

Luyện tập về phương trình bậc hai và hệ thức Vi et.

①

I/. Cần nhớ

1. Phương trình bậc hai là PT có dạng : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

VD: a) $5x^2 - 3x + 2 = 0$

($a = 5; b = -3; c = 2$)

b) $-x^2 + 5 = 0$

($a = -1; b = 0; c = 5$)

c) $x^2 - 3x = 0$

($a = 1; b = -3; c = 0$)

d) $x^2 - (2m+1)x - m + 1 = 0$

($a = 1; b = -(2m+1); c = -m+1$)

* Công thức nghiệm : $\Delta = b^2 - 4ac$.

• $\Delta > 0$: PT có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

• $\Delta = 0$: phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

• $\Delta < 0$: phương trình vô nghiệm.

2. Hệ thức Vi et: Nếu PT bậc hai có hai nghiệm x_1, x_2 hay ($\Delta \geq 0$) thì $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

* Chú ý : • PT : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

Nếu $a \cdot c < 0$ thì PT luôn có 2 nghiệm p/b

Trái dấu nhau.

Vì : $a \cdot c < 0 \Leftrightarrow -4ac > 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac > 0$: PT có 2 nghiệm p/b.

mà $x_1 x_2 = \frac{c}{a} < 0$: 2 nghiệm trái dấu.

• Lòng thức nghiệm và hệ thức Vi et chỉ được áp dụng cho PT bậc hai dạng : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$).

VD: a) $x^2 = mx - 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + 3 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 - 7m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t - 7m = 0$ ($x^2 = t \geq 0$).

c) $x - 3m\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 3my - 2 = 0$ ($\sqrt{x} = y \geq 0$).

• Kế thừa Viet chỉ được áp dụng khi pt bậc 2 có nghiệm ($\Delta \geq 0$).

VD: Cho pt: $x^2 - 5x + 9 = 0$.

Có $x_1 + x_2 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = 9$ là sai

Vậy khi sử dụng Viet Ta phải tìm đk cho pt có nghiệm trước đã rồi mới áp dụng

VD: Cho pt: $x^2 - mx + m - 1 = 0$

Tìm m để pt có 2 nghiệm phân biệt rõ ràng

$x_1^2 + x_2^2$ theo m. Ta làm theo 3 bước sau:

+ Bước 1: Tìm Δ và tìm m để $\Delta > 0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2$$

pt có 2 nghiệm p/b khi $\Delta > 0$ hay $(m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m-2 \neq 0$
 $\Leftrightarrow m \neq 2$.

+ Bước 2: Theo Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-m)}{1} = m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m-1}{1} = m-1 \end{cases}$$

+ Bước 3: Biến đổi $x_1^2 + x_2^2$ về biểu thức chỉ chứa $x_1 + x_2$ và $x_1 \cdot x_2$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

$$\text{hay } x_1^2 + x_2^2 = m^2 - 2(m-1) = m^2 - 2m + 2$$

IV. Bài tập áp dụng

1. Bài 1: Áp dụng công thức nghiệm để giải các pt sau:

a, $x^2 - x - 9 = 0$

b, $x^2 - 5x + 7 = 0$

2. Bài 2: Tìm các giá trị của m để các pt sau có hai nghiệm phân biệt. Tính tổng và tích hai nghiệm đó

a, $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

b, $x^2 - 3x - 5m = 0$

c, $x^2 + 2mx + m^2 - 4 = 0$

d, $x^2 + (m-1)x - 2 = 0$

1. Bài 1

a, $x^2 - x - 9 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot (-9) = 1 + 36 = 37 > 0$$

pt có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) + \sqrt{37}}{2 \cdot 1} = \frac{1 + \sqrt{37}}{2}$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) - \sqrt{37}}{2 \cdot 1} = \frac{1 - \sqrt{37}}{2}$$

b, $x^2 - 5x + 7 = 0$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 7 = 25 - 28 = -3 < 0 : \text{pt vô nghiệm}$$

2. Bài 2:

a, $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4 \cdot (2m - 1) = 4m^2 - 8m + 4 = 4(m^2 - 2m + 1)$$

$$= 4(m - 1)^2$$

phương trình có 2 nghiệm p/b $\Leftrightarrow \Delta > 0$ hay $4 \cdot (m - 1)^2 > 0$

$$\Leftrightarrow m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$$

Theo Vi et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2m)}{1} = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2m - 1}{1} = 2m - 1 \end{cases}$

b, $x^2 - 3x - 5m = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-5m) = 9 + 20m.$$

Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$ hay $9 + 20m > 0$

$$\Leftrightarrow 20m > -9 \Leftrightarrow m > \frac{-9}{20}$$

• Theo Vi et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5m}{1} = -5m \end{cases}$$

c) $x^2 + 2mx + m^2 - 4 = 0$

$\Delta = (2m)^2 - 4 \cdot (m^2 - 4) = 4m^2 - 4m^2 + 16 = 16 > 0$ với mọi m

Vậy pt có 2 nghiệm p/b với mọi m

. Theo Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-2m}{1} = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 4}{1} = m^2 - 4 \end{cases}$$

d) $x^2 + (m-1)x - 2 = 0$.

$\Delta = (m-1)^2 - 4 \cdot (-2) = (m-1)^2 + 8 > 0$ với mọi m

vì $(m-1)^2 \geq 0$ với mọi m ; $8 > 0$

\Rightarrow pt có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

. Theo Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-(m-1)}{1} = -m + 1 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2. \end{cases}$$

* Câu 2: Ta có: $a \cdot c = 1 \cdot (-2) = -2 < 0 \Rightarrow$ pt có 2 nghiệm p/b với mọi m (không cần phải tính Δ).

III. Bài tập về nhà

1. Bài 1: Cho pt: $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a, Tìm m để pt có 2 nghiệm p/b

b, Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của pt tìm m sao cho $\begin{cases} x_2 = |x_1| \\ x_2 > x_1 \end{cases}$

2. Bài 2: Cho pt: $x - (m+3)\sqrt{x} + m+2 = 0$ (1)

a, Giải pt (1) khi $m = -4$

b, Tìm m để pt (1) có hai nghiệm phân biệt