- TP 2. Algorithme de Kruskal. -

Le but de ce TP est de calculer, pour un ensemble V de points du plan, un arbre couvrant T=(V,A) qui vérifie que la somme des longueurs des arêtes de A est minimum. Le calcul de cet arbre s'effectue par l'algorithme de Kruskal.

Langage. Programme en C++. Votre programme pourra commencer de la manière suivante (le code est disponible sur le moodle du cours) :

```
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <fstream>
using namespace std;
typedef struct coord{int abs; int ord;} coord;
int
main()
                      //Le nombre de points.
  cout << "Entrer le nombre de points: ";</pre>
  cin >> n;
                     // Le nombre de paires de points.
  int m=n*(n-1)/2;
  coord point[n];
                     // Les coordonnees des points dans le plan.
  int edge[m][3];
                     // Les paires de points et le carre de leur longueur.
  int arbre[n-1][2]; // Les aretes de l'arbre de Kruskal.
  return EXIT_SUCCESS;
}
```

- Exercice 1 - Création d'un ensemble aléatoire V de n sommets dans le plan.

L'ensemble de sommets V est $\{0, \ldots, n-1\}$. L'ensemble des positions des éléments de V est stocké dans un tableau de coordonnées **point** de taille n vérifiant que **point**[i].abs est l'abscisse du sommet i, comprise entre 0 et 612, et **point**[i].ord est l'ordonnée du sommet i, comprise entre 0 et 792. Pour information, le format US-Letter, par défaut sur de nombreux afficheur postscript, a pour dimension 612 points par 792 points...

Écrire une fonction $void \ pointRandom(int \ n, \ coord \ point[])$ qui engendre aléatoirement le tableau **point**.

- Exercice 2 - Création du tableau des distances.

Ecrire une fonction void distances (int n, int m, coord point[], int edge[][3]) qui engendre le tableau edge de taille $m \times 3$ de telle sorte que :

- Pour chaque paire $\{i, j\}$ avec i < j, il existe un k qui vérifie $\mathbf{edge}[k][0] = i$ et $\mathbf{edge}[k][1] = j$.
- L'entrée $\mathbf{edge}[k][2]$ est le carré de la distance euclidienne du point correspondant au sommet i au point correspondant au sommet j.

- Exercice 3 - Tri du tableau edge.

Écrire une fonction void $tri(int\ m,\ int\ edge[[[3]])$ qui trie le tableau **edge**, selon l'ordre croissant des valeurs de **edge**[k][2]. Le but de ce TP n'étant pas le tri, on pourra se limiter à un simple tri à

bulles (tant qu'il existe deux entrées consécutives qui ne sont pas croissantes, on les inverse).

- Exercice 4 - Calcul de l'arbre couvrant de poids minimum.

Écrire une fonction void $kruskal(int\ n,\ int\ edge[][3],\ int\ arbre[][2])$ qui applique l'algorithme KRUS-KAL au tableau d'arêtes **edge** et construit le tableau **arbre** qui contient les n-1 arêtes de l'arbre couvrant de poids minimum. On pourra reprendre la fonction composantes du TP1, et y apporter des modifications mineures.

- Exercice 5 - Affichage.

Utiliser la fonction affichage Graphique (disponible sur le moodle du cours) afin d'afficher le résultat dans le fichier Exemple.ps. L'appel se fera par affichage Graphique (n, point, arbre);

- Exercice 6 - Pour aller plus loin.

Apporter les améliorations ou modifications suivantes :

- Si ce n'est pas déjà le cas, utiliser la version optimisée de l'agorithme COMPOSANTE pour implémenter l'algorithme KRUSKAL.
- Améliorer les performances de votre algorithme en utilisant un tri plus efficace, par exemple tri fusion.
- Montrer que les arêtes de l'arbre obtenu ne peuvent pas se croiser.
- Utiliser d'autres distances (Manhattan, sup,...) pour créer votre arbre.

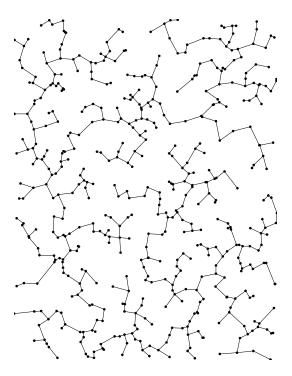


FIGURE 1 – Un exemple d'arbre de Kruskal.