ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET
SARAJEVO

INŽENJERSKA FIZIKA I
-predavanja za 1.sedmicu nastave-

1. FIZIČKE OSNOVE MEHANIKE

1.1 Uvod

Fizika je fundamentalna prirodna znanost (nauka) ; ona proučava opća svojstva i zakone kretanja materije, počevši od kretanja (gibanja) tijela pa sve do strukture i svojstva fizikalnog polja i prostora. Fizičari nastoje otkriti zakone o ponašanju materije u raznim uvjetima i dobivena saznanja primijeniti u tehnologiji i tehnici.

Riječ fizika dolazi od grčke riječi $\varphi\upsilon\sigma\iota\zeta$ (fisis), što znači priroda i zato se, dugo vremena, fizika zvala filozofija prirode.

Tvar (supstanca) je jedan od osnovnih oblika materije; sva tijela u prirodi izrađena su od tvari. **Fizikalno polje** (npr. gravitacijsko, električno itd.) također je jedan oblik materije. Materija se nalazi u neprestanom kretanju; ona prelazi iz jednog oblika u drugi, i pri tome ostaje neuništiva i sačuvana. **Prostor i vrijeme** također su oblici materije i vezani su uz njeno kretanje jer se sve promjene materije odvijaju u prostoru i vremenu.

Veza fizike i ostalih prirodnih znanosti vrlo je velika i, ponekad, je teško naći granicu između fizike, kemije i biologije. Moderna fizika i kemija toliko se ispreplići da se danas kemija može gotovo smatrati posebnom granom fizike. Moderna biologija, posebno njena grana biofizika, također je tijesno povezana s fizikom i kemijom.

U fizici postoje dvije metode: **eksperimentalna i teorijska**. Eksperimentalna metoda bazira se na eksperimentu i mjerenju. Nekad je lakše doći do određenog fizikalnog zakona teoretski, pomoću matematike, a zatim ga, eventualno, provjeriti eksperimentom. Ako eksperiment potvrdi neku teoretsku pretpostavku, tada se on prihvaća kao prirodni zakon; ako je obori, tada se ta pretpostavka mora promijeniti tako da bi bila u skladu sa mjerenjem.

S obzirom na ove metode **fizika se može podijeliti na eksperimentalnu i teoretsku fiziku**. Teoretska fizika matematički razvija i povezuje fizikalne zakone, dok eksperimentalna fizika izvodi rezultate iz iskustva. **Matematika je vrlo važno oruđ fizičara**. Ona nam služi da prikažemo fizikalne zakone u konciznoj i jasnoj formi, da ih povezujemo jedan iz drugog izvodimo.

1.2 Mjerenje u fizici

Mjerenje je osnova svih prirodnih znanosti, pa i fizike, koja je tipična eksperimentalna znanost. Engleski fizičar i matematičar W. Thomson, lord Kelvin (1824-1907), istakao je važnost mjerenja ovim riječima:

"Kad ono o čemu govorite možete izmjeriti i izraziti brojevima, tada znate nešto o tome; kada to ne možete izmjeriti, tada je vaše znanje oskudno i nedovoljno..."

Pri istraživanju u fizici prvo moramo uočiti neriješeni problem koji je od znanstvenog interesa. Zatim precizno mjerimo. Mjerenja ponavljamo nekoliko puta da bi smo što više smanjili pogrešku mjerenja. Zatim slijedi analiza eksperimentalnih podataka, fizikalno objašnjenje eksperimenta i pronalaženje fizikalnih zakona.

Mjerenje fizikalnih veličina u stvari je uspoređivanje fizikalne veličine koju mjerimo sa odgovarajućom standardnom istovrsnom veličinom, tzv. jedinicom.

Fizikalna veličina opisuje kvalitativno i kvantitativno neku mjerljivu osobinu fizikalnog stanja ili procesa. Ona omogućuje definiranje fizikalne pojave i njeno opisivanje u matematskom obliku pomoću odgovarajućih jednadžbi. Fizikalne veličine su npr. put, vrijeme, brzina, rad, energija, itd.

