

2024年广东省大学生程序设计竞赛(GDCPC) 暨CCPC广州邀请赛

2024 年 5 月 26 日

清华大学学生算法协会

感谢 MYS.C.K., LIUZHANGFEIABC, ITST,
SPIRITUALKHOROSHO, ELIMINATESPACE, XIAOLILSQ, GYH-20,
JOHNVICTOR36, RENSHEY, QAQAUTOMATON 负责命题和验
题工作.

A 田字格 by *Itst*

C DFS 序 by *EliminateSpace*

A 田字格 by *ltst*

题目大意

给定平面上与坐标轴平行的 $n \leq 3 \times 10^5$ 条黑色线段，求出它们构成多少田字格。一个田字格由三元组 (x_0, y_0, d) 表示，一个三元组是田字格当且仅当正方形 $[x_0 - d, x_0 + d] \times [y_0 - d, y_0 + d]$ 与平面上黑色部分的交恰好等于

$x = x_0 - d, x = x_0, x = x_0 + d, y = y_0 - d, y = y_0, y = y_0 + d$ 六条直线与这个正方形的交。

注意到一个田字格由三条等距的、中间没有插入其他横线的横线组，和三条等距的、中间没有插入其他竖线的竖线组构成。考虑先把这样的横线组和竖线组处理出来，然后计算所有横线组和竖线组可以合并出多少的田字格。

考虑第一步，维护出所有的竖线组，横线组类似。按照纵坐标扫描线，每次维护与 $y = y_0$ 有交的竖线集合，按照横坐标排序。那么可能的竖线组在这个序列上一定是连续排列的（因为中间不能有其他竖线）。总共会形成 $O(n)$ 次插入，每次插入只会改变 $O(1)$ 个竖线组的存在情况，使用 'set' 维护。这样我们可以得到 $O(n)$ 个四元组 (x_0, x_1, y_0, y_1) ，表示从 $y = y_0$ 到 $y = y_1$ ，三条竖线 $x = x_0, x = \frac{x_0 + x_1}{2}, x = x_1$ 存在且中间没有其他竖线。

处理出所有的横线组和竖线组之后，枚举 d ，此时竖线组的 $x_1 - x_0$ 和横线组的 $y_1 - y_0$ 是确定的。一个横线组 (x_0, y_0, y_1) 和一个竖线组 (x'_0, x'_1, y'_0) 是一个合法的田字格当且仅当

处理出所有的横线组和竖线组之后，枚举 d ，此时竖线组的 $x_1 - x_0$ 和横线组的 $y_1 - y_0$ 是确定的。一个横线组 (x_0, y_0, y_1) 和一个竖线组 (x'_0, x'_1, y'_0) 是一个合法的田字格当且仅当

- $x'_0 \leq x_0 \leq x'_1 - 2d$;

处理出所有的横线组和竖线组之后，枚举 d ，此时竖线组的 $x_1 - x_0$ 和横线组的 $y_1 - y_0$ 是确定的。一个横线组 (x_0, y_0, y_1) 和一个竖线组 (x'_0, x'_1, y'_0) 是一个合法的田字格当且仅当

- $x'_0 \leq x_0 \leq x'_1 - 2d$;
- $y_0 \leq y'_0 \leq y_1 - 2d$ 。

处理出所有的横线组和竖线组之后，枚举 d ，此时竖线组的 $x_1 - x_0$ 和横线组的 $y_1 - y_0$ 是确定的。一个横线组 (x_0, y_0, y_1) 和一个竖线组 (x'_0, x'_1, y'_0) 是一个合法的田字格当且仅当

- $x'_0 \leq x_0 \leq x'_1 - 2d$;
- $y_0 \leq y'_0 \leq y_1 - 2d$ 。

这是一个二维偏序，对一维扫描线另一维树状数组统计即可。复杂度 $O(n \log n)$

C DFS 序 by *EliminateSpace*

题目大意

给定一棵 n 个点的有根树，1 号点为根。每个点有一个权值 w_i 。

求一个最优的 DFS 序使得 $\sum_{i=1}^n p_i w_i$ 最大。

决策是考虑进入每个点之后选子树的顺序。

决策是考虑进入每个点之后选子树的顺序。

子树内部显然用内部的最优方案。

决策是考虑进入每个点之后选子树的顺序。

子树内部显然用内部的最优方案。

然后子树之间的贡献是先走的子树的大小乘后走的子树的权值和。

决策是考虑进入每个点之后选子树的顺序。

子树内部显然用内部的最优方案。

然后子树之间的贡献是先走的子树的大小乘后走的子树的权值和。

所以按照子树大小除以权值和从大到小排序访问就是最优的。可以用调整法证明贪心是对的。

决策是考虑进入每个点之后选子树的顺序。

子树内部显然用内部的最优方案。

然后子树之间的贡献是先走的子树的大小乘后走的子树的权值和。

所以按照子树大小除以权值和从大到小排序访问就是最优的。可以用调整法证明贪心是对的。

时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

感谢倾听!