

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} - \frac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$; $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $0 \leq x \neq 9$.

1. Tính giá trị B tại $x = 25$;
2. Rút gọn A ;
3. Tìm số nguyên x để $P = A.B$ là số nguyên.

Bài II (2,5 điểm)

1. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.
2. Một quả bóng hình cầu có đường kính 24cm. Tính diện tích da phải dùng để khâu thành quả bóng nếu tỉ lệ hao hụt là 2%.

Bài III (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \frac{2}{y-1} = 12 \end{cases}$$

2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- a) Chứng minh với mọi m , phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.
- b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Câu IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O) . Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B, C là các tiếp điểm) của (O) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC . Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx , đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A . Vẽ đường kính BB' của (O) . Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB' , đường thẳng này cắt MC và $B'C$ lần lượt tại K và E . Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm M, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.
2. Đoạn thẳng $ME = R$.
3. Khi điểm M di động mà $OM = 2R$ thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Câu V (0,5 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thoả mãn $xy + yz + xz = 4xyz$.

Chứng minh: $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$