

Chuyên đề: Quan hệ giữa parabol (p) $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đường thẳng (d): $y = mx + n$

I. Cần nhớ: Cho parabol (p): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đt (d): $y = mx + n$

- Xét pt hoành độ giao điểm: $ax^2 = mx + n \Leftrightarrow ax^2 - mx - n = 0$ (1)
- (1) (d) và (p) không có điểm chung \Leftrightarrow pt (1) vô nghiệm: $\Delta < 0$.
- (2) (d) và (p) tiếp xúc nhau \Leftrightarrow pt (1) có nghiệm kép: $\Delta = 0$
- (3) (d) và (p) có hai điểm chung phân biệt \Leftrightarrow pt (1) có 2 nghiệm p/b (cắt nhau tại 2 điểm phân biệt) $\Delta > 0$.

* Chú ý: Khi giải các bài tập về giao điểm của (d) và (p) mà không đề cập đến vị trí của các điểm so với trục tung thì chúng ta đưa về pt bậc hai một ẩn (có thể chưa tham số) và áp dụng các kiến thức về pt bậc hai ta đã học (đt, hệ thức Vi-et).

Các bài tập ví dụ:

1. Bài 1: Cho (p): $y = \frac{1}{2}x^2$ và (d): $y = mx - 2m + 2$.

Tìm m để (d) cắt (p) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_2 = 8x_1$

2. Bài 2: Cho (p): $y = -x^2$ và (d): $y = -mx + m - 1$. Tìm m để:

(d) cắt (p) tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$

(*) Các bài tập có liên quan đến vị trí các điểm so với trục tung thì có 3 dạng bài sau:

1. Dạng 1: (d) cắt (p) tại 2 điểm p/b nằm về 2 phía của trục tung.

Tức là pt: $ax^2 - mx - n = 0$ có 2 nghiệm p/b

Thì dấu nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases}$

VD: Cho (p): $y = -2x^2$ và (d): $y = m - 1$

Tìm m để (d) cắt (p) tại 2 điểm

p/b nằm về 2 phía của trục tung