Fizikalne veličine označavaju se malim i velikim slovima latinske abecede i grčkog alfabeta. Oznake fizikalnih veličina dogovoreni su na međunarodnom nivou. To su većinom početna slova engleskih i latinskih naziva. Tako npr. simbol za brzinu je ***v*** (velocity, velocitas), vrijeme ***t*** (time, tempus), silu ***F*** (force) rad ***W*** (work) itd.

Fizikalni zakoni se mogu precizno izraziti i pomoću fizikalnih jednadžbi koje povezuju fizikalne veličine u tom zakonu.

Mjeriti neku veličinu znači odrediti broj koji pokazuje koliko puta ta veličina sadrži u sebi istovrsnu veličinu dogovorom uzetu za jedinicu. Za neku fizikalnu veličinu nije dovoljno poznavati samo njenu brojčanu vrijednost, već i njenu jedinicu.

Svaka se fizikalna veličina može izraziti pomoću dva faktora, tj. brojčanom vrijednošću i oznakom mjerne jedinice.

$$A = \{A\}[A] \qquad (1.1)$$

gdje su $\{A\}$ brojčana vrijednost i $[A]$ mjerna jedinica.

1.3 Međunarodni sistem (sustav) jedinica - SI

Fizikalne veličine mogu se podijeliti na osnovne i izvedene, a ista podjela važi i za mjerne jedinice.

Osnovne fizikalne veličine su one koje ne možemo jednu iz druge izvesti, već ih **moramo definirati**. Sve ostale, izvedene, možemo izvesti iz osnovnih.

Osnovne i izvedene jedinice čine sistem (sistem) jedinica.

Na XI zasjedanju Generalne konferencije za utege i mjere (Conference Generale des Poids et Mesures-CGPM) 1960. prihvaćen je **Međunarodni sistem mjernih jedinica, tzv. SI (Systeme International d'Unites)** koji je prihvaćen u cijelom Svijetu.

Dogovorom je odabrano **sedam fizikalnih veličina iz kojih se izvode sve ostale**.

Osnovne fizikalne veličine i osnovne jedinice Međunarodnog sistema
date su u tabeli 1.1.

Veličina	Oznaka	Mjerna jedinica	Područje fizike
Duljina	***l***	metar (m)	
Masa	***m***	kilogram (kg)	mehanika
Vrijeme	***t***	sekunda (s)	
Termodinamička temperatura	***T***	kelvin (K)	toplina
Jakost električne struje	***I***	amper (A)	elektricitet
Jakost svjetlosti	***I***	kandela (cd)	fotometrija
Količina tvari	***n***	mol (mol)	atomska fizika

1. **Duljina (dužina)**

Jedinica duljine je metar. Metar je dužina koju u vakuumu pređe svjetlost za vrijeme od 1/299 792 458 sekunde.

2. **Masa**

Jedinica mase je kilogram. Kilogram je masa međunarodnog etalona kilograma koji se čuva u Međunarodnom uredu za utege i mjere u Sevresu kraj Pariza.

3. **Vrijeme**

Jedna **sekunda** je trajanje od 9 192 631 770 perioda zračenja koje nastaje pri prijelazu elektrona između dvaju hiperfinih nivoa osnovnog stanja atoma Cs^{133}

4. **Jakost električne struje**

Stalna električna struja ima jačinu jednog **ampera** (A) ako, prolazeći u svakom od dva paralelna, ravna, beskonačno dugačka vodiča, zanemarivo malog presjeka, razmaknuta jedan metar u vakuumu, uzrokuje između njih silu od $2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{m}$ (Njutna po metru duljine).

5. **Termodinamička temperatura**

Jedinica termodinamičke (apsolutne) temperature je **kelvin** (K). Jedan kelvin (K) je termodinamička temperatura koja je jednaka 1/273,16 dijelu termodinamičke temperature trojne tačke vode.

