# Espace discrets et droites discrètes

## 1 Boules de chanfrein

L'idée de base des masques de chanfrein est la suivante :

— on ne considère plus qu'un voisinage restreint localement autour du pixel, ainsi les distances globales sont approchées par propagation de distances locales.

Les voisinages locaux sont typiquement des carrés de 3x3, 5x5 et même 7x7 (bien que ces derniers soient très peu utilisés car trop gourmands). Bien entendu, plus on augmente le nombre de pixels du carré de base, plus sont nombreux et précis les pixels accessibles directement. Quatres masques sont classiquement utilisés :

| | | |
|---|---|---|
| - | 1 | - |
| 1 | 0 | 1 |
| - | 1 | - |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 4 |
| 3 | 0 | 3 |
| 4 | 3 | 4 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| - | 11 | - | 11 | - |
| 11 | 7 | 5 | 7 | 11 |
| - | 5 | 0 | 5 | - |
| 11 | 7 | 5 | 7 | 11 |
| - | 11 | - | 11 | - |

1° Générez et visualiser des images représentant les boules de chanfrein pour les masques suivants, telles que chaque pixel de la boule ait un niveau de gris proportionnel à sa distance au centre :

i) $<1>$ (correspondant à $d_4$) de rayon 10

ii) $<1, 1>$ (correspondant à $d_8$) de rayon 10

iii) $<3, 4>$ de rayon 32

iv) $<5, 7, 11>$ de rayon 56

v) $\{((1, 0), 5)\,, ((1, 1), 7)\,, ((3, 1), 16)\}$ de rayon 56

vi) $<5, 7, 9>$ de rayon 46

vii) $<3, 1>$ de rayon 10

viii) $\{((1, 0), 5)\,, ((1, 1), 7)\,, ((4, 3), 8)\,, ((5, 1), 8)\}$

2° En fonction des résultats obtenus, indiquez pour chaque masque de la question précédente, ceux qui vous semblent correspondre à une norme, et ceux qui n'y correspondent pas.

3° Modifiez votre programme pour que la couleur des pixels de la boule ne dépendent plus que des vecteurs ayant permis de calculer leur distance et non pas de la distance elle-même. Ainsi par exemple les pixels dont la distance ne dépend que d'un seul même vecteur auront tous la même couleur, ceux dépendant uniquement de la combinaison linéaire de deux vecteurs particuliers auront une autre couleur particulière, et ainsi de suite.

4° Révisez votre réponse sur les normes ; en particulier examinez attentivement le masque v.

## 2 Droites discrètes

Les algorithmes 1 et 2 sont les deux algorithmes les plus utilisés de tracé de droite. Ils sont présentés ici dans une version pour le premier octant, c'est à dire $x_1 - x_0 > y_1 - y_0 > 0$.

**Algorithme 1 :** Droite $(x_0, y_0, x_1, y_1)$ de BRESENHAM (1965)

$dx = x_1 - x_0$ ; $dy = y_1 - y_0$;
$x = x_0$ ; $y = y_0$;
$incrHor = 2dy$ ; $incrDiag = 2(dx - dy)$;
$e = 2dy - dx$;
**pour** $x = x_0$ **à** $x_1$ **faire**
    Tracer Pixel $(x, y)$;
    **si** $e \geqslant 0$ **alors**
        $y+ = 1$;
        $e- = incrDiag$;
    **sinon**
        $e+ = incrHor$;

**Algorithme 2 :** Droites $(x_0, y_0, x_1, y_1, \mu)$ arithmétiques naïves de RÉVEILLÈS (1991)

$v_x = x_1 - x_0$;
$v_y = y_1 - y_0$;
$\mu = v_y x_0 - v_x y_0$;
$r = v_y x_0 - v_x y_0 - \mu$;
$x = x_0$ ; $y = y_0$;
**tant que** $x < x_1$ **faire**
    $x+ = 1$;
    $r+ = v_y$;
    **si** $r < 0$ *ou* $r \geqslant v_x$ **alors**
        $y+ = 1$;
        $r- = v_x$;
    Tracer Pixel $(x, y)$;

5° Les algorithmes 1 et 2 sont des algorithmes de tracés de droites 8-connexes. Implantez-les de manière à tracer des droites dans une matrice d'octets et faite en sorte de visualiser le résultat.

6° Proposez une solution pour traver des droites épaisses et implantez-la [1] [2]

1. Une droite épaisse n'est finalement que l'empilement de droite discrètes
2. La fonctionnalité permet de trouver une bijection entre $\mathbb{Z}$ et une droite quelconque pour peu que l'on peut déterminer $(\alpha_1, \alpha_2)$.