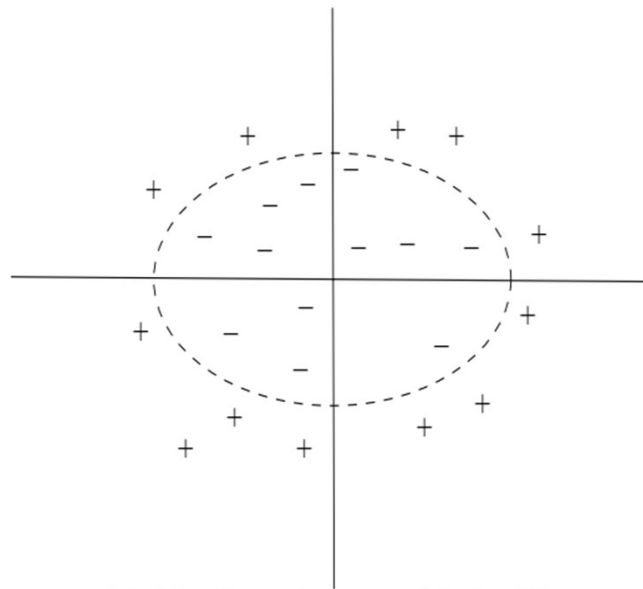


Tại sao phải sử dụng  
kernel trick?

# SVM – kernel trick

- Xét input training data không thể phân lớp bằng linear hyperplane được, ví dụ:



(a) Not linearly separable in 2D

- Muốn áp dụng công thức phân lớp binary với data có thể phân lớp bằng linear hyperplane → cần thực hiện linearization đối với data đó

# SVM – kernel trick

- Idea chính của linearization là xây dựng thêm các trục tọa độ mới  $\rightarrow$  để tăng dimension của input data  $\rightarrow$  tạo ra feature space mới có dimension cao hơn  $\rightarrow$  với mong muốn làm cho các data trở nên có thể phân lớp bằng linear hyperplane được.
- Kết quả đạt được từ lý thuyết:
  - Tìm được SVM hyperplane (sau khi áp dụng linearization)

$$h(\vec{x}) = \text{sign} \left( \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i \Phi(\vec{x}_i)^T \Phi(\vec{x}) + \vec{b} \right)$$

- Vấn đề: tính toán inner product rất chậm

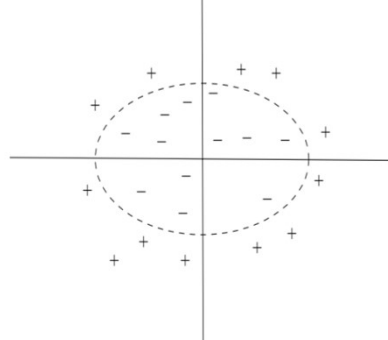
# SVM – kernel trick

- Giải pháp:
  - Giả sử xét 2 vector của input training data trong  $\mathbb{R}^2$ 
    - $\vec{x} = (x_1, x_2)$
    - $\vec{y} = (y_1, y_2)$
  - Dùng một transformation  $\Phi$  để biến đổi các data vector sang  $\mathbb{R}^3$  như sau:
    - $\Phi(\vec{x}) = (x_1^2, \sqrt{2}x_1x_2, x_2^2)$
    - $\Phi(\vec{y}) = (y_1^2, \sqrt{2}y_1y_2, y_2^2)$
  - Tính inner product

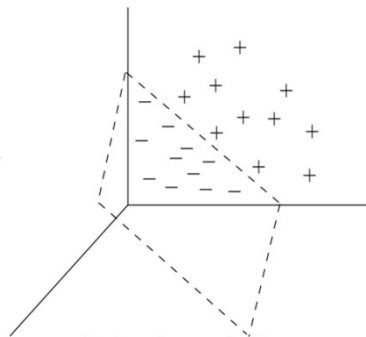
$$\begin{aligned}\Phi(\vec{x})^T \Phi(\vec{y}) &= (x_1^2, \sqrt{2}x_1x_2, x_2^2)^T (y_1^2, \sqrt{2}y_1y_2, y_2^2) \\ &= (x_1y_1 + x_2y_2)^2 \\ &= (\vec{x}^T \vec{y})^2 \\ &= K(\vec{x}, \vec{y})\end{aligned}$$

# SVM – kernel trick

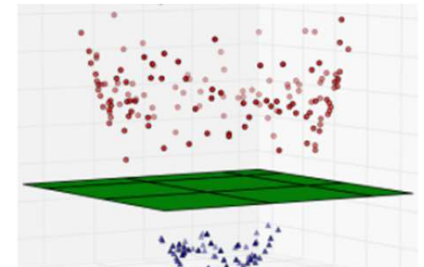
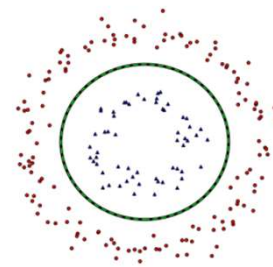
- Giải pháp:
  - Nhận xét:
    - Tổng quát, thay vì biến đổi từng input vector sang feature space (có thể là vô hạn chiều) rồi thực hiện inner product  $\Phi(\vec{x})^T \Phi(\vec{y})$   
→ thì tìm function  $K(\vec{x}, \vec{y})$  để thực hiện điều đó nhanh hơn  
→ phép tính chuyển không gian được thực hiện hiệu quả hơn
  - Thao tác như vậy gọi là kernel trick  
→ Trong các bài toán thực tế, việc sử dụng kernel trick quyết định mức độ hiệu quả của SVM
  - Kết quả:



(a) Not linearly separable in 2D



(b) Linearly separable in 3D



SVM – binary – nonlinear separable

**Q / A**