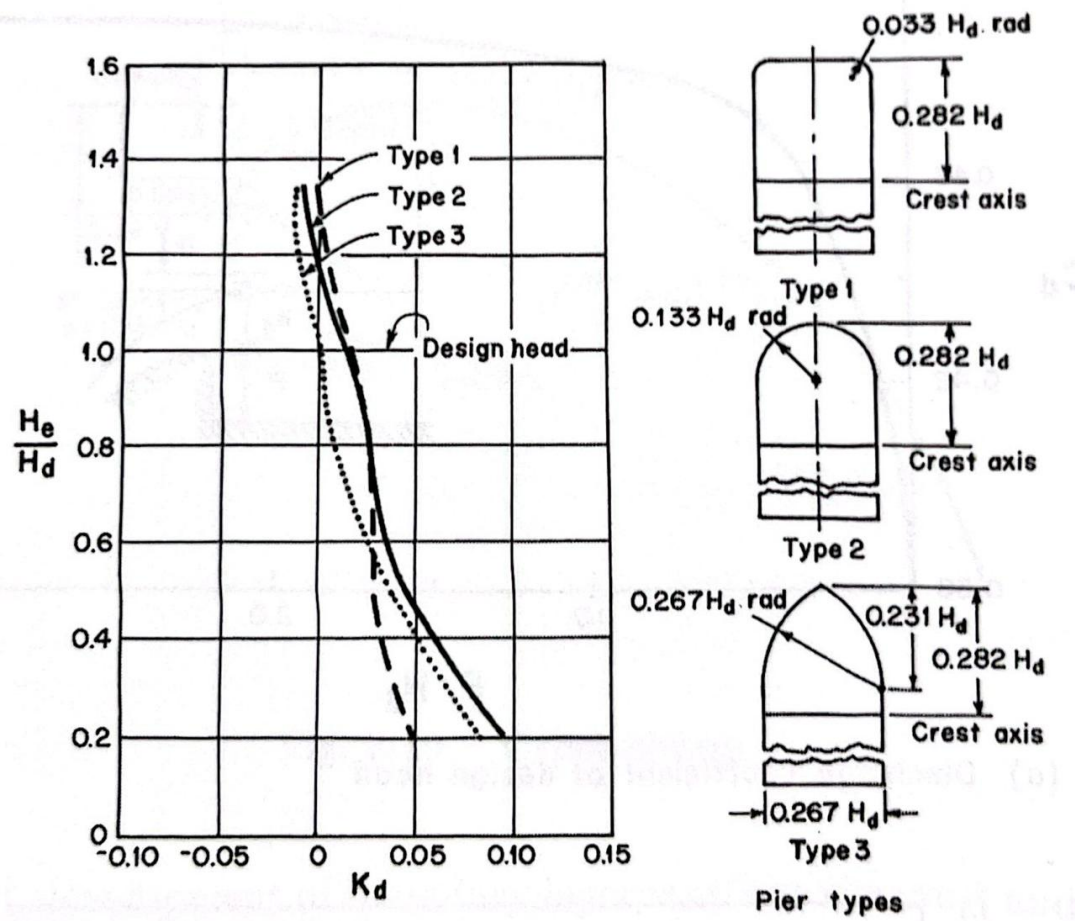


Figure 13: Coeficientes de pilas,  $k_p$ .

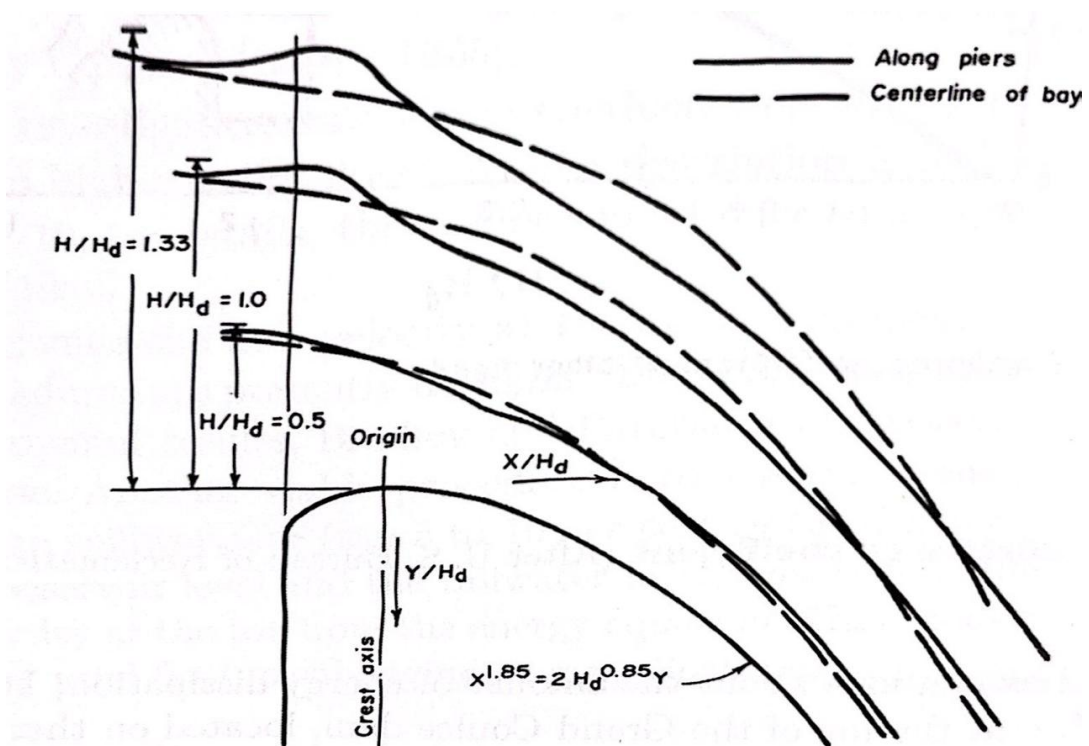


Figure 14: Perfiles de la lámina de agua.