

Tiết 50: phương trình bậc hai một ẩn.

(1)

1. Định nghĩa: Là phương trình có dạng: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)
Trong đó x là ẩn, a, b, c là các hệ số.

VD: pt: $2x^2 - 3x + 5$ ($a = 2; b = -3; c = 5$): là pt bậc hai đr

$-x^2 + 5 = 0$ ($a = -1; b = 0; c = 5$): là pt khuyết b.

$3x^2 - 2x = 0$ ($a = 3; b = -2; c = 0$): Là pt bậc hai khuyết c

* Vận dụng: Đưa các pt sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$
và xác định các hệ số a, b, c của chúng

a, $3x^2 - 7x + 5 = x^2 - 2x \Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 5 - x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 5 = 0$ ($a = 2; b = -5; c = 5$).

b, $x^2 - 3mx + 2 = x - 3 + m$

$\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 2 - x + 3 - m = 0 \Leftrightarrow x^2 - (3m+1)x + 5-m = 0.$

($a = 1; b = -(3m+1); c = 5-m$)

2. Công thức nghiệm của phương trình bậc hai

• Cho pt: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$).

• Chia cả 2 vế cho a ta có pt: $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$\Leftrightarrow \left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2}\right) + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$

$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0$

$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

• Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$ là biệt thức của pt và đọc là "delta"

Khi đó ta có $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$.

a, Nếu $\Delta > 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4a^2} > 0 \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

hay pt có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ (2)

b) Nếu $\Delta = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$ pt có nghiệm kép $x = -\frac{b}{2a}$

c) Nếu $\Delta < 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4a^2} < 0 \Rightarrow$ pt vô nghiệm.

Vậy ta có bảng công thức nghiệm như sau:

Cho pt bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)
và $\Delta = b^2 - 4ac$.

• Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

• Nếu $\Delta = 0$: pt có nghiệm kép:
 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

• Nếu $\Delta < 0$: pt vô nghiệm.

* Chú ý: Khi giải pt bậc hai một ẩn thì trước hết phải đưa về dạng: $ax^2 + bx + c = 0$ và xác định chính xác hệ số a, b, c để tính đúng Δ

3. Áp dụng: Giải các pt bậc hai sau:

a) $x^2 - 3x - 2 = 0$
($a=1$; $b=-3$; $c=-2$)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9 + 8 = 17 > 0$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3)+\sqrt{17}}{2 \cdot 1}$

b) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

($a=4$; $b=-4$; $c=1$)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$$

\Rightarrow pt có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$

$$= \frac{3+\sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-3)-\sqrt{17}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{3-\sqrt{17}}{2}$$

c) $x^2 - x + 2 = 0$ ($a=1$; $b=-1$; $c=2$)

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1 - 8 = -7 < 0: \text{pt vô nghiệm}$$

Tiết 52: Bài tập luyện về giải phương trình bậc hai
hay phương trình quy về bậc hai

3

1. Bài 1: Giải các phương trình sau:

a, $2x^2 - 7x = -3$

b, $6x^2 + x + 5 = 0$

c, $6x^2 - x - 5 = 0$

2. Bài 2: Cho phương trình: $x^2 - 2x + m + 1 = 0$ (m là tham số)

a, Giải pt khi $m = -1$

b, Tìm m để pt có nghiệm kép? Tìm nghiệm kép đó

3. Bài 3: Cho pt: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (ẩn x)

a, Giải pt khi $m = 3$

b, Tìm m để pt có 2 nghiệm phân biệt.

(Gợi ý: Các con phải xác định chính xác hệ số a, b, c sau đó tính Δ cho thật đúng rồi mới tiếp tục giải).

4. Bài 4: Giải các pt sau bằng cách quy về pt bậc hai.

a, $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1$

b, $\frac{72}{x+3} + \frac{54}{x-3} = 6$

c, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35}$

d, $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1$

5. Bài 5: Quan hệ giữa parabol (P) và đường thẳng (d) làm theo 2 bước sau:

* Xét pt hoành độ giao điểm của (d) và (P)

* Xét số nghiệm của pt hoành độ chính là số giao điểm của (P) và (d)

VD: Cho (P): $y = -x^2$ và (d): $y = mx - 1$

a, Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = 0$

b, Chứng minh rằng với mọi m thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

(Gợi ý (b): Xét pt hoành độ giao điểm $-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4 \cdot (-1) = m^2 + 4$$