

Chuyên đề 5: Tứ giác nội tiếp và các bài toán liên quan

Bài 1: Cho  $(O; R)$  đường tròn  $BC$ , điểm  $A \in (O)$  ( $AB < AC$ ). Kẻ  $AH \perp BC$ .  
 $HE \perp AB$ ;  $HF \perp AC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  
 $FA, EC$ .

a, Chứng minh:  $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

b, Chứng minh tứ giác  $BEFC$  nội tiếp

c, Gọi  $K$  là trực tâm của  $\triangle HMN$ . Cho  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Tính theo  $R$ .  
độ dài đoạn  $HF$  và diện tích  $\triangle KMN$ .

Bài 2: Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Tiếp tuyến nửa cung tròn  
 $AB$  chứa nửa đường tròn. kẻ 2 tiếp tuyến  $Ax, By$  với nửa đường tròn. Lấy  $M$   
thuộc nửa đường tròn, tiếp tuyến tại  $M$  của nửa đường tròn cắt  $Ax, By$   
lần lượt tại  $C$  và  $D$ .  $AD$  cắt  $BC$  tại  $N$ ;  $MN$  cắt  $AB$  tại  $H$ .

a, Chứng minh  $\triangle ACM$  là tam giác vuông

b, Chứng minh  $AC \cdot BD$  không phụ thuộc vào vị trí của  $M$ .

c, Chứng minh  $MN \parallel BD$  và  $MN = HN$

Bài 3: Cho  $(O; R)$  hai đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau. Gọi  $I$  là  
trung điểm của  $OB$ . Tia  $CI$  cắt  $(O)$  tại  $E$ ;  $AE$  cắt  $CD$  tại  $H$ .  $BD$  cắt  $AE$  tại  $K$

a, Chứng minh tứ giác  $OIED$  nội tiếp

b, Chứng minh  $AH \cdot AE = 2R^2$

c, Tính tỉ số  $\frac{OH}{OA}$ ; Chứng minh  $OK \perp BD$ .

Bài 4: Cho  $(O; R)$  có 2 đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau. Lấy  $K \in$  cung nhỏ  
 $AC$ ; kẻ  $KH \perp AB$ ;  $AC$  cắt  $HK$  tại  $I$ ; kéo dài  $BC$  cắt  $HK$  tại  $E$ .  $AE$  cắt  
đường tròn  $(O)$  tại  $F$ .

a, Chứng minh tứ giác  $BHFE$  nội tiếp

b, Chứng minh  $EC \cdot EB = EF \cdot EA$

c, Gọi  $H$  là trung điểm của  $OA$ . Tính theo  $R$  diện tích  $\triangle CEF$ .