6. **Jakost (jačina) svjetlosti**

Jedinica jačine svjetlosti je **kandela** (cd). Jedna kandela je jakost svjetlosti koju u okomitom pravcu zrači površina od 1/600 000 m^2 crnog tijela na temperaturi skrućivanja platine pod tlakom od 101 325 Pa.

7. **Količina tvari**

Jedinica za količinu tvari je **mol**. Jedan mol je količina tvari koja sadrži toliko jednakih čestica (molekula, atoma, elektrona, iona i sl.) koliko ima atoma u 0,012 kg izotopa ugljika $_6C^{12}$.

Da bi SI sistem bio pogodan za upotrebu usvojena je i tabela decimalnih dijelova i dekadskih višekratnika osnovnih jedinica:

Prefiksi

faktor	prefiks	oznaka	faktor	prefiks	oznaka
10^{24}	jota	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zeta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	eksa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	mikro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^{9}	giga	G	10^{-12}	piko	p
10^{6}	mega	M	10^{-15}	femto	f

10^3	kilo	k	10^{-18}	ato	a
10^2	hekto	h	10^{-21}	zepto	z
10^1	deka	da	10^{-24}	jokto	y

Dopunske jedinice

fizička veličina	**naziv**	**oznaka**	**definicija**
ugao	radijan	rad	$m\,m^{-1}$
prostorni ugao	steradijan	sr	$m^2\,m^{-2}$

1.4 Skalarne i vektorske fizičke veličine

Fizičke veličine prema svojoj prirodi mogu se razvrstati na skalarne, vektorske i tenzorske. **Skalari su one veličine koje su potpuno određene brojnom vrijednošću i odgovarajućom jedinicom**. Takve veličine su: masa, vrijeme, temperatura, rad itd.

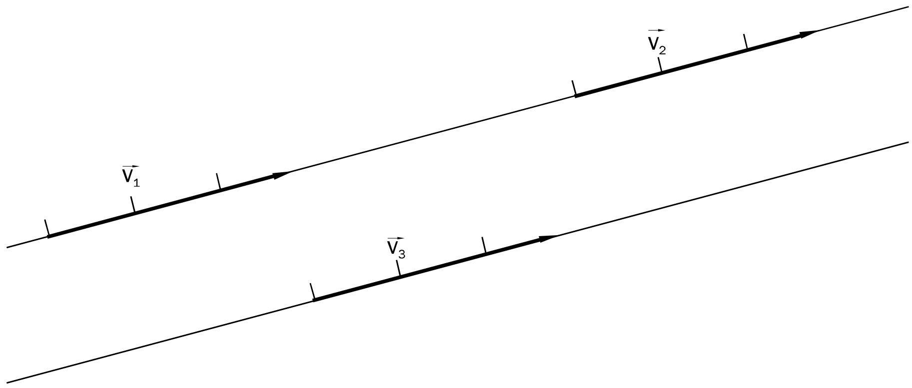
Vektori su one fizičke veličine koje su potpuno određene njihovom veličinom pravcem i smjerom. Takve veličine su: sila, brzina, ubrzanje itd.

Tenzorske veličine su određene sa tri vektora. Takve veličine su na primjer: tenzor inercije, tenzor viskoznosti, tenzor deformacije i dr.

Vektor predstavljamo usmjerenom dužinom (u odgovarajućem mjerilu) koja daje iznos vektora, dok smjer strelice pokazuje smjer vektora. Vektorsku fizikalne veličinu označavamo malom strelicom iznad simbola: $\vec{v}$ dok iznos vektora (brojnu vrijednost) označavamo samo slovom bez strelice: *v*, a često i ovako: $|\vec{v}|$. Vektore možemo obilježavati i velikim slovima, koja označuju početak i kraj vektora (npr. $\vec{AB}$ na crtežu 1.1)

Crt. 1.1

Vektori su **kolinearni** ako su im pravci nosioci paralelni. Pri tom vektori mogu biti jednakog ili suprotnog smjera. Kolinearne vektore jednakog iznosa i smjera smatramo jednakim. To znači da vektore smijemo pomicati po pravcu nosiocu i paralelno translatirati jer im se pri tome ne mijenja ni iznos ni smjer.



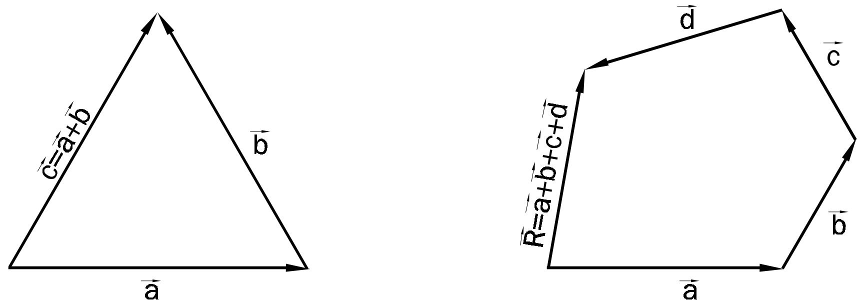
Crt. 1.2

Zbrajanje (sabiranje) vektora

Zbroj dvaju vektora $\vec{a}+\vec{b}$ opet je vektor $(\vec{c})$:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \qquad (1.1)$$

Grafički, vektore sabiramo tako da početak drugog vektora paralelnom transformacijom dovedemo na kraj prvog: rezultanta je vektor koji ide od početka prvog do kraja drugog vektora, crt. 1.3.



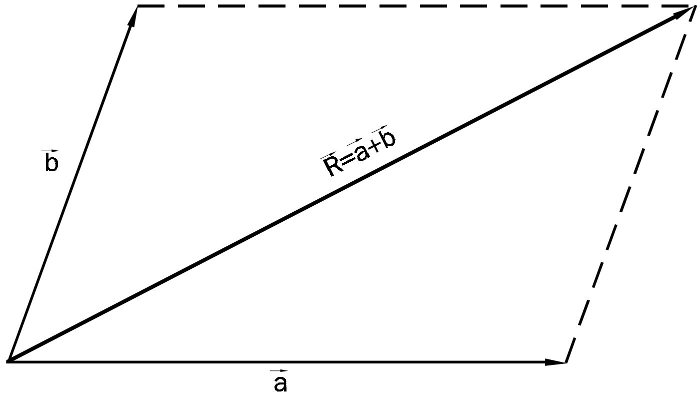
Crt. 1.3

Uočite da vektorski zbroj nije isto što i algebarski, jer iznos vektora $|\vec{c}|$ nije općenito jednak zbroju iznosa $|\vec{a}|$ i $|\vec{b}|$,$c=a+b$ samo kada su smjerovi vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ isti, inače $c<a+b$.

Ako imamo više vektora, grafički ih zbrajamo na isti način: kraj jednog dovedemo na početak drugog, početak trećeg na kraj drugog itd. Rezultanta je vektor koji spaja početak prvog i kraj posljednjeg vektora. Tako dobivamo vektorski poligon (mnogokut). Pri tome redoslijed crtanja nije bitan.

Drugi način zbrajanja vektora je pomoću metode paralelograma. Vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ određuju paralelogram (crt. 1.4). Dijagonala paralelograma je rezultanti vektor :

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \qquad (1.2)$$



Crt. 1.4

Iznos rezultante možemo izračunati upotrebom kosinusova poučka

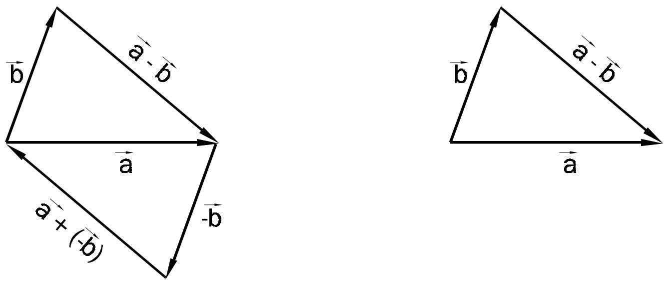
$$\boxed{c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\varphi}} \quad (1.3)$$

gdje je φ kut između vektora a i b. Smjer rezultante možemo odrediti kutom v

$$\cos\vartheta = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad (1.4)$$

Oduzimanje vektora

Oduzimanje vektora svodi se na zbrajanje. Razlika $\vec{a} - \vec{b}$ dvaju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ je vektor $\vec{c}$, koji nastaje zbrajanjem vektora $\vec{a}$ i vektora $-\vec{b}$ (crt. 1.5). Negativni vektor $-\vec{b}$ po iznosu je jednak vektoru $\vec{b}$, kolinearan je s njim, ali je suprotnog smjera.



Crt. 1.5

Dakle:

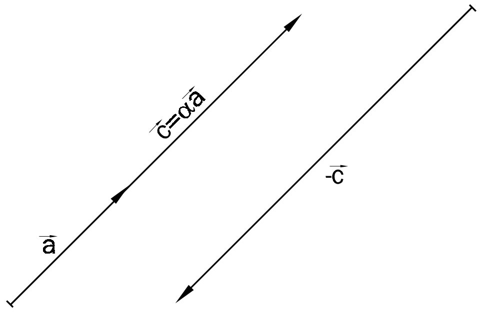
$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right) \quad (1.5)$$

Da bi smo vektor $\vec{b}$ oduzeli od vektora $\vec{a}$, početak oba vektora dovodimo u istu točku: razlika $\vec{a}$ - $\vec{b}$ je vektor koji ide do kraja vektora $\vec{b}$ do kraja vektora $\vec{a}$

Množenje vektora

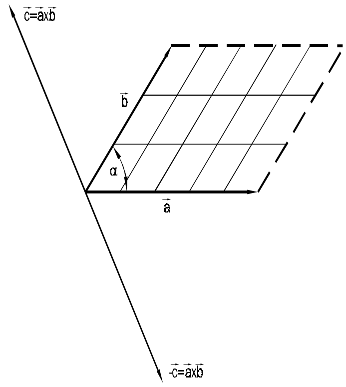
Vektor a množi se pozitivnim skalarom α tako da mu se iznos pomnoži, a smjer ostaje isti. Pri množenju negativnim skalarom (α <0), smjer vektora suprotan je smjeru vektora $\vec{a}$.

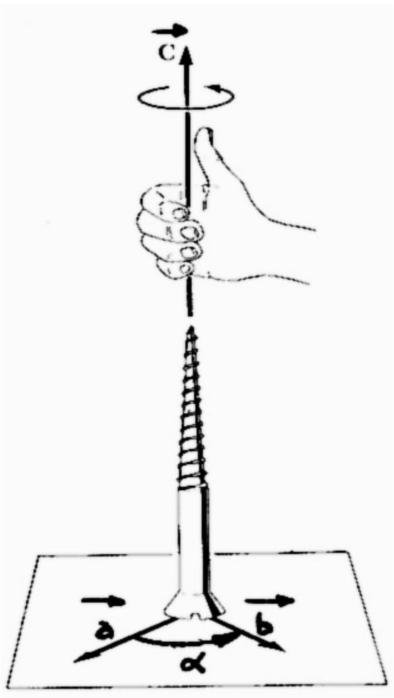
$$\vec{c} = \alpha\,\vec{b} \quad (1.6)$$



Ctr. 1.6

Vektorski produkt.





Crt. 1.7 a)

Vektorski produkt $\vec{c}$ dvaju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ označava se $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. To je vektor okomit na oba vektora. Njegov smjer određuje se pravilom desne ruke. Prstima ruke idemo kraćim putem od prvog do drugog vektora i palac nam određuje smjer vektorskog produkta $\vec{c}$. Iznos vektorskog produkta jednak je produktu iznosa jednog i drugog vektora i sinusa kuta među njima (odnosno površini paralelograma čije su stranice $\vec{a}$ i $\vec{b}$):

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ $\quad \vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$;

$$\boxed{c = ab \sin\alpha} \tag{1.7}$$

Za vektorski produkt ne vrijedi zakon komutacije, tj.

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}} \tag{1.8}$$

Da bi izračunali vektorski produkt možemo množiti komponente vektora tj.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}\right) \times \left(b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}\right)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = a_x b_y \left(\vec{i} \times \vec{j}\right) + a_y b_z \left(\vec{i} \times \vec{k}\right) + a_y b_x \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) + a_z b_x \left(\vec{k} \times \vec{i}\right) + a_z b_y \left(\vec{k} \times \vec{j}\right),$$

gdje smo uzeli u obzir da je $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$. Sad prihvatimo dogovor da ćemo upotrebljavati desni koordinatni sistem tj. $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$, $\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$, $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$, pa dobivamo da je vektorski produkt jednak

$$\boxed{\vec{a} \times \vec{b} = \left(a_y b_z - a_z b_y\right)\vec{i} + \left(a_z b_x - a_x b_z\right)\vec{j} + \left(a_x b_y - a_y b_x\right)\vec{k}} \tag{1.9}$$

Vektorski produkt također možemo izračunati koristeći Sarrusovo[1] pravilo:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \tag{1.10}$$

Skalarni produkt.

Produkt dvaju vektora čiji je rezultat skalarna veličina zove se skalarni produkt. Skalarni produkt vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ označava se simbolom $\vec{a} \cdot \vec{b}$ a jednak je umnošku iznosa obaju vektora i kosinusa kuta među njima:

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\theta} \tag{1.11}$$

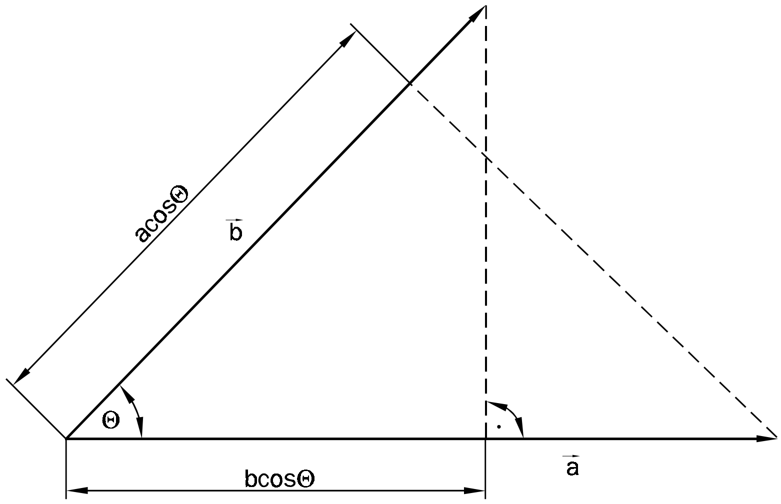
ili

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_b b = a b_a$$

[1] Vidi Matematički priručnik, I.N. Bronštejn - K.A., Semendjajev

gdje su $a_b = a\cos\theta$, $b_a = b\cos\theta$, projekcije vektora na zadanu osu, crtež 1.8. Znači za skalarni produkt vrijedi zakon komutacije.

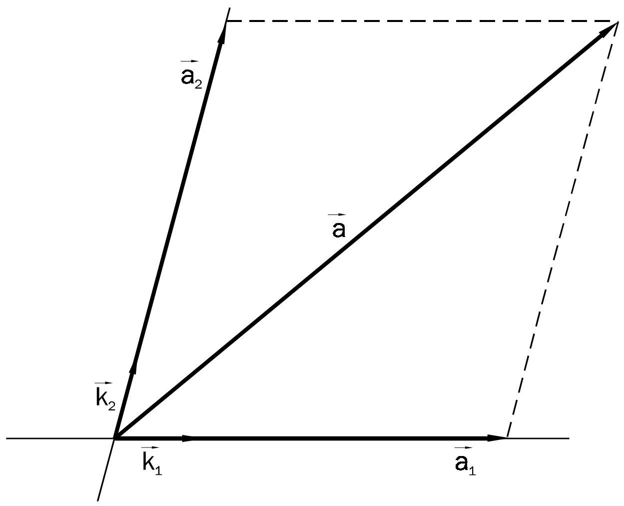
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} \tag{1.12}$$



Crt. 1.8

2.5 Koordinatni sistem (sustav)

Svaki vektor možemo prikazati kao zbroj dvaju ili više faktora koje nazivamo njegovim **vektorskim komponentama**. To je obratan postupak od zbrajanja vektora. Da bi rastavljanje u komponente bilo jednoznačno određeno, potrebno je poznavati pravce nosioce komponenata (crt. 1.9), a, pored toga, broj komponenata mora biti jednak dimenziji prostora u kojem se vektori nalaze.



Crt 1.9

Smjer u prostoru najčešće definiramo jediničnim vektorom čiji je iznos jednak jedinici. Tako je jedinični vektor $\vec{a}_0$ u smjeru vektora $\vec{a}$ definiran relacijom:

$$\vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{a} \tag{1.13}$$

Izborom triju smjerova određenih jediničnim vektorima $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$, $\vec{k}_3$ definiramo koordinatni sistem u trodimenzionalnom prostoru. Izborom koordinatnog sistema možemo svaki vektor $\vec{a}$ jednoznačno rastaviti u tri komponente $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$

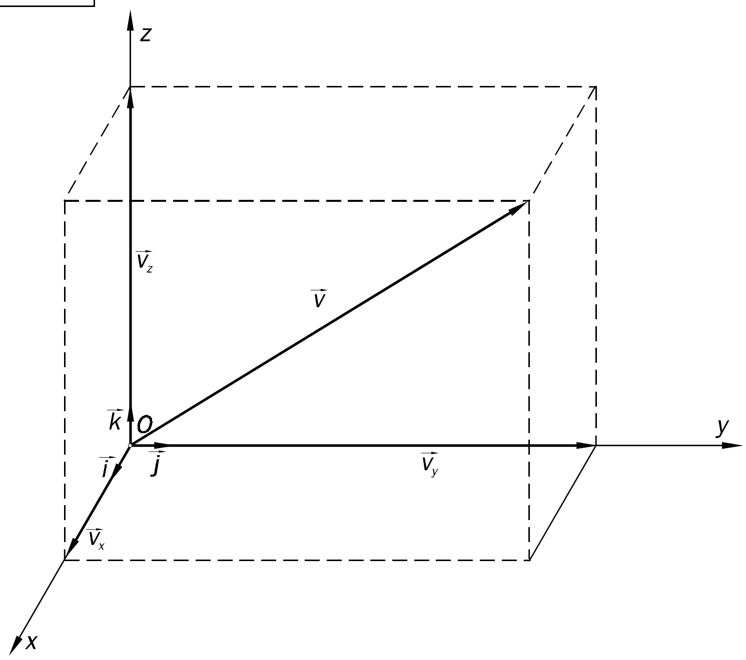
$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 = a_1 \vec{k}_1 + a_2 \vec{k}_2 + a_3 \vec{k}_3 \qquad (1.14)$$

gdje su a_1, a_2, a_3 skalarne komponente (projekcije) vektora $\vec{a}$. Najčešće se upotrebljava sistem s tri međusobno okomita jedinična vektora $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ (crt. 1.10),tzv. Cartesijev koordinatni sistem. U Cartesijevom sistemu vektor $\vec{v}$ rastavlja se u komponente ovako:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} \qquad (1.14)$$

gdje su v_x, v_y, v_z skalarne komponente vektora $\vec{v}$ (crt. 1.10). Kako su osi *x, y, z* međusobno okomite, veza između iznosa vektora $\vec{v}$ i njegovih skalarnih komponenti je:

$$\boxed{v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \qquad (1.15)$$



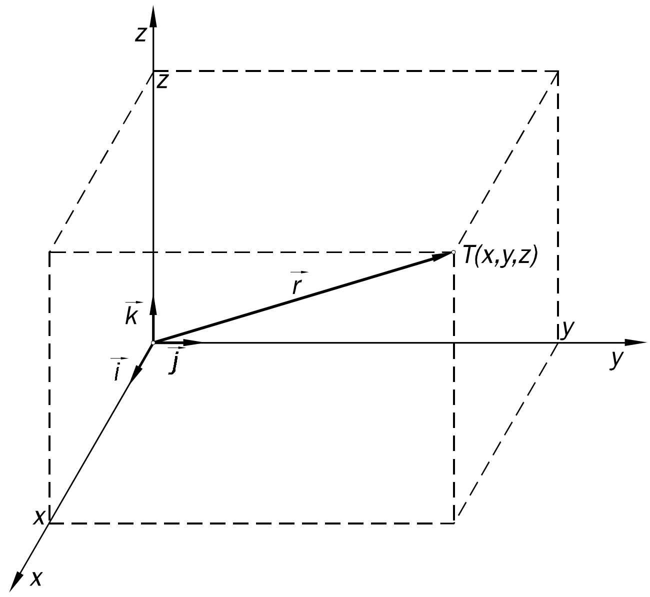
Crt. 1.10

U fizikalnim razmatranjima često se pojavljuje **vektor položaja** (radijus vektor) $\vec{r}$ koji opisuje položaj tijela (točke) u prostoru

$$\boxed{\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}} \qquad (1.16)$$

Skalarne komponente radijus vektora su *x, y* i *z* (crt. 2.11), dok mu je iznos:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (1.17)$$



Crt. 1.11

1.6 Materijalna tačka i kruto tijelo

Fizičke pojave su kompleksne tj. ne javljaju se izolirano jedna od druge, nego uvijek skupno. Pod određenim uvjetima neke od tih pojava intenzitetom se izdvajaju od drugih koje se mogu smatrati sekundarnim. Kad će se jedna fizikalna pojava javiti kao primarna ili sekundarna zavisi od uvjeta pod kojima se odvija. Proučavanje fizikalnih pojava se pojednostavljuje ukoliko se pod unaprijed danim uvjetima analizira jedna od njih kao primarna, a ostale kao sekundarne, potpuno zanemare. Proučavanje se pojednostavljuje uvođenjem idealiziranih modela fizikalnih procesa. Na primjer, pri razmatranju kretanja materijalnog tijela sekundarni su unutarnji procesi koji se odigravaju u njemu kao kompleksnom sistemu pa se mogu i izostaviti, a promatrati model tijela koji je oslobođen tih sekundarnih procesa. Iz tih razloga se u mehanici uvode modeli materijalnog tijela pod pojmovima: materijalne točke, apsolutno krutog tijela, apsolutno elastičnog tijela itd.

Materijalna tačka je model tijela čiji se oblik i dimenzije u danom razmatranju mogu zanemariti. Na primjer, pri proučavanju kretanja planeta oko Sunca one se mogu smatrati kao materijalne točke, čije su mase jednake masama planeta a čije se dimenzije mogu zanemariti u odnosu na veličine rastojanja između Sunca i odgovarajućih planeta.

Apsolutno kruto tijelo je model tijela, koje ni pod kakvim uvjetima ne mijenja svoj oblik i dimenzije.

Mehanički sistem je model od više materijalnih točaka ili tijela koja u općem slučaju interagiraju kako međusobno tako i sa tijelima iz drugih mehaničkih sistema. **Ukoliko postoje samo međusobne interakcije onda kažemo da je mehanički sistem izoliran.